

11202

PHILOSOPHIÆ

RECENTIORIS

A BENEDICTO STAY

IN ROM. ARCHIGYMN. PUBL. ELOQ. ET HISTORIÆ ROM. PROFESS.

VERSIBUS TRADITÆ LIBRI X

CUM ADNOTATIONIBUS, ET SUPPLEMENTIS
P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

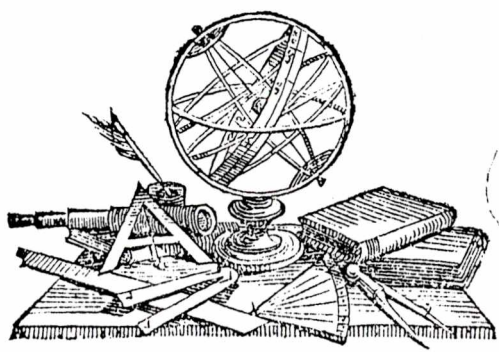
IN COLLEGIO ROM. PUBL. MATHSEOS PROFESS.

TOMVS II.

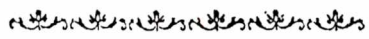
AD CAROLUM

REZZONICUM

CARDINALEM AMPLISSIMUM



ROMÆ MDCCLX.



TYPIS, ET SUMPTIBUS
NICOLAI ET MARCI PALEARINI

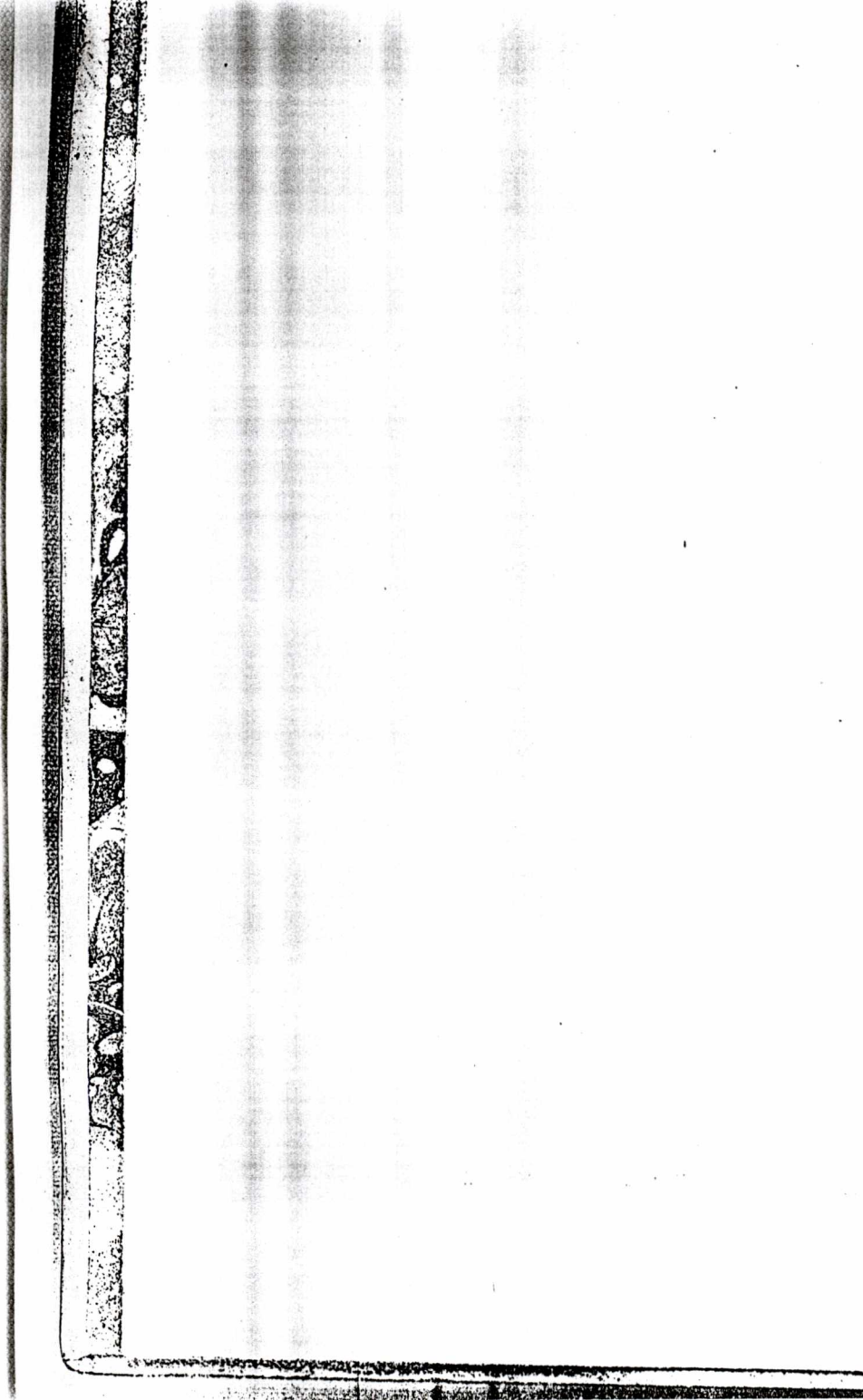
PRÆSIDUM FACULTATE.

1.69, 204

Si vende in Ferona, presso Michelangelo Fumanelli, librajo alle Arche N. 1158, dove si trova un'assortimento di Libri Scolastici ed altra sorte a' prezzi vantaggiosi.







CAROLO REZZONICO
CLEMENTIS XIII. P. M.
FRATRIS FILIO
CARDINALI AMPLISSIMO
ET
S. R. E. VICECANCELLARIO.

BENEDICTUS STAY SALUTEM.



UM Pontifex Maximus CLEMENS XIII.
Patruus tuus post Christianæ Reipubli-
cæ gubernationem susceptam Nationis
Illyricæ patrociniū, quod ipse diu su-
stinuerat, ad Te, CARDINALIS AMPLISSIME, tanquam
hæreditatem suæ erga nos optimæ voluntatis,
transmissum esse voluisset, hujusmodi honorificen-
tissimo decreto me ipsum præsertim, qui Nationi
eidem hic in Urbe præsum, tutelæ, atque aucto-
ritati tuæ commendatum existimavi. Quapropter
mihi præ cæteris enitendum esse arbitratus sum, ut

Te officiis omnibus demereri, Tibique magnitudinem observantiæ meæ quoquomodo declarare possem. Cum igitur ego ætatem pene omnem in investigatione, ac contemplatione Naturæ insumpserim, eaque studia cum humanioribus disciplinis semper conjunxerim, nullum majus habeo, mihiq;e carius munus, quam hunc laborum, vigiliarumque mearum fructum, alterum de Philosophia Volumen, quod ad Te deferam in publicum obsequii mei testimonium. Qua quidem in re quanquam magis decoris mei, quam tuæ dignitatis rationem habere videor, nihil tamen ab ea ipsa alienum facere me puto, si exornari per Te, illustrariq;e desidero; cum qui ab aliis sibi student ornamenta adsciscere, hoc ipso ornatissimos eos esse fateantur. Quod judicium de Te meum communi hominum rumore fama;que præcipue comprobatur, ex quo ad Te repente oculos omnium, sermonesque convertisti. Antea enim, quanquam splendidissima, locupletissima;que Domo natus, eaque omnium san;ctitate instructissima, aperire tamen, ac munire Tibi ad honores viam domesticis maluisti virtutibus, quam copiis. Cum dignitates minime per cupiditatem ipse exquirereres, atque ambires, sed ultro delata munera obires diligentissime, non jam in aliorum oculos incurrere, nec inanem aucupari gloriam, sed vera solida;que laude instrui gestiebas. Posteaquam vero divinitus factum est, ut Patruus tuus summa omnium lætitia, ac plausu Pontifex Maximus esset renunciatus, illud etiam effici debuit, ut, cui præsertim tuæ perspectæ lau-

laudes , exploratæque erant , facile suadentibus , ac pene cogentibus Bonis omnibus Te ad honores maximos , simulque ad gravissimam curarum suarum partem evocaret ; qua in re satis constat minus illum cognationi atque in suos charitati dare , quam utilitatibus omnium , ac Christianæ Reipublicæ commodis consulere voluisse . Ac tum illud quidem effecit , ut virtutes tuas efferret in publicum , ac augustiore collocaret in gradu , quo conspectiores redderet , atque illustriores . Enituit enimvero tum maxime tua illa morum suavitas , atque candor , illa vitæ æquabilitas , animique moderatio , quæ eo admirabilior est , quo difficilior in tam secundis rebus esse solet , atque infrequentior ; tantis enim , ac tam subitis obsequentis fortunæ muneribus minime commoveri , excellentis cujusdam est animi , eaque constantia præditi , quæ ex vera rerum æstimatione constat , priorumque bonorum , ac supra terrenas omnes fluxasque res constitutorum fiducia comparatur . Quid mirum igitur , si in tanta potestate tantam abstinentiam , atque integritatem , tantam in omnes humanitatem præferas , præcipue vero mirifico religionis ac pietatis studio ardeas , ac demum hoc Patruum tui imperium ornes , & fulcias iis artibus , quibus idem est ipse consequutus ? Sed me vix in virtutes ingressam tuas ea deterret , ac retrahit cogitatio , ne in modestiæ offensionem ipsa laudum incurrat veritas , illamque , quam ex benignitate tua sperabam , minuat , ac corrumpat gratiam . Quapropter ut ad me ipsum ex periculoso hujus-

modi argumento me referam, si hoc officii genere impetravero benevolentiam erga me tuam, tantoque me propterea patrocinio sultum ac munitum intellexero, eximium sane laborum ac studiorum meorum præmium me consequutum putabo. Tu vero tua in me gratia palam illud facies, optimo Te in litteras esse ac bonas artes animo, Virosque, qui eas profitentur, ac colunt, diligere, complecti, ac fovere diceris; quo quidem haud scio, an ulla alia res magis ad dignitatem tuam, tuique Nominis immortalitatem conferat. Semper hæc Urbs claris atque in omni bonarum artium genere illustribus favit ingeniis, atque idcirco semper præstantissimis doctrinarum omnium monumentis excellit; illi enim, qui hic rerum potiebantur, optime norant, quantum civitati decus, quantum religioni quoque columen in doctrina, atque eruditione sit positum, & quanta exinde fiat auctoritatis accessio. Hujusmodi sapientissimo consilio insistere, atque eorum temporum renovare exempla Te potissimum omnes desiderant; in tua enim tanta amplitudine, ac potestate, singularique apud Summum Pontificem gratia sita maxime, & constituta præsidia pene omnia vident artium optimarum. Eas si patrocinio tuo, ut profecto facies, complexus fueris, huic Imperio, atque hisce temporibus, quibus integritatem, atque justitiam, virtutemque omnem, ac sanctitatem florere præcipue lætamur, mirificam quandam claritatem, ac lucem adjunxeris. Vale.

A R G U M E N T U M

L I B R I Q U A R T I .

DE caelestium corporum gravitate acturus Cali pra Terra magnitudinem considerat, Naturaeque in eo majestatem admiratur; omnesque, qui ratione utuntur, tanquam Mundi Cives, leges ejusdem ait tansummodo observare debere, mutare vero non posse. Tum ad Newtoni laudes delatbitur, in iisque ad vers. 100. insilit. Ordinem, quem sibi proponit servandum, exemplo astronomicarum dimensionum explicat, atque a vers. 134 Lunam aggreditur attingens ejus motus, ac vestigans distantiam, unde gravitatem ejusdem in Terram deducit, eamque esse in ratione reciproca duplicata distantiarum probat, exemploque confirmat ad vers. 308. Ad hanc deinde progreditur distantiarum legem in ceteris quoque Planetis stabilendam; quod ut praestet, Cali descriptionem praemitit, fixas primo stellas definiens, tum quas errantes vocant, earumque a Sole distantias, motus, ac conversionum tempora subjicit, quibus adjungit & Cometas. Cur diu vera caelestium corporum dispositio latuerit una cum variis veterum, nec non & recentiorum Astronomorum erroribus declarat, receptumque j. in inter Planetas ordinem statuit, tresque proponit Keplerianas leges, ad quas intelligendas ea, qua in Ellipsi scitu necessaria sunt, breviter persequitur. A vers. 514 prima Kepleri lex Solem in altero locat e binis Ellipseos focis, qua in Curva quovis Planeta orbem percurrit suum. Per secundam legem area orbium Planetariorum sunt temporibus proportionales. Tertia demum lex quadrata temporum periodicorum facit esse, ut mediarum distantiarum cubos. Haec leges, ut in Planetis primariis circa Solem, ita & in secundariis, seu Satellitibus circa primarios suos servantur; iis tamen Luna aliquantulum repugnare videtur ob varias ejusdem inequalitates. Hac ad vers. 635. Maris deinde astus cum Sole & Luna conjunctus, aberrationes Jovis, & Saturni, eorumque Satellitum, cum illi propius inter se distant, astronomicarum tabularum post aliquod tempus corrigendarum necessitas, forma Planetarum globosi, nonnullorumque circa proprium axem observata revolutio, aequinoctiorum demum praecessio in hoc apparatu non desunt. Quorum omnium causas redditurus a vers. 687 ex tertia Kepleri lege deducit Planetas omnes primarios in Solem, omnesque secundarios in suos primarios illa gravitatis vi tendere, qua in ratione sit reciproca duplicata distantiarum, ea videlicet ipsa, qua inventa est in gravitate Luna cum gravitate nostrorum corporum comparata. Qua in ratione explicanda, ac confirmanda ad vers. 822 immoratur. Ex quibus infert gravitatem nostrorum corporum in Terram ejusdem esse ac eam generis, qua primarios Planetas in Solem, secundarios in primarios trahit; propterea diffusam undique per totum Planetarum hoc ingens spatium esse, nec jam soli, ut haecenus creditum, Terra attribuendam. A vers. 851 descendit ad problemata quadam motus corporum projectorum, qua ejusmodi vi sollicitentur, desinitque, quid corpora, ut in Ellipsi ferantur, aut in parabola, aut in hyperbola, determinet. Expositurus porro Cometarum quoque eandem, qua Planetarum, teneri gravitatis in Solem vi, eos pri-

num describit, quales observari solent, a sideribus ceteris distinguens; nihil mortalibus, ait, funelli ab eis significari, cum vulgo jam prædem timori essent, neque Telluri proximas perflare; neque ab eisdem Telluris illos, ut nec a Planetarum, aut Solis exhalationibus exoriri posse: Esse igitur Cometis corpora mundo cœva motu semper constante per Cælum labentia. Post Cartesii, Bernoullii, & Cassini probostas de Cometis, rejectasque sententias ad Newtonianam transit, vique gravitatis in Solem eorum explicat motus, quos in Ellipsi maxime longa & procurrente fieri probat; præ qua Newtoniana theoria Cometarum multas offert observationes; unde evincit ad vers. 1266, confirmatque generalem illam in Solem gravitatem revera existere. Eam veteres Pythagoricos agnovisse ex illa cœlesti eorum harmonia quidam suspicantur, qua tamen conjectura solido argumento non innititur. A versu 1350 gravitatem hæc esse mutuan inter omnes materia particulas docet, proinde & mutuan esse inter Solem, & primarios Planetas, & secundarios, eamque generatim ad omnem, ubicunque sit, materiem extendi; exinde a vers. 1446 consequitur, si bina massa utcumque inæquales in bina puncta per comperetrationem, ut ajunt, constringantur, totam vim prioris in secundam massam fore æqualem toti vi secunda in primam. Quid, si massa non sint in puncta contracta? Porro præcipua quadam inferuntur a vers. 1518, scilicet si punctum materia situm intra crustam sphericam sit, ibi punctum idem nulla moveri vi, quod etiam in orbe elliptico contingit; moveri tamen; si materia ejus crusta æque densa non sit: id punctum extra positum attrahi in sphaera centrum; unde fieri, si uno globi se mutuo trahant, idem ipsis accidere, quod duobus se mutuo trahentibus punctis. Duorum punctorum super duobus globis collocatorum vires sunt, ut horum diametri; cujus rei ratio ad omnes figuras solidas similes extenditur. Excurrit inde ad dissolvendum illud, quod contra gravitatem objici solet, cur decedentes lapides a parietibus trahi non videantur, ac in deviationes, ut vocant, pendulorum in magnum aliquem montem sit transitus, ratioque eas deviationes investigandi indicatur ad vers. 1768. Superioribus hoc elegantissimum Newtoni inventum additur, descendendo in sphaera, vel in sphaeroide elliptica a superficie ad centrum gravitatem decrescere in ratione directâ simplici distantiarum; hinc determinatur & ratio, qua gravitas decrescit ad æquatorem pergentibus a polo, qua res cum Telluris figura connexa est, multoque expeditius invenitur, quam datis Ellipsoidis axibus gravitas tota, sive ipsius ad hæc sua incrementa ratio. Tunc quedam a Newtono inventa theoremata innuit ad hoc argumentum spectantia, quem tamen non demonstrasse ait figuram spheroidis Ellipticæ indui debere a fluido homogeneo circa proprium axem gyrante, cujus particule se in ratione reciproca duplicata trahant, idque primum a Mac-Laurino ostensum accuratissime, ut absoluta jam videri possit investigatio Telluris figura ex æquilibrio, nisi obstat aliquid ipsius partium inæqualis textus, & fors varia eisdem interior usque ad medium constitutio. Concludit idcirco a vers. 1905 non constare nobis veram Terræ figuram, si a solo æquilibrio repetatur, ad vera tamen proximam conjectura nos duci. Quarit deinde vim generaliter in corpus figura quavis prædictum, exoriturque ad vers. 2069 rationem in totius Terræ densitatem medium

inquirendi. Demum ex intimo terrestrium partium textu capta occasione episodium concinnat enumerando multorum de constitutione Terra, ipsiusque ortu sententias, postque Poetarum somnia, Cartesiique, Burnetii, ac Wilsoni commenta, multa ex Taltamedis libro affert tanquam in exemplum labentis in praeceptis plerumque rationis humanae, cum finium a Natura sibi positorum oblita temere procurrit.

ARGUMENTUM

LIBRI QUINTI.

Primum homines necessitas effecit industrios ad artes, quibus vita subvenirent, inventendas, quae deinde ad delicias, ad factum, ambicionemque traducta sunt; quod pluribus illustratur exemplis; illud praecipue exquiritur, unde homines a naturali inter se aequalitate ad inaequalitatem transierint, & ad rerum dominia, ac terrarum pro cuiusque jure divisiones, quae ex re agros dimetiendi proflexit ars, praesertim in Aegypto exundante Nilo, quae deinde mirum aucta in modum sub Geometria nomine transit ad universam Telluris magnitudinem, figuramque deprehendendam, & ad distantias, ac moies siderum. Haec praefatus de magnitudine, & figura Telluris per observationes investigata agere aggreditur, expositoque totius libri quinti argumento a vers. 124 varia innuit artificia, quibus id olim consequi Heratostenes, & Posidonius tentarunt, quidque Arabes hoc in genere multis post saeculis peregerint, explicat ad vers. 270, a quo transit ad recentiorum Fernelii, & Riccioli conatus, quorum omnium methodi aut nobis parum nota, aut intuta, imperfectaeque sunt. Accuratior demum investigationis ratio reperta est, quae primi Piccartus & Cassinus Terra gradus mensuris suis comprehenderunt, quos subsequuti sunt alii multo diligentiores, illi praesertim Parisenses Academici, pelum versus alteri, alteri sub aequatorem dimissi. Horum caterorumumque labores, antequam describat, a vers. 367 methodum docet unum in Terra superficie metiendi gradum, quaeque in Calo peragenda observationes, quaeque in Tellure triangulorum series instituenda, adhibendaque animadversiones, fusa ad vers. 580 persequitur. Tum ad Piccartum in boreali Gallia gradus dimetientem, & ad Cassinum in Australi redit, Cassinique inde errorem in definienda Terra figura arguit; quo nihilominus errore detecto Terra figura ex observationibus deducta eidem ex aequilibrio reperta non congruebat. Exorta igitur cupiditate accuratius rem cognoscendi praesertim in maxime distantibus Terra intervallis, ut facilius evitari possint errores, missae sunt illae duae Academicorum turmae, altera in Americam, in Laponiam altera sub Ducibus Godinio, & Mampertuisio, quae quidquam diu egerint, quantaque cura, laboribus, & periculis, refertur ad vers. 865, atque referuntur in Gallia tunc temporis inita graduum dimensiones, quaeque postmodum ad Promontorium Bona Spei, atque in Italia peracta sunt. Ex quibus omnibus de lucitur Terram esse ad polos compressam; quatenus autem, adhuc incertum esse, cum omnia graduum dimensurum discrimina uni tantummodo formae consentire non possint. Quae

occasione inquirat, quam ea Terra forma sit, quæ per graduum mensuras vera investigatur, ipsumque ait ob inæqualem textum in Terra partibus præsertim prope superficiem, inæqualem aliquantulum esse, atque undantem quodammodo, eo nempe discrimine, quod a nobis ob ignotam Terra partium constitutionem ignoratur, tantoque magis graduum dimensiones ubique tentandas, ut ad eam ipsam inæqualitatem per observationes semper magis detegendam accedatur. Pergit a vers. 1065 ad terrestrem atmosphæram, cujus quoque exteriorem formam a gravitate pendere necesse est; aer enim, ut cætera corpora, gravis est, proinde inferior a superiore comprimitur eo usque, dum ejus elasticitas cum ipso pondere æquilibretur. Exponit porro legem, qua aeris attenuatio progreditur in ascensu, quaque densitate in altitudine quavis sit ille præditus, & cur hic plerumque observationes a theoria dissentiant. Eum non longe a Terra protendi, finiri-que debere ait ab ingenti Solis atmosphæra, quam a vers. 1250 probat illa præsertim luce, quam zodiacalem appellant, cujus speciem describit, ortumque ab ipsa Solis atmosphæra repetit, a qua boreales quoque Auroras deducit, de quibus agit a vers. 1360 præcipua exponens earum phænomena, phænomenorumque rationem reddit Mairanii, rejectis aliis, inhærens sententia ad vers. 1589: redit inde ad terrestri atmosphæra terminum designandum, progressionem ejusdem raritatis non in imminsum excurrente, sed turbata ipsius atmosphære Solaris occursum. Quædam porro de sono docet, quem in vibratione particularum aeris consistere asserit, celeritatemque propagationis ejus investigat. Tum a vers. 1692 ab atmosphæra terrestri tanquam gradu factò Cælum conscendit ipsa ducente gravitate, agitque de massis & densitatibus quorundam Planetarum, gravitatisque ratione in singulorum superficiibus. Transit deinde ad commune gravitatis Planetarum omnium, Cometarumque centrum, unde infert nullum totius Solaris systematis corpus unquam quiescere posse, neque verè in Ellipsi circa Solem moveri, sed alias curvas vias circa commune illud centrum longe implexas, quanquam non longe ab Ellipsi distantes debere describere; idque ad vers. 1855. Eas invenire Curvas, ac determinare veras Planetarum cum primariorum, tum secundariorum orbitas humani ingenii his saltem, quæ nunc habemus, præsidii muniti vires exsuperat. Ipsum quoque trium corporum se mutuo trahentium systema inextricabile videtur, quod mitescit tamen, si unum corpus sit longe maximum, reliqua vero duo minora, & ad ingentem locata distantiam, cujusmodi esse Solem, Terram, ac Lunam, cum inter se comparantur, scimus. Hinc a vers. 1920 ad motuum Lunæ theoriam delabitur, a gravitate mutua in Terram ac Solem repetitam, omniumque ejus mutationum, præsertim celeritatis, distantie, orbitæ inclinationis, apsidum lineæ, nodorumque rationem reddit ad versum 2341. Hanc Lunæ in suis motibus varietatem, atque inconstantiam hominibus ait causam fuisse, ut ejus sideri omnia hæc apud nos mutationibus ebnoxia tribuerent, ac animorum quoque nostrorum vitia, ac furorem, quo nostra plerumque culpa vexamur, inde deducerent; ex hoc humani generis communem insaniam fabella quædam perstringit, ac tranquillitatis animi, sapientiæ, atque virtutis vim breviter in ipso libri sine demonstrat.

A R G U M E N T U M

L I B R I S E X T I .

P Ramissis quibusdam de quietis ac laborum vicissitudine in hominum vita a Natura instituta, quam & ipse in studiis experitur suis, primo sexti libri argumentum proponit, tum a vers. 93 ad vers. 264 in librationis Luna causam inquirit, eandemque exinde librationem ad Jovis & Saturni Satellites per conjecturam transfert, carentibus eadem Planetis primariis. Ea porro, quae dicta sunt de nodis lunaris orbita, transfert ad Saturni annum, atque ad aequinoctiorum praecessionem explicandam, quam a vers. 376 ad vers. 449 pertrahit. Tum locum ait esse ad evolvendos maris aestus delabi, quorum primo phaenomena omnia, quae in diurna, mensura, atque annua dividuntur, describit, praeterea & singularia quadam pro certo regionum situ indicat, tum quaeque causas attribuit suis, quae generatim in mutua Terra in Lunam ac Solem gravitate continentur; quae occasione post summum quorundam ac puteorum aestuationes, maris alios quoque motus considerat, & qui prope polos fieri observati sunt, & qui a ventis & fluminibus, atque ab ipsis Terra exhalationibus excitantur. Quae omnia fusa ad vers. 1002 persequitur. Inde & in terrestri atmosphaera aëstem quendam haberi docet similem marino aestui, a quo tamen ventos exoriri posse, quod quidam suspicati sunt, negat; neque a causa aëstus gignente ullam ait in barometris, quam percipiamus, mutationem effici. Eos porro aestus, qui in Jove, ac Saturno, illo quatuor, hoc quinque circumferente Lunas, fieri debent, considerat, ubi & de Jovis fasciis agit, quae possunt & a nubibus circa Jovem ipsum exortis nostrarum similibus provenire. Ex hoc ad caelestium corporum atmosphaeras gradum facit, quarum quoddam est in Venere observatum indicium. A vers. 1122 Luna atmosphaera sine, qualisque, ad vers. 1179 conjicit. Cometarum deinde, quae certissime existunt, atmosphaeras aggreditur, in earumque inquirat usus, quos a nostro deducit aere, cujus praeter ceteris officium est lucem, caloremque dividere ita, ut & illam ab uno loco in alium transferat, & hunc in aliud & tempus & locum; quod profecto animantium vita ducenda tuendaque pernecessarium est. Is atmosphaera usus in Cometis maximus est ob ipsorum recessus a Sole, ad Solemque accessus discrimen maximum. Ex hoc tanto discrimine caudarum quoque in Cometis ortus deducitur, quae in Planetis, quibus parva est distantiarum a Sole mutatio, ne exoriri quidem, nedum conservari possunt. Ob diversam hujusmodi caudarum speciem, Cometae alii caudati, eriniti alii, alii appellantur barbati, licet eum tractum nebulosum semper in partem Soli contrariam distendant, in quo etiam deflexus ejusmodi, ac curvatura ratio redditur, tempusque desinit, a quo avulsus a Cometa corpore tanquam quidam fumus ascendat in caudam, quae fumi conscensio ab impulsu lucis a Sole incurrentis gigni non potest. Cur quidam nigrautes sulci observentur in caudis, exquiratur, qui possint esse nobis indicio, Cometas etiam circa proprium axem concerti. Denique vapores Cometae abbas efformantes diffari perpetuo, mutarique demonstrat. Quae omnia ad vers. 1555 expediuntur. Refelluntur exinde nonnulla de Cometarum caudis,

dis, Cometiſque iſſis falſa ſententia, repetentes ſcilicet antiquum illud totius orbis Terræ d-invium a cauda Cometa cuiuſpiam prope Terram ipſam tranſeuntis, contraque praſagientes ab ipſo Cometa ob Solis inflammato viciniam, Terræ totius illud olim, quod credimus, exoriturum incendium. Cometarum corporibus enutriti Solem ad reparandam ſui luminis jaſſuram non poſſe; poſſe vero Cometam nimis prope Terram tranſire, noſtroque tunc aeri inſinuare vel lethalia, vel vitalia potius quadam ſemina, poſſe mutua gravitate & ipſius & ſuum motum varie perturbare, poſſe ſuo in Terram incurſu ipſam confringere, externamque faciem, axisque, ſuper quo diurnus motus peragitur, ſitum immutare: ac hac ipſa metuere inſipientium eſſe, provido ſiquidem ſapientiſſimi Conditoris conſilio eſt nobis in Mundi gubernatione aquieſcendum. Poſteaquam ut Terra, ita Cælo quoque vigere gravitatis vim fuſe, accurateque evictum eſt, nunc a verſ. 1096 ea diſſolvit, qua contra eandem gravitatem a plerisque objici ſolent, præcipue, cur ſtella fixæ ad ſe invicem, atque ad Solem accedere non videantur, cur ipſius gravitatis natura ignorantia nihil officiat, quin ea poſſit exiſtere, cur demum ætheris reſiſtentia caeleſtes motus a gravitate ortos non perturbet, ubi & ſpatium materia ubique ſtipatum ac plenum a Natura prorsus excluditur; unde ad vortices Cartefianos a verſ. 1891 fit tranſitus, eoſque neque exiſtere, neque, ſi exiſterent, perdurare, neque, ſi perdurarent, leges caeleſtium motuum ſervare poſſe ad verſ. 2147 probatur. Collapſo igitur vorticum ſyſtemati ſucceſſit gravitas, qua tot undique in Mundo rerum diſtinctam perſpicuamque reddimus rationem, numerique ſubjecta ſingula ſingillatim ſolvimus, atque expedimus; eam quapropter commendans tranſit ad aliam quandam generaliorem celebrandam vim gravitati analogam, cujus ipſa gravitas ſit quidam veluti ramus, non ejuſdem tamen generis, neque moli corporea neceſſario affixam, ſed qua in animantes etiam agat quibuſdam adhuc ignotis legibus, qua in re per varia diſſerrens exempla uſque ad libri ſinem immoratur.

INDEX SUPPLEMENTORUM

AD LIBRUM QUARTUM.

§. I.	De Mundi systemate astronomico.	pag. 299
§. II.	De gravitatis generalis theoria deducenda ex astronomico Mundi systemate.	329
§. III.	De Cometis.	340
§. IV.	De synthetica deductione plurium, quæ pendent a generali lege gravitatis mutux inter particulas.	350
§. V.	De continuitatis conservatione, & latione in legibus gravitatis.	356
§. VI.	De inæqualitate gravitatis per superficiem Telluris, & figura ipsius Telluris ex æquilibrio.	359
§. VII.	De deviationibus pendulorum ex asperitate superficiæ terrestris, & methodo definiendi massam Terræ.	380

AD LIBRUM QUINTUM.

§. I.	De veterum conatibus pro magnitudine Terræ determinanda.	385
§. II.	De primis Recentiorum conatibus pro determinanda magnitudine Telluris.	390
§. III.	De dimensione graduum Meridiani & Paralleli.	393
§. IV.	De figura & magnitudine Terræ ex plurium graduum comparatione.	400
§. V.	De recentissimis graduum dimensionibus, & figura, ac magnitudine Terræ inde derivanda.	406
§. VI.	De progressu densitatis in atmosphæra terrestris, & ejus densitate.	426
§. VII.	De Solis atmosphæra, & Aurora Boreali.	438
§. VIII.	De soni propagatione.	448
§. IX.	De mole, massa, densitate, & centro communi gravitatis Planetarum, ac Cometarum.	450
§. X.	De inæqualitatibus lunaribus, & earum causis mechanicis.	455

AD LIBRUM SEXTUM.

§. I.	De libratione Lunæ.	473
§. II.	De præcessionem æquinoctiorum, & nutationem axis.	479
§. III.	De causa mechanica marini æstus.	483
§. IV.	De Cometarum caudis.	491
§. V.	De Vorticibus.	492
§. VI.	De apium cellulis.	498

IMPRIMATUR,

Si videbitur Reverendissimo Pat. Mag. Sac. Pal.
Apost.

D. Archiep. Nicomed. Vicefg.

IMPRIMATUR,

Fr. Th. Augustinus Ricchinius Mag. Sac. Pal. Ap.
Ord. Præd.

POTERIT IMPRIMI

Si iis ita videbitur, ad quos pertinet.

Philippus M. Pirellius Archig. Rom. Pro-Rect.

APPROBATIONES

Volumen alterum, quo continentur libri quartus, quintus, & sextus *Philosophiæ Recentioris* a Cl. viro Benedicto Stoy versibus traditæ Rm̃i P. M. Sacri Palatii Apost. jussu legi; nec in eo quidquam repertū, quod vel ab orthodoxa Fide abhorreat, vel bonis moribus sit alienum. Magnam autem jam nunc Poetæ summo gratulor laudem, quam hoc quoque Volumine certe feret, ubi itidem, ut in prioribus libris, ad Naturæ scientiam explicandam jucundissima carminum elegantia adhibita, sic duarum diversissimarum rerum hilaritatis & tristitiæ temperavit modum, ut neque de Musarum suavitate quidquam detrahat Philosophiæ severitas, nec de philosophicarum rerum gravitate vel tantillum imminuat Musarum venustas & lepor.

Dat. Prid. Non. Maii MDCCLX.

*Michael Angelus Giacomellus SS. D. N. Clementis XIII.
a Latinis Epistolis.*

Idem, quod de prima, de altera hæc *Philosophiæ Recentioris versibus tradita* parte censeo, res subtilissimas mira perspicuitate explicatas, reconditam e media Philosophiâ & Mathematicis facultatibus doctrinam cum orationis elegantia, copiaque, & carminis nitore conjunctam, ut nihil obesse, prodesse etiam multum cum bonis artibus, tum Religioni possit. Nam pertinere ad Christiani nominis amplitudinem, dignitatemque videtur; ut qui sunt Romanæ Ecclesiæ arctiori quodam sacerdotii, aut vitæ instituti vinculo, loci etiam, quem incolunt, conditione obstricti, appareat, atque existet, utrum sint præclarissimis artibus, & disciplinis instructi, iidemque de humaniorum litterarum, & cultioris Philosophiæ, & Mathematicarum scientiarum penu ea depromant, quibus, quasi Ægyptiis opibus (quod Origines in litteris ad Gregorium Neocæsareensem agebat) ipsa crescat, cum suis illa Decretis non modo non repugnare, sed mirifice congruere & cohærere inveniantur. Itaque quam Rm̃us Pater Sacri Palatii Apostolici Magister celeberrimi operis partem recognoscendam dedit, de illa judicium hoc meum lubens protuli, scripsique III. Non. Maj. MDCCLX. e Collegio Romano.

Petrus Lazari Soc. Jesu.

Pag. lin.	ERRATA	CORRIGE	Pag. lin.	ERRATA	CORRIGE
4	27 mutatiores	mutationes	254	5 parte sit viai	parte viai
36	35 prima arcarum	secunda arcarum	261	18 Contractu	Contactu
38	34 illum	illud	283	19 summa,	summa.
42	26 concipiat	concepit	286	31 perirent & ipsa	periret & ipsa
43	25 earum	eorum	308	44 in fig. 6	in fig. vi
72	10 pyramidisque	pyramidisve		& ad marginem	F. vi
79	10 orbe	axe	313	11 communem	commune
88	11 densius	rarius	335	35 suppanatur	supponatur
	35 majore	minore	347	Pro lineis 25, & 26 lege: Hal-	
91	38 2 ^o . 38 ^o	2 ^o . 31 ^o		lejus ob quasdam vagas de retar-	
92	7 cognoscere	cognoscere		datione periodi conjecturas ex-	
107	19 cum Sol, per	cum Sol per		pectandum eundem cometam esse	
113	36 Pater	Pater-		sub finem anni 1758, vel anno	
148	39 numerus	numerus post		1759 incurrente. Alii vero post	
		primam		idem circiter intervallum eum	
	41 7 cum cyfris 75	1 cum cy-		esse apparituum exillimabant,	
		fris 72		adeoque sub finem anni 1757,	
		vivi		vel anno 1758	
149	8 vitri	vivi	351	37 ad <i>QI</i>	ad <i>eI</i>
152	36 armillari	armillari	359	15 dirigeretur	dirigeretur
156	15 Et, coeunt	Et coeunt	370	33 res res	res
	41 pertingere radii	pertingere	373	11 si exiguus	sit exiguus
		radii	375	25 tom. 3.	tom. 4.
177	42 fiunt	fiant	380	21 densitas fluidi 1	densitas fluidi β
183	28 Sola	sola			
186	16 ex ali	ex alio	383	13 $\frac{4}{3} pr 3$	$\frac{4}{3} pr 3$
205	6 occasumne	occafumve	391	36 maximæ	maxime
212	Pro ultimis tribus lineis primæ columnæ lege: D'Alambertus hoc Newtoni assumptum demonstratione indigere censet, & demonstrat, reliquam autem ejus theoriam		392	25 5760	57060
			393	28 agemus	agemus
			399	29 sensunt	sensum
			401	19 demonstrave-	demonstra-
				raam	veram.
223	16 longeque,	longeque	428	15 contractum	contactum
224	42 decesserat	decesserat		16 possit	possint
237	30 exhalationibus	exhalationibus	429	28 expansiva	expansiva
			439	ult. pondet	pendet
240	3 longinqui	longinqui	455	15 §. 9	§. 10
	22 labens	labens	504	6 fuisse	fuisse



PHILOSOPHIÆ

LIBER QUARTUS

Quis cupidum ¹ me tollat humo, liquidisque per auras
Altivolante levem penna sustentet, ut imas
Præteream nubes, latumque per æthera vester?
Ire vias Cæli vacuas juvat, atque tueri
Omnia, quæ vasti peraguntur per loca Mundi,
Quæ teneant leges Naturæ corpora magna,
Solem, & quæ certo circum palantia lapsu
Altra feruntur, & immenso quæ consista tractu
Undique nativam diffundunt sidera lucem,
Cunctarum vires, & fœdera denique rerum
Scrutari, atque artem, qua totus flestitur Orbis.
Quo ² nunc Terra parens, hominum gratissima sedes,
Nostræ ubi sunt & opes, & maxima regna, ubi curæ

T. II.

¹ Exposita in superiore libro gravitate terrestri, ad caelestem hic Noster gradum facit, & in ipso exordio argumentum proponit totius secundi toni, qui potissimum Mechanicam Astronomiam respicit, pendentem a mutua generali gravitate Nevvtoniana; quæ complectitur Solem, ac Planetas, & Cometas, altra, quæ feruntur circa ipsum cursu certo, & verò etiam stellas fixas, quarum varii apparentes motus pendunt ab eadem

A

dem gravitate. Fixas nimirum designat per lumen proprium, quod emittunt, nam Planetæ Solis lumen reflectunt, & eadem Fixæ per immania Cæli spatia longe, lateque dispersæ sunt.

² Quis hic non agnoscat celeberrimum Ciceronis locum de Somnio Scipionis, ubi Scipio Tellurem e Cælo prospectans: *Jam ipsa terra, inquit, ita mihi parva visa est, ut me imperii nostri, quo quasi punctum ejus attingimus, pa-*
nite-

In-

Ingentes, nostrique metus, & gaudia nostra,
 Effugis ex oculis? quo moles tanta recessit? 15
 Credideram tua res ad commoda quasque referri,
 Et Solem lucere tibi, tibi condita noctis
 Sidera, te primam, prælatamque omnibus esse,
 Te Dominam, atque uni tibi cuncta vigere, tuoque
 Inservire bono. Cur sit tua gratia tanti? 20
 Tamne queas de Natura bene sola mereri?
 Sic quoque formicis, qua fervent agmina nigra,
 Area, quaque trahunt prædas, latebrisque recondunt,
 Nobilior, potiorque fuit, quam quidquid ubique est.
 Qui sua miratur tantum, laudatque, necesse est, 25
 Extera quæ constant, alienaque, nesciat idem.
 Nam quocumque oculos lustrantes proferat extra,
 Inveniat majora, opus est, melioraque notis
 Usque; ferax adeo rerum est Natura bonarum,
 Magnarumque itidem; consistunt undique pulchro 30
 Ordine cuncta, atque invictos se fœdere nectunt
 Tenuia cum magnis, cum parvis magna vicissim.
 Propterea ad Terram libeat si cuncta referre,
 Par erit, hanc pariter referas ut ad omnia Terram,

Omnia

niteret. Sed & omnia reliqua, & ipsum inprimis formicarum exemplum, quod paulo aliter adhibet Noster, magis respiciunt vulgatissimum itidem illum Senecæ locum lib. i. Naturalium quæstionum, ubi is sapientem inducit, qui totum circummeat Mundum; & terrarum orbem superne despiciens, angustum &c. ita loquatur: Hoc est illud punctum, quod inter tot gentes ferro, & igni dividitur! O quam ridiculi sunt mortalium termini? Ultra Istrum Dacus non exeat: Strymo Thracæ includat: Parthis obstet Euphrates: Danubius Sarmatica, ac Romana distinet: Rhenus Germaniæ modum faciat: Pirenaus medium inter Gallias, & Hispanias jugum extollat: inter Ægyptum, & Æthiopas arenarum incultia vastitas jaceat.

Si quis formicis det. intellectum hominis, nonne & illa unam aream in multas provincias dividunt? Punctum est, in quo navigatis, in quo bellatis, in quo regna disponitis Sursum ingenia spatia sunt, in quorum possessionem animus admittitur.

Cæterum hic Noster non illud improbat, in nostrum etiam usum a Providentissimo; & humani generis amantissimo rerum omnium Conditore creatum esse Solem, ac sidera, quod est omnino certum ex ipsis sacris litteris, & ipse etiam expresse docet; sed ad tantulæ conspectum molis philosophica quadam, & poetica simul abreptus extasi, illud inclamat, fieri posse, ut alia plurima creaturarum etiam rationalium genera sint alibi, ut in Planetis, & circa Fixas, quibus hæc

LIBER QUARTUS

Omnia ut ad Solem, sic ipsum & ad omnia Solem. 35
 Proficiat nihil in summa sibi denique tantum,
 Sed capiat, sed reddat opem. Quodcumque sit, æquum
 Jus habet, ut pars sit Mundi, vigeatque, suoque
 Munere fungatur, propriis & regnet in oris.
 Non igitur Tellus aliis se præferat ullis 40
 Corporibus, si non aliis concedere multis
 Ipsa velit: si nos sumus hic Telluris alumni,
 Fors alibi alterius variæ Telluris alumni
 Sunt alii; quid jam refert, qua parte colatur
 Orbis hic? Orbis enim cives sumus unius omnes, 45
 Quotquot ubique sumus, qui vita, qui ratione,
 Et memori mentis motu, ingenioque potimur.
 Non tamen hanc Patriam communem flectere nostro
 Possumus arbitrio cives, legesque movere;
 Inviçtæ quoniam leges sunt. Arbitræ, olim 50
 Qui sanxit, modo sancit item, sanctasque tuetur:
 Nostrum admirari est, spectare, inquirere Mundi
 Leges, & rerum naturam noscere velle:
 Proin vidit qui plura, per astraque lapsus, & altum
 Æthera mente sua, domuit non ante subacta, 55
 Eduxitque diu latitantia multa sub auras

A 2

Im-

itidem usui sint; & ideo illud *uni* appoluit: *Te dominam, atque uni tibi cuncta vigere*, & illud *bene sola mereri*; ac ut cautius loqueretur, nec homines, nostram nimirum speciem, ibi collocavit, sed in genere *alunos alios*, & adjecit illud *Fors alibi*.

Est autem quidam rerum omnium saltem corporearum nexus cum omnibus sane admirabilis, atque is non solum in systemate Leibnitiano, in quo quæcumque monas cum monade quacumque arctissime connectitur, sed & in aliis, ut apud Nevvtonum generalis gravitas ad omnia longissimè spatia protenditur ita, ut ad motum cujuscumque, utcumque exigui materiæ puncti, moveantur omnia utcumque magna, ac remota corpora. In systemate autem nobis conspicuo, ut 2

Fixis, & Planetis ad Terram deferretur lux, ita & a Terra deferretur ad Planetas, vel Fixas lux itidem reflexa, quanquam ea, ubi ad Fixas devenit, in immensum est tenuis; Terra autem Lunæ phases exhibet, ut Luna Terræ, ac alia sexcenta ejusmodi officia mutua facile admodum proferri possent.)

i Generales quidem Naturæ leges mutare homines non possumus, nec vero motus ipsos: Telluris nostræ ad sensum perturbare ob ipsam parvitatē nostram, & disjuncta studia: at si quamplurimi homines in eo convenirent, ut ex una telluris plaga in aliam perpetuo transferrent ingentem materiæ copiam, & ingentem ex.gr. multorum milliariorum montem elevarent alicubi; mutarent utique ipsam diurni motus di-

re-

4
 Immenſos Patriæ viſus diſtendere fines ,
 Ille aliis longe præcurrere dignior unus ,
 Ut Patriæ Pater , & Princeps , viventia læcla
 Omnia quandoquidem non auro , & viribus anteit , 60
 Rerum at notiis magnarum , Orbisque regundi ;
 Aſt alii Plebs ſunt , qui pauca , & prima tuentur ,
 Et velut externo Naturæ in cortice adhærent ,
 Et patriam agnoſcunt , ut ſenſus afficit ipſos
 Tantùm , & qua ſtolido tractari corpore poſſit . 65
 Sed quis is eſt , qui ſe ſublimibus inferat aſtris ,
 Subjiciatque oculis adeo diſtantia noſtris ,
 Faſtaque mortali ſtruat immortalia niſu ?
 Ille ¹ Vir , ille viam ingreſſus , per carmina clarum
 Cui Pindi ſacra lauro prætexere nomen 70
 Inſtamus , potuit volucris tranſcurrere mente
 Ætheris immenſi tractus , & cunſta tueri
 Arte nova , Lunæque vias , Terranque trahentem ,
 Et Sole a magno diſfuſas undique vires ,
 Supponens numeris etiam infinita repertis . 75
 Extraxit Viſtor cæca a caligine noctis
 Naturam fictos ponentem denique vultus ,
 Et vera , ut Protheum , forma apparere coegit ;
 Illius adventu proprias non mutat , ut ante ,
 Jam Doctrina vices ; ſic undique certa refulſit . 80
 Nam vicibus ſtudia , & mentes , ut cunſta , regebat

Arbi-

rectionem , & axem , ut & alias
 poſſent mutatiores plures inducere ;
 ſed ea pro inani , & inuſu ejuſmo-
 di labore ingenti conſpiratio nun-
 quam ſane habebitur . Satis eſt ip-
 ſas contemplari Naturæ leges , &
 hujus patriæ noſtræ motus ſcrutari ;
 quod eſt homine mente prædico ſane
 digniſſimum , & philoſophum
 jure , meritoque inter omne indo-
 ctum vulgus diſtinguit , & quam
 longiſſime ſejungit , atque attollit .

1 Nevvtonum hic reſpicit , &
 præclariffima ejus inventa , potiſſi-
 mum lunares motus ad certas leges
 reductos , & gravitatem mutuam
 generalem , ex qua tam multa ad
 generalem pertinentia Mundi con-

ſtitutionem , & tam varia Naturæ
 phænomena , mira admodum ſaga-
 citate derivavit uſus infinitesimali
 in primis methodo a ſe inventa , &
 excuſta . Et quidem , quod ad ip-
 ſam generalem gravitatem pertinet ,
 ea jam ab Academiis per Europam
 omnibus , ut compertum quoddam
 ita admittitur , & habetur pro cer-
 ta , ut ea ſit unica ad Naturæ aditus
 referandos , quæ Cælum , & Tellu-
 rem noſtram complectitur , qua-
 dam veluti clavis . Nec vero timen-
 dum eſt illud , ne , ut tot alia philo-
 ſophiæ genera exciderunt alia poſt
 alia , ſic & hic excidat philoſophan-
 di modus . Stabit utique , dum lit-
 teraria Reſpublica ſteterit , & vi-
 guerit

LIBER QUARTUS

5

Arbitrio Fortuna suo; sic Porticus olim
 Claruit, at nunc est longa deleta fenestra;
 Hos casus Epicure tui subiere sub umbris \
 Florentes horti, male crudo a frigore testi; 85
 Quodque ratum doctis stetit, immotumque Lyceis,
 Viluit, & numerum tot rebus inanibus auxit;
 Et qui Socratica divinus prodiit arte,
 Pertulit interitus totidem, quot vidit & ortus.
 Ergo ubi magna novo rationum lumine fulsit 90
 Newtoni mens, a certis incerta dirempta
 Vidimus, atque suis hæc intentata relicta
 Æternum in latebris, contra illa educta superne.
 Solis¹ ita exortu noctis fugere tenebræ,
 Atque iter ingressis ductus patuere viarum. 95
 Illum igitur placido tranantem sidera cursu
 Uique sequens, Terra gravitas cum qualis in omni,
 Vidissem, quod jam superest, an didita constet,
 Inquiram, ætherias, qualisque, & quanta per oras.
 Principio², incerto ne tramite procurramus 100
 Rapti præcipiti per vasta, per invia motu,
 Sternere iter prius est opus, & vestigia firma
 Figere paulatim, & post terga relinquere rerum
 Indomitum, ignotumque nihil, ne fallere possit,
 Sed gradibus veluti tutò conscendere structis; 105
 Sic quoque qui cupiunt metiri, sidera quantis

A 3

Tra-

guerit Geometria, uti inter tam multas, tam varias opinionum commutationes, Archimedis, & Galilei geometrica, ac mechanica comperta manent adhuc, & vigent, mansura utique semper; quod eorum est proprium, quæ vere solida comperta sunt, non ficticia commenta.

¹ Illud est celebre Newtoni epitaphium, a summo Poeta Anglo Popio binis conclusum versibus Anglicis, qui Latine redditi accuratè sic sonant: *Natura, & Natura leges erant sepulta in nocte; Deus dixit, existat Newtonus, & totum fuit lux.* Solent autem latinis versibus, sed multo minore vi præditis, sic reddi:

Naturam legesque suas nox atra tegebat:

Sis, Newton, Deus dixit, & ortu dies.

² Ordinem hic proponit, quo progredi oporteat, & exemplum adhibet aptissimum. Nimirum antequam Philosophi cælestium corporum distantiam a Terra determinare aggressi sint, Geometriam excoluerunt, & ad dimensiones intervallo- rum in superficie Terræ positorem applicaverunt, ac altitudines montium dimensæ sunt: tum ipsam totius Telluris peripheriam definiverunt, ac diametrum; deinde Lunæ a Terra di-

Tractibus inter se sint, a nobisque remota,
 Non subito attollunt sursum se, sideraque ipsa
 Subdunt mensuris, ulnisque, & passibus æquant;
 Unde etenim inciperent, vel ubi consistere possent? 110
 Quid notum foret, ut conferre ignota valerent?
 Primò igitur Terræ varios cognoscere tractus
 Usus erat, facile & campos, & culmina celsa
 Metiri, seseque magis distendere semper,
 Millibus est donec Tellus circumdata notis; 115
 Exinde est ejus penetratum in viscera densa,
 Tum fuit &, sensu qua nullo possit adiri,
 Cognita. Luna gradus mensuris proximus ipsa
 Extitit; ad Lunam sic certo est tramite ventum.
 Non tam difficilis nobis fuit inde remotum 120
 Transitus ad Solem, errabundaque sidera Cæli.
 Haud aliter, res in Terra qua lege gerantur,
 Qui prius, & qua vi, perspexerit, ire per altum
 Æthera tum possit, nobis vicinior ipsa
 Qua deslestit iter bigis exercita Phœbe; 125
 Hujus ubi agnorit cum nostra fœdera Terra,
 Evolet ad Phœbum subito, atque vagantia circum
 Corpora conscendat jam certior, ipsa, requirens,
 Qua vi per Cælum sese, qua lege gubernent,
 Omnibus in summa quæ sint communia jura. 130
 Viribus inde etiam pergens sublimior audis
 Immenso hærentes invadat in æthere stellas,
 Victor & inventas sub leges cogat easdem.
 Sursum¹ ergo audenti consurgere, Luna repente,
 Extat quandoquidem vicinior, obvia fiet. 135
 Tel-

distantiam, ac ejus ope ad Solem
 evecti sunt, & per eum ad reliquos
 Planetas. Sic igitur & Noster poste-
 aquam in primo tomo persecutus
 est ea, quæ ad terrestrem gravita-
 tem pertinent; progreditur ad cæ-
 lestem; & quoniam prima nobis,
 dum elevamur occurrit Luna; pri-
 mum de ejus gravitate agit, mox
 deinde ascensurus ad Solem, & Pla-
 netas, ac Cometas, qui ipsum am-
 biunt, tum ad remotissimas demum
 Fixas.

1 Hic jam aggreditur Lunam,
 & ejus morus crassa æstimatione de-
 finit: primo loco affirmat, esse om-
 nium cælestium corporum proximi-
 mam; & quidem est; distat enim
 in mediocri a Terra distantia semi-
 diametris terrestribus 60, ut inferius
 docet, dum Venus, quæ inter omnes
 Planetas accedit proximè in peri-
 geo, distat tum etiam plus quam
 6 millibus earundem semidiamet-
 rorum,

Tellurem¹ circum mediam correpta diebus
 Septenis quater hæc dempto prope volvitur uno;
 Quamvis ut redeat sub Solem, conque sequatur,
 Ipsa dies geminos his addat, prætereaque
 Plus quam dimidium; quoniam non invenit illa 140
 Solem parte, prius Cæli qua parte reliquit,
 At paulum, ad speciem, progressum hoc tempore toto.
 Et quoniam illius molem prope corporis æquam
 Conspicimus semper, circum rapiatur in orbem
 Si non æquum, opus est, at qui vix distet ab æquo, 145
 Ut prope sint gyrum spatia haud mutata per omnem.
 A² Terræ medio procul illa recessit ubique

A 4

Sex

1 Motus Lunares perstringit, & affirmat illud, Lunam describere circa Terram orbem, qui parum abluat a circulari, atque idipsum probat ex eo, quod apparens Lunæ magnitudo sit præter propter semper eadem; objectum autem quodcumque, eo majus appareat, quo est propius. Porro Lunæ quidem orbita non est accuratè circularis, sed elliptica, & quidem inæqualitatibus prædita quamplurimis, & ipsæ apparentes magnitudines, sive diametri apparentes definitæ accuratis instrumentis astronomicis inveniuntur inæquales; verum inæqualitates istæ omnes respectu totius non ita ingentes sunt, ut crasso modo æstimanti lunares motus hic in hoc exordio haberi orbita pro circulari non possit. Inæqualitates autem lunarium motuum distinctius persequetur Noster in sequentibus, ut & earum causas a gravitate generali repetitas.

Proponit etiam tempus conversionis lunaris, quod itidem definit crasso modo: distinguit autem duo conversionum genera, alterum, quo Luna e Terra visa redit ad eandem Cæli syderei partem, qui dicitur mensis periodicus, & est dierum paullo plus, quam 27, quod exprimit illud quater septenis dempto prope

uno; alterum conversionum genus est, quo iterum Solem, interea motu proprio progressum in Orientem, assequitur, qui dicitur mensis synodicus, & est paullo plus quam dierum $29 \frac{1}{2}$. Nam Sol motu proprio lentiore per eclipticam procedit in Orientem ita, ut unum integrum infumat annum in tota orbita percurrenda, adeoque singulis diebus per singulos circiter gradus promovetur. Quare cum Luna rediit post dies 27 ad idem Cæli punctum, distat adhuc a Sole per gradus fere 27, quos ut percurrat, & Solem tum etiam fugientem assequatur, impendit illa quidem minus, quam dies duos cum dimidio, sed tanto plus impendit, quam dies duos, ut cum mensis periodicus excedat dies 27, mensis synodicus excedat itidem dies $29 \frac{1}{2}$. Sed de his accuratius in supplementis.

Porro dicit Solem progressum ad speciem, nam Solis motus annuus est apparens ob annum nostrum motum in orbita Terræ.

2 Distantiam hic definit Lunæ, quam, in motu assumpto pro circulari, mediocrem accipit semidiametrorum terrestrium 60, & ut ejus ideam distinctiorem ingerat, & poetico lepore carmen aspergat, Gy-gantum imaginem proponit, qui

NON

Sex decies spatii, quæ nos removemur ab oris
 His ipsis Terræ mediis. Si more Gyantum
 Exinde aggressus non monti imponere montem, 150
 Sed Terræ pergas iterum, atque iterum ordine longo
 Terram aliam, atque aliam, non ante inscendere bigas
 Lucentes poteris, quam sit trigesima Tellus
 Addita, & admotæ frontem contingere Lunæ.
 Possumus ¹ hoc equidem facili cognoscere pacto; 155
 Nam si inclusa tubo gemina inter fila receptes
 Lunam, qua lata est, vix ortam, sive obituram,
 Præterit atque eadem cum summum altissima culmen,
 Invenies decies sexta illic parte minorem:
 Proin decies sexta pariter mage parte remota est. 160
 At tum dimidiam trans Terram cernitur, ac si,
 Qui spectat, medio Telluris staret in ipso.
 (Non ita, cum supera caput alte vertitur errans)
 Dimidium id Terræ decies proin sexta fatendum est
 Sit spatii pars illius, quo Luna recessit. 165
 Verum hos, atque modos alios, quæ tempora, motus,
 Et spatia, & moles astrorum, & cætera multa,

Hoc

non montes montibus, sed triginta terrestres globos alterum alteri superimponant, ut Lunam attingant: sunt enim 30 diametri, idem ac 60 semidiametri. Semidiametrum Terræ exprimit per distantiam, qua nos in superficie constituti distamus a Terræ medio, nimirum a centro.

1 Innuat hic unam e methodis definiendi distantiam Lunæ a Terra; quod præstari potest ope instrumenti illius, quod Astronomi appellant micrometrum: Sunt in eo instrumento bina fila parallela, quæ ope chochleæ possunt ad se invicem ad moveri, & removeri a se invicem, ac revolutiones ipsius chochleæ, & revolutionum singularum partes exhibent distantias filorum. Includitur instrumentum telescopia ita, ut fila sint in eo loco, in quo ab objectivo vitro efformatur objecti imago distincta, quam nos per ocularem lentem intuemur. Admotis ad

se invicem filis ita, ut lunarem includant discum, & conradant hinc, & inde, definimus magnitudinem apparentis diametri.

Porro si capiatur ope ejus instrumenti diameter apparens, tum cum Luna est in Horizonte in ipso ortu, vel occasu, ac deinde, cum accedit proxime ad Cæli verticem, sive zenith, invenitur circiter sexagesima sui parte minor in illo primo casu, quam in hoc secundo; quod indicat sexagesima circiter sui parte Lunam accessisse ad spectatorem. Distantia autem ipsius a spectatore, cum est in Horizonte, est circiter eadem, ac distantia a centro; cum vero est prope ipsum zenith, est minor circiter per unam Terræ semidiameterum. Debet igitur una semidiameter Terræ esse pars circiter sexagesima distantia totalis.

Hæc est methodi indicati summa, circa quam methodum, ut & circa

Hoc genus, inveniunt Mensores, tradere noster
 Non labor est, nos hæc & ab illis cuncta petemus
 Mutua, cum fuerit nobis his usus, opusque.

170

Nunc ¹ quoniam curvos in Terram Luna meatus
 Continuo facit, in Terram vi nititur ire

Continua; tangens iter usque relinquere debet
 Propterea, atque orbis loca per deflexa revolvi.

Vis facit hæc quiddam volvendo in corpore Lunæ 175
 Consimile, ac gravitas, quæ deorsum hic corpora pellit.

Nec, si quid Lunam rapiens tramite vires
 Tangenti impediatur subito, non protinus illa

Ad Terræ medium rectâ debebit adire;

Nec contra Terræ grave corpus quodlibet auras 180
 Ultra restantes si mobilitate cieri,

Quantum opus, incipiat magna, non ibit in orbem
 Perpetuos, Terramque omnem amplectetur eundo,
 Fiet & exiguum, quod se circumferat, astrum.

Concipe propterea resonantes (horrida Martis 185
 Instrumenta) tubos jacere, atque emittere plumbi.

Aut ferri, lapidumve pilas: ejecta volabit

Ex uno pila fors passus per mille, sed illa

Majo-

circa apparentem Lunæ magnitudinem multa notanda hic essent, quæ supplementis reservamus; & quoniam hic Noster, quod pertinet ad methodos definiendi celestium corporum distantias a Terra, & magnitudines, & motus, ad Geometras, & Astronomos provocat, agemus de iis omnibus supplementorum §. 1. ubi & systematis mundani generalem ideam proponemus, quæ totius Newtonianæ celestis philosophiæ est basis.

1 Hic jam ex motu proximè circulari circa Terram, deducit gravitatem Lunæ in ipsam Terram ratione petita a theoria motus curvilinei exposita tomo 1. Nimirum per vim inertiam Luna perpetuo conatur abire per tangentem orbitæ, quam describit: Quamobrem retineri debet in ipsa orbita per vim, quæ Lunam

ipsam perpetuo retrahat a tangente ad arcum curvilineum, quæ vis in circulo descripto motu uniformi dirigitur ad centrum circuli; adeoque Luna perpetuo urgeri debet in Terram vi quadam, uti nostra hæc gravitas a gravitate sua urgentur in ipsam Terram; & si repente cessaret omnis tangentialis velocitas (nam Noster mobilitatis nomine intelligit velocitatem, ut itidem diximus tomo 1) Luna ipsa, ut cætera gravia, rectâ in Terram decideret.

Id ipsum confirmat exemplo passim adhiberi solito nostrorum projectorum. Si nimirum e contrario ex altitudine aliqua, quæ superet crassum, & motibus resistentem aerem, projiceretur grave aliquod corpus velocitate satis magna horizontaliter; id describeret circulum circa Terram, & evaderet quidam

ve-

Majori ex alio, & potiori pulveris istu
 Incita sulphurei procurreret longius, ad bis, 190
 Aut quater, aut decies quoque passus mille, vel ultra;
 Impulsus donec sic semper mobilitate
 Increfcente novi perventum ad mobilitatem
 Illam sit, pila qua transcurrere millia mille
 Bis decies, Terræ converti denique circum 195
 Totius molem queat, & loca visere prima,
 Unde emissa fuit, confecto scilicet orbe.
 Ac tum servata, qua primum est mobilitate
 Jacta, parem rursus gyrum repararet, eaque
 Præterea ratione alios, aliosque sine ulla 200
 Fine; ita perpetuum privata quiete mearet.
 Sed¹ quæ mobilitas hæc debeat esse, referre
 Ad sua prima pilam queat ut loca, nec minuatur,
 Nec crescat tot per tractus, servetur ut isdem
 Una, eademque locis, si fors cognoscere avebis; 205
 Illa est, quam paribus gravitatis ab istibus, atque
 Nusquam intermissis deorsum actum acquireret illic
 Corpus, ubi Terræ pars esset quarta profundæ:
 Projectum hoc etenim valido tunc impete cursus

Æqua-

veluti novus Planeta. Si enim e tormento bellico cum determinata quadam velocitate ex quadam determinata altitudine projiciatur globus; abibit ex. gr. ad mille passus procul. Majore vi pulveris projectus abibit ad distantiam majorem, velocitate adhuc majore, quæ velocitas si perpetuo major fiat, ut jam emittatur globus cum ea velocitate, qua possit abire ad distantiam majorem etiam viginti milliariorum millibus, poterit & totam telluris circumferentiam transcurrere, ac eo redire, unde discesserat, cum velocitate eadem, adeoque perpetuo gyrate in eodem orbe.

Posuit hic Noster *transcurrere millia mille bis decies*, numerum adhibens, ut ajunt, rotundum, proximum circumferentiæ terrestri, eaque minorem. Si adhibeantur miliaria, quæ geographica appellant,

quorum nimirum 60 numerentur in uno circuli maximi gradu, eorundem milliariorum continet circumferentia 21600 ducto 60 in 360.

¹ Hic vero ipsam ejusmodi velocitatem determinat, qua grave projectum perpetuo describeret circulum circa centrum Terræ: est nimirum ea, quam grave acquireret cadendo motu uniformiter accelerato per quartam partem diametri terrestri. Id pendet a theoremate Christiani Hugenii, qui invenit, si grave gyret in circulo cum velocitate, quam acquireret cadendo per altitudinem æqualem quartæ parti diametri, habiturum vim centrifugam æqualem gravitati suæ. Porro id ipsum theoremata demonstravimus in supplementis tom. I num. 232, & determinatio proposita consentit cum iis, quæ de problemate inverso viderium centralium exposuimus ibidem

Æqualem circum semper raperetur in orbem,
Continuoque via a tangente rediret in arcus. 210

Nonne vides, fiat quod saxi in pondere jacto,
Prorsus & in Luna fieri? si scilicet illud
Projiciatur ea, quæ dixi mobilitate,
Aura neque obstet, iter tum detorquebit in arcum 215

A tangente via descendens; ut quoque motu
Descendit Luna acta suo; sin Luna ferentes
In diversa illos perdat sibi reddita motus,
Queis nunc torquetur, solis properabit ad imam
Tellurem recta delabens, acceleransque 220

Viribus, ut saxum quoque labitur, acceleratque.
Hæc ergo paria inter se cum prorsus, & æqua
Sint, atque idcirco causa producier una
Possint; produci par est, fateamur, ab una,
A gravitate igitur, quæ Lunam, ut corpora cuncta 225

Hic gravia inter nos, semper deflectere cogit.
Quapropter gravis esse in terram Luna videtur,
Haud minus, ac lignum, lapides, ac dura metalla.
Æqua¹ sed an Lunæ gravitas, majorne, minorne
Harum sit rerum gravitate, age, perspice mecum. 230

A Terra

dem num. 264. Eam velocitatem facili calculo determinabimus in supplementis.

Quod vero tum illi globo gravi ita projecto accideret, id ipsum ad Lunam transferri debere docet, ut nimirum & Luna circularem suum motum peragat velocitate quadam per spatium non resistens ad sensum, & vi perpetuo urgente in Terram, quæ utroque casu idem præstet, effectura in utroque descensum rectilineum, si velocitas illa desit; unde infert utranque vim ejusdem generis esse, & Lunam itidem gravitare in terram, quæ cetera omnia gravia corpora, quæ hic habemus.

I Illud jam hic inquirendum proponit, an hæc Lunæ gravitas sit æqualis gravitati terrestrium corporum, an, & quanto major, vel minor; ac ejusdem quæstionis solutionem subjicit eam ipsam, quam

Newtonus proposuit Princ. lib. 3. pr. 4, sed numeris utitur integris tantummodo, earum nimirum a-

ptioribus. Sic autem progreditur. Cum sit nota distantia Lunæ a Terra, innotesceat & tota peripheria orbitæ habitæ pro circulari, & ob notum conversionis integræ tempus, erit notus etiam arcus debitus sexagesimæ parti unius horæ, sive uni minuto primo. Hinc innotesceat etiam intervallum, quo extremum ejus arcus punctum distet a tangente ducta per punctum primum. Per id intervallum Luna gravitatis suæ vi deprimitur ab ipsa tangente ad arcum curvilineum. Porro inito calculo id intervallum invenitur pedum proximè 15; quo nimirum intervallo nostra corpora gravia in superficie Terræ delabuntur tempore unius minuti non primi, sed secundi, juxta ea, quæ dicta sunt tomo 1 lib. 3

A Terra quantis jam tractibus illa recedat,
 Cum notum tibi sit, cognosces, quanta sit orbis
 Illius via circum; & cum ejus tempora noscas
 Circuitus pariter, quantus quoque prodeat arcus
 Parte horæ decies in sexta, scire licebit. 235
 Proinde etiam quanto pars arcus ultima tractu
 A tangente via distet, quæ parte sit ejus
 Producta a prima, communi scilicet ortu.
 Sola parit gravitas tantum illo tempore lapsum
 Deducens Lunam; hunc inita ratione videbis 240
 Ter quinos æquare pedes; quot nempe deorsum
 Corpora per nostras regiones concita currunt,
 Sed tamen æquali non tempore, simplicis horæ
 Nimirum decies non sexta parte, sed hujus
 Partis item decies quoque sexta parte minuto, 245
 Ut supera certo nixus tentamine vici.
 Nunc prius a dictis deduces, cum quoque partem
 Horai per eam, bis quæ trigesima tantum est,
 Hic grave descendet corpus; deberè cadendo
 Id peragi spatium, quod non, ut tempore tempus, 250
 Sex decies, sed tot toties sit partibus illo
 Longius; hæc siquidem lapsus spatia usque necesse est
 Cre-

versu 614. Jam vero cum spatia a gravibus libere decidentibus percurra sint, ut quadrata temporum (tomo I lib. 2 a versu 918); erit spatium, quod nostra gravia libere percurrunt unius minuti primi tempore, sexagies sexaginta vicibus majus, quam id, quod uno minuto secundo percurrunt. Quare effectus gravitatis in Terram in superficie ipsius Terræ est sexagies sexaginta vicibus major, quam ibi, ubi est Luna. Cum igitur etiam distantia Lunæ sit semidiametrorum terrestrium sexaginta, & superficies a centro distet per unam semidiametrum; decrescet gravitas usque ad Lunam in eâ, quæ dicitur ratio reciproca duplicata distantiarum, nimirum in eadem ratione, in qua crescunt distantiarum in se ipsas ductæ, sive distantiarum quadrata.

Porro spatium, per quod nostra gravia cadunt uno secundo temporis, non est accuratè pedum 15, sed pedum $15 \frac{1}{12}$, sive pedum 15, & unius digiti, & eo spatio Nevvtonus utitur, ac invenit id ipsum in Luna pro uno minuto primo; assumit autem distantiam Lunæ a terra itidem semidiametrorum 60, mensuram periodicum dier. 27 hor. 7 min. 43, & ambitum terræ pedum Parisiensium 123249600. Sed nec hi ipsi numeri penitus accurati sunt, & fractiones inde erutæ sunt minus aptæ versibus. Præterea ad calculum accuratum oporteret habere rationem plurium aliarum causarum, quæ inæqualitates aliquas pariunt: considerare nimirum vim centrifugam motus diurni, & eam separare; conside-

Crescere, uti repetita in sese tempora crescunt.
 Quapropter gravitas, quam pelleret multa videmus
 Hic prope, major erit Lunæ gravitate remotæ 255
 Non nisi jam toties tot partibus; esse minorem
 Nempe illic videas, ad eam majora quot extant
 A medio spatia in sese repetita vicissim.

Hinc tibi jam patefit, vires gravitatis, ut in se est,
 Integræ pro non æque distantibus esse 260
 Diversas, variasque locis; decrescere semper
 Plus, loca distando quam disjungantur; eisdem
 Scilicet a spatiis, in sese si repetantur
 Mutuâ, metiri, quantæ sint, possumus illas,
 Nimirum quanto loca per majora minores. 265

Utque¹ fidem minus his renuas adjungere distis,
 Protinus exemplo multarum constabilire
 Ipse queas legem hanc rerum, quas cernimus uno
 A puncto circum exire, & diffundere vires,
 Scilicet ut lux est, quam fulgida lumina jaçant; 270
 Tractibus hæc etenim duplis, bis duplici debet
 Parte sui minui, pariter ter triplice ternis,
 Et denis dena decies, proin in minuendo
 Respondens semper repetitis tractibus in se,

In

siderare diversas Terræ non profus
 sphericæ semidiametros, & invenire
 spatium, quo gravia caderent in
 Terram, si ea esset sphericæ; habere
 rationem perturbationum, quas in
 lunarem motum inducunt vires
 Solis; considerare non integram
 distantiam Lunæ a Terra, sed distan-
 tiam a centro communi gravitatis,
 circa quod Terra, & Luna converti-
 tur. Hæc omnia debuissent diligen-
 tius considerare nonnulli, qui Nev-
 tonum carpunt ideoque, quod non
 penitus accuratissimam inveniant
 rationem quadrati distantiarum in ef-
 fectu gravitatis terrestris, & luna-
 ris. Sed de iis itidem in supple-
 mentis.

¹ Quo minorem pariat admira-
 tionem ejusmodi lex decrementi re-
 spondentis quadrato distantia recipi-

procè, proponit hic multo generalio-
 rem ejusdem legis extensionem ad
 ea omnia, quæ a certo puncto dif-
 funduntur in gyrum circumquaque
 ita, ut rectilineo, & uniformi mo-
 tu progrediantur, ac proponit exem-
 plum in luce, cujus intensitas decre-
 scit itidem in ratione reciproca du-
 plicata distantiarum ita, ut in dupla,
 tripla, decupla distantia sit bis du-
 plo, ter triplo, decies decuplo mi-
 nus intensa: id ipsum demonstrat
 hoc pacto. Dum lux progreditur,
 diffunditur semper magis, nam quæ
 in minore distantia erat collecta in
 superficie minore, eadem in dis-
 tantia majore distenditur per ma-
 jorem superficiem, adeoque eo mi-
 nus densa esse ibi debet, quo am-
 plior est superficies. Sunt autem su-
 perficies in diversis sphaeris in ratio-

ne

In quos excurrit diffusa per ampla locorum; 275
 Quandoquidem lux illa eadem, quæ non ita distans
 Ante globi brevioris erat stipata minorem
 Per faciem, sese faciem diffundit in amplam,
 Fingere quam possis majoris deinde pilai.
 Vivida propterea minus hîc, densataque tanto, 280
 Est opus, ut lux sit, quanto magis ampla rotundi
 Est spatii facies; facies sed crescere certum est
 (Augentur cum mole globi) ratione profecto
 Non alia, quam qua tractus a lumine semper
 Scilicet in sese repetiti crescere debent. 285
 Quare quo tractus puncto a flammante sit ipse
 Major, eum repetas in se se ubi scilicet, illa
 Rarior hoc certe lux, languidiorque meabit.
 Subjicere hanc oculis rationem sic quoque possis;
 Lampade per noctem succensa longius adita 290
 Te retrahens, ægre dum verba inscripta papyro

Possis

ne reciproca duplicata semidiametrorum, adeoque distantiarum a puncto radiante. Quare & luminis densitas decrescit in ratione eadem.

Proponit autem & methodum eandem legem deprehendendi per experimenta. Per noctem te retrahere in eam distantiam ab una lampade, in qua vix possis librum legere, sed tamen possis. Adde alias tres lampades priori prope ipsam, & si recedas ad distantiam, in qua itidem ægre legere possis, sed possis; invenies distantiam prioris duplam, & distantia tripla novem lampades, decupla centum æquales requiret, quod ostendit intensitatem luminis singularum esse in ratione reciproca duplicata distantiarum, cum intensitas singularum, ubi lumen omnium simul est idem, debeat esse in ratione reciproca simplici numeri lampadum, & numerus harum assumptus sit in directa duplicata distantiarum.

Hæc quidem demonstratio vim suam habet in iis omnibus, quæ a dato puncto diffunduntur in gyrum

circumquaque motu rectilineo, & uniformi, quam conditionem Newton jure expressit. Nam ad densitatem determinandam non est satis considerare superficies in geometrico rigore acceptas sine crassitudine ulla; sed oportet adhibere spatium trina dimensione præditum, adeoque orbis quosdam, utut tenuissimos, clausos binis superficiebus sphericis concentricis, qui, si æque sint crassi, sunt ut superficies ipsæ, quibus terminantur. Hinc si ejus substantiæ progredientis id, quod erat in uno orbe minore, idem sit deinde in majore; densitas in secundo casu erit ad densitatem in primo, ut primus orbis ad secundum, adeoque ut superficies ad superficiem, sive reciproce ut quadratum majoris distantiae ad quadratum minoris. Ut autem idem sit in majore orbe, quod fuerat in minore, debet quidquid erat in minore pertingere ad majorem, & debet celeritas per crassitudinem utriusque esse eadem; ut nimirum deveniente ad superficiem ulteriorem orbis majoris eo, quod

Possis perlegere, at possis tamen; adde priori
 Lampada tum triplicem, ut bis duplo lumine *tectum*
 Floreat; invenies expertus non nisi duplo
 Inde recedere te spatio debere, papyro. 295
 Demum ut vix possis perarata agnoscere sensa;
 Accensa sed deinde novena lampade, terno
 Tantum intervallo decedes; denique deno
 Si libeat retrahi tractu, quot lumina posses,
 Vix legere ut possis, velut ante? Sat ulla profecto 300
 Non prius esse, micent donec centena, videbis.
 Ergo ita diffundi a puncto cum debeat uno
 Lux, aliæque etiam res, quæ se parte propagent
 Ex omni circum; in mentem facile insinuabis
 Non alio fundi gravitatis per loca pacto 305
 Vires; ipsa licet non res sit, quæ moveatur,
 Corporea, assimilis luci, tenuive vapori.
 Verum hanc diffusæ gravitatis noscere legem

Cer-

quod devenerat ad ulteriorem minoris, deveniat simul ad citiorem illius id, quod simul devenerat ad citiorem hujus.

Hinc errant ii, qui hanc demonstrationem transferunt ad ea, quæ non progrediuntur motu rectilineo, & uniformi, nec progrediuntur illa. Eum errorem admisit Keilius eandem theoriam aptans effluviis odoriferis, quæ nec omnia, nec motu uniformi, & rectilineo progrediuntur, uti ego quidem demonstravi in dissertatione de lumine parte prima, ubi & alium ejusdem, sanè merito celeberrimi, Authoris errorem deprehendi in computanda eorundem effluviolorum summa. Ea de causa hic Noster hanc non adhibet tanquam demonstrationem aliquam decrementi intensitatis virium gravitatis in diversis distantis, sed tanquam exemplum quoddam ejusdem legis in re simili, quæ eam reddat faciliorem captu; atque idcirco monet etiam illud in fine, gravitatem non esse vim quandam, quæ motum realem habeat,

& e centro virium velut excussa egrediatur, sed cum pertineat quodammodo ad illud centrum, quod respicit, & pertingat ad majores distantias, utur ingentes, habeat itidem eandem legem decrementorum respondentem reciproce quadratis distantis. Demonstrationem pro distantis nostrorum corporum, & Lunæ a centro Terræ desumit a curvatura orbis lunaris comparata cum nostrorum gravium descensu, uti supra vidimus.

I Gravitatem decreascentem in ratione reciproca duplicata distantiarum huc usque deprehenderat Noster cum Nevvtono in binis tantummodo distantis ab unico centro, nimirum in nostris gravibus, & Luna gravitantibus in Terræ centrū; nunc progreditur ad confirmandam legem eandem multo ampliore inductione, petita nimirum a Planetis. Sunt autem Planeta, qui dicuntur Primarii, qui quidem gyran circa Solem. Deinde sunt alii, qui dicuntur Secundarii, qui nimirum gyran circa quosdam e primariis.

pro-

Certius ut possimus, opus conscendere & ultra est;
 Nam quoniam circa Solem vaga multa feruntur 310
 Astra, feruntur item vario cingentia gyro
 Astrum errans aliquod, proin quæ dixere Secunda,
 Et flectunt quandam vim propter continuatam
 Continuò cursus, nobis vidisse necesse est,
 Primum vis ea quo nitatur, deinde locorum 315
 Pro spatii, quali vel crescat, vel minuatur
 Ordine; sed paulum nobis ante omnia motus
 Astrorum varii, facies lustrandaque Cæli
 Omnis, ut est magno demum detecta labore,
 Ante tuos quam tu Cæli trans nubila cursus 320
 Conciperes, Newtonè, adiens procul avia Mundi:
 Hoc tibi sæcula iter servando multa parabant.
 Principio ¹ immani numero lucentia magna

Cor-

Proponit autem hic determinandum centrum illud, in quod gravitant, & legem gravitatis pro diversis distantibus, quæ demum obvenit illa ipsa reciproca duplicata distantiarum.

Verù ut id præstare possit, præmittit brevem noticiam motuù, qui ante Newtonum ipsum deprehensi fuerant in cælestibus his corporibus, & leges quasdam, quæ ipsi Newtono fuerant quædam veluti basis ad totam admirabilem illam mechanicæ cælestis molem educendam: nos in supplementis ea, quæ huc pertinent, quanto contractius fieri possit, sed accurate simul exposita producemus. Interea hic attingemus ea, quæ Noster persequitur eodem ordine, quo ab ipso proponuntur.

¹ Primo quidem agit de stellis fixis, ac de iis innuit ea omnia, quæ vulgo sunt cognita: eas esse corpora lucentia, nimirum lumen per se emittere: esse numero immani, & quidem quocumque telescopia dirigimus, ingentem earum cernentem cernimus, potissimum ubi est via lactea, & quo ampliora telescopia sunt, eo plures cernuntur, ultra omnem definitum numerum: esse ex eodem genere; ex quo est Sol; nam idcirco ita tenuè ad nos

lumen emittunt, & instar puncti apparent, quia remotissimæ sunt: eadem esse dispersas per immensa Cæli spatia ad maximas a nobis, & a se invicem distantias: non quidem infixas alicui solido lacunari, ut multi e Veteribus crediderunt, sed *velut* infixas, quæ nimirum infixæ videantur idcirco, quod positionem mutuam ad se invicem servant. Servant autem ad sensum; nam habent quatuor apparentes motus, motum diurnum, motum præcessionis æquinoctiorum, nutationem axis, & aberrationem luminis; quorum primi tres positionem earum mutuam non mutant, quartus mutat quidem, sed paucis admodum secundis. Multo autem adhuc minores sunt motus quidam veri Fixarum, quos habent saltem earum aliqua, qui vix per longissima telescopia deprehenduntur.

² Solem appellat parentem lucis, & vitæ, hic nimirum apud nos in toto hoc solari systemate, in quo sine Sole, & nox haberetur perpetua, & torpor, ac durissimum gelu sine ullo motu, qui ad vitam in primis requiritur. Singule autem Fixæ idem officium suis systematibus præstant.

Corpora, uti Sol est, per valli concava Cæli
 Immenfis dispersa locis, nimiumque remotis 325
 Stant circum velut infixæ, atque immota vicissim.
 De genere hoc igitur Sol est quoque, quem loca terris
 Non adeo disjuncta, illis longe omnibus astris
 Majorem ostentant, lucis, vitæque parentem
 Scilicet¹: hunc obeunt vario famulantia motu 330
 Terna bis astra, Deum præclarum nomen adepta,
 Discurruntque vago cursu in regionibus amplis,
 Mercuriusque, Venusque vagantur, Vestaque Tellus,
 Et Mars, & major patre Juppiter, & pater ipse 335
 Saturnus; media fulgens Sol regnat in aula.
 Diversis spatiis diverso tempore volvunt
 Illi se, & vario transmittunt æthera cursu.
 Quæis² quatuor distat spatiis Cyllenius, illis
 Septenis a Sole Venus, sed Terra recedit 340
 Bis quinis, aliis quinis Mars insuper; ipse
 Editus at quanto est plus Juppiter? huic duo magni
 Nempe queas spatia, & decies dare quinque recessus.
 Quanto & plus illo Saturni altissimus orbis?
 Inter utrumque quater denis loca tractibus æques. 345
 At Maja genitus menses tres conficit uno
 Circuitu, octonos Paphium contundit & astrum.
 Annuus ingentem est Telluris gyros in orbem;
 Volvitur & gemino circum Mars igneus anno.

T. II.

B

Ad

¹ Transit ad Planetas, sive errantes stellas. Hos affirmat esse quosdam Solis velut satellites, *famulantia* sidera; qui motibus ferantur variis, nam licet leges habeant quasdam motuum generales, tamen alii in aliis orbibus, & cum aliis velocitatibus feruntur. Sunt autem sex, ut exprimit illud *bis terna*, & adepta sunt *præclara* apud Veteres nomina, Deorum nimirum. Eisdem nominat eodem ordine, quo a Sole distant, incipiendo a proximo: sunt nimirum Mercurius, Venus, Terra, quam Vereres dixerunt Vestam, Mars, Juppiter, Saturnus.

² Subjicit & distantias, & tempora, quibus suas singuli periodos

circa Solem absolvunt, quæ exprimit numeris, ut ajunt rotundis, sed tamen vero proximis, divisa nimirum distantia mediocri Mercurii a Sole in partes quatuor, earum partium distantia eodem ordine sunt 4, 7, 10, 15, 52, 95. Reliquæ satis dilucidè exprimuntur; postremam exhibet addendo penultima spatia 40, quo pacto fiunt 92, distantia nimirum fit satis proxima veræ 95. Tempora periodica adhibet mensium 3, mensium 8, anni unius, annorum duorum, 12, & 30. Numeros multo adhuc accuratiores tam pro distantias, quam pro periodicis temporibus inveniet, qui velit, in supplementis.

Ad duo lustra duas hiemes, Solisque calores 350
 Æstivi totidem si jungis, tanta obeuntis
 Tempora erunt Jovis; it Cælo tardissimus alto
 Ipse suum Genitor per iter sex lustra moratus.
 Luna¹ obit ut Terram longe minor, & comitatur,
 Quo se cumque ferat, Dominam; sic quattuor ipsum 355
 Alte ambire Jovem Lunas, sic quinque videmus
 Saturnum, varia se mobilitate ferentes,
 Et spatii omnes, & tempore; prætereaque
 Annulus hunc late circumdat magnus ab omni
 Parte in se nitens tantum, atque avulsius ab ipso 360
 Undique Saturno; subtilis frons latet, at quæ
 Sunt latera hinc illinc, & plana, & lata patefcunt.
 Sæpe² videntur item Cælo nova lumina ferri
 Stellarum caudas ducentum, aut crine micantum.

Qui

1 Facit hic gradum ad Secundarios Planetas. Ut Luna multo minor circa Terram convertitur in orbem suo, & interea comitatur Terram ipsam delatam circa Solem, ita & quatuor Lunæ circa Jovem, quinque circa Saturnum convertuntur temporibus itidem, & orbibus diversis. Hos eorum satellites appellant, & illos quidem, ubi Galileus deprehendit primo, Mediceas stellas appellavit. Præterea circa Saturnum habetur anulus latus, sed tenuis, qui ab ipso circum undique disjunctus est; eum dicit sibi ipsi quodammodo inniti, quemadmodum nimirum & pons quidam circularis, qui totam obiret Terram, si bene esset æquilibratus, nullis indigeret pilis, quibus inniteretur.

Ea autem est multorum de anulo Saturni sententia; sed sunt itidem, qui censeant, congeriem esse quandam ingentem minorum, & sibi proximorum satellitum, quorum series, intervallis sensum effugientibus continua videatur.

2 Post Planetas commemorat Cometas. Cometarum tria sunt genera: alii sunt criniti, alii barbati,

alii caudati. Criniti, ubi quædam veluti nebula, quæ caput, seu nucleum comitatur, circa ipsum undique in gyrum diffunditur; barbati cum eadem in longum protenditur, & nucleum præcedit motu proprio; caudati, cum in longum itidem protensa sequitur nucleum ipsum. Sed barbati etiam caudæ nomine vulgo appellant, & idcirco Noster crines, & caudam tantummodo nominat. Vocat autem *nova lumina*, quia post longa annorum intervalla ita ex improvviso veniunt sub aspectum, ut habeantur pro novis.

Porro nondum anni centum effluerunt, ex quo inventæ sunt Cometarum orbitæ, & leges, quas in iis servant, ac determinamus eam partem orbitæ, quam trajiciunt, dum nobis conspicui sunt, & loca, quæ ad data quævis tempora in iis occupare debent, calculo definimus. Bene autem post illud *quas trajicit astrum addidit conspicuum*; nam Cometarum orbitæ sunt quædam Ellipses ita oblongæ, ut earum arcus proximi Soli existenti in altero foco, & idcirco propiores etiam nobis, in quibus nimirum conspicui sunt,

Qui motus, quæ forma viæ, legesque meandri
 Illis sint, patuit demum post sæcula longa:
 Cœpimus his aliquam jam certam condere legem,
 Orbis & immanis partes, quas trajicit astrum
 Conspicuum, numeris supponere, mensurisque,
 Prosequimurque diu fugiens, & prendimus alte
 Abductum, & spatii longe deducimus amplis. 370

Ne ¹ tamen hæc obducta prius latuisse tenebris
 Mireris; motus, liceat quoque scire, vagantum
 Stellarum, atque orbis ignotos ante fuisse,
 Quamquam conspicuæ servantibus usque paterent. 375
 Indignum Cælo, & cælestibus esse putatum est
 Nempe vias varie curvarier, atque meari
 Impetibus variis; proin & debere vagantis
 Æquales astri motus, orbisque videri:

B 2

Quin

sunt, haberi possint pro parabolicis, & ex hac suppositione computantur, ignota reliqui arcus forma, & longitudine, quod Halleyus præstitit in Comæti 24, quotquot accurate usque ad illas tempora observati fuerant; nuper autem Cælius posteriorum omnium supplementum exhibuit in suis Astronomicis lectionibus. Porro etiam ubi ad fatis ingentes abierunt distantias ultra omnes etiam Planetas, vel ex fatis ingentibus redeunt, sæpe adhuc Cometam prospicimus, quod ipsam Noster innuit per illud *prendimus alte abductum, & spatii longe deducimus amplis*.

¹ Jam exponit, cur diu & Cometarum motus, & tota vera Cæli facies latuerit, ac plures proponit causas, inter quas, quæ de Telluris motu dicuntur, omnia intelligenda sunt juxta id, quod diximus in suppl. lib. 1. §. 13, ubi de vi inertia egimus, & ostendimus, in quo sensu accipi debeant quæcumque in hoc opere de motu Terræ dicuntur, accipiendo ea de motu respectivo respectu totius mundani systematis nobis conspicui, qui motus compo-

ni possit cum absoluta quiete, illælis omnibus Recentiorum caulis, & theoris, per solam inertia vim respectivam, sed cum inter motus nobis cognitos ii minime omnium respectivi sint, dicuntur hic absolute motus, & vero etiam motus absoluti.

Prima autem causa, quam hic profert, est, quod censuerint Veteres omnem inæqualitatem & orbitæ, & celeritatis esse indignam cælestibus corporibus, adeoque iis debere motum & circulem, & æquabilem. Possent sane, qui etiamnum finales causas Philosophi adhibent ad problematum solutionem, & inventionem causarum, vel ex hoc uno documento discere, quam fallax ea sit via. Ad contemplationem, & interpretationem quandam Naturæ post inventionem, est sane idonea ea philosophandi ratio, ad investigationem ineptissima vel ob ipsam nostrarum mentium angustiam, & hebetudinem, quas nimirum latent innumerabilia finium aptissimorum genera, quæ sibi posset Auctor Naturæ proponere.

Secunda erat persuasio de eo, quod
 Terra

Quin etiam immotam Tellurem, cunſtaque contra 380
 Sidera converti, Solemque ascendere curram
 Propterea, & circum Veſtæ inſervire vagantem.
 At quia erant rerum tunc abſona cunſta, nec ullas
 Idcirco quibant certas agnoſcere leges,
 Ut tunc eſſet opus, numerorumque ordine clauſas; 385
 Sollicitata aliis ratio ne motibus eſſet
 Illa, nec incolumes non orbes, aſſimilesque
 Uſque ſibi motus, media horum de regione
 Deducta eſt paulum Tellus: num proinde peracta
 Omnia? non Cælum diſcors rationibus iſtis 390
 Tum quoque erat? Struſti jam protinus orbibus orbes
 Magnis exigui, terga ut devexa voluti
 Hi ſuper illorum, ſecum unà hærentia ſummo
 Margine deferrent errantia ſcilicet aſtra,
 Per Terræ ut convexa extantem fert rota clavum. 395
 Quanquam ¹ olim at melius multis ſtatione movere

Vi-

Terra immota eſſet centrum omnium ejuſmodi circularium motuum, quos haberent Planetæ circa ipſam.

Cum autem ex iis poſitionibus nullo pacto computari poſſent cæleſtium corporum motus, & obſervationes a locis per eas hypotheſes computatis penitus diſſentirent, alias hypotheſes quaſierunt Aſtronomi, quæ motum & æquabilem, & circularem quodammodo circa Terram cum phænomenis conciliarent. Harum rationum proponit duas, nimirum eccentricos circulos, & epicyclos. Eccentrici dicti ſunt ii, quorum centrum non congrueret cum centro Terræ: epicycli autem ii, qui haberent centrum in circumferentia alterius circuli ita, ut epicycli quidem centrum ſemper eſſet in peripheria circuli concentrici, & per ipſam moveretur; aſtrum autem interea converteretur in circumferentia epicycli. Porro facile patet ejuſmodi motu deſcribi quoddam cycloidum genus, ſive eſſe ex eodem genere motuum, ex quo eſt motus clavi rotæ progredientis per aqua-

lem ſuperficiem Terræ, nimirum per circumferentiam circuli Terræ maximi. Nam centrum quidem rotæ deſcribit itidem circumulum circa centrum Terræ, & interea clavus deſcribit circumferentiam ipſius rotæ.

I Cum nec epicycli eccentricis ſuperinducti fatiſ eſſent; alii Telluri attribuerunt motum quieſcente Sole, in qua ſententia fuerat olim Pythagoras, & Ariſtarchus, uterque Samius. Verum hæc deinde ſententia exoleverat, ubi illud elegantè a Noſtro dictum ſcilicet *obliti ſeſe ſunt ire per altum Æthera Mortales cum Terra corpore magno*. Ejuſmodi ſententiam excuſcitavit Copernicus natione Sarmata, ſummus ſanè Aſtronomus, qui circa immotum Solem Planetas, & Tellurem in eccentricis circulis traduxit; Dum Tycho Cimber, qui Uranoburgi ſpeculam illam celeberrimam extruxit, aliud ſyſtema cuderet Terræ quieſcentis, & Planetarum deſcribentium circa Solem eccentricos ſuos circulos tranſlatos deinde cum ipſo Sole circa Terram.

Vifum fit Terram, atque immotum figure Solem:
 Post facile effluxit, Samio Sene condita Cæli
 Quæ fuerit facies, atque aſtris reddita jura;
 Scilicet obliti ſefe ſunt ire per altum 400
 Æthera Mortales cum Terræ corpore magno;
 Id quoniam ſenſus vulgo non afficit ullos;
 Donec & e Veterum monumentis protulit oras
 Hanc rurfum in ſuperas, Cæli & rationibus artem
 Aere Sarmatico quanquam nutritus, & illa 405
 Fruge Vir indigena, mediis tamen eſſet Athenis
 Qui decori, circa immotum ſex corpora magna
 Convertens illo, quo diximus, ordine Solem;
 Dum Cimber, tibi qui ſemotam condidit Urbem
 Uranie a vulgo, non inter verſa locaret 410
 Corpora Tellurem, ſed ſola ea quinque juberet
 Phœbi ambire ignes, & tanto cum comitatu
 Phœbum ipſum Auſtorem lucis, rerumque parentem
 Impete præcipiti Terram luſtrare manentem.
 Hæ¹ tamen illuſtres animæ, ſacrandaque Cælo 415
 Nomina, non æquos curſus, orbefque movendos
 Viderunt Cælo, neque parte hac quærere, clauda

B 3

Af-

1 Poſt eas ſententias, quæ jam exoleverunt, demum devenit ad eam, quæ adhuc viget, & vigebit, donec inſtrumenta exacta, & Obſervatores extiterint. Keplerus nimirum, quem hic innuit, veros a Planetis deſcriptos orbis invenit, primo quidem conjectando, & poſitiones varias permutando, donec in veram incidere theoriam, atque id ope Martis, cujus motus maxime inæquales omnem Aſtronomorum induſtriam eludebant, nec unquam cum calculis potuerant conſentire, dum circulares adhibiti ſunt orbis, utcumque variis hypothefibus, & correctionibus permutati.

Subſtituit autem circulis ovalem figuram, quam Ellipſim dicimus, & eſt una, e tribus conicis ſectionibus; ac ideo Noſter *Claudos hac parte* Planetas appellat, qui inæquali motu in orbibus inæquali curva-

tura præditis ferantur.

Keplerum autem vocat *Legiferum Mundi*, alludens ad illas tres, quæ vulgo jam appellantur Keplerianæ leges, & quæ totius Newtonianæ Aſtronomiæ ſunt quædam veluti baſis, & fundamentum. Sunt autem hujusmodi: Planetas Primarios converti circa Solem in orbibus ellipticis ita, ut ſingularum Ellipſium focus alterum Sol occupet: Areas, quas verrit recta conjungens Planetam cum Sole, eſſe temporibus proportionales: Quadrata temporum periodicorum eſſe in diverſis Planetis, ut cubos diſtantiarum mediarum. Has leges hic explicandas Noſter ſuſcipit. Eas & nos hic in annotationibus exponemus, quantum ſine Geometria licebit, ipſum ſecuti; ſed omnia evadent magis dilucida iis, qui Geometriam callent in ſupplementis in hunc locum.

Astrane sint, subiit. Quis Cæli in sedibus almis
 Conjicere id primus pavido tum pectore posset?
 Protinus excepit tamen hanc audentior ætas, 420
 Nam, tum qui latuit, dubitando est proditus error.
 Sic etiam insidias hostiles Induperator,
 Cum timuit, detexit, & evitavit; at idem
 Securus sæpe improvisum illatus in hostem est.
 Scilicet ætherii tibi Legifer inclite Mundi, 425
 Dum dubitas, fraudemque times, nova jura per altum
 Contigit invehere, & certissima figere Cælum.
 Mars prius indomitus cunctorum restitit ausis;
 Devincique repugnavit, nunc e latere hostem
 Sponte suo recipit, captivus & omnia prodit. 430

Namque animadversum tunc est, loca, quæ daret æquus,
 Circum si per eum Mars se converteret, orbis,
 Servatis distare locis, verisque, nec esse
 Non alia omnino: nimirum tanta reperta
 Hæc discrimina, uti manibusve, ullisque referri 435
 Usibus haud possent oculorum, artique videndi.
 Multos ille modos, ut nestere cuncta valeret,
 Quæ superâ fiunt, tentavit; denique solers
 Non bene res aliis aptari posse supernas
 Orbibus invenit, tantum nisi habentibus ovi 440
 Et speciem, & nomen, genus illud, quod libuit jam
 Effigies secto de cono dicere primas.

Quanquam ¹ igitur multa effati nos ante viai
 Illius de natura, cum terna per auras
 Eductos conos in segmina divideremus; 445
 Hic tamen est aliquid, singillatim addere quod nos,
 Quippe opus est, debemus, uti pernoscere possis,
 Quod doceo; quare mentem huc paulum ipse reflecte.
 Trames ² hic in sese quoddam gerit utile longe

Mu-

1 De natura Ellipseos una cum reliquis binis conic sectionibus Parabola, & Hyperbola egit Noster superiore tomo libro 2, ubi & in adnotationibus, & in supplementis libri 2 §. 6 de iis multa diximus. Verum hic de Ellipsi agit iterum singillatim exponens ea tantummodo, quæ ad priores duas Képneri leges intelligendas sunt necessaria.

2 Primo loco proponit proprietatem Ellipseos primariam, per quam ea curva facile delineatur in plano delineatione accurata ope filorum, qua & fabri murarii utuntur, & villarum, ac viridariorum cultores.

Nimirum Ellipsis habet lineam transversim ductam, omnium, quæ in-

Munus, per quod eum facili ratione queamus 450
 Inflexo signare, super lato æquore, filo,
 Subjicere & sensu verum, atque videre meantem.
 Est via, quæ medium longissima trajicit orbem,
 Quam proin transversum, & majorem dicimus axem,
 Bina habet hinc illinc æque distantia puncta 455
 A medio; punctis ex his educere rectos
 Si libeat tractus ad punctum quodlibet unum,
 Margine in extremo quod circum ubicumque locatur,
 Hos geminos tractus simul axem æquare necesse est;
 Tractuum & istorum proin esse æqualia quæque 460
 Inter se paria, & spatio protendier æquo.
 Hinc ¹ quoque, queis labor est florentes addere villis
 Hortos, circum & humo varias inducere formas,
 Hanc sic inducunt sola per variata figuram.
 Tam longum, quam longus item, voluere, sit axis, 465
 Filum in acum patulam intrudunt, extremaque fili
 Tum capita infigunt terræ distantia tractu
 Inter sese aliquo majori, sive minori,
 Ut latam minus esse velint hanc, plusve figuram.
 Post ita circumfertur acus, sit ut usque trahentis 470
 Vi distensa manûs pars ipsius utraque fili

B 4

Con-

intra ipsam duci possunt, longissimam, quæ idcirco totam ejusmodi ovalis figuræ longitudinem determinat, & dicitur axis transversus. Medium ejus axis punctum dicitur centrum Ellipseos: sunt autem bina puncta hinc, & inde a centro æque distantia in ipso axe prædita hujusmodi proprietate, ut si ab iis punctis ad quodvis punctum perimetri ducantur duæ rectæ lineæ, hæ simul sumptæ æquentur illi axi transverso; ut idcirco, si ab iisdem ad plura perimetri puncta ducantur rectæ lineæ, nimirum ad singula binæ, omnia binaria ejusmodi rectarum æquentur profus inter se. Ejusmodi puncta ducuntur foci Ellipseos ob rationem ponendam paullo inferius.

1 Hic jam exponit ipsam metho-

dum usitatam delineandi Ellipsim deductam ex ea proprietate. Filum desinitur ejus longitudinis, cujus est axis, cujus caput alterum transmittunt per foramen aliquanto amplius acus cujuscumque *patula*, quo nimirum libere possit filum ipsum excurrere: tum bina capita desigunt in illo plano, in quo delineanda est Ellipsis, in distantia minore, vel majore a se invicem, prout Ellipsim volunt latiore, pinguioremque, vel graciliorem, & tenuiorem; ac filo tenso per acum, circumducunt acum ipsam, ut filo excurrente, pars ejus altera minuatur tantum, quantum altera crescit, cujus acus acies foramini, & filo proxima *subtus* posita, nimirum applicata ad planum, quod in villis est humus, describit Ellipsim,

Continuo per acum proin transcurrentis, & illa
Quantum incrementis, tantum hac de parte minuti.

Sic per humum circum species signabitur ovi

(Subtus acus acies signabit), scilicet illa,
Quam libuit secto de cono dicere primam.

475

Sed capita hæc fili si non disjuncta fuissent

A sese, sed fixa simul, vertisset in orbem

Sese acus æqualem prorsum, & signasset eundem.

Ergo inter sese quanto magis illa recedent,

480

Hoc orbis magis æquali distabit ab orbe,

Atque ea forma magis gracilis, compressaque fiet.

Quod si concipias unum evanescere demum

Extremum, velut in spatia infinita remotum;

Nascetur conii species tunc altera secti:

485

Tertia proveniet, si, postquam evanuit illud,

Post infinitos percursos denique tractus,

Parte ex opposita claras reddatur in oras.

Illæ igitur quoque tres formæ hæc discrimina habebunt,

Ut, genus hoc, duo puncta gerat, quæ tertia forma est,

490

Partibus oppositis tamen, unum ut nempe receptet

Intra se, teneatque sinu, sit id alterum at extra,

Nimirum oppositi conclusum limite rami:

At

psim, cujus bina illa puncta sint
foci; nam binæ rectæ ab iis ductæ
ad quodvis punctum perimetri ab
acu delineatæ æquantur longitudi-
ni fili, adeoque constantis magni-
tudinis sunt. Facile autem patet
& illud, maximam longitudinem
figuræ evadere, ubi acus jacet in
directum cum focus hinc, vel inde,
& quoniam filum eo casu pro-
currens ultra focum alterum appli-
catur ad se ipsum, duplicaturque,
atque id ipsum æque a parte utra-
libet, debere totam ejusmodi lon-
gitudinem, sive axem, æquari lon-
gitudini ipsius fili.

Si bina capita fili coeant, patet,
haberi circulum, in quem nimirum
abit Ellipsis, ubi foci coeant inter se,
& proinde etiam cum centro, qui
foci, quo magis distant a se invi-

cem, eo magis tenuem, adeoque
magis a circulari forma distantem
Ellipsim exhibent, atque ipsa de-
mum in rectam lineam abit, ubi
ipsi foci tantum distent inter se,
quanta est longitudo totius fili,
quod proinde in ipsa capitum defi-
xione maneat distentum.

Innuat autem & transformatio-
nem quandam sectionum conica-
rum in se invicem, quæ Geome-
triam sublimiorem callentibus est
notissima, cum nimirum si conci-
piatur, alterum Ellipseos focum a-
bire in infinitum, Ellipsis, quam
lib. 2 versu 1321 appellavit pri-
mam conii sectionem, abeat in Pa-
rabolam, quam appellavit secun-
dam, qui focus si, posteaquam in
infinito veluti demersus quodam-
modo evanuit, per ipsum infinitum

quo-

At conī species proficisci, aut forma secunda
 Tantūm unum interius recipit cava; denique, primum 495
 Quod genus, in cono simulantes ova figuræ,
 Circūmſepta tenent intra feſe utraque puncta.

Percipe¹ nunc aliud munus, quod nomina punctis
 Certa dabit, pulchrumque, & multis utile rebus:
 Ex illis ſi nempe vias ad quodlibet unum 500
 Marginis inflexi punctum deducere rectas
 Inſtituas, utramque ejuſdem ad marginis arcum
 Æquo inclinari flexu cognoscere poſſis.

Inde ſit, ut ſpeculi ſi frons hanc nempe cavetur
 Prorſus in effigiem; genus hoc, & perſtet in uno 505
 Per cunſtas vibrans ſua partes lumina puncto
 Aurea lampas; in objectam radiantia frontem
 Spicula quæ circum veniunt, exinde remitti
 Omnia cum ſit opus, flexuque remiſſa redire,
 Quo venire, pari candente a fronte; ſit, inquam, 510
 Altero ut in puncto coeant, in eoque coacti
 Corpora comburant ignis vi, conficiantque;
 Proin ea puncta a re nomen fortita focorum.

Hiſ² tibi ſubjunctis, eſt illius arte repertum,
 Ponere qui Cælo proin viſus jura, focorum 515
 Sem-

quodammodo traductus ad partem
 oppoſitam abeat; oriuntur bini rami
 Hyperbolæ, tertiæ nimirum
 ſectionis conī, in cujus altero ra-
 mo utrovis ſit alter focus, altero
 exiſtente extra ipſum in ramo op-
 poſito; atque idcirco hoc etiam ſit
 diſcrimen inter tres conicas ſectio-
 nes, ut Hyperbola habeat duos fo-
 cos, ſed alterum intra alterum ra-
 mum, altero poſito extra ipſum,
 Parabola unicum, Ellipſis binos, &
 utrumque intra ſe.

Hæc itidem uberius exponemus
 in ſupplementis, ubi innuemus ali-
 quid etiam de geometrica continui-
 tate in tranſitu per infinitum, &
 ipſius Geometriæ myſteriis quibuſ-
 dam in ipſa continuitate ſervanda.

1 Hic aliam focorum Ellipſeos
 proprietatem exponit, quæ ipſis

& nomen dedit. Nimirum binæ
 illæ rectæ a focus ductæ, ad quod-
 vis punctum perimetri inclinantur
 ambæ ad ipſam perimetrum in an-
 gulis æquakibus hinc, & inde.
 Quamobrem cum radius luminis,
 ubi reflectitur, ſemper in reſreſſu
 faciat angulum reflexionis æqua-
 lem angulo incidentiæ, ſi in alte-
 ro foco ellipticæ figuræ levigatæ
 ita, ut regularem pariat luminis
 reflexionem, conſtituatur punctum
 radians, ut candelæ ſtammula, om-
 nes radii in ipſam ellipticam peri-
 metrum incidentes debent poſt re-
 flexionem dirigi ad focum alterum,
 ibique colligi in unum, & ignem
 etiam excitare, ſi lumen applica-
 tum ad focum alterum ſit ſatis vi-
 vidum.

2 Præmiſſa focorum notione,
 jam

Semper in alterutro Solem conitare, suaſque
 Errabunda vias circum alſtra, ut diximus, orbis
 Haud æqui facere; haud æquo proin impete ferri,
 Sed citius, cum ſunt orbis propiore locata
 Parte, meare; magis cum contra a Sole recedunt, 520
 Serius, hanc ſemper motùs ſervantia legem;
 Nempe ut clauſa arcu, quem ſignet tempore corpus
 Quolibet, & reſtis quoque clauſa, a limite utroque
 Arcùs ad Solem medium quos tendere ſingas,
 Tramitibus, conſtet par area quælibet arææ 525
 Arcu alio clauſæ, per quem æquo tempore corpus
 Procurrat, reſtiſque itidem quoque ductibus; illis
 Denique temporibus ſemper reſpondeat omnis
 Area, queis agitur corpus quofcumque per arcus,
 Prodeat ut duplex a duplici, ternaque terno, 530
 Cumque illo ratione pari paria augmina ſumat.

Hinc¹ patuit, cur Mars aliis magis avius erret,

(Ex-

jam hic progreditur ad explicandam primam e tribus illis Keplerianis legibus, quas propoſuimus in nota ad verſum 449, & cum ea conjungit ſecundam.

Prima igitur eſt, Solem eſſe in altero e binis focis cujuſvis Ellipſeos pertinentis ad Planetam quemvis deſcribentem circa ipſum ejus generis curvam.

Secunda autem lex arearum tempori proportionalium in eo ſita eſt, quod per cujuſmodi Ellipſim non ferantur Planetæ motu æquabili, ſed ubi magis a Sole diſtant, retardato, ubi minus, accelerato, atque id ita, ut area ſectoris, ut vocant, elliptici ſit ſemper æqualis æqualibus temporibus.

Hanc æqualitatem arearum tempori proportionalium expoſuimus etiam tomo I l. I ad v. 1709. Conſcipiatur arcus Ellipſeos deſcriptus aliquo tempore dato, a cujuſ extremis punctis ducantur binæ rectæ lineæ ad Solem in foco poſitum: iis rectis, & illo arcu curvo termi-

nabitur figura quædam, quæ dicitur ſector: area ſectorum cujuſmodi contenta iis lineis, ac extenſa in longum, & latum, ſi ſectores pertineant ad arcus deſcriptos æqualibus temporibus, erit ſemper magnitudinis ejuſdem, amplitudine majore anguli in foco, & celeritate in arcu, compenſante minorem in minoribus diſtantiis productionem ipſius ſectoris. Ejuſmodi aream quodammodo veluti verrit recta conjungens Solem, & Planetam, quam nimirum motu continuo percurrit, & pertradit. Æqualitas autem æqualibus temporibus reſpondens trahit ſecum proportionalitatem pro inæqualibus utcumque; nam ex æqualitate facile deducitur, fore duplam aream duplo tempore, triplam triplo, & ita porro.

1 Martis orbita omnium maxime recedit a forma circulari dempta unica Mercurii orbita, quem raro admodum obſervare licet. Quare in ipſo Marte facilius potuit Keplerus primas ſuas leges invenire, quam

(Excipe Mercurium, nobis quem cernere raro est)
 Ejus nempe foci multum inter mutua sese
 Distant, & gracilis via, longaque ducitur alte, 535
 Proin & ab æquali multum diversa meatu.
 At aliis minus est, genus hoc, discrimen in astris,
 Sed varium tamen, ut varie duo puncta focorum
 Inter se sita sunt; vaga pergunt astra per orbis
 Proin varios, magis hæc æquis contermina gyris, 540
 Illa minus, quædam ut ferri videantur in æquos.
 En¹ geminæ Cæli leges; prior illa profecto est,
 Orbis nempe via haud æqui; porro altera surgit,
 Undique temporibus respondens area lapsis.
 Præterea conferre astrorum mobilitates 545
 Si libeat, toto quas gyri a tempore pronum est
 Eruere, & spatii medio de Sole petitis,
 Lex alia inventa est; sed quæ mihi, forsitan ulla
 Quam res, difficilis magis est, scruposaque dictu,
 Exque plicatu; etenim vix nomina suppeditantur 550
 Carmen ad ingenuum; nam barbara verba perosæ
 Nil nisi more suo comptum, ornatumque Camœnæ
 Suscipiunt, tolluntque loca ad sublimia Pindi,
 Et sibi res, non se rebus submittere tentant.
 Non socias artes adfiscunt, excipiuntque 555
 Hospitio, veteri Persarum more, suo ni
 Indutas habitu, notoque colore nitentes,

Et

quam in ullo alio Planeta. Ejus enim observationes habebat plurimas, quæ cum hypothese circulari, & motu æquabili nullo pacto conciliari poterant, cum nimirum, quo magis a circulari forma disceditur, eo majus habeatur distantiarum discrimen, adeoque eo major motuum etiam observatorum inæqualitas, & eo majus discrimen ab inæqualitate illa, quam Eccentrici, & Epicycli, & aliæ hypothese quæcumque circulo innixæ requirunt.

1 Concludit hic binas exprimens, quas exposuimus, priores Kepleri leges. Ad terram transirus, monet Lectorem suum de difficultate summa, quam experitur in ea ex-

ponenda ob vocabulorum inopiam apud Veteres. Et quidem jure omnino affirmat, non licere in Poësi etiam barbaras admittere voces, utut jam receptas in scholis, cum nimirum Muxæ summum leporem, & venustatem requirant ab ipsa vocabulorum proprietate petitam. Utique si Nolter etiam censuisset, licere sibi illa adhibere: *Quod si quadrata cubaveris, cumque Copernicio systemate*, & alia ejusmodi, quæ occurrunt in posthumo opere celeberrimi Poetæ nostri ævi, multum ille quidem laboris declinasset, sed tantundem simul, immo etiam multo magis, de sui venustate poematis detraxisset,

Et non externa, & peregrina voce sonantes.

Virgineas pedibus soleas aptare necesse est

Quantumvis nimium per dura, per aspera ituris; 560

Affuevi tamen, & sum plurima doctus ab usu.

Quæque¹ suis hæc temporibus distantia confert

Lex loca; nam si tu numeros, qui tempora signant,

Queis duo se totum vaga vertunt astra per orbem,

Si numeros sumas itidem, interjecta notando 565

Sic spatia amborum, medio queis Sole recedunt,

Illorum & repetas semel in se quemlibet, addens

Se toties sibi nempe, quot extat partibus unis

Compositum: at repetas in se bis quemlibet horum,

Se sibi cum toties, quot constat partibus unis, 570

Scilicet addideris, toties, quod prodiit inde,

Rursum addens; ita formatos ratione videbis

Respondere pari primos, qua deinde secundos

Inter se numeros, atque ordine stare vicissim

Seu duplo pariter, seu triplo, dimidiove, 575

Aut quocumque alio magno, parvo, sed æquo.

Sic

¹ Lex tertia. hic exponenda est hujusmodi: in diversorum Planetarum orbitis sunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi distantiarum mediarum. Medias hic quidem Noster non exprimit; sed eas adhibendas esse monet paullo inferiorius. Ad eam legem explicandam exponendum est, quid sint tempora periodica, quid distantiarum mediarum, quid illarum cubi, quid harum quadrata, quid sit illos esse, ut hæc.

Tempora periodica sunt ea, quibus integræ periodi absolvuntur. Sic tempus periodicum Terræ est unus annus. Distantiarum mediarum sunt eæ, quæ inter maximas, & minimas mediarum sunt: æquatur autem distantia media dimidio axi illi transverso Ellipseos. Quadratum numeri habetur, cum is toties sumitur sibi ipsi additus, quot unitatibus ipse constat, sive, quod idem sonat, cum multiplicatur per se ipsum; cubus

autem est, cum ipsum quadratum numeri multiplicatur per ipsum illum eundem numerum. Sic cum decies decem sit centum, & decies 100 sit mille; centum est quadratum decem, & mille est ejus cubus. Esse autem duos numeros, ut sunt alii duo, significat ita illorum priorem continere posteriorem, vel contineri ab ipso, ut horum prior continet horum posteriorem, vel ab ipso continetur. Hæc omnia etiam in primo tomo sunt abunde explicata.

Patet jam igitur sensus tertiæ legis; quem hic Noster satis dilucide expressit. Capiantur duo numeri, exprimentes duo tempora periodica, & alii duo exprimentes distantias medias a Sole duorum Planetarum: fiant illorum quadrata, & horum cubi, & uti se illa quadrata continebunt, ita itidem continebunt se & hi cubi.

Sic¹ poscit quia Mars, ut se circumferat, octo
 Tempora, Mercurius quorum uno volvitur ales,
 In sese numerum semel itum post repetitum
 Protinus infilies ad quattuor, & decies sex. 580
 Quattuor at porro plus, quam ipse Caducifer, extet
 Cum prope Mars spatii erectus, quattuor in se
 Fac semel ut repetas, ut fiant sexque, decemque;
 Tum sibi deinde quater conjungens sexque, decemque,
 Quattuor, & decies sex agglomerabis in unam 585
 Componens summam, ut nuper, quater ipse quaternus
 Quo numerus toties sibi junctus surgat, oportet.
 Quapropter numerus manet idem hac parte, vel illa;
 Proin utrosque modus similis, quos diximus, inter
 Est numeros, ratioque una, & par mutuus ordo. 590

Attamen² ut possint peragi bene cuncta, caveto,
 Ne spatia hinc capias tu quælibet unius astri
 Errantis, non æqua sibi sunt omnia circum:
 Utere sed mediis tantum, inter maxima quæ sunt
 Et cunctis, interque brevissima; dimidiatis 595
 Ipsa æquantur enim transversis axibus apta
 Illarum, peragunt circum quas astra, viarum.

Jam³ tribus his, quas nunc docco, tibi sena teneri

Legi-

1 Illustrat legem exemplo petito
 a Marte, & Mercurio. Martis tempus
 periodicum est proxime octuplo
 majus tempore periodico Mercurii,
 cum illud sit proxime annorum
 duorum, hoc mensium trium:
 distantia vero media Martis a Sole
 est circiter quadruplo major, quam
 distantia media Mercurii. Exprimi
 igitur possunt tempora per 8, & 1,
 distantia per 4, & 1. Illorum quadra-
 ta sunt 64, & 1, horum cubi itidem
 64, & 1, nam octies octo sunt
 64, & quater quatuor sunt 16, tum
 quater 16 itidem 64. Igitur & tempus
 primi quadratum quadratum
 secundi, & cubus distantia prioris
 cubum posterioris æque continet,
 nimirum vicibus 64, in quo stat,
 quod quadrata temporum sint, ut
 cubi distantiarum mediarum.

Porro hic omnino illud diligenter
 notandum est, quam dilucide, &
 tamen eleganter, ac latine simul ex-
 presserit Noster multiplicationes il-
 las, quæ ad efformandum quadra-
 tum, ac cubum requiruntur.

2 Hic monet astrum debere di-
 stantias non quascunque, sed me-
 dias; quod nos quidem paullo su-
 perius exposuimus.

3 Jam vero has leges, quas Ke-
 plerus in primariis Planetis depre-
 hendit, monet Noster, servari ite-
 dem a Satellitibus Jovis, & Satur-
 ni, qui quidem postea inventi sunt
 per telescopia; sed tertiam potissi-
 simum; nam priores duæ satis ac-
 curatè ibi observari non possunt, ob
 ingentem distantiam a nobis or-
 bium, qui cum appareant perquam
 exigui, eorum discrimen a circulis,
 & fo-

Legibus astra, nec unquam illis exsolvere sese
 Servatum est; quin & simul ipsa secunda cieri 600
 His itidem, Comites Saturni his ire, Jovisque.
 Tertia præsertim hæc mage lex depressa vigere est;
 Namque duæ vix comparent, illa omnia gyros
 Cum circum tenues invertant, tamque remotos
 A nostris oculis, ut & inter puncta focorum 605
 Vanescat spatium, & volvi videantur in æquis
 Orbibus, exempto prorsus discrimine motus.
 Lunæ pariter via se convolvit in ovi
 Effigiem, Tellusque focum media occupat unum.
 Mille tamen vicibus subiecta est proxima Phœbe, 610
 Instabiles motus ut nulla lege refrænet
 In speciem. Fuit ante labor proin irritus omnis
 Indocile hoc numeris vincire, & subicere astrum,
 Exhibat facile, & frangebatur vincula quævis;
 Nam via circuitus, ovum quæ visa referre est, 615
 Nunc gracilis, nunc se pandit latissima contra
 Perpetuo immutans media intervalla focorum;
 Quod fieri nequeat sex in primoribus astris.

Sem-

& focorum distantia inter se vix potest sub sensu cadere, dum distantiarum integrarum, & temporum periodicorum ratio inter se multo facilius determinatur.

I Ad Lunam hic iterum redit, quæ itidem ellipticum orbem habet Tellure in altero foco sita, sed inæqualitatibus plurimis est obnoxia, quæ quidem sub sensum cadunt ob ingentem viciniam, atque id ita, ut idcirco nullam Astronomi per solas observationes, & erroneas theorias suas inire potuerint rationem eas accurate definiendi. Earum inæqualitatum præcipuas hæc Noster innuit: sunt autem hujusmodi: species Ellipseos mutatur ita, ut ea, jam, recedentibus a se invicem binis focus, contrahatur, jam, accedentibus, dilatetur, & ad circuli formam accedat magis; quod quidem in Planetis Primariis non accidit,

quorum Ellipses ejusdem ad sensum speciei manent: axis transversus Ellipseos jam longior fit, jam brevior: idem etiam jam alias aspiciunt Cæli plagas, jam alias, directione mutata, quæ itidem in Primariis Planetis manet fere immobilis. Is motus dicitur motus Apogei, vel motus lineæ Apsidum; nam extrema puncta axis transversi appellantur Apsides, alterum quidem Apsis summa, & Apogæum in Luna, Aphelium in Planetis Primariis, alterum vero Apsis ima, & ibi quidem Perigeum, hic vero Perihelium: Planum orbitæ lunaris, quod in Planetis Primariis est ad sensum immobile, positionem suam mutat, ac ad diversas Cæli sideri partes obvertitur, tum quod ipsa ejus inclinatio ad planum orbitæ terrestris, sive Eclipticæ mutatur, tum etiam magis, quod positionem suam mutat ipsa

Semper eis speciem gyri retinentibus unam;
 Axis item nunc est brevior transversus, & idem 620
 Longior, hasque plagas Cæli nunc respicit, atque
 Nunc illas, fervent cum sex ea sidera semper,
 Ut fuit, axem, unaque fere in regione locatum:
 Præterea, velut illorum, non conitat in una
 Semper planitie Lunæ orbita, nutat in oras 625
 Sed Cæli varias, diversaque sidera spectat:
 Et, qua planitiem Terræ secat ipsa meantis,
 Vertitur hæc regio, & reperitur tempore longo
 Semper in occalum promotior; omnia demum
 Semper, uti dico, varie mutantur ibidem, 630
 Nil erat idcirco magnis conatibus ante
 Deprensū, nisi posse vias has forsitan omnes
 Pendere a Terræ positu, Lunæque vicissim
 Ad Solem; patuere aditus ad cætera nulli.
 Jam¹ quoque erat jungi Solis, Lunæque notatum, 635
 Præcipue Lunæ cum motibus, æquoris æstus:
 Tum quoque conspectum, patrio cum Juppiter astro
 Esset jam propior, simul hunc in motibus ipsi

Tur.

ipsa illa, quam Astronomi appellant lineam nodorum, in qua planum orbitæ lunaris interfecat planum Eclipticæ, quæ linea post longiora temporum intervalla semper in occidentem regreditur contra signorum ordinem.

Porro hi motus ipsi omnes sunt admodum inæquales ita, ut videantur nulla certa lege ea omnia jam augeri, jam minui, jam regredi, jam progredi, atque id ipsum per multas vices. Ac tanta est harum omnium vicissitudinum varietas, ut nihil aliud possent Astronomi stabilire, nisi fortasse illud unum, pendere omnia a diversa Terræ, & Lunæ positione ad Solem; quin liceret definire singillatim ea, quæ ad ejusmodi nexum pertinerent.

I Congerit hic alia multa, quæ ad Newtonianam Astronomiam Mechanicam sternunt viam, & can-

dem plurimum commendant, explicata nimirum per ipsam: maris ætium, de quo illud tantummodo innoverat in genere, ipsum pendere a Solis, & Lunæ situ; aberrationes Jovis, ac Saturni, & eorum satellitum, ubi ad se invicem accedunt magis, quas ad Veterum Mythologiam eleganter, ac venuste Nolter hic refert: tabularum astronomicarum vicissitudines, quæ posteaquam per aliquod tempus utcumque satis accurate exhibuerant motus Planetarum, corrigendæ erant subinde, ac immutandæ: formam globosam Planetarum detectam post detecta telescopia, & vertiginem circa propriam axem observatam in Sole, Marte, Venere, ac Jove, sed in ipso Jove, qui omnium celerrimè, nimirum horis minus quam decem convertitur circa proprium axem, figuram ad polos com-

Turbari, simul & Saturnum; forte Vetustas
 Inter vivere eos odia illa antiqua putasset, 640
 Imperiique avidos & adhuc contendere velle;
 Nam comites utriusque etiam turbantur, ut ipsi
 Præsidio qui sunt Regi, & defendere debent.
 Ipsas præterea, queis Cæli condimus asta,
 Tempore post longo fidas non esse tabellas; 645
 Nam prius astrorum monstrassent certa vagantum
 Cum loca, post senio lapsæ velut, immemoresque
 Monstrantes eadem errabant; rursusque novare
 Sæpe necesse fuit, Cæloque aptare recenti.
 Adjice, cum primùm prospectum vitra dederunt, 650
 Et propius domus alta accessit, templaque Divum,
 Parte rotundari ex omni palantia visâ
 Sidera, more globi, circumque inflexa tumere;
 Visum itidem Solem, & Venerem, Martemque, Jovemque,
 Haud secus ac Terram proprio super axe revolvi, 655
 Ast illis, Terraque Jovem velocius; horis
 Namque decem in se integrum circumplicat orbem;
 Atque ipsum geminis compressum a partibus esse
 Hinc illinc, medius qua ducitur axis utrinque, &
 Surgere plus oris circum distantibus æque. 660
 Denique non axem Terræ semper eandem
 Respectare plagas Mundi, sed tempore longo
 (Parva etenim a sæclis discrimina percipiuntur,
 Accumulantur ubi, & coalescunt multa, remotis)
 Paulatim positus mutarier illius; orbem 665
 Nam sinuat circum, nec jam ad loca prima revertit,
 Biscentum nisi post, decies & sæcula sena;
 Propterea quæ verna, vel autumnalia puncta
 Affigunt Cælo, regredi, & simul omnia signa
 Exinde adverso motu provesta videri, 670
 Sed tardè, cum tot sint gyro sæcula in uno.

Hæc

compressam nonnihil: motum illum
 astrorum omnium, quem Astrono-
 mi appellant præcessionem æquino-
 ctiorum, quo motu astra omnia
 apparent promota in Orientem per
 circulos Eclipticæ parallelos ita len-

te, ut vix post 26 annorum millia
 unam absolvant periodum, qui
 quidem pender a motu axis terre-
 stris regredientis e contrario in Oc-
 cidentem.

Hæc ¹ Cæli facies, hic magnis constitit ordo
 Corporibus demum; at peragentes omnia causæ
 Deerant, & diam jungentes cuncta per artem;
 Tum verò patuere, ex quo post condita Cæli
 Legifero sacra jura Viro, Vir lampadè lucem
 Major ab ætheria Terras deduxit ad imas.
 Ergo age, protulerit quod Divum nectare pasta
 Mens illa inventum Mortalibus, unde videmur
 Omnia subjicere, & victum dare jura per Orbem,
 Suavidico conor dum protinus edere versu,
 Et Latiis, quantum fas est, vulgare Camœnis,
 Da mihi te vacuum curis, rerumque, docebam
 Quas supera, non immemorem, nimiumque sagaci,
 Et volucris vi mentis in omnia pervadentem,
 Tecum unà ut possim tam grandem evolvere summam.

Tertia ² lex (si non inspectes acriter, atque
 Si fingas motus astrorum, orbisque vagantum,
 Quod licet hic, æquos, nam sunt discrimina parva)
 Protinus ostendet vires, quibus astra ferantur
 Ad medium Solem, & pariter quibus astra Secunda
 Non minus ad Solem contendant, ad sua quæque
 Quam Prima, excurrunt quæ circa, seque revolvunt.
 Nimirum vires, genus hoc, si corpore spectes
 In gemino quovis, medium quod tendat ad unum,
 Lex eadem ostendet decrefcere, cum removentur,
 Imminuique magis, quam sint spatia aucta, recedunt
 Per quæ de medio, nimirum pro repetitis
 In sese spatiis, ut diximus ante trahenti
 In Terræ gravitate etiam, atque in luce profusa.

T. II.

G

700
Quod

¹ Expositis Kepleri legibus, & aliis Cæli phænomenis addit, eorum omnium causas latuisse penitus humanum genus usque ad Newtonum, qui hanc Naturæ partem patefecit primus, ad cujus inventa præclara quidem, sed explicatu difficillima cum faciat gradum, jure attentum animum exigit. Exponeamus hic ea omnia ipsum itidem secuti sine Geometria, sed eadem multo clariora fient in supplemen-

tis, ubi Geometriam in subsidium vocabimus.

² Primo quidem affirmat illud, e tertia Kepleri lege, si Planetarum orbis habeantur pro circulis, a quibus parum admodum distant, derivari illud, Planetas omnes Primarios gravitare in Solem, & Secundarios in suos Primarios in ratione reciproca duplicata distantiarum, quam rationem superius explicavimus.

Quod ¹ tibi possit ut hîc aliquo clarescere pacto,
 Ante cape hæc animo vera, interiusque reconde,
 Quæ revoluta prius, supera collataque dictis,
 Cum de compositis generatim viribus actum,
 Corpora quæ retrahunt, & cogunt ire per arcus, 705
 Tutemet agnosces, & certa fateberis esse:
 Primum diversos si corpora tempore eodem
 Conficiant orbes; vires, quibus ipsa trahuntur,
 Quo mage de medio distant, mage crescere semper
 Esse opus, haud alia, quam qua ratione locorum 710
 Augentur spatia a medio distantia puncto:
 At si deinde pares, vel eosdem corpora in orbes
 Tempore procurrant non æquo, esse ordine verso
 Vires, in sese est repetitum ut tempus utrinque.
 Ergo ubi perspicuas rationes videris horum; 715
 Aude, age, mecum animo gemina ad vaga sidera scande
 Quævis, Mercurii velut, & Mavortis ad astrum;
 Janque aliud quoque finge astrum, quod Martis in orbem
 Raptetur, non tam diuturno at tempore, sed quo
 It Maja Genitus: Vis, qua foret istud in orbe 720
 Inflexum, raptumque suo, magis exsuperaret
 Tanto Mercurii vim, quanto majus ad ipsum
 Solem illinc esset spatium, vi nempe quaterna;
 Mars siquidem mage tanta per intervalla recessit.

At

¹ Ut id ipsum demonstrat, adhibet bina theoremata pertinentia ad ea, quæ exposuit lib. 1, ubi posteaquam egit de vi composita delapsus est ad motus curvilineos viribus quibuscumque factos, & ad motus curvilineos factos viribus ad idem centrum directis. Ea deducuntur ex generali theoremate, quod propositum in supplementis tom. 1. num. 264, uti patebit hîc in supplementis in hæc loca. Sunt autem hujusmodi: si duo corpora describant binos circulos eodem tempore, vires, quibus urgentur in centrum, erunt, ut circulorum radii, sive ut distantie ab ipso centro: si autem in circulo eodem diversis tempori-

bus ferantur, vires erunt reciproce, ut quadrata temporum, sive eo minor erit vis, quo majus fuerit quadratum temporis.

Sint jam bina corpora, quæ moveantur circa idem centrum in diversis circulis diversis temporibus, ut Mars, & Mercurius, ita, ut quadrata temporum sint, ut cubi radiorum, seu distantiarum, & oporteat demonstrare, esse vires reciproce, ut quadrata distantiarum. Concipiatur tertium corpus, quod describat circulum eundem, quem describit primum, sed tempore alio, nimirum illo, quo suum circulum describit secundum corpus. Vires secundi, & tertii erunt dire-

ctæ

At Martis vis est minor illa, quæ trahit astrum
 Confictum, quanto minus in se se repetitum
 Hujus erit tempus (quod idem quoque diximus esse
 Mercurii tempus) repetito tempore Martis;
 Nempe quater, sex & decies opus esse minorem est:
 At toties minus est (quod jam lex tertia præfert) 730
 Mercurii spatium repetitum protinus in se
 Et semel, atque iterum Mayortis sic repetito
 Ad medium Solem spatium; quater esse quaternis
 Tractibus illius concretum ut noscere possis,
 Atque iterum quater hoc spatium. Quapropter inesse 735
 Quæ debet vis in rubicundo Marte locata,
 Mercurii vi major ab una parte reperta est,
 Ut simplex spatium est ad Solem majus ab illo,
 Quam sit ab hoc astro (vis illa est nempe quaterna),
 At minor ex alia parte est, spatia ut lua constant 740
 Majora, in se se repetita bis; inde necesse est,
 Ellisa opposita, vis tota in Marte supersit
 Tanta, ut pro spatiis decrescat non repetitis
 Ni semel in se se; nempe hæc quater ordine quarto
 Depressa est præ vi, qua se Cyllenius infert. 745
 Hac vaga item ratione queas discurrere in astra
 Cætera, quas floret lex tertia cumque per oras,
 Atque videre, quod hîc in Martis, Mercurii que
 Viribus inter se collatis constat apertum.

C 2

Assi-

Et ut distantia a centro, ex theoremate primo, cum circulos illos describant æqualibus temporibus: vires tertii, & primi erunt reciproce, ut cubi distantiarum, quia cum describant eundem circulum diversis temporibus, erunt per theorema secundum vires reciproce, ut quadrata temporum, & quadrata ipsa temporum sunt ex hypothesi, ut cubi distantiarum. Quare comparando primum cum secundo, & componendo idcirco ejusmodi rationes, erunt eorum vires in ratione composita ex directa simplici, & reciproca triplicata distantiarum; adeoque erunt in ratione tantum duplicata reciproca distantiarum ipsarum.

Retinendo superiores Martis, ac Mercurii distantias, & tempora, erit vis novi Planetæ concepti quadruplo major vi Mercurii ob quadruplo majorem distantiam, & tempus idem: erit autem vis Martis 64 vicibus minor vi ejus Planetæ concepti, cum tam quadratum temporis Martis quadrato temporis Mercurii, & novi Planetæ, quam cubus distantia illius cubo distantia hujus sit major 64 vicibus. Quare vis Martis vi Mercurii erit minor 16 vicibus tantummodo, assumpta numeri 64 parte quarta dimittatur; & eadem est methodus pro reliquis Planetis omnibus.

Assiduisne¹ vides igitur vaga viribus astra 750
 Ad Solem medium urgeri, pariterque Secunda
 Præterea ad sua Prima rapi, nec legibus isdem
 Non agere has vires; gravitas quibus ipsa propinquam
 Hic agit in Lunam, atque in cætera corpora circum,
 Scilicet ut decrescat, & imminuatur eundo 75.
 Pro spatiorum, in se si tum repetantur, adauctu.
 Ipsa² huc temporibus respondens area semper,
 Ut docui, nos jam propius quoque duxit, ut astri
 Esse videremus vires cujuslibet ejus
 In medium Solem directas: namque ubi curvi 760
 Corpore signantur circum properante meatus,
 Sic ut quæque suis mutatis area semper
 Æquè temporibus mutetur; corpora, quæ tum
 Detorquent vires, punctum nituntur in illud,
 Undique quo coit, & conjungitur area quæque. 765
 Quin³ etiam vires, quibus unum quodlibet astrum
 Vertitur, in Solemque locis ex omnibus errans
 Urgetur jam non illinc distantibus æque,
 Si conferre velis, & noscere, num minuantur,
 Qua dixi, ratione; hoc natura ipsa meatus, 770
 Quo properatur, erit, sinat ut deprendere curvi.
 Hæc tamen haud facilis ratio, nec pervia cuique,
 Sed cui volvendis ingentibus incita curis

Vis

1 Concludit hic demum vim omnium Planetarum Primariorum in Solem, & Secundariorum in suos Primarios sequi rationem reciprocam duplicatam distantiarum illam eandem, quam supra invenimus in gravitate Lunæ comparata cum gravitate nostrorum gravium in superficie Telluris collocatorum.

2 Progreditur adhuc, & a lege prima arearum, quæ ad Solem terminantur, proportionalium temporibus deducit singulos Planetas urgeri in Solem; cum nimirum lib. 1 a versu 1769 ostenderit corpus, quod cum ea arearum lege orbitam quampiam describat, urgeri vi quadam in ipsum centrum arearum ejusmodi.

3 Quod si quæretur ratio, in qua variantur ejusmodi vires, quarum directionem determinant illæ areæ temporibus proportionales; id, ait, definiri a natura orbitæ descriptæ, sed rem sine Geometria, & quidem sublimi admodum determinari, & explicari omnino non posse, ac proinde rem esse Musis proflus imperviam. Quamobrem se hic, affirmat, ejusmodi determinationem omittere, ubi sapienter admodum obsequitur celeberrimo illi Horatiano præcepto; & quæ desperes tractata nitescere posse, relinquant. Adhuc tamen pollicetur se indicaturum methodum illam, qua in ejusmodi perquisitione Newtonus est usus.

Vis animæ est, usu & jamdudum exercita longo
 Rerum in mensuris, quas nostro in carmine non est 775
 Dicere, tractatas non vocibus utpote nostris,
 Plus ubi cognosci, quam dici denique possit:
 Difficili proin absistens procul ipse labore
 Longe iter ostendam tamen, &, quam repperit, artem,
 Naturæ Interpres, quo non solertior ullus. 780
 Prind^r infinite distensum tenuiter arcum
 Siste tibi ante oculos, illius nempe meatus,
 In quem inquirendum est; extremis ejus ab oris
 Duc medium ad punctum, quo tendunt undique vires,
 Rectos hinc illinc tractus; sic area certa 785
 Certo ut tempori item respondens clausa sit intus.
 Ex uno libeat tunc arcus limite parvi
 Tangens ducere iter; tractum quoque ducere rectum
 Ex alio tunc sine, viæ tangentis ad oras,
 Qui distans æquè intervallo curreret illi, 790
 Limite quod rectum a primo distenditur arcus
 Ad medium punctum, tenuans quo se area finit.
 Illa via est certe, quæ, quod vis efficit illic,
 Metitur, prorsusque refert, atque exprimit æque.
 Ipse viam hanc igitur variis in flexibus arcus, 795
 C 3 Inquo

I En methodum, quam hic proponit. Consideretur arcus infinitesimus orbitæ, quæ describitur: a binis ejus extremis ducantur ad centrum virium binæ rectæ, ut simul cum arcu concludant areolam, quæ si dato cuiuspiam tempusculo respondeat, erit constans: ex altero extremo arcus ducatur ejus tangens, & ex altero usque ad tangentem ducatur recta parallela illi, quæ a priore tendit ad centrum virium, in quo areola illa terminatur velut in cuspidem tenuata. Hæc lineola intercepta inter arcum, & tangentem utique metitur vim; nam sine vi centrali mobile abiisset per rectam tangentem, a qua ad arcum deducitur ab ejusmodi vi per intervallum æquale illi lineolæ.

Si igitur considerentur ejusmodi

lineolæ pertinentes ad quovis arcus descriptos a dato quovis Planeta, vel ad arcum etiam quemvis unius Planetæ cum arcu Planetæ alterius, invenientur eæ majores, vel minores in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco communi, nimirum a Sole: contra vero si comparentur inter se binæ orbitæ binorum Planetarum, nimirum ellipticæ, & ponantur in iis ejusmodi lineolæ in ratione reciproca duplicata distantiarum^r, ac inde comparentur inter se tempora periodica, & distantia mediæ [quod quidem qua ratione fieri possit, patebit in supplementis], invenietur illud, quod in tertia Kepleriana lege est propositum, nimirum esse quadrata temporum periodicorum, ut cubos distantiarum mediarum.

Inque locis variis expendens, quodlibet astrum
 Queis errat, speciem dum circum terminet ovi,
 Crescere, vel minui cernes, velut ordine verso
 Imminui debet repetitum scilicet in se,
 Crescere vel contra spatium, quo parvulus arcus 800
 Est procul a medio puncto rapiente remotus.

Nunc versa si forte viæ ratione subire
 Ad verum, atque illuc, discessum est unde, reverti
 Si cupias, geminos si scilicet ipse meatus,
 Hoc genus, inter se tentes conferre vicissim 805
 Per Cælum spatio quantumvis impare ductos,
 Aspiciens, illa, qua dico, si ratione
 Vis in utroque trahens etiam collata vicissim
 Decrescat spatiis, legem te protinus esse
 Deducendum ad eam, quæ circum tertia Solem 810
 Floret de numero ternarum, qua referuntur
 Tota ad dimidios transversos scilicet axes
 Tempora, vel media ad spatia, ut jam diximus ante.
 Nonne vides, certo ut junguntur fœdere vera?

His¹ veluti gradibus si progrediaris & ultra, 815
 Jam pateat, secti e ternis, quæcumque sit, unam
 Per speciem conii si pergat corpus, eodem
 Illic vim fieri variam quoque more; neque ullos
 Possè alios generis cujusviscumque meatus
 Corpore signari, quod vis ea scilicet urget, 820
 Quæ spatiorum in se repetito carpitur auctu.

Proin² circa Solem vis Solis in omnia late

Diffusa

¹ Hic innuit generalem determinationem problematis directi, & inversi virium centralium reductam ad casum peculiarem virium decrefcentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, de quibus egimus tomo 1 in supplementis a num. 254, quod vis centralis decrefcat in ratione reciproca duplicata distantiarum, ubi describitur quæcumque e tribus conicis sectionibus, si nimirum terminentur areæ æquales ad focum alterum, & viceversa si vis centralis decrefcat in

ea ratione, non nisi conicam sectionem aliquam posse describi, quod memorato loco in supplementis accurate demonstravimus.

² Percipit jam hic totius perquisitionis molestissimæ fructum deducendo illum, circa Solem haberi vim, quæ urgeat corpora in Solem ipsum, circa Saturnum, & Jovem itidem vim, quæ in ipsos urgeat, prorsus ut circa Tellurem habetur nostra gravitas, & illas decrefcente in eadem ratione reciproca duplicata distantiarum, in qua decrefcat hæc.

Diffusa est spatia, & Saturni vis quoque circa
 Saturnum, circaque Jovem Jovis, ut gravitas est
 Hic Terræ circa molem. Quocumque locorum 825
 Jam quodvis statuas si corpus, debet idipsum
 Percipere has vires, atque ad cuiusque vocari
 Regna simul; magis ire illuc, pollentius unde
 Urgetur: Quianquam magna intervalla relinquant
 In medio, quanquam tentes latera omnia circum, 830
 Vires effugies has nusquam, nullaque constet,
 Contendant illæ non extrahere unde, latebra.
 Proin simili jam sunt natura prorsus, & una
 Hæ vires, gravitasque, atque una lege vigentes,
 Ut gaudere etiam communi nomine possint. 835

En igitur semper Mortales unius esse
 Telluris quod crediderant, hanc quippe videbant
 Et trahere, & solam gravitatis fonte potiri,
 Nempe ut non alio, grave quod sit, corpus agatur,
 Hoc decus, hanc laudem largitam cernimus esse 840
 Saturno quoque Naturam, Solique, Jovique,
 Astris fors aliis itidem, & fors omnibus, usquam
 Quæ sunt, corporibus, quod post manifesta patebit.
 Anne ideo nostris his esse simillima rebus
 Multa alibi attoniti, & mirantes excipiamus? 845
 At neque Pastores si Solem, & sidera noctis
 Audivere aliis Terrarum fulgere in oris,
 Mirantur, nec prata alibi non esse, neque herbas
 Credunt, aut liquidos sola per ridentia fontes,

C 4

Nec

hæc. Quamobrem ejusdem generis sunt illæ etiam, & eodem gravitatis generalis nomine appellari possunt: nimirum protenditur longissime ad maximas distantias vis ejusmodi, & corpus, quod in hæc omnia virum centra urgetur, obtemperat potissimum illi vi, quæ est validissima, ad quam nimirum accedit maxime vis ex omnibus composita.

1 Innuic jam hinc analogiam Naturæ, quæ apparet, ubi vis gravitatis, quam indocti homines solius Terræ propriam censuerant, tra-

ducta est superioribus argumentis ad Jovem, Saturnum, & Solem. Quid ni inde etiam conjectando eadem transferatur ad reliqua omnia astra, & quidem etiam ad omnia corpora generatim? Id inferius se facturum adhuc aliis argumentis pollicetur; interea tamen vim ipsam analogiæ proponit ob oculos exemplo ipsis etiam pastoribus maxime rudibus manifesto, qui nimirum, quas apud se herbas vident, & frondes, & fontes, ac fluvios, alibi quoque in remotis etiam regionibus reperiri non dubitant.

Nec rapidis alas ventis, nec frondibus umbras.

850

Præterea ¹ corpus gravitatis viribus istis
 Perceptis, seu Solis ea est, Terræve, Jovisve,
 Falciferive Patris, si tum loca projiciatur
 In vacua, obliquaque via contendat abire,
 Segminibus conī debebit de tribus unum 855
 Signare, atque illo deferri semper eodem:
 Quodque sit, ex ipsa regione, & mobilitate,
 Qua jacias, simul & gravitatis ab impete certo
 Cognosces, es si rebus non hospes in istis.
 Atque hoc, quod facile est, generatim concipe verum 860
 Discrimen; nam si, cœpit qua currere corpus,
 Mobilitas minor est ejusdem mobilitate,
 Quæ foret in medio jam puncto, denique vires
 Qua coeunt, illuc si tum cecidisset ab alto
 Inde loco celerans æqualibus incrementis 865
 Ejus, quam primò sensit, gravitatis ob ictus;
 Secti forma prior conī signabitur oras

Per

¹ Stabilita lege gravitatis decre-
 scentis in ratione reciproca duplica-
 ta distantiarum, proponit jam theo-
 remata nonnulla pertinentia ad mo-
 tus corporum projectorum, quæ
 sollicitentur ejusmodi vi, quæ qui-
 dem omnia demonstravimus accu-
 rate in supplementis ad lib. 1 § 19.
 Nimirum si corpus quodpiam ejus-
 modi vi sollicitatum in datum cen-
 trum projiciatur utcumque in spa-
 tio non resistente, debet perpetuo
 describere unam e sectionibus con-
 icis, cujus species determinabitur
 data directione, & velocitate pro-
 jectionis. Determinationem simpli-
 cissimam sane ibidem exhibui, ut
 & illud, quod inveni jam olim,
 & proposui in dissertatione de mo-
 tu corporis projecti in spatio non
 resistente viribus decrefcentibus in
 ratione reciproca duplicata distan-
 tiarum, & quod hic Noster exprit,
 pertinens ad determinandum,
 an orbita futura sit Ellipsis, an Pa-
 rabola, an Hyperbola; quod qui-
 dem a sola velocitate pender, nul-

la habita ratione ad directionem
 projectionis.

Nimirum concipiatur illa velo-
 citas, quam acquireret corpus sibi
 sine ulla projectione relictum in illo
 puncto, ex quo projicitur, si acce-
 leraretur uniformiter vi ea, quam
 initio habet manente semper, & ni-
 hil mutata. Velocitatem is quidem
 semper auget, & in appulsu ad
 centrum ipsum haberet quandam
 velocitatem determinatam. Si ve-
 locitas, qua projicitur, sit minor
 ejusmodi velocitate, describet El-
 lipsim, si æqualis Parabolam, si
 major, ramum Hyperbolæ ceterio-
 rem, habentem centrum virium
 pro foco intra se ipsum posito.
 Quod si vis non urgeret corpus in
 centrum, sed ipsum a centro re-
 pelleret, & ramen eandem servaret
 rationem reciprocam duplicatam
 distantiarum, tum vero describeret
 Hyperbolæ ramus ulterior
 convexitatem obvertens ipsi virium
 centro jextra se posito.

Per superas; sed si fuerit par illa, necesse est,
Altera signetur; sin major, tertia fiat.

At si de medio gravitas se denique puncto
Convertat, remouentem & transeat in leuitatem, 870
At seruens legem, a spatiis quæ pendet, eandem;
Tertia tum conii effigies tranetur, oportet,
Proscissi, sed qua ramus contrarius ibit.

Ex ¹ his nonne vides, curuos quos nostra meatus 875
Corpora conficiunt vacuas projecta per oras,

Qui conii effigiem scissi simulare secundam
Nempe videbantur, primarum ex ordine tantum

Esse, nimis noster cum constet debilis omnis

Projectus: sed pars horum suprema putatur, 880

Paruaque cum specie confundi nempe secunda;

Nam nimis & longi, & graciles sunt, utpote quorum

In media Tellure focus tam distet, & ipsi

Alterius prope sint proin ad confinia formæ.

Nam ² conum ductus nimis inclinare secantes

885

Utrin-

1 Ut a Planeris ad Cometas gradum faciat, observat hic primum, quod e superius expositis consequitur, nostra gravia, quæ, ubi oblique projiciantur, vulgo censentur, Parabolas describere juxta Galilei doctrinam, revera describere Ellipsim, cujus focus sit in centro Terræ, cum nimirum velocitas, qua projiciuntur, sit nimis exigua; sed eandem haberi pro Parabola, quia cum Ellipsis abeunte altero foco in infinitum desinat in veram Parabolam, eadem foco longissime abeunte ita, ut sit alteri axis vertici proximus ipse focus, attenuata plurimum, sit Parabolæ proxima, & ab illa nihil ad sensum discrepet.

Et quidem Galilei doctrina innititur gravitati agenti nisu constanti, & secundum directiones parallelas, in qua gravitatis lege illa ejus Parabola locum habet: ea lex obtinet proxime non accuratè in terrestribus corporibus, quorum gravitas & varia est, & agit directionibus

convergentibus ad centrum Terræ. Sed revera nec Ellipsim accuratè talem nostra gravia describunt etiam abstrahendo animum a resistantia aeris, quæ ipsam quoque Parabolam Galileanam plurimum turbat. Gravitas nimirum non dirigitur accurate ad centrum Terræ, quæ non est spherica, nec decrevit accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum ab eodem tum ob ipsam formam non accuratè sphericam, sed compressam, tum ob inæqualem textum partium internarum Terræ, & montium, ac collium procursum, intra quorum limites nostræ projectiones fiunt. Et hoc discrimen est multo majus, quam illud, quod parit mutatio distantiarum, & directionum tam exigua, præter quam quod & vis centrifuga rem turbat. Inde autem & contumacitati virium, ac motuum consulitur mirum in modum, ut patebit in supplementis in hunc locum.

2 Ut ostendat Ellipsim longe productam,

Utrinque, ut docui, si pergas, transitus extat
 Hic celer; ante ideo quam transeat, incipit esse
 Forma prior similis nimium, nimiumque secundæ;
 Ut nequeas prima præsertim in origine sensu
 Prendere discrimen, neque, si tum vertere cæptes 890
 Forte vices, primæque secundam sufficere, erres.
 Sic ¹ quoque quo nocti committitur excipienti
 Alma dies, tempus, possis ad utrumque referre
 Scilicet aut finem lucis; noctisque ruentis
 Principium; nam lux crepera est, & mixta tenebris: 895
 Ultima sic quæ sunt hiemis, tu prima tepentis
 Tempora item veris dicas; ætasque virilis
 Sic postrema coit cum subrepente fenestra.

Inde etiam facili ratio tum prodita pacto
 Vera ² Cometarum; nam legibus ire Cometas 900
 Inventum est illis etiam, viresque trahentis,
 Plusve, minusve, tamen certas sentiscere Solis.
 Sed dum te motus illorum, orbisque, viaque
 Edoceo, patere interea, quæ credita nempe
 His super anteacto jam tempore, multa doceri, 905
 Erro-

ductam nihil ad sensum differre a Parabola, ut proinde pro se mutuo promiscue accipi possint in arcu proximo alteri foco, considerandum proponit conum, qui secetur oblique, & concipiat, ipsum sectionis planum ita inclinari, ut ab Ellipti fiat per Parabolam transitus ad Hyperbolam. Transitus quidem ipse fit momento temporis, cum unica Parabola in unica plani secantis positione interjaceat infinitis numero hinc Ellipsis, inde Hyperbolis. Ante quam deveniatur ad illam unicam Parabolam, ad eam utique planum sectionis accedit ita, ut infinitæ numero sint ejus positiones, quæ ab ipsius plano distent minus, quam ut distantia in prima origine sensu percipi possit. Quare & Ellipses illæ, quæ ejusmodi planis respondebant, nihil ad sensum discrepabant in ipsa origi-

ne ab illa Parabola, licet deinde recessu continuo planorum secantium ab ea plurimum in maximis distantis discrepare debeant.

¹ Hunc transitum accessu facto per differentias utcumque exiguas, qui pertinet ad geometricam continuitatem, illustrat pluribus exemplis pertinentibus ad continuitatem physicam, diei migrantis in noctem per crepusculum, hiemis sensum, & per gradus intermedios abeuntis in ver, ac virilis ætatis in senectutem, in quibus omnibus, quæ limiti sunt proxima, ad utrumvis terminum referre licet.

² Incipit hic agere de Cometis, qui quidem eadem Keplerianas Leges observant, & eadem gravitate in Solem, qua Planetæ, feruntur circa ipsum Solem in Ellipsis habentibus focum in Sole ipso; sed Ellipses Cometarum productæ plurimum

Erroresque virum varios, fixa, atque reſixa
 Judicia, ambiguas rationes; omnia donec
 Conſtiterunt tandem, ſublata vi gravitatis
 In Cælum, circumque ſuis vaga legibus aſtra,
 Proptereaſque ſuos etiam cohibente Cometæ,
 In gyros. Ipsi ¹ ſunt ſcilicet aſtra Cometæ,
 Quæ Cælo interdum comparent, obſita circum
 Crine, & lucentem plerumque trahentia caudam:
 Motu hos raptari, quo ſidera cunſta, diurno,
 Præterea & proprio, velut aſtra errantia, ferri
 Suſpicimus: ſed quod nova dent ſpectacula ſemper,
 Nec diuturna ſui Terris, cum ſidere raro
 Equipares illos, cujus lux fulgere sæpe
 Ex improvifo viſa eſt, obteſtaſque ruruſus.
 At cauda, & Cæli partes excuſſus in omnes
 Liber, & haud ullo ſignatus limite certo
 (Quamvis continuum, quodcumque eſt, nec ſine lege
 Ipſorum ſit iter) certe eſt propriumque, ſuumque,
 Ut diſſent aliis hoc uno ſcilicet aſtris.
 Fulgentes ² veluti ferali luce Cometæ,
 Præ-

rimum accedunt ad Parabolas ita
 in arcubus Soli proximis, & nobis
 conſpicuis, ut pro Parabolis aſſumi
 poſſint. Sed ante quam veram
 earum theoriam Newtonianam ex-
 ponat, rem totam altius repetit,
 & errores etiam præcedentium Phi-
 loſophorum proponit nonnullos.

¹ In primis Cometæ eſſe, ait, qua-
 dam aſtra, quæ interdum apparent
 in Cælo, cum quodam crine circa
 caput, & plerumque cum cauda.
 Caudam nunc quidem vocare ſolent
 illam etiam, quam Philoſophi di-
 cebant barbam, ductum nimirum
 nebulofum quendam longiorem,
 qui ſi a nucleo protenditur in eas
 partes, in quas motu proprio Co-
 metæ tendit, dici ſolebat olim bar-
 ba, ſi in partes oppoſitas, cauda;
 ut idcirco tria Cometarum genera
 diſtinguere fuerint ſoliti Philoſophi
 Barbatoſ, Caudatoſ, Crinitoſ.

Addit, in ipſis obſervari motum
 diurnum comunem aſtris omnibus,
 & proprium, ut præter comunem
 habent itidem proprium motum
 Planetæ. Illoſ autem affirmat con-
 venire cum Stellis novis, quæ in-
 ter Fixas etiam obſervatæ quando-
 que ſunt, quod ex improvifo appa-
 reant, nec perpetuo conſpicui ſint,
 ſed quodam tempore plerumque ad-
 modum exiguo, quanquam & ab
 iis, & ab omnibus tam Fixis, quam
 Planetis differant in eo, quod cau-
 dam habent, & nulla certa Cæli
 plaga cohibeatur motus ipſorum
 quoquoſerum excurrentium, utur
 non ſine certa lege. Et quidem Do-
 minicus Caſſinus certum Cometis
 quoque Zodiacum deſtinaverat,
 quem tamen egreſſi ſunt deinde plu-
 rimi ita, ut nulla ſit ipſiſ conſtituta
 certa Cæli plaga.

² Refert comunem vulgi, &
 Pleu-

Præfagaque mali perterrita pectora quondam
 Indicium irati credebant lugubre Cæli,
 Divorumque minas : populis immittere pestes,
 Nec non sanguineo Martis præcurrere ludo,
 Regnorum excidiis quoque, funeribusque Potentum. 930
 Attamen ærumnas, atque infortunia nostra
 Omnia si Mundo, genus hoc, per signa liceret
 Noscere, quando foret, non diram ut suspiceremus
 Per Cælum lucem? Cur tam rara illa micaret?
 Semper an insuetum vis sæva secuta malorum est 935
 Lumen, & id nunquam pavitantia corda fefellit?
 Nunquamne uberior, longeque salubrior annus
 Successit, vel composito pax læta tumultu?
 Scilicet insuetis, quæ præcessere, solemus
 Ignari rebus, qui sunt tum deinde secuti, 940
 Eventus tristes præsertim, luctificosque,
 Quique premente malo nostros percellere possint
 Plus animos, veluti causis, significæ referre,
 Cum nullo prorsus jungantur mutuâ nexu.

Ante¹ videbantur Cæli statione teneri 945
 Hi prope Terram humili, & terrestri ab origine nasci,
 Nem-

Pseudophilosophorum, Veterum in primis, errorem, qui Cometas censuerunt esse funestorum eventuum vel causas, vel signa prævia; qui quidem error apud cultiores Europæ imprimis regiones jam exolevit. Ipsum egregie refellit ex eo, quod si mala etiam ingentia ejusmodi signis prænunciari deberent, fere semper Cometas haberemus, cum nullum sit tempus, quo alicubi miseri Mortales ingentibus malis non premantur: addit & illud; sæpissime multo minus funesta exitisse tempora, quæ adventum Cometae cuiuspiam subsequuta sunt, quam ea, quæ nullus Cometa præcesserat. Addit demum, & causam, cur imperiti potissimum homines in eum errorem prolapsi sint, quod nimirum in eorum, quæ minus usitata repente accidunt, &

quorum causas ignorant, admirationem rapti, iis & alia attribuerunt, quæ eorum animos maxime percellunt, ut sunt potissimum eventus infaufti, quibus premimur, & afficimur multo magis, quam aliis quibuscumque; licet nullus inter ea nexus habeatur.

1 Transit ad alium errorem eorum, qui censuerunt Cometas esse Telluri proximos, & proinde etiam nasci e Terræ vaporibus, atque exhalationibus, ut cætera ignea methæora. Horum errorem refellit ex eo, quod illa careant, quam Astronomi vocant *parallaxim*. Cum aliquam nubem, vel vaporem Terræ proximum suspicimus in aere, alii idem illud corpus ad Boream vident, alii ad Austrum, vel ad aliam Cæli plagam; & in eo discrimine locorum, ad quæ referimus idem obje-

Nempe a condensa, nubes velut ipsa, vapores;
 At quoniam a Terra spatia horum magna reperta
 Sunt porro, ruit hæc ratio; nam tempore eodem
 Partibus a variis illos, longeque remotis 950
 Aspiciunt homines sub eodem fidere Cæli;
 Quod fieri nequeat, si sint regione locati
 Terræ in vicina, qua sunt regione vapores.
 Sic nubem, vel cum loca per sublimia longe
 Densat se, cernunt alii devergere ad ortum, 955
 Ast alii haud multis distantes millibus atram
 Surgere ab occasu, a gelida vel mittier Arcto.
 Propterea¹ nimis a Terræ regione Cometæ
 Cum distent, opus est ingenti corporis auctu
 Esse; quod apparens, ut lata est, indicat ejus 960
 Frons etiam; haud ideo concresecunt rebus ab illis,
 Quas vaga, uti fumos, exhalent astra (quod ipsum
 Nosce alios docuisse), vagis non esse minores,
 Inveniuntur enim, at majores sæpius astris,
 Et plerumque ab eis immaniter esse remoti. 965
 Quin ipsi errantum fumi, eductique vapores
 Corpore ab astrorum, sua rursus in altra revertunt

Deci-

objectum e diversis locis visum, consistit parallaxis. At Cometæ quicumque eodem tempore e remotissimis Terræ partibus observant, intuentur omnes in eadem Cæli plaga, & sub iisdem Stellis Fixis, quod quidem sine immani distantia a Terra fieri non potest. Tycho jam olim ex defectu parallaxeos sensibilis Cometæ diligenter ab ipso observati deduxit ingentem Cometarum distantiam a Terra, & ipsos supra Lunam evertit inter Planetas.

¹ Aliam erroneam itidem aliorum sententiam refellit, qui Cometæ censuerunt coalescere ab exhalationibus reliquorum Planetarum. Imprimis cum adeo remoti sint, & tamen magnitudinem suam apparentem habeant (Planetarum enim diametris apparentibus sæpe multo majores sunt Cometarum apparentes diametri) oportet ingen-

tis veræ magnitudinis sint; & mensuris rite captis inveniuntur quandoque ipsis Planetis Primariis majores. Quamobrem ab eorum exhalationibus oriri non possunt. Præterea Planetarum exhalationes, & vapores in ipsos recidunt gravitate sua, ut vapores Terræ decidunt in Terram. Et quidem tam observationes nonnullæ, quam ipsa analogia, & multo magis utrumque simul suadet utique Planetas Primarios quosque suas habere atmosphas, & in iis suas pluvias, & nives. Inde autem consequitur, Cometæ non oriri ab exhalationibus, & vaporibus Planetarum, quæ a Planetis non avelluntur, atque id quidem vim habet maximam idcirco, quod fere semper Cometæ apparere incipiunt in maxima distantia a Planetis.

Decidui; pluyiasque suas, Martique putandum est
Esse, Jovique suas, canaque Senem nive spargi
Saturnum, aut dura contundi grandine sæpe.

970

At ¹ neque, Solis uti maculæ, de Sole Cometæ
Concreſcunt, adeo diſtant nam sæpe, repelli
Tam procul ut nequeant tam denſa mole vapores
Retroſum aſſidua Solis gravitate trahente.

Reſtat ² ut antiqua cunctarum ab origine rerum
Ipsi etiam æterno ſint corpore, qui moveantur
Certis per Cælum, ut circumvaga legibus aſtra.

975

Qui ³, quot luce ſua flammantia ſidera fulgent,
Turbineos voluit ſtipatos eſſe tot orbes,
Senaque proin pelago velut aſtra natantia vaſto
Materiæ a Solis raptari vortice circum,

980

Accidere interdum, maculis ut fixa coortis
Sidera denſentur quædam, velataque circum
Et lucem amittant, & vires, credidit idem,
Nec proin tuta ſuo remanere in vortice poſſe,

985

Aſt a finitimis ſorberier, inque aliorum
Transire arbitrium veluti captiva, nec unquam
Ceſſare, inque alios fugitiva, alioſque meare,

Et

1 Sunt, qui putant Cometæ ori-
ri ab exhalationibus Solis, ut ejus
maculas. Hoſ refellit ex eo, quod
Cometæ ſæpiſſime apparere inci-
pant in maxima a Sole diſtantia,
quo vapores adeo denſi, & craſſi
aſcendere non poſſunt, obſtante
nimirum gravitate, qua in Solem
retrahuntur.

Eſt autem & argumentum peti-
tum a poſitione orbitæ ipſorum,
quod & hanc evertit ſententiam,
& aliam nihilo minus erroneam
eorum, qui cenſent Cometæ, im-
mo & Planetas eſſe particulas So-
laris maſſæ inde avulſas, & ejeſtas.
Nimirum quidquid e Sole projecia-
tur, debet ad ſenſum deſcribere vi
gravitatis ſectionem conicam tranſ-
euntem per ipſum projectionis pun-
ctum, nimirum per Solem, cum
tamen & omnium Planetarum, &

omnium fere Cometarum Orbitæ
in ipſa minima a Sole diſtantia ſi-
ve Perihelio, ab eodem Sole diſtent
longiſſime.

2 Rejeſtis ſententiis reliquis con-
cludit demum, Cometæ debere
eſſe corpora Mundo cœva, ſuis
delata per Cælum motibus, ut
Planetæ.

3 Carteſii ſententiam hic com-
memorat, & refellit. Is quidem
cenſuit, Fixas omnes ſuos habere
vortices, ut Solem, qui circa ſe in
ipſo vortice ſuo ſex Primarios Pla-
netas circumagat. Ubi earum ali-
quæ maculis onerata, ac penitus
cooperta extinguantur, tum & vor-
tices ipſarum a vorticibus proxi-
mis abſorberi; ipſas vero ab ipſis
proximis vorticibus abripi, & er-
rare ex alio in alium temere tranſ-
laras, quarum aliqua ubi ad Sola-
rem

rem

Et sine lege viæ, & sine motûs ordine certi,
 Et Solem Dominum procul aspectare Cometas, 990
 Saturnique altos ultra consistere fines
 Propterea voluit nequidquam, namque vagantum
 Plerique astrorum in regiones conspiciuntur
 Demitti, Solis lustrantes cominus ignem.
 Ultra¹ Saturnum geminis de Fratribus alter, 995
 Quos ut Tyndaridas quondam fama extulit ingens
 Pugnaci ingenio claros, magnisque repertis,
 Esse ait errantum de gente, & volvier astrum
 Immenso circa phœbeam lampada gyro
 Ob spatia haud oculis deprensûm immania nostris; 1000
 Præterea Comites, ut Saturnumque, Jovemque
 Circumstant, quocumque abeant, hoc cingere multos,
 Atque sequi; nostra qui cum se parte meantes
 Demisere, videntque propinquius ora comantis
 Solis, & a vultu jacentis lucida tela, 1005
 Ulsurpari oculis, pariterque audire Cometæ
 Cœptant; in spatia abducti se cætera condunt.
 Horum ille & spatia, & motus, & tempora, tantùm
 Nota sibi, quia sista, docet; sed protinus auso
 Cælum adversatum est reditus prædicere vati. 1010
 Vesti-

rem vorticem devenerit, supra Saturnum feratur in eodem in ipso ejus margine, donec in alium transeat aliquem, & longe fugiat.

Hanc sententiam refellit inde, quod plures Cometas sciamus longe infra Saturnum, immo & infra Mercurium aliquos descendisse. Verum tota illa arbitraria vorticum hypothesis jam exolevit, quæ quidem penitus labefactata post Mechanicam, & Astronomiam diligentius excultas, ita corruit, ut erigi omnino non possit.

1 Jacobum Bernoullium fratrem Joannis hic innuit, qui aliam hypothesis proposuit adhuc junior: Planetam quandam remotissimum ultra Saturnum circa Solem deferri, qui ob ipsam immanem distantiam oculos fugiat Terricolarum. Hunc habere circa se suos satelli-

tes, qui ubi ad nos propius accesserint in inferiore parte orbitæ suæ, magis etiam simul illustrati a Sole sub aspectum cadant. Ille quidem & motus ipsos definiit, quibus tamen statim phænomena Cometarum contraria obsiterunt, quæ cum ejusmodi hypothesis, præterea etiam penitus arbitraria, conciliari omnino non possunt. At ii juveniles extiterunt conatus hominis summam deinde, & meritissimo quidem famam adepti cum ipso fratre, ut adeo uterque summis laudibus, quibus eos Noster hic exornavit, meritissimus sit, qui quidem ejusmodi laudem propagarunt in totam familiam, in qua suam quodammodo veluti perennem sedem videtur Mathesis sublimior defixisse.

Vestigatorem ¹ magnum in cælestibus oris,
 Altrici Italiæ rapuit quem Gallia civem,
 Scimus in immensos orbes, & forsitan æquos
 Tractus per Cæli vastos egisse Cometæ,
 Usque adeo, ut possent recti apparere meatus, 1015
 (Parvula cum pars sint orbis) quos ingrediuntur
 Illi, cum nostris expositi sensibus errant,
 Et docuisse modum, quo tu prænoscere possis
 Servatis tribus ante locis, quæ sidera adibit
 Præterea, & quo se feret unusquisque videndum. 1020
 Fors fecit pertæpe fidem; feliciter ista,
 Cum procul arderent illi nimis, eveniebant;
 At, prope cum Solem lustrarent, cuncta ruebant,
 Namque intorquebant cursum, obliqueque meabant.
 Sic ² etiam inventis aliorum obsistere visum est 1025
 Cælum; semper enim post servabatur ibidem,
 Rebus quod positis adversaretur; ab omni
 Nunquam parte potest veram res ficta imitari.
 Ipsa at vi Veri post irradiante, quod alte
 Extulit Inventor gravitatis in omnia fusæ, 1030
 Vidi-

¹ Ad Dominicum Cassinum hic delabitur, qui ex Italia, in qua & ortum habuerat, & Mathematicarum disciplinarum, atque in primis Astronomiæ fama inclaruera, in Galliam a Ludovico XIV evocatus sedem Parisiis fixit, & ad filium superiore anno nobis ereptum, ac nepotem nunc maxime eadem fama florentem quodammodo velut hæreditariam transmittit Astronomiæ scientiam. Is censuit Cometæ deferri in orbibus maximis, & fortasse etiam circularibus, quorum exigua portio, in qua nobis, ubi ad nos accedunt magis, conspicui sunt, haberi possit pro recta linea, habito itidem motu pro æquabili. Is quidem docuit etiam, quo pacto ex tribus observatis Cometæ locis in hypothese motus rectilinei, & æquabilis, definiri posset totus reliquus apparens cursus.

Et quidem res non infeliciter succedebat, ubi satis a Sole distarent Cometæ; sed ubi ad ipsum accedebant magis, & curvatura viæ, & recessus ab hypothese motus æquabilis satis magnus hypothese ipsam penitus evertit.

Hypothese motus rectilinei, & æquabilis, ad quam Cometæ accedunt plurimum, ubi a Sole satis distant, excoluit & Newtonus, proponendo in Arithmetica universalis methodum determinandi etiam distantiam ejus orbitæ a Terra per quatuor observationes; quam tamen in ea etiam hypothese ineptam esse ad rem perficiendam demonstravi in mea dissertatione de Cometis, qua de re, ut & de aliis nonnullis ad Cometæ pertinentibus agam hic in supplementis.

² Ad Newtoni theoriam transfertur illud hic generatim enunciat; omnes

Vidimus in tenebras nativas cuncta relabi,
 Quæ steterant prius; ut Lunam pallere tuemur
 Ad Solis jubar, & nitidos compescere fastus.
 Ille igitur sola gravitate, ut cætera, vinxit
 Æthera lustrantes motu variante Cometas, 1035
 Orbibus & variis, spatiisque coercuit idem
 Lege rata, & prorsum in comunia fœdera flexit.

Principio ¹ apparent cum nobis, esse Cometas
 Scire licet sæpe astrorum in regione vagantum;
 (Ultra vel si sint quandoque, prope esse profecto) 1040
 Ipsisque interdum plus Soli accedere multo
 Astris, & nimium radios haurire propinquos:
 Tutemet ex ipso possis quod noscere motu
 Illorum inter se collato, & lumine, quo sunt
 Perfusi, pariter collato errantibus astris, 1045
 Si varias rerum mensuras scilicet, atque
 Si numeros tentare ausos cælestia calles.

Proin veluti, quicumque aliqua in ditione moratur,
 Cogitur illius leges, & jura subire
 Imperii, ritumque pari cum civibus uti, 1050
 Sic quoque, nonne vides, oculis mortalibus ipsi
 Depressi cum sunt spatio in propiore Cometæ,
 Scilicet in noto Solis discurrere regno,
 Nonne vides, inquam, vaga ut atra coercita certa
 Sunt gravitate, atque invicta vi Solis agur, cur 1055
 In Solem, quoque vimque, potestatemque Cometas

T.II.

D

Debe-

omnes alias hypotheses, si quid determinati attulerant, quod cum observationibus comparari posset, ab observationibus ipsis fuisse everfas, quod falsæ hypotheses cum veris phænomenis consentire penitus, & conspirare non possint. Id veris tantummodo theoriis accedere, ut omnibus phænomenis satisfaciant; atque id ipsum accidisse theoriæ Cometarum Newtonianæ, qua evulgata reliquæ considerint, illa una jam per omnes Europæ Academias recepta.

¹ Pro fundamento theoriæ ipsius ponit Noster illud, quod & Newto-

mus posuit, nimirum Cometas descendere in regionem Planetarum, & præterea etiam infra ipsos Planetas deprimi: Id quidem, affirmat, erui ex eorum motu, & luce. Qua ratione id Newtonus inde deduxerit, exponemus in supplementis.

Cum igitur in Planetarum regione versentur, ubi conspicui sunt, oportet, inquit, gravitatem habere in Solem, ut Planetæ, adeoque describant circa ipsum conicam aliquam sectionem, quod necessario fieri debet juxta ea, quæ superius dicta sunt in adnotatione ad versuna 815.

Debere illius, nifusque audire trahentis,
 Nec proin incerta cum libertate vagari,
 Intorquere suum sed iter, velut astra, per oras
 Sublimes, & de coni signare figuris 1060
 Unam proficisci, quod scilicet ante probatum est,
 Ipsè foci cuius punctum Sol occupet amplius,
 Et sedeat velut in folio rutilante Tyrannus.

Sed ¹ quæ semita erit proficisci hæc denique coni?
 Non etenim æqualis parti queat orbis ab omni 1065
 Esse, nec æqualem pariter qui accedit ad orbem;
 Illos quandoquidem prope semper templa per alta
 Volvier aspiceremus, ut & vaga cernimus astra,
 Quæ tum dumtaxat nobis obtesta latefcunt,
 Prætereunt supra cum Solem, infraque micantem; 1070
 Ast, illi quia parva sui spectacula præbent,
 Cumque abiere, diu conduntur, nonne necesse est
 Parte iter ex una demitti Solis ad ignes,
 Atque oculos simul ad nostros, contraque reflexos
 Ex alia longe spatiis discedere magnis? 1075
 Quare erit aut coni primo de segmine nata,
 Sed nimium obliquo ductu longissima forma,
 Altera vel species, vel tertia. Sed quia ramo
 Hæ constant geminæ haud in se redeunte, nec unquam
 Brachia in immensos cessant protendere tractus, 1080
 Credibile est per eas ullum non ire Cometam:
 Nam per eas ullus si pergeret, integer unquam

Non

¹ Quærit jam hic, quæ coni sectio debeat esse Cometarum orbita: nam theoria gravitatis permittit quamcunque incipiendo a circulo, & per totam omnium Ellipsium seriem, ac Parabolam abeundo ad seriem omnium Hyperbolarum.

In primis excludit circulum, & Ellipsim accedentem ad formam circularem; quia tum fere semper conspicui essent, ut sunt Planætæ dempto nimirum exiguo tempore, quo Soli conjungerentur supra, vel infra ipsum.

Quoniam igitur Cometæ brevi tempore conspicui sunt, & diutif-

sime latent; oportet illorum orbitæ pars exigua sit Soli, & nobis proxima, reliquo omni arcu longissimè recedente. Hinc ea vel debet esse Ellipsis, sed maximè attenuata, vel Parabola, vel Hyperbola. Sed quoniam posteriores duæ recedunt in infinitum, credibile esse dicit, neutram esse orbitam Cometarum, qui si in iis moverentur, ne unicum quidem unquam gyrum integrum absoluerent, nec semel digressi a Sole redirent unquam, sed in infinitum recederent in loca æterno frigore torpentia, velocitate semper imminuta.

Non fieret circum gyrus, Solemque videre,
 Ni semel, haud posset propius; cum protinus inde
 Aufugeret, semperque magis discederet alta 1085
 Per loca, mobilitate adeo tamen usque minuta,
 Ut torperet iners æterno tempore demum,
 Nec posset vitæ extinctum renovare calorem,
 Adventuque novo ad Solem dispellere frigus
 Corpore perpetuum, tepidumque haurire vigorem 1090
 Partibus, aut sætus unquam, indigenasque sovère.

Prima¹ igitur superest, sed quæ est longissima coni
 Prociſſi effigies, cujus duo puncta focorum
 Magnum intercipiunt tractum; sic denique multos
 Post annos curvius ut flectens, & sua prisca 1095
 Flectendo relegens iterum vestigia gyros
 Instauret longos, Titanique ora Cometa,
 Longius, aut propius, sed ab omni parte revifat.
 Certius hoc geminam conjectes ob rationem:
 Primò, cum nimium procul editus ille, meatum 1100
 Ejus, ut est, recto similem deprendere possis;
 Si vero accessit, cernes iter illud in arcum
 Flecti, & dimidium prope flexu hoc cingere Solem.
 Illi præterea qua Cæli parte videntur
 Crebrius? an qua Sol medius micat? oppositave? 1105
 Nimirum opposita vix quintus quisque videtur
 A nobis parte, ast alia in regione prope omnes,

D 2

Quam-

1 Exclufis reliquis binis conicis Sectionibus relinquatur, ut Cometarum orbita fit Ellipsis. At, Ellipsim hujusmodi, hic affirmat, debere esse maxime oblongam, remotissimis a se invicem ejus focus. Id quidem patet ex eo, quod superius dictum est, quod nimirum diutissime lateant Cometæ, sed hic alias binas ejusdem rei conjecturas addit, ex quibus id primo quidem Newtonus est suspicatus. Nimirum ita fit, ut arcus a Sole satis remotus ad rectam lineam accedat plurimum, Soli autem proximus plurimum incurvetur, quod observationes ostendunt. Tum vero inde

etiam illud perspicuum fit, cur Cometæ plerumque appareant in illo Cæli hemisphærio, in quo est Sol, distantes ab eo minus, quam integro quadrante, & multo rariores viti sint in hemisphærio opposito. Nam in Ellipsi in immentum oblongata non possunt apparere nisi in arcu proximo Soli occupanti focum, quod non accideret, si alterius formæ esset orbita.

Quod autem appareant tantummodo, ubi sunt propiores Soli, & non longe ultra Saturnum, Newtonus sic probat in corol. 2 lemmatis 4 lib. 3 Principiorum. *Si cernerentur in regionibus ultra Saturnum, deberent* *spius*

Quamvis in Solis radiis ibi sæpe lateſcant,
 Nec cerni poſſint, quod porro haud accidit illic:
 Reveraque novis offuſo Sole tenebris 1110
 Objectam ob Lunam, & ſummum ſubeunte laborem,
 Cum ſtellis aliis, media quæ luce diei
 Intempeſtivo ſurgebant tempore sæpe,
 Interdum quoque viſus erat pallere Cometa
 Haud a Sole procul, terrebat & anxia corda. 1115
 His ita judiciis firmatis, deinde meatus,
 Qui ſint, in veros ſervando inquirere cœptum eſt;
 Servatis loca nempe locis deprendere paucis
 Omnia tentarunt numeris gravitatis, adiret 1120
 Tempore conſpicuus toto quæ deinde Cometa;
 Nam viſum, ſi congruerent his vera, fore, ingens
 Momentum ut poſitis rationibus adjiceretur,
 Atque ibi phœbeæ gravitatis certa vigerent
 Jura etiam, atque uno retinerent omnia nexu.
 Difficilis tamen, & prorsum inſuperabilis omnes 1125
 Terrebat labor hic, quoniam non puncta locorum
 Ultima cognita ſunt, ſed, quo directa, videntur
 Tantum, & qua Mundi perſtant de parte locata.

Tan-

ſæpius apparere in partibus Soli oppoſitis. Forent enim Terra viciniores, qui in his partibus verſantur, & Sol interpoſitus obſcurat ceteros. Verum percurrendo historias Cometarum reperi, quod quadruplo, vel quintuplo plures detecti ſunt in hemiſphærio Solẽm verſus, quam in hemiſphærio oppoſito, præter alios procul dubio non paucos, quos lux ſolaris obtexit.

I His in genere conſtitutis de forma orbitæ Cometicæ, affirmat, cœptum deinde inquire in determinationem ſingularum orbitarum ad ſingulos Cometas pertinentium, per obſervationes nimirum, & gravitatis theoriam; nam dato certo numero locorum per obſervationes accuratas determinatorum, defini- vi poteſt tota orbita elliptica, po- tiſſimum ſi adhibeantur theoremata,

quæ locum habent, ubi ab eadem gravitatis lege determinentur orbitæ ejuſmodi, a qua pendent Planetarum Ellipſes, quod quidem multo magis problema determinat. Plurimi nimirum intererat videre, an eadem gravitas vigeret etiam in Cometis omnibus, quæ in Planetis; Sed ejuſmodi perquiſitio erat admodum ardua pro orbe elliptico, & fere penitus inaccessa. Facilis eſſet Ellipſeos determinatio, ſi præter focum darentur tria puncta curvæ. Datis iis tantummodo invenirentur omnia reliqua. Verum per obſervationes Aſtronomicas non definiuntur determinatè ipſa Cometæ loca, ſed tantummodo directiones rectarum, quæ ad ipſa tendunt.

At illud Newtonus vidit, longe facilius eſſe rem perficere pro orbe Para-

Tandem animadversum est, cum sit longissimus orbis
 Proscisso primæ de cono nempe figuræ, 1130
 Illa parte, foco propior quæ constat, eandem
 Esse viam prope, quæ fieret via nempe secunda
 E specie, veraque parum re discrepitantem:
 Toto propterea, quo cernimus esse Cometas
 Tempore, nos eadem prorsum omnia cernere, quæ, si 1135
 Formæ iter alterius fiat, videamus ibidem:
 Difficile & non tam numeris hos esse secundos
 Subdere, & ad rectos, notosque referre meatus;
 Nam queiscumque aliis illi mitescere possunt
 Ductibus incurvis magis, atque patescere menti. 1140
 Sic quæsitæ via est, loca quæ deferre Cometas
 Per servata queat, radiorum & fila secare,
 Scilicet ex oculis rectâ quæ tendere singas,
 In regione foci consistat ut ignivomus Sol,
 Temporibusque suis respondeat area quæque. 1145
 Protinus eventu res est lustrata secundo,
 Visæque sunt positas rationes cuncta subire.
 Tempore ¹ jamque illo lux Cælo dira refulsit,
 Quo non major erat, neque visâ minacior ulla,

D 3

Nec

Parabolico, quæ curva est admodum facilius tractatu, & arcum Ellipseos Cometicæ a nobis observatum pro parabolico assumi posse. Investigavit igitur orbem parabolicum, qui ita secaret rectas e Tellure ad eum abeuntes, ut radiis inde ductis ad Solem in foco positum area respondeant temporibus, quibus percurruntur, nimirum sint ipsis proportionales, & præterea magnitudinem eam habeant, quam requirit gravitas Cometæ comparata cum Planetarum gravitate nobis cognita. Et ea investigatio est satis ardua, sed Newtonus difficultatibus omnibus superatis eo pervasit demum, ut per tres solas observationes orbitam parabolicam defini- verit partim per attentionem, & falsæ positionis methodum, partim per directas determinaciones.

Ego quidem in mea dissertatione de Cometis ostendi methodum, qua per finitam algebraem id problema solvi posset, deveniendo ad unicam determinatam æquationem; sed ejusmodi æquatio ita esset ardua, & calculus ita implexus, ut omnem omnino humanum conatum effugeret. Quamobrem omnes, qui post Newtonum idem problema redegerunt ad usum, attentionibus sunt usi, quæ quidem succedunt, & approximationes exhibent, quantum liberit accuratas.

¹ Orbitæ calculo erute ex tribus observationibus exhibent loca pro reliquis omnibus temporibus, quæ comparata cum observatis theoriam vel confirmant, vel penitus ever- tunt. Porro omnes observationes Cometarum, quorumcunque satis accurate

Nec magis immani loca Cæli vasta terebat 1150
 Discurrens cauda, sævum quo tempore bellum
 Europæ populos concussit, sanguine multo
 Danubii fluvius cum tingeret, imperiique
 Urbs Caput intremere, qua non augustior ulla.
 Illa ferum Martem tum pertulit una, suasque 1155
 Totum Orientem in opes ire, & disperdere velle
 Omnia, & horribili vidit sua quassa fragore
 Mœnia tum prope jam minitantes ultima Lunas
 Excipere. At versis post quæ fuga barbara fatis!
 Quæ cædes! quantum prædæ, laudisque relatum est! 1160
 Non ita magna quidem primò lux visâ Cometæ
 In Solem fuit ire; sua ipsum Scorpium inter
 Brachia cum Solem versaret prætereuntem,
 Condita post paulo est; per brumam lumina rursus
 Extulit, ad vernos Zephyrorum & perstitit ortus 1165
 Diffugiens Solem; cumque omnes mole viderent
 Diversa in speciem, motuque, & lumine, nuper
 Quam quo visus erat, diversum hunc esse putarunt.
 Sed via posterior demum hac expensa recenti
 Ut ratione fuit, molem astri nempe prioris 1170
 Continuasse via, quæ post quoque trita, repertum est,
 Legibus haud aliis nimirum, quam quibus una
 Quæviscumque orbis pars a palantibus astris

Signa-

curate sunt habitæ, miro consensu
 Theoriam Newtonianam confirma-
 rant. Antè omnes alios id præsti-
 tit Cometa celeberrimus anni 1680,
 & 1681, de quo hic Noster loqui-
 tur, qui Viennensem obsidionem,
 & Turcicam illam immensam cla-
 dem haud ita multo antecessit. Is
 apparuerat primum Novembri men-
 se anni 1680, quo tempore Sol est
 in Scorpio, descendens ad Solem;
 tum Decembri, Januario, Februa-
 rio, ac Martio mensè cauda in ipso
 accessu ad Solem in immensum au-
 cta apparuit iterum, a Sole regre-
 diens. Is quidem a multis Astrono-
 mis creditus fuit duplex Cometa,
 non unicus: Sed Newtonus deter-

minata orbita Cometæ in secunda
 sui ostensione visâ, non solum in-
 venit cum ea congruere loca omnia
 eorum mensium, sed etiam loca
 illa omnia, in quibus superiore No-
 vembri fuerat visus, quod evicit
 simul & illud, Cometam utrumque
 fuisse unicum, eundemque, & il-
 lud, veram esse theoriam, quæ cum
 ejus motibus maxime ad speciem
 irregularibus tam belle consenserit.

En quæ Newtonus in eam rem
 habet Princ. lib. 3, ubi fuscè agit
 de hoc Cometa, quem locum No-
 stter hic habuit ob oculos. *Perge-
 bat hic Cometa per signa fere no-
 vem, a Virginis scilicet duodecimo
 gradu ad principium Geminorum tra-*
ter

Signatur, five a servatis ante Cometis.

Proin non diversas, geminasque fuisse, sed unam 1175

Tum patuit lucem reflexam a corpore eodem;

Plasquam dimidium quod trajecisse notatum

Cum fuerit Cælum cursu variante, vicissim

Nunc celerante, moras nunc longas sæpe trahente,

Attamen hoc ad iter dein, ad notosque reductum 1180

Calles, constabat sibi protinus; ibat in una

Nam scissi effigie conii, legemque tenebat

Unam, temporibus qua consonat area notis.

Quare tam varius, tam discors iste Cometæ

In speciem motus, tam porro legibus arctis 1185

Nexus, & adstrictus, tam certo denique constans

Fœdere, communique repertus jure teneri

Tam bene, tam invicte, velut astra vagantia quæque,

Auctori certam rationem hanc esse probavit,

Errandique metu procul omni, & suspicione 1190

Tum demum solertem animum, cautumque retraxit.

Proin¹ fuit in cunctos animum qui verteret acrem,

Quorumcumque prius via erat servata, Cometæ,

Et loca vulgatis prostabant tradita chartis,

Nempe quater senos elegerat ad sua visos 1195

Tempora, & inventam rationem his omnibus aptans

(Proh quantus labor, & numerorum denique quantæ

D 4

Amba-

ter signum Leonis, per quod pergebat, antequam videri cœpit, & nulla alia extat theoria, qua Cometa tantam Cali partem motu regulari percurrat. Motus ejus fuit maxime inæquabilis; nam circa diem vigesimum Novembris descripsit gradus circiter 5 singulis diebus; dein motu retardato inter Nov. 26, & Dec. 12. spatium scilicet dierum 15 cum semisse descripsit gradus tantum 40, postea autem motu iterum accelerato descripsit gradus fere 5 singulis diebus, antequam motus iterum retardari cœpit: & theoria, qua motui tam inæquabili per maximam Cali partem probe respondet, quæque easdem observat leges cum theoria Planetarum,

& cum accuratis observationibus astronomicis accurate congruit, non potest non esse vera.

¹ Addit hic Noster incredibilem illum, sed felicissimum, & utilissimum laborem Edmundi Halley, qui percussus tanto illius Cometæ consensu, collegit observationes omnes, quas obtinere potuit Cometarum usque ad sua tempora accuratè observatorum, quos invenit 24, & omnium orbitas determinavit, ac in tabellam compegit, in qua singularum habentur elementa, quæ Noster hic exprimit: nimirum determinat planum orbitæ, determinando ejus inclinationem ad planum Eclipticæ, & nodos, in quibus

Ambages!) numeris loca repperit omnia profus
 Consentire suis, cum de tribus illa relatis
 Erueret queiscumque locis, & cuncta videret 1200
 Haud quidquam diversa prius prodire notatis.
 Ipse Cometarum proin horum elementa tabella
 Inscriptis, doctumque etiam evulgavit in orbem:
 Planitiem, Cælique plagam cujusque viai
 Edocet, & qua quæque secet regione meantis 1205
 Terræ iter (extremas Mundi quod finge per oras
 Distendi quoque, si sit opus), spatiumque, quod extet
 A Solis medio minimum, & qua parte locetur
 Conversum, vertex transversi scilicet axis,
 Quoque hic trajicitur, momentum temporis ipsum. 1210
 Hæc elementa tibi cum monstrent puncta secundæ
 Omnia, quæ a cono est, formæ, primæ quoque partim
 Monstrant, conspicitur dum cælo lux nova labens
 Illa Cometarum, &, quo tum directa videri
 Nobis debuerit quocumque in tramite, certum est. 1215
 Constitit e positis id legibus; unde necesse
 Cum fuerit motus inter se mutuâ quorum-
 Cumque Cometarum nesti, illæ e parte fuissent
 Si non profusum omni veræ, e tot rebus in alto
 Æthere servatis, rationi cum potuisset 1220
 Res quævis facile officere haud accommoda falsæ,
 Saltem

quibus ipsa orbita Eclipticam secat; minimam distantiam a Sole, quæ habetur in Perihelio, positionem Perihelii ipsius, in quo est vertex axis Parabolæ, ac tempus, quo Cometa ad id Perihelium appulit, quibus datis cetera loca omnia ad datum tempus facile determinantur methodo tradita ab ipso Halleyo. Porro illa orbitæ Parabolæ pars computata ad sensum congruit cum parte orbitæ ellipticæ, quæ verè describitur, & quidem habentur methodi, quas & Halleyus ipse adhibuit, transferendi loca a Parabola ad finitimam Ellipsim, ubi differentia sensibilis ostendit in majore distantia a Sole arcus adhuc

perspicui sensibilem recessum orbitæ ellipticæ a parabolica.

Porro cum adeo inter se connexæ sint omnium Cometarum orbitæ, & adeo cum Planetarum orbitis connexæ, cum quævis etiam unica observatio possit dissensu suo totam evertere theoriam, ejusmodi vero dissensus nusquam in tanto numero observationum circa tot Cometas habitatarum occurrerit; jure sane affirmat Noster, inde sine ulla dubitatione erui debere, gravitatem solarem extendi per omne id spatium, in quo Cometa versantur, & ejusmodi gravitate ferri Cometas ipsos in orbitis, quas eadem gravitas requirit.

Saltem aliqua officisset, & una evertere cuncta
 Sat foret, atque illam mendacem ostendere profus.
 Quare cum numero e tanto nec dissonet una,
 Omnia sic collecta simul suffragia firmant, 1225
 Quas docui, leges gravitatis in ardua fulæ
 Illa etiam spatia, excurrunt queiscumque Cometæ;
 Unaque rerum vox Naturæ detegit artem.
 Adde ¹, quod ex illo dein tempore ad ultima demum
 Quotquot fulserunt hæc tempora nostra Cometæ, 1230
 Et servati omnes, numerisque recentibus omnes
 Suppositi, atque omnes his convenisse reperti;
 Proin ut nil Cælo constet jam certius omni,
 Nec mage quod falsi procul a regione recedat.
 Sex ² velut a spatiis astrorum, atque ordine noto, 1235
 Et motu, ratio percepta est ordinis horum,
 Motusque, spatiique, ad Solem scilicet una
 Lege trahens gravitas; sic a gravitate, suaque
 Lege Cometarum fieri qui finxerat ipsos,
 Quos tum ignorabat, motus, re denique tales 1240
 Deprendit vera, motusque hos limite fixit
 Incertos certo, atque errore exemit ab omni;
 Hic & opinandi varios sic sustulit usus,
 Et magis inventos gravitatis constabilivit
 Undique firmatos ita mores: quin magis harum 1245
 Aucta

1 Confirmat hanc tot Cometarum inductionem Cometis omnibus, qui post Haleyi orbitam apparuerunt, quorum orbitas subinde computarunt Astronomi, & semper iisdem gravitatis legibus, & Newtonianæ theoriæ conformes invenerunt. Halleyanarum, & sequentium omnium catalogum cum orbitalium elementis tradidit in suis Astronomicis lectionibus Caillius vir in Astronomia potissimum summus, quos habet 48, & postremi, qui superiore anno 1757 Septembris mense apparuit, orbitam computatam transmisit Viennam ad P. Scherfferum doctissimum e nostra Societate hominem, qui latinè red-

ditas ibidem edidit lectiones ipsas. Nulla observatio e tam multis institutis post inventam, divulgatamque theoriam ipsi adversata est, quod quidem casu accidisse, nemo sibi sanus facile persuadebit.

2 Lectorem hic suum remoratur Noster Philosophica animadversivuncula quadam huiusmodi. Newtonus e Planetarum situ, & motibus gravitatem generalem deduxit: ex ipsa eruit, cujusmodi deberent esse Cometarum orbitæ, quas tum ignorabat. Assumpsit ejusmodi orbitas, & comparavit loca iis debita cum observationibus, quæ cum consenserint, fuerunt quidam veluti testes, qui quo plures extite-

runt

Aucta fides rerum; quidquid servatur ubique
 Nimirum, numerus testantum crescit id ipsum,
 Et nihil est, quod dissideat, prorsusque repugnet.
 Et velut incorrupta, atque optima proinde, fatemur
 Judicia esse inter Cives, ubi rem neque turbæ 1250
 Aut favor, aut odium, nec dives copia fandi,
 At verique secant testes, mutæque tabellæ,
 Resque ipsæ, quæ sunt certa ratione peractæ;
 Sic itidem nos de Natura recta putandum est
 Judicia exercere, quibus non jam ulla tributa est 1255
 Aut blandis commendantium pars vocibus, ulla
 Vocibus aut contra pugnacibus adversantium;
 Delatæ partes servatis ante sed omnes
 Rebus, & assiduo collectis undique ab usu,
 Atque eadem semper testantibus; & licet inde 1260
 Obscura interdum reddantur, & indupedita,
 Quod bene res nequeas vigilantibus prendere sensu,
 Insincera tamen nunquam, corruptaque constant
 Responsa, ut valeant te ad fraudem cogere flecti,
 Mendacique velut fulgore abducere captum. 1265
 Propterea ¹ jam non, an forte antiqua Virorum
 Rebus in his eadem steterit sententia, quæras,
 Nec nimis hanc præ Natura, rebusque moreris;
 Quanquam ita multa fides in vulgus conciliatur
 Distis, & prisca accedit pondus ab annis, 1270
 Ut quidam pretium tantis adjungere rebus
 Optantes donent ætatibus hæc nova prisca;
 Cum Veteres nil non possint docuisse videri;
 Ambigua in multis qui sunt ratione locuti.

Hæc

runt, eo magis invento illi fidem conciliarunt. Hæc nimirum est vera philosophandi methodus, in qua nihil auctoritati, & gratiæ, sed totum observationibus tribuitur, quæ quidem ob sensuum imbecillitatem ambiguarum quandoque esse possunt, mendaces esse non possunt, si satis accuratè instituantur.

¹ Infert jure illud, nihil nos hac in re morari debere Veterum auctoritatem, nec ad assensum præstan-

dum gravitatis generalis theoriæ, debere investigare, an Veteres Philosophi illam agnoverint, atque docuerint. Adhuc tamen esse affirmat quædam, quæ quibusdam videantur indicia, quibus denotetur etiam Veteres agnovisse legem gravitatis decreverint in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ Planetas circa Solem circumduceret, ac id ipsum per quædam velut ænigmata posteritati prodidisse.

Sunt

Hæc igitur rentur Veteres novisse reperta,
 Qui Sene cum Samio quondam excepiſſe feruntur
 Concentus Cæli divinos, harmoniamque,
 Si non auribus, at ſenſu interiore ſtupentes,
 Et mira penitus mentis dulcedine capti.
 Propterea, Phœbum chordas agitare trementes,
 Et canere ad cytharam, ſiſtum, circumque choreis
 Exultare leves, & in orbem plaudere Muſas.
 Duxiſſe ex vera nempe hoc ratione fatentur,
 Verborum obſcuris atque involviſſe latebris.
 Diverſæ inter ſe ſi vi non impare chordæ
 Tendantur, varios percuffæ peſtine reddent
 Illæ, quod tentans facile experiere, ſonores:
 At ſi diverſis contra tantum una trahetur
 Ponderibus, ſingillatim quæ mutuâ ſeſe
 Excipiant vario pro tempore, quæque viciffim
 (Sed verſa vice) ſint, ut longi nempe priorum
 Chordarum tractus, repetas ſi quemlibet in ſe,
 Illa ſonos iterat ſola omnes, proſus eorſdem,
 Nunc hos, nunc illos (iteres ſi ad ſingula pulſum
 Pondera) multiplex queis nuper chorda tremebat.
 Quare, chordarum referunt quæ pondera tractus,
 Quos in ſe repetas, inverſoque ordine neſtas,
 Unam nimirum extendentia pondera chordam
 Efficere harmoniam poſſunt, ſenſumque movere
 Suaviter, & dolci perfundere peſtora motu.
 Conſimile eſt quiddam, ſi circum obeuntia Solis
 Extendas vires in ſidera; ſcilicet ipſas
 Concipias Solis vires vaga in aſtra, Cometæſque

1275

1280

1285

1290

1295

1300

Inten-

Sunt nimirum, qui credant huc reſpexiſſe harmoniam illam, & concentrum cæleſtem, quem a Philoſophis quibuſdam, ut a Pythagora, Samio nimirum cive, exauditum olim Veteres prodiderunt, ut & Phœbi cytharam, ac Muſarum choreis. Nam illud conſtat, chordas æque tenſas diverſæ longitudinis, diverſos ſonos edere, nimirum eo graviore, quo longiore ſunt: quod ſi ad chordam eandem ten-

dendam adhibeantur diverſa pondera alia poſt alia, quæ ſint in ratione reciproca duplicata priorum longitudinum chordarum æque tenſarum, eorſdem haberi ſonos, qui habebantur prius. Hinc arbitrantur vires gravitatis, quæ ſunt itidem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſive intervallorum, quibus Planetæ a Sole, nimirum a mythologico Veterum Phœbo diſtant, illis ponderibus, & diſtantias hæc

Intendi varie, proin & diversa referre
 Pondera posse, minora quidem crescentibus ipsis 1305
 In sese spatiis repetitis, quæ videantur
 Proin vice chordarum fungi, queis nempe vicissim
 Nexa inter sese mediis sint astraque, Solque.
 En igitur species concentus, harmoniæque,
 Qua Cæli varios per motus consonat ordo, 1310
 En Phœbus vocem inflectens, cytharamque retentans,
 Elliciensque melos varium, & discrimina vocum
 Pluribus e chordis jucunda, jubensque Camœnas
 Ire, redire vias circum, & glomerare choreas
 Per varios ductas flexus, pulchrosque per orbes, 1315
 Scilicet astra quibus circumvaga corripuntur.
 Mos erat hic olim, Veteres quæ multa docebant,
 Indoclam plebem celare, animosque profanos,
 Et procul ipsas res, tenuique in parte referre,
 Credebant fidis tantum quas auribus, atque 1320
 Tentatis animis per dura, per aspera longum,
 Scilicet integris vitæ, egregiique silentj.
 Quamvis hæc igitur solers magis esse videri,
 Quam mihi vera queat ratio, qua creditur ætas
 Prisca Virum Solis vires texisse trahentes 1325
 Voce sub harmoniæ, quam desuper æthere ab alto
 Demissam in terras jactabant cominus illi
 Sese, dum Cælum convertitur, exaudire,
 Inter & esse choris, vulgo admirante, Deorum,
 Haud nimium pugnem, rem tantam auctoribus illis 1330
 Tu quoque si dones, neque tum latuisse rearis.

Quidquid ¹ id est, alios usus, moremque sequuti

Nos,

hæc illis longitudinibus expressas, quæ sonorum discrimina exhibent ad harmoniam necessaria; has esse chordas Phœbeæ cytharæ, & Planetarum orbiculares motus esse illas Musarum choreas.

Et quidem agnoscit ultro Noster fuisse hunc Veteribus morem, ut abstrusiora quæque, & sublimiora Philosophiæ arcana symbolicis quibusdam notis, & vulgo imperviis obtegerent, revelanda studiosis tan-

tummodo, & Philosophiam appetentibus; adhuc tamen ingeniosior illi videtur, quam solidior hæc conjectura de Veterum notitia gravitatis decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum.

¹ Improbatur hic jure cum morem tradendi Philosophiam involutam mysteriis ejusmodi, & Naturæ arcana satis per sese abdita, & abstracta, magis adhuc obducendi caligine, & obruendi, per symbolicas,

Nos, quæcumque datum est reperire, suisque latebris
 Eruere intestum, claris evolvere dictis
 Conamur, superatque palam proferre sub auras. 1335
 Naturam satis est variis se obducere formis,
 Prætentaque suas artes caligine velle
 Sepire, in cæcos atque abdere sponte recessus;
 Quid tenebris tenebras, nocti juvat addere noctem?
 Quæve hæc ambitio est, minus, intellecta, morari, 1340
 Nostra ut sint, alii quam ne secreta locutos
 Non admirentur, studioque sequantur inani
 Propterea, Phœbi quasi cæca oracula captent?
 Suspecti tibi sint certe, qui ostendere Verum
 Dum spondent, famæ magis inservire videntur; 1345
 Illud enim qui vidit, idem proponere vulgo
 Protinus, oblitus jam tum famæque, sui que,
 Exundante animi mira dulcedine, gestit,
 Illius & late prolatam expandere lucem.
 Sed ¹ jam ad finitima, & veluti cognata reperta 1350
 Progrediamur ab his paulatim, ad cetera porro
 Multa; retestarum procul est quippe ultima rerum
 Meta, & adhuc longi cursûs pars magna relicta est.
 Ergo hinc indicium certum est, in Sole receptas
 Non tantum vires, quibus ad se cuncta reducit; 1355
 Munus at hoc omnis late, quæcumque sit, esse
 Materiæ, partes ad sese illius ut omnes
 Contendant, omnesque trahant, pariterque trahantur,
 Sintque graves omnes, quotquot sunt, undique in omnes,
 Plusve, minusve, velut sunt intervalla minora, 1360
 Seu majora, in se repetita, ut sæpe tibi ante

Dixi.

cas, & intellectu difficiles expres-
 siones. Claritati in primis debere
 operam dare cum, qui Philosophiam
 docere velit, solidum uni-
 versi humani generis fructum ex-
 quirendo, non vanæ gloriolæ ina-
 nem fumum captando.

¹ Confirmata per Cometas gra-
 vitate in Solem ulterius progredi-
 tur, ut demonstrat, gravitatem ip-
 sam esse generalem, & mutuam
 inter omnes particulas materiæ, ut

omnes particulæ æquales æque se
 mutuo trahant in iisdem distantis,
 & in diversis in ratione reciproca
 duplicata distantiarum, quam rati-
 onem reciprocam duplicatam in-
 telligi vult, ubicumque de gravi-
 tate agens eam dixerit respondere
 distantis, licet id ipsum aperte non
 exprimat per illud suum distantias
 in se repetitas, spatia in se repe-
 tita.

Diximus, & sæpe est dicendum, & omittere si fors
Contingat quandoque, vide, ne prorsus omittas
Percipere ipse animo, & sensa hæc adjungere verbis.

Argumenta ¹ probent, genus id, tibi plurima verum, 1365
Sed longum nitidis, durumque evolvere verbis
Cuncta sit, ipse legam pauca, & potiora docebo.
Astrorum quæ forma vagantum est? nonne globosa?
Nonne Cometarum pariter? prælata sit una
At cur hæc aliis? qua se ratione tueri 1370
Contra omnes queat, & nunquam decedere visa?
Nempe trahit pars una aliam, trahiturque vicissim
Assimili vi, nostra trahit qua corpora Tellus,
Tellurem qua Sol trahit, & vaga sidera circum.
Ulla sit an ratio, partes qua pergere molis 1375
In latus hoc potius, quam possint illud? oportet
Quapropter totum tendendi in corpus oriri
Vires a junctis nimirum viribus, omnes
Queis singillatim in partes connititur omnis
Undique pars, quocumque loco sita quælibet extet, 1380
Dextrorsumve, sinistrorsumve, extrave, vel intra.
Mutuus in cunctis proin nisus partibus extat.
Possis ² hunc etiam cognoscere, corpora quæque

Oppo-

¹ Proferre incipit ea, quæ probent, gravitatem esse mutuam inter particulas omnes. Primum est figura globosa astrorum. Ea oritur in nostra Tellure a vi gravitatis, qua quævis particula tendit in Terram, & ex principio actionis, & reactionis æqualium, tota Terra in quamvis particulam, quemadmodum ostendimus lib. 2 ad vers. 359. Igitur & ibi a simili vi mutua oritur ejusmodi figura, quæ nec orta fuisset, nec tam constanter conservaretur sine ejusmodi vi mutua. Est autem ea vis ejusdem generis, ac vis, qua in Solem gravitant Tellus, & Planetæ, ac Cometæ. Nimirum hæc gravitas dirigitur ad omnes Solis particulas, & est omnium particularum Terræ, aut alterius Planetæ; non unius potius, quam al-

terius, in unam, quam alteram. Transferatur particula Terræ in Solem, adhuc ibi in alias gravitabit, ut prius gravitabat, adeoque & reliquæ partes materiæ existentis in Sole in se invicem gravitant, & sic de reliquis. Hoc jam est quoddam validum indicium gravitatis mutuae, & ad idem pertinentis genus virium.

² Progreditur inde, & infert, gravitatem esse mutuam etiam inter Solem, & Terram, inter Solem, & Planetas Primarios, ac inter Primarios, & suos Secundarios: ut itidem inter Terram, & Lunam exemplo nimirum particularum globosæ figuræ in se mutuo agentium vi, quæ, cum possit, debet ad idem virium genus referri.

Oppositis quod agunt æqualiter, & quod aguntur
 Frontibus inter se; quæ corpora proinde trahuntur, 1385
 Ipsa etiam trahere, & contra, fateamur, oportet.
 Mutua propterea Solem vis astra trahentem
 Viribus oppositis gravitatis in astra vicissim
 Efficit adniti consurgere, quæque Secunda
 Saturnumve, Jovemve petunt, simul astra necesse est 1390
 A Jove, Saturnove peti, & quoque vincere victa.
 Nostraque Terra etiam, dum Lunam adducere tentat,
 Atque gravem facit, in Lunam gravis ipsa feratur,
 Est ¹ opus: hoc vario tumor æquoris indicat æstu,
 Qui sequitur Lunæ cursus, auditque moventem. 1395
 Sena ² quoque inter se nituntur viribus astra;
 Proin turbare suos cursus vicina videntur:
 Quod noscas, subter propior cum Juppiter astat
 Saturno, comitumque agitantur utrinque cohortes.
 Mutuus hic amor est, coeant, junctique ferantur, 1400
 Abripiat vis invito vi major in orbem
 Quemque suum, procul & cognato a lumine flectat.
 Illis proin paulum Cæli, quas diximus ante,
 Legibus a ternis decedere quemque notamus;
 Quin ³ vaga cætera ab his decedere tempore longo 1405
 Astra

1 Gravitationem Terræ in Lunam confirmat argumento petito a maris æstu, quo maria intumescunt, & versus Lunam assurgunt; cujus quidem phænomena quam accuratè respondeant gravitati partium omnium Terræ in Lunam, ac Solem, patebit inferius.

2 Mutuam esse gravitationem etiam inter Planetas primarios illud indicat, quod hic addit, Jovem, ac Saturnum, cum ad se invicem accedunt, turbare motus suos, & Satellitum suorum, ac illud etiam, quod in omnibus Planetis apparent aberrationum quædam a tribus Keplerianis legibus, unde oritur etiam illud, quod Astronomicæ tabulæ, posteaquam aliquo tempore satis accurate consenserunt cum obser-

vationibus, incipiant dissentire. An non hæc omnia proveniant ab actione mutua perquam exigua illa quidem, respectu gravitatis in Solem, cujus moles est tanto major, sed non aut penitus nulla, aut etiam effugiente omnem sensum.

3 Huc usque omnia illa Naturæ phænomena, quæ initio hujus libri præmiserat, adhibuit pro determinatione gravitatis generalis per analysim quandam investigata, & e phænomenis deducta. Hic jam adhibet analogiam, & simplicitatem Naturæ, & ejus vi, quæ inventa sunt in tot corporibus, & corporum particulis, transfert ad omnes particulas materiæ, eas etiam, circa quas experimenta, & observationes immediatas non habemus

vel

Astra (mouentur enim paulam turbata vicissim),
 Ut Tabulæ illorum loca, tempora, mobilitates,
 Et spatia, & cursus referentes ordine certo
 Incipiant sæclis confectæ errare vetustis,
 Mutato Cælo haud mutatæ scilicet ipsæ,
 Poscere & incudi se reddier, & renouari,
 Atque iterum ex obitu florente ætate renasci.

1410

Simplice nitatur porro cum pergere semper,
 Quidquid agit Natura, via, nec in omnibus unam
 Non spectet rebus rationem, consumilemve;
 Jam fateare, opus est, proprium quoque materiai
 Scilicet hoc omnis munus trahere esse, trahique,
 Cum quæ subiecta est nobis, trahat, atque trahatur,
 Quo possunt sensus pertingere cumque, trahentem,
 Tractam & materiem seruantibus undique nobis.
 Nonne fat esse queant proin tot seruata, videri
 Cunctis corporibus gravitas ut possit inesse,
 Quorum in se partes nitantur viribus æquis
 Æquis in spatiis; sed cum sunt impare tractu
 Distantes illæ, vires minuantur eundo
 Non alio, quam quo firmatum est, more? videtur
 Quandoquidem par esse, ut, quidquid possit ab ipso
 Munere deduci, cum tu deduxeris, atque id
 Deductum porro seruat congruat apte,

1415

1420

1425

Res

vel etiam circa quas habere non possumus. Id quidem iure, ex principio inductionis, cuius vim exposuimus in supplementis ad lib. I §. 11.

Ille quidem eodem analogiæ principio addit vires eiusmodi seruare rationem reciprocam duplicatam distantiarum, quam inuenimus in gravitate Planetarum Primariorum in Solem, Secundariorum in Primarios, ac Lunæ, & nostrorum gravium in Terram. Ego eiusmodi rationem censeo etiam in maioribus distantis, adeoque in iis etiam casibus non esse accurate talem, sed ad eam accedere quamproximè, ita tamen, ut in minimis

distantis, in quibus particule sibi quam proximæ in se invicem agunt, recedat plurimum ab ea lege, cum aliam generaliore sequatur, quæ ad reciprocam duplicatam distantiarum accedat in maioribus tantummodo distantis, quam sententiam & Noster exponet pluribus tomo quarto. Verum id nihil turbat ea omnia, quæ in hoc tomo pertractabuntur, & quæ pertinet ad vires agentes in eiusmodi distantia, in qua illa lex quadrati distantie reciproce sumpti seruat quam proxime. >

Posteaquam ad legem gravitatis generalis evasit per analysim cum NEVTONO, jam ea assumpta, ut per

Res quoque, quæ nequeant seruari, esse rearis 1430
 Consimiles aliis, deductas utpote eadem
 Duntaxat ratione; super quia nulla profectò est
 Præterea ratio, atque aditu præcludimur omni.
 Tanti proinde Viri vestigia fixa premendum est,
 Ire, redire vias Naturæ simplice filo 1435
 Qui novit, textumque hoc grande retexit omnes
 Scrutatus vires, sua nec vestigia flectens
 Usquam alio, quam quo detectæ denique ducunt
 Vires, ipsa viget per quas sæcunda, novando
 Incubat & foetu Natura, auctumque ministrat. 1440
 Sic etiam invento capiuntur sæpe cubili
 Per nemus hirsuta teneri cum matre catelli.
 Quare age, materia cum mutua constet in omni
 Undique vis, quid jam fieri tum debeat, & quæ
 Flurima sint exinde orientia munera, nosce. 1445
 Principio ¹ punctum si conducatur in unum
 Moles materiæ quævis, pariterque receptet
 Alterum item in punctum se corporis altera moles,
 Aut impar, quacumque velis ratione, priori;
 Illa prior rapietur in hanc, rapietur in illam 1450
 Hæc quoque; visque, prior qua nititur, est opus æqua
 Alterius sit vi nitentis, nam manifestum est
 Æqualem vim vi, cum sese mutua raptant.

T.II.

E

Sin-

per synthesisin delabatur itidem cum Newtono, & ad illa, unde ipsam derivaverat, & ad alia, quæ prius non innotuerant, proponit hic investigandum, quid ex eo virium principio consequatur.

1 Primo quidem deducit illud: si binæ massæ utcumq; inæquales concipiantur per compenetrationem reductæ ad bina puncta, singulæ ad singula; tota vis, qua tota massa prior tendet in totam secundam, erit quidem æqualis toti vi, qua tota secunda tendet in totam primam; cum nimirum; si concipiantur omnia binaria, quæ possunt constituere singulæ particule massæ alterius, cum singulis alterius, ex vires componantur ex æquali numero binariorum virium æ-

qualium, quæ in binas quasque æquales particulas æque agunt: sed vis, qua quævis particula primæ massæ urgebitur in totam secundam non erit æqualis vi, qua quævis particula massæ secundæ urgebitur in totam primam, sed major, vel minor in ea ipsa ratione, in qua e contrario numerus particularum massæ secundæ est itidem major, vel minor, quam numerus massæ primæ. Nam illa quidem componitur e tot viribus æqualibus, quot sunt particule massæ secundæ, hæc a tot viribus, quot sunt particule massæ primæ. Erit igitur vis puncti cuiusvis massæ tendentis, in aliam massam pari distantia, ut massa, in quam tenditur, non ut massa, quæ tendit.

Singula sed quæ vis punctum unumquodque prioris
 Materiæ raperet, sic puncta & in altera ferret, 1455
 Par foret haud illi contra vi, quodlibet iret
 Quæ punctum alterius stipata ad puncta prioris,
 Sed tanto major, quanto puncta altera plura.
 Vis, in congerie quapropter quodlibet una
 Qua rapitur punctum, debet pendere trahentis 1460
 Punctorum a numero; numerus nihil hic suus addit
 Punctorum; properat quoniam unumquodque sua vi.
 Et¹ quia mobilitas oritur vi, non ea certe
 Materiæ raptæ respondet, sed rapienti.
 Sic superà æquali lapsu celerare probatum est 1465
 Scilicet in terram parva, atque ingentia eandem
 Pondera. Quapropter gemina ratione necesse est
 Mutari vim posse, hæret quæ in corpore tracto,
 Mutato aut numero punctorum nempe trahentum
 (Quo crescet crescente, minutoque imminuetur), 1470
 Interceptorum mutato sive locorum,
 Quo distant, spatio, veluti jam diximus ante.
 Sic ab inæquali gemino si corpore moles *
 Una trahatur (at intervallum utrinque sit æquum)
 In majus major tendet vis, dupla, quaterna, 1475
 Denave, vel centena; illud duplove, quaternove,
 Aut si sit deno, aut centeno corpore demum.
 Sin² tum sint spatia imparia, imminuetur ibidem

Pro

¹ A vi puncti cujusvis massæ tendentis transit ad celeritatem genitam in ipsa massa. Celeritas genita in quovis puncto erit proportionalis vi ipsius urgenti. Sed celeritas totius massæ dicitur ea ipsa, quam habet quodvis ejus punctum. Igitur & massæ tendentis totius celeritas erit, paribus distantis, proportionalis massæ, in quam ea tendit, quin ejusmodi determinatio ullo modo respiciat massam ipsam tendentem.

Hinc autem oportebit distinguere in massa quavis tendente duplex virium genus, vim motricem, quæ in nostris terrestribus gravi-

bus est idem, ac pondus, & ea est proportionalis, pari distantia, tam massæ, quæ tendit, quam massæ, in quam tenditur; ac vim acceleratricem, quam plerumque intelligimus solo nomine vis gravitatis, & ea paribus distantis est proportionalis soli massæ, in quam tenditur, quin ad ejusmodi determinationem pertineat ullo pacto massæ, quæ tendit.

² Addit, quid accidat, ubi distantis sint inæquales; nimirum sunt vires præterea in ratione reciproca duplicata distantiarum. Gravitet punctum in unam massam, & aliud in aliam quadruplo, seu

cen-

Pro spatii in se repetitis ; quæque quaterna ,
 Aut centena foret vis , unum cum removetur 1480
 Seu bis , seu decies corpus , fit non nisi simplex ,
 Exæquatque alii sese , atque hinc plurima tute
 Ire per exempla , & vim quamque putare valebis .

Si ¹ vero non sint , ut finximus , utraque nuper
 Corpora densata , & geminum facientia punctum , 1485
 Revera ut non esse videmus , nec queat esse ;

Majus opus , majorque labos , ars major ibidem est
 Quærere vim , in molem qua moles altera tendit .
 Eiset opus primo vim quærere , quodque prioris
 Qua punctum in molem rapitur , celeratque secundam , 1490

Viribus e totidem constantem , compositamque
 Nimirum , sunt alterius quot singula puncta ;
 Colligere hinc primæ vim totam , viribus omnium
 Unà a punctorum conjunctis exorituram ,

Quæ quia sese inter vicinos puncta , valentesque 1495

Ob raptus corpus coalescunt omnia in unum ,
 Mutuum ob auxiliium præfensque ut conficit urbem

Unam conjunctus populus , debere fatendum est
 Unum hæere alii , dum pellitur , & simul una
 Omnia mobilitate moveri , quæque minorem , 1500

Majoremque inter media est : nam quodlibet unum

Non æque punctum a punctis raptantibus extra
 Cum distet , non æquam itidem vim percipit illinc ;

E 2

Cum-

centuplo majorem , sed positam in
 dupla , vel decupla distantia : eo-
 rum gravitates erunt æquales : nam
 secunda gravitas ratione massæ de-
 beret esse quadruplo , vel centuplo
 major , & ratione distantie itidem
 quadruplo , vel centuplo minor , a-
 deoque vires ejusmodi æquales re-
 manent . Facile est alia ejus generis
 exempla sibi deligere , quot libuerit .

1 Hæc , quæ dicta sunt , perti-
 nent ad massas , quæ concipian-
 tur penetratæ singulæ in sin-
 gulis punctis : quod si particule aliæ
 extra alias positæ sint , ut debent
 esse , & aliquam molem constitu-
 ant , res est multo operosior . O-

portet determinare summam viri-
 um , quibus quodvis punctum mas-
 sæ tendentis tendit in omnia pun-
 cta massæ alterius , habita etiam ra-
 tione directionum diversarum , quæ
 ad eandem quandam communem
 reduci debent : tum colligere sum-
 mam virium , quas habent singu-
 la puncta massæ tendentis constan-
 tes ex prioribus illis summis , fa-
 cta hæc etiam reductione ad medi-
 am directionem communem : nam
 ob nexum punctorum eam mas-
 sam constituentium orietur in ea ve-
 locitas respondens ejusmodi vi me-
 diæ collectæ ex summarum summa ,

Cumque plagæ variant etiam, in quas quodque agitur,
 Confit diversis regio regionibus una 1505
 In medio, qua puncta simul connexa ferantur.
 Verum¹ has ad vires generatim perspiciendas,
 Et, quæ sint, omnes censendas cominus ire
 Difficile est plusquam possint contendere Musæ,
 Celsior exsurgit Permessi vertice mons hic, 1510
 Et longe divisus, & inyius extat ab illo:
 Difficile est etiam hunc jam prima ab origine/ fontem
 In varios huc, atque illuc deducere rivos:
 Accedam sed jam ad deductos, ac per apertum
 Aggere dimoto veluti telluris euntes, 1515
 Quos & trajicere, & vada pertentare queamus,
 Et quemque a proprio metiri, & noscere fundo.
 Intra² si crustam quavis de parte globosam
 Punctum ubicumque loces unum, quod lege trahatur
 Jam tibi supposita, immotum perstabit ibidem, 1520
 Sentiet & vires, nec victum viribus ibit,
 Librantur quoniam oppositæ, officiantque vicissim.
 Hoc³ fit item, primam coni si crusta figuram
 Proscissi referat, similem utraque, scilicet intra
 Et quæ clausa latet, quæque extra inflectitur, atque 1525
 Inter se quibus est punctum commune relatis
 In medio; interno siquidem vicinius uni

Tum

¹ Jure affirmat hanc perquisitionem esse maximè arduam, & Musis penitus inaccessam; adeoque pollicetur tantummodo, se enunciaturum quædam jam ab aliis inventa, & demonstrata. Generales methodos cum aliquot præcipuorum theorematum deductio-
 ne proferemus in supplementis.

² Primo loco profert theorema hujusmodi. Si punctum materiæ locetur intra crustam sphericam, sive orbem sphericum terminatum binis superficiebus sphericis concentricis; id punctum ibi nullam vim sentit, viribus oppositis se mutuo destruentibus hinc, & inde. Id theorema, ut & sequentia, quæ

hic profert, a Newtono demonstratum fuit non pro orbe tantummodo, sed etiam pro simplici superficie spherica.

³ Idem affirmat etiam in orbe elliptico accidere, clauso nimirum binis ellipticis superficiebus concentricis similibus, & similiter positis. Innuit & rationem; quod nimirum si punctum illud accedat ad alteram orbis partem magis, quam ad alteram, quanto plus vivida sit vis punctorum propiorum trahentium in unam plagam, quam punctorum trahentium in oppositam, tanto itidem accuratè minor sit horum numerus, quam illorum. Inde autem deducit illud; punctum in spatio vacuo

Tum lateri atque axi statuas si ductile punctum,
 Parte venit propiore vigor magis vividusurgens,
 Languidior parte ex alia, at numerosior instat,
 1530 Materię magis est tantundem namque trahentis;
 Utraque proin momenta æquo conamine pollent,
 Nec statione sua possunt deducere punctum,
 Ejus nec possunt motum turbare receptum
 Fors alia a causa, nec demere, & addere quidquam,
 1535 Quin ratione una peragatur, qua fuit ortus.
 Obstabunt ¹ tamen his, si non hæc crusta sit æque
 Circum densa; at eam si vestiat altera crustam
 Extra, aut interius diversa, atque altera porro
 Cortice dissimili, & condensa plusve, minusve
 1540 Obtegat; ille status puncti haud mutabitur, ut si
 Una sinu quævis ex illis claudat inani:
 Propterea neque erit, queat ut mutarier una
 In crusta, quæ, qua crassa est, hoc ordine eodem,
 Quo multæ a medio, fiat magis densa, minusque.
 1545 Extra ² materię faciem nunc pone rotundæ
 Punctum, raptus erit mediam illius in regionem,
 Ac si materies densata ibi tota coisset,
 Directus; quanquam sunt puncta trahentia multa
 Materię hanc citra regionem, proin magis ad se
 1550 Adducentia, & ultra itidem sunt plura locata,

E 3

Pro-

vacuo constitutum intra ejusmodi
 orbes debere perseverare in statu
 quietis, vel motus uniformis in
 directum, in quo forte sit positum
 ab alia causa quacumque, tanquam
 si ille orbis non adesset.

1 Hic monet illud, hujusmodi
 æquilibrium turbari, si materia in-
 tra eum orbem constituta non sit
 ubique densitatis ejusdem, quod
 quidem patet; si enim æqualis den-
 sitas æquilibrium inducit, inæqua-
 lis jam ipsum tollit. At si alii, at-
 que alii sunt orbes ejusmodi inclusi
 orbibus, & densitas sit quidem ea-
 dem in orbe quovis, sed in diver-
 sis orbibus utcumque diversa; ad-
 huc æquilibrium idem fore; quod

itidem patet; si enim singuli orbes
 nullam inducunt vim, nec omnes
 simul ullam vim possunt inducere,
 cum nihilorum summa quævis sit
 nihilum.

2 Considerat jam hic punctum
 positum extra superficiem spheri-
 cam. Affirmat autem, id punctum
 debere attrahi ab omnibus simul
 eadem prorsus vi, qua attrahere-
 tur, si omnia superficiem attrahen-
 tis puncta essent compenetrata in
 centro spheræ. Propiora quidem
 trahunt magis, quam si ibi essent,
 remotiora minus; quæ sunt ad late-
 ra, trahunt oblique directione re-
 ducenda ad mediam; sed habita
 ratione eorum omnium, geome-
 tricè

Proptereaque minus rapiētia; quæque jacebunt
 Hinc illinc puncta, obliqua ratione movebunt,
 Proin vis conspirat partim, & partim perit ipsa.
 His e principiis si summam educere motus 1555
 Jam cupies omnem, nosces vim prorsus eandem
 Esse, acsi media facies regione coirēt;
 Proin huc extrorsum punctum contendat, oportet.
 Fiet idem, solidus si sit globus, & varianti
 Natura, ut libeat, repletus materiai, 1560
 Tractibus e medio tamen ut densetur in æquis
 Æque, nec spatio varietur, ni variato.

Rebus ¹ ab his facili possis cognoscere nisu,
 Si duo sese orbēs, solida vel mole vicissim
 Hinc, atque inde globi raptent, ut quodlibet unum 1565
 Unius punctum nitatur quodlibet unum
 Ad punctum alterius, queis dixi legibus ante;
 Non agere hanc aliter gravitatem mutuam utrinque,
 Quam si utrinque suam conducere se regionem
 In mediam fingas ea corpora, nec nisi bina 1570
 Ut persistent totas vires servantia puncta.
 Legem igitur, duo quam sese inter puncta trahendi
 Servant, materiæ vel magna a mole necesse est
 Servari, in geminos ea si conflata sit orbēs,
 Pro spatio, ut dico, media a regione utriusque. 1575
 Propterea vasti palantia sidera Cæli

Cum

tricè demonstratur ita omnia compen-
 sari, ut exurgat eadem vis, quæ haberetur punctis omnibus in centro sphaeræ constitutis.

Hinc autem consequitur illud, quod subdit, si globus constet materia, quæ circumquaque in eadem a centro distantia eandem habeat densitatem, utcumque eandem mutet in progressu a centro ad superficiem; adhuc tamen punctum positum extra ipsum debere attrahi, uti attraheretur, si ea omnis materia esset collecta, & compenetrata in centro sphaeræ.

¹ Illud statim infert, quod inde facile colligitur, nimirum si duo globi adsint, quorum puncta se mu-

tuo trahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, ac in pari a centro distantia circumquaque habeant singula eandem densitatem quamvis, etiam alterum globum ab altero debere trahi ita, ut traheretur, si omnis materia in suo utriusque centro compenetrata coireret; adeoque in hac gravitatis lege globi integri ingentes eandem servant legem, quam particularum minimarum, sive singula puncta, nimirum itidem reciprocam duplicatam distantiarum. Quamobrem cum astra sint formæ ad sensum globosæ; vim ipsorum mutuam debere eandem pariter legem sequi.

Cum sint, ut sensu deprendis, fronte rotunda,
 Horum hac si partes raptentur lege, vicissim
 Hac ipsa debere trahi quoque tota fatendum est.
 Hoc ¹ aliis in mille, velis quas fingere cumque, 1580
 Materiarum fieri non possit legibus; ergo
 Scrutantes quidam; quid Mundi illexerit ipsum
 Artificem, legem ut voluisset materiai
 Ponere, quam doceo; multis rationibus addunt
 Hanc etiam, totis communem scilicet istam 1585
 Corporibus legem, queiscumque & partibus esse
 Illorum exiguis, &, quo libet, usque minutis.

Præterea ² duo puncta globorum sulca duorum
 Frontibus externis si sustineantur (ut ipsi
 Materia simili, non æqua mole sed extent), 1590
 Quantum distabit media a regione pilai
 Quodque suæ, tanta vi connitetur in ipsam;
 Et quamvis tum forte globo includatur in uno
 Tantum materiarum, quanta conflare minores
 Hos alios octo posses; non major ibidem 1595
 Tanto vis erit ipsa, at duplo scilicet; illud
 Ut duplo a media punctum regione recessit
 Plus quam aliud. Ratio est horum manifesta profecto;
 Namque rotunda trahunt duo sic ea corpora, punctum
 Quodque suum, veluti traherent, utriusque coacta 1600

E 4

Un-

¹ Hic innuit illud, quod Maupertuis protulit ad finales causas pertinens; nimirum cum hoc soli conveniat rationi reciproce duplicatae distantiarum inter infinita numero legum aliarum genera, idcirco hanc legem perfectissimam esse, & ab Auctore Naturæ debuisse aliis anteponi.

Id quidem Noster commemorat tantummodo, nec probat, nec reprobat. Ego quidem nec video, cur debeat censerī omnium perfectissima ea lex, in qua globi eandem habeant legem virium, quam puncta, cum nec ea mihi quidem videatur ingens perfectio per sese, & eo ipso, quod habeatur in glo-

bis, haberi in reliquis figuris non possit; nec arbitrōr idcirco eam eligi debuisse, aut electam esse, cum non nisi in globis continuis perfectis, & pari a centro distantia homogeneis habeatur, globi autem ejusmodi in Natura nulli sint etiam in communi sententia de continua extensione materiarum. Et quidem in mea theoria hæc ipsa lex decrescendi in ratione reciproca duplicata distantiarum nusquam accuratè observatur, sed in magnis distantis ad eam acceditur tantummodo quam proxime, in minimis ab eadem in immensum receditur.

² Inde illud deducit, si duo puncta collocentur in superficiebus binorum

Undique si medias introcessisset in oras
 Materies; sed tum majoris quælibet æqua
 Particula e medio vis quarta parte vigeret
 Tantùm, nam spatii distaret duplice tractu.

Quare si major quater esset particularum
 Istarum numerus, vis tum foret æqua; necesse est
 Ergo ut sit duplex, si bis quater iste sit auctus. 1605

Hoc¹, licet, extendas generatim ad corpora quæque
 Assimilis formæ, & naturæ, ad dura metalla,
 Aut lapides geminos in quadrum, pyramidisque 1610
 In speciem sæctos, vel coni, aut forte cylindri,
 Vel rhombi, alterius cujusvis sive figuræ,

Excurret quæ in planities quocumque; locabis
 Bino, quodque suo, genus id, nam corpore supra
 Si duo puncta sitis parili ratione, trahetur 1615

Quodque suo tanta vi, respondentibus oris
 Metiri quantam, laterisque excursibus ipsis,
 Cui situs assimilis proprio sit corpore, possis.
 Quandoquidem similes si in partes quodque secetur
 Corpus, & æquali numero, quocumque libebit, 1620

Quæ-

rum globorum homogeneorum alterum in altera, vires non fore ut massas, sed ut diametros; seu radios globorum ipsorum; ut nimirum si altera diameter sit dupla alterius, licet ille contineat octuplo plus materiæ, quam hic; adhuc tamen vis in illum non octuplo, sed duplo sit major. Nam si utriusque materia coiret in centro, remanente puncto gravitante, ubi prius erat superficies; distantia a primo centro erit duplo major, quam a secundo, adeoque erit quidem vis ratione massæ octuplo major, sed ratione distantie quadruplo minor, & proinde compositis rationibus major duplo tantummodo. Vis generaliter erit ratione massæ directè ut cubus radii, ratione distantie, quæ æquatur radio, reciproce ut quadratum radii, adeoque simul ut radius.

¹ Extendit hic idem theorema generaliter ad omnes figuras similes solidas, in quarum superficie si capiuntur bina puncta homologa, sive, quæ sibi respondeant æque ad ipsas figuras relata, & in iis collocentur bina puncta attracta hac lege, erunt vires in singula ejusmodi solida, non ut massæ, quæ sunt in triplicata ratione laterum homologorum, sed ut latera ipsa tantummodo. Nam si utrumque solidum dividatur in eundem numerum particularum perquam exiguarum similitium, & similiter positarum; erit quidem in singulis massa, ut sunt tota solida, sive in ratione triplicata laterum homologorum; erit autem distantia ab ipsis in ratione simplici eorundem, ut ex ipsa similitudine patet; adeoque ratio composita ex directâ simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum, erit

Quævis materiem comprehendet pars ea tantam ;
 Excurrens quantam referet latus , ante quod in se
 Tu repetas semel , atque iterum , at distabit , ut ipse est
 Excursus lateris ; proin punctum quodque trahetur .
 Vi , quæ materiem respèctet corporis omnem , 1625
 Nempe bis in sese repetito pro latere , atque
 Vi simul , inverso repetitum quam semel illud
 Ordine designet ; quæ vis facit utraque juncta
 Vim , lateri quæ , sicut id est , respondeat ipsi .
 Propterea binis simili super axe figuris 1630
 Conversis , quæ sint primo de segmine coni ,
 Seque inter similes , si fiant corpora bina
 Haud minus inter se simili constantia forma ,
 Atque utroque super duo si regione locentur
 Puncta itidem simili ; pariter nitetur utrumque 1635
 Ovi quodque sui in medium , nisumque valebis
 Quemque suis spatii medio ipso æquare relatis .
 Jam ¹ facile agnoscas , cur non grave corpus , ab alto
 Vertice si turris demittitur , ilicet ejus
 Murorum ad moles vicinas , atque trahentes , 1640
 Sect

erit composita ex triplicata directâ ,
 & duplicata reciproca laterum ho-
 mologorum , adeoque erit ratio
 simplex eorundem . Vis autem in
 rota , quæ componitur ex iis viribus
 agentibus secundum directiones
 prorsus homologas , & in eadem
 ratione , in eadem itidem ratione
 esse debet .

Addit autem idcirco , si fiant duæ
 sphaeroides ellipticæ ex conversione
 circa proprios axes homologos bi-
 narum Ellipsis similibus , & col-
 locentur puncta gravitancia in pun-
 ctis homologis superficierum earun-
 dem sphaeroidum , fore vires com-
 positas , quibus tendent ad medium ,
 in ratione directâ simplici distan-
 tiarum a centro ; cum nimirum ex
 sphaeroides debeant esse solida si-
 milia , & distantia punctorum ho-
 mologorum a centro sint latera ho-
 mologa . Porro id habebit usum

ad eruendum aliud theorema satis
 egregium , quod paullo inferius oc-
 curret .

1 Interea hic ope superiorum
 theorematum dissolvit illud , quod
 ab imperitis hominibus contra New-
 tonianam gravitatem generalem ob-
 jici solet , quod eam vim non
 experiamur in lapidibus decidenti-
 bus , qui nimirum non attrahuntur
 in murum , dum decidunt secus
 ipsum , nec corpora alia in superfi-
 cie Terræ collocata videamus ad
 alia tendere , flecti versus illa , vel
 coire in cumulum , & acervum .

Nimirum si paries trahat lapidem
 vi tanta , quanta traheret globus
 crassus passus octo sive pedes 40 ,
 cujusmodi vim parietes communes
 utrique non exercent ; adhuc , po-
 sito , quod is globus eandem me-
 diam densitatem habeat , quam Ter-
 ra , vis ejusmodi esset millies mil-
 le .

Sed recta ad Terram, quasi nil detorqueat, imam
 Deproperet; quoniam si raptus tantus inesset
 Parjetibus; quantus, bis passus crassa quaternos
 Quem generet pila, Terrai pila tota trahentis
 Exæquet decies centenos mille necesse est .

1645

De genere hoc raptus, centenis mille quod ipsa
 Crassior est Tellus jam partibus, utpote mille
 Bis quater enumerat quæ millia, nempe profundæ,
 Si spectes, quantus sese diffundat hiatus.

Proinde etiam magnæ rupes, avulsæque saxa
 Horribili sonitu labuntur montibus altis

1650

Interdum; retinere fugam, & consistere dorso
 Devexo nequeunt, licet ipso a monte trahantur,

At quanto magis a Terra? Super æquore lævi
 Magnum si magneta loces, multoque minores

1655

Dispergas circum, ferri globus iret in illum
 Exiguus, paulumque licet torqueret eundo
 Rectum iter, in latera hinc illinc deductus; at illa
 Fragmina si longe sint tenuia, non nisi rectum

Ferri iter aspicias grandem ad magneta, neque huc atque
 Illuc errores oculis deprendere possis.

1660

Hinc videas, ratio multorum quam sit inanis,
 Falsaque, queis nostræ gravitatis mutuus ille

Displi-

lecuplo minor, quam vis, qua gra-
 via in Tellurem tendunt, haben-
 tem nimirum circiter octo millia
 millium passuum crassitudinis. Vis
 igitur ejusmodi respectu gravitatis
 in Terram est ita tenuis, ut fere
 omnem sensum effugiat, & gra-
 via, cum descendunt, fere nihil ad
 sensum deflectant iter suum ob e-
 jusmodi vim.

Diximus autem *fere nihil*, quod
 & Noster expressit per illud *quasi
 nil*; nam deflectitur nonnihil. Et
 quidem quid ejusmodi inclinatio
 præster in quibusdam casibus, ubi
 majores agant moles, ut montium,
 videbimus infra, ac multo uberius
 in supplementis in hunc locum, ut
 & quo pacto perquisitiones Astro-
 nomicas, & Geographicas nonnul-

las id ipsum perturbet, & quo pacto
 ejus ope erui possit media densitas
 Telluris totius, sive ipsius hujusce
 nostri globi vera haberi massa.

Rem autem Noster illustrat ap-
 tissimo sanè exemplo. Sit in plano
 horizontali ingens magnes, tum
 per quam exigua quædam magne-
 tum frustula hac illac temere dis-
 persa. Ferri globulus sibi relictus,
 licet non solum ab ingenti magne-
 te trahatur, sed etiam ab exiguis
 frustulis; tamen ita tendet in il-
 lum, & ad illum abibit tramite ita
 recto, ut deviatio sensus omnes ef-
 fugiat. Innuit & aliud exemplum
 luminis Solaris, cujus vi amittimus
 sensum omnem luminis adeo tenui-
 oris, quod stellæ etiam interdiu
 emittunt.

Displicuit raptus, nequeant labentia turre
 Corpora quod subito a muris detorta videre, 1665
 Raptaque, & evulsas rupes a montibus altis
 Non cadere, in diram & semper pendere ruinam,
 Vertice deducto nec læta arbutta, nec herbas
 Flestier ad vicina trahentum structa domorum,
 Plurima nec molem paulatim pergere in unam 1670
 Undique saxa, lyræ nec prisca exempla novari,
 Quando Amphionix cœperunt surgere Tebæ.
 Inter saxa quidem, glebasque, herbasque virentes
 Mutua vis hæc est, & ligna, & dura metalla;
 Tellus tota tamen longe, longeque trahendo 1675
 Prævalet, absorbetque leves has undique vires
 Ingens, atque illos conatus præpedit omnes,
 Ut Sol, cum radios Cælo jaculatur ab alto,
 Non extincta licet stellarum lumina velat.
 Si ¹ fieri hoc possêt, qua sese Terra tumescens 1680
 Flest, uti facies plusquam de marmore lævis,
 Perque polita foret, quam nec circumdaret aer,
 Aut ullus liquor, unde queant obstacula nasci;
 Tum, super imponas si saxea qualiacumque
 Bina, vel alterius cujuscvis materiai 1685
 Pondera, contendent ad sese rapta vicissim
 Illa quidem, lente tamen, ut vix tempore longo
 Perciperes motum; cum multo debeat esse
 Mobilitas minor hæc, si sit cum mobilitate,

Qua

1 Ut ostendat nihil posse con-
 cludi contra gravitatem mutuam ex
 eo, quod gravia circumterrestria
 ad se invicem non accedant, nec
 coeant in cumulum, considerat,
 quid accideret, si superficies Terræ
 esset prorsus horizontalis alicubi,
 & perfectè lævis. Duo globi iri-
 dem perfectè læves huic superfi-
 ciei impositi deberent illi quidem
 seclusa omni resistentia aeris ob mu-
 tuam vim ad se invicem accedere,
 at celeritate ita minore, quam sit
 celeritas gravium decidentium in
 Terram, uti est vis illa minor,
 quam sit vis gravitatis tota; ni-

mirum celeritate ita exigua, ut
 longum tempus deberet requiri ad
 hoc, ut is motus sub sensus cade-
 ret. Accedat jam inæqualitas su-
 perficiæ, & asperitas, accedat re-
 sistentia aeris; & omnis effectus e-
 jusmodi vis elix evanescet. Inep-
 tus sane sit, qui inde censcat in-
 pugnari posse gravitatem mutuam
 generalem, ut esset is, qui mus-
 cam non esse gravem in Terram
 censeret idcirco, quod crassum,
 & bene tensum funem, nihil ad
 sensum videret deprimi ipsa ad cum
 musca advolante.

Qua grave descendit corpus, collata; minus sint 1690
 Nimirum quam crassa ea pondera, si referantur
 Ad Terræ totum, qua sit crassissimus, orbem.
 Nunc paulum immuta faciem hanc, aut adjice quiddam
 Asperitatis, & obstantes circum aeris auras
 Funde leves, tenuis vis protinus illa, necesse est, 1695
 Ullos eliciat ne motus, impediatur.
 Nunc quam desipere est, quia non deprendere sensu
 Possis, quod sensu certe haud deprendere debes,
 Omnis materiæ raptus si mutuus extat,
 Omnino in rebus jam raptum hunc esse negare! 1700
 At neque qui triviis nutritus, vel pecus inter,
 Ingenium qui pingue gerit, puerique bilustres
 Si videant muscam distenso insistere funi
 A latere, aut ramum super obreptare tenacem,
 Nec flecti funem, tenui nec corpore ramum 1705
 Intremere, idcirco credant gravitate carentem
 Esse feram, nullumque in parva pondus inesse.
 Indicium¹, genus hoc, at raptus forsitan habere
 Possis, constituas vicinum si prope montem
 Latum, atque educto penetrantem nubila dorso, 1710
 Pondera seu virga, seu longo pendula filo;
 Debebunt quoniam deduci ea pondera magnum

Pro-

1 Hujus deviationis, quam habet gravitas in Tellurem totam a gravitate in corpora imposita ejus superficiei, indicium haberi posse, affirmat, in deviatione pendulorum versus montem aliquem ingentem, pro ratione massæ ipsius ad massam Telluris, & tanto majoris vicinæ. Si sit mons, cujus vis æquivalcat vi spheræ homogeneæ Telluri habentis diametrum duorum circiter milliariorum; deflectetur pendulum circiter per unum minutum primum, quæ nimirum est pars gradus sexagesima; quod quidem in supplementis admodum facile demonstrabitur.

At illud hic addit, rem esse admodum difficilem, ejusmodi deviationem cognoscere. Esset qui-

dem sine deviatione ipsa directio penduli perpendicularis superficiei terrestri cuidam regulari, adeoque satis esset observare, quantum ab hac positione perpendiculari deflectat pendulum. At superficies Terræ est ita aspera, ut ejus ductum regularem immediate determinare non liceat intra limites tam arctos, quam est tenuis deviatio. Sed nec licet ibi, ubi habetur pendulum, adhibere aquæ stagnantis superficiem, quæ ad plani horizontalis determinationem adhiberi solet; nam ea superficies debet esse perpendicularis ipsi directioni gravitatis deviantis, & ob eandem rationem nec archipendolo uti licet, in quo nimirum per ipsam directionem gravitatis deviantis res peragitur.

Protinus in montem, quantum ejus nempe reposcit
 Moles usque trahens, Terræ collata trahenti.
 Siqua tibi moles montis vi polleat æqua, 1715
 Ac globus, interius qui qua est latissimus, ad bis
 Excurret passus mille; id desistere pondus
 Debeat in montem prope tanta parte, sit ipsa
 Ut decies pars sexta gradus: at qua minus ampli
 Sunt montes, qua sunt valles, qua densior extat 1720
 Interius Tellus, & rarior, inque vacantes
 Structa specus, flexus suspensi ponderis illi
 Tam parvi esse queant, ut non deprendere possis.
 Præterea non jam qualis foret, undique lævis,
 Terrai positus, quique asperitate careret, 1725
 Noscimus, ut varios desflexus inde petamus.
 Scilicet haud aliter, nisi stratæ marmore lymphæ
 Nos Terræ positum finimus; sternitur unda
 Ast ob eam tantum rationem, pondera deorsum
 Qua sese directa ferunt; hinc ipsa nitentem 1730
 Mutet planitiem, si pondera pendula notis
 Dessestant causis, & quo sit cumque locorum,
 Scilicet excipiat labentia corpora recta.
 Præsertim¹ at magnos, quos quærimus, inveniendi
 Desflexus ratio constat non in via nobis. 1735

Diri-

¹ Addit tamen methodum, qua cognosci possit, & determinari deviatio orta ab actione montis. In majore distantia ab aliquo ingenti monte adhibito instrumento astronómico, ut ingenti quadrante, vel sectoré, observetur distantia cujuspiam stellæ fixæ a zenith, dum appellit ad meridianum: tum accedendo ad ipsum montem in directione meridiani fiat altera ejusmodi observatio, & præterea diligenter observetur distantia duorum locorum, in quibus observatio instituta est. Cum innotescat saltem proximè figura Telluris, innotescet quantam curvaturam, sive quantam distantiam binorum zenith requirat in arcu meridiani terrestris ea di-

stantia; nimirum singula secunda meridiani caelestis respondent proximè 16 hexapedis. Si differentia binarum distantiarum ejusdem Fixæ a zenith fuerit major, quam debeatur illi distantia inter duo observationum habitarem loca, excessus poterit tribui excessui actionis montis ipsius in vicinia, supra actionem in loco remotiore, sive toti actioni montis, si distantia hujus loci remotioris fuerit satis magna; nam in distantia aliquanto majoribus actio montis fere penitus evanescit.

Duo hic notanda censeo 1. quidem si observationes illæ binæ fiant hinc, & inde a monte, methodum fore multo aptiorem; habebitur summa

Dirige, cum longe te monte removeris alto,
 Usibus his aptum quod feceris, instrumentum
 In quodvis, medio cum Cæli est culmine, sidus,
 Atque ita, transferit qua filum pōdere tensum
 Parte instrumenti, catus inspicere, quos & in illo, 1740
 Ut dixere, gradus signarit; deinde nec oras
 Prorsus ad occiduas flectens, nec prorsus eas,
 Sed medio pergens; cum monti accesseris illi,
 Sidus idem translata per instrumenta notato,
 Quique gradus, Cælo cum sese evexerit alto, 1745
 Signati filo sint a pendente: videbis.
 Filum ibi, produci fursum quod concipis, an se
 Dirigat id Cæli ad punctum, quod distet ab illo,
 In quod erat prima producer a statione
 Filum itidem visum, quantum mutata locorum 1750
 Hæc Terræ spatia exposcunt; nam cognita moles
 Cum Terræ circum, & pars orbis cognita magni
 Esse queat nobis, stationi intersita binæ,
 Cognoscet itidem, quo scilicet intervalla
 Distare inter se par sit cælestia puncta, 1755
 Impendere locis quæ rectâ cernimus illis.
 Mutatus fili positus tum denique si plus
 Ille tibi sit, quam quantum debere repertum est
 Mutari, credas istud discrimen oriri
 A montis, flectunt quo paulum pondera, raptu. 1760
 Illos¹ nempe Viros hac usus novimus arte,
 Quos

summa actionum in partes oppositas: 2. posse turbari methodum ab aliis irregularitatibus, quæ habeantur in textu partium Terræ proximaram superficiem infra ipsam. Sic si ex parte opposita sit prope primam stationem ingens aliquod vacuum, ut hiatus quidam, poterit & ibi pendulum ad partem oppositam hiatus flecti versus montem, & elidi omnis differentia; ac aliquid ejusmodi potest rem turbare etiam in casu, quo observationes fiant hinc, & inde ab ipso monte. Id quidem accideret, si mons non

sit plenus materia, sed vacuus, ortus ex. gr. ex pura elevatione crustæ cujuspiam terrestris facta vi subterraneorum ignium, quam ego quidem plurimum montium originem esse arbitror: eo casu actio montis nulla esset ad pendulum deviandum.

I Hanc methodum ait, adhibuisse ad hanc deviationem determinandam Parisienses Academicos, qui pro determinanda Telluris figura in Americam se contulerunt. Præstiterunt id quidem Bouguerius, & Condaminus, investigando ope quadrantis pedum trium

Quos miratus erat nuper novus Orbis euntes
 Non venas quæsitum auri, argenticque metalla,
 Munera nec pelagi, sed mensum totius Orbem
 Terrai circum magnum, & cælestium avaros. 1765
 Ingenti hi referunt vicino pendula monte
 Tum sibi visa situ deflessi pondera recto.

Sed jam, quod superest, supera deducere possis
 E, genus hoc, dictis, descendat si grave punctum.
 Intra sive globum, seu molem a segmine primo 1770
 Quæ prodit coni alterutro super orbe voluto,
 Viribus haud aliis mediæ fore tendat ad oras,
 Quam quæ respondent spatii remanentibus usque
 Ad medium: quoniam punctum quo concipis intra
 Cumque loco, exterius, tranatum est quidquid eundo 1775
 Corporis, excidens animo circum undique tolle

In formam, qualis facies erat ante superna,
 Et prorsus seclude; omnes quia scilicet ejus
 Materiæ, ut docui, raptus vanescere debent.
 Interior pars sola trahit, formam ipsa globosam, 1780
 Vel referens primo revoluto a segmine coni
 Exortam, tantum proin illis, ut quoque dixi,
 Viribus, a medio loca quas distantia signant.
 Proinde minus paulo gravitatis inesse videtur
 Squamigeris in corporibus, dum pascua læta 1785
 Sectantur per humum pelagi demersa profundo,
 Quam si pasta diu saturo sese agmine sursum

Extol-

trium actionem montis *Chimboraco*, mole quidem ingentis, sed cujus actio inventa est ab iis perquam exigua. Inter observationes quamplurimas assumendo medium invenierunt deviationem minorum secundorum tantummodo 7. Ea quidem tam exigua est, ut in quadrante eo exiguo, meo quidem iudicio, determinari tuto omnino non possit. Vidi ego quidem adhuc, quod noverim, ineditam ipsam observationum seriem, quæ a se invicem plurimum discrepant, cum aliæ deviationem exhibeant multis

vicibus majorem, aliæ nullam, aliæ oppositum effectum; quamobrem illam quantitatem deviationis incertissimam arbitror, & ad ejusmodi investigationem censeo necessarios majores sectores illos, quibus graduum mensura definitur, & verticales stellas. Solum illud inde conjicio, cum montem cavum esse, crustam nimirum tantummodo elevatam ignium vi, quibus omnis ille tractus abundat ubique, ut idcirco & ignivomi montes ibidem frequentissimi occurrant.

1 Superioribus theorematis aliud addit

Extollant, vibrentque, instrataque marmora turbent
Saltibus exiguis, Solemque, aurasque lacescant.

Altaque defossæ subeuntes viscera Terræ 1790

Horrida nigranti late densissima nocte,
Tantum illi proprio limant de pondere, quanto
Restat iter Terræ ad medias contractius oras;
Tantumque adjiciunt massæ prædivitis auri,
Dum claram spolia in lucem pretiosa reportant,
Regressi media quantum a regione recedunt.

1795

Nunc ¹ age discrimen varium gravitatis in ipsa
Pro regione loci Telluris percipe fronte,

Quæ referat primo coni de segmine formam:

Nempe locis extra diversis esse necesse est

1800

Vim totam gravitatis ea ratione vigentem,

Polleat ut tanto minus in majoribus oras

Ad medias spatiis, quanto majora ea constant.

Concipe propterea molem hanc Telluris ubique

Esse liquentem undam veluti, totamque fluentem,

1805

Nota lege trahant cujus se mutua partes:

Atque illæ interea medio rapiantur in orbem

Axe super; debent ob gyrum hunc vertere formam

Exterius, faciemque extremi in finibus axis

Reddere compressam; quia dum convertitur omnis

1810

Par-

addit sanè elegans a Newtono itidem inventum, quod ex iis sponte fluit. Descendendo a superficie ad centrum in sphaera, vel in sphaeroide elliptica homogenea, gravitas non crescit, sed decrescit in ratione directa simplici distantiarum. Nam orbis exteriores punctum jam demersum nihil trahunt, uti vidimus; adeoque relinquitur sola actio sphaeræ, seu sphaeroidis interioris. At hæc ex demonstratis est ut simplex distantia a centro. Igitur ut simplex distantia a centro decrescit, decrescet & gravitas in accessu ad ipsum.

Ad ornandum poema addit exempla piscium, qui idcirco in fundo maris habent minus gravitatis, quam

in superficie suprema, pro ratione distantiarum a centro, & auri, quod si e Terræ visceribus profundis eruatur ad superficiem, acquirit pondus cum distantia a centro itidem aucta. Sed revera in tanta vicinia superficiæ hæc lex turbatur plurimum, quemadmodum & supra vidimus.

1 Theoremate tradito hic utitur ad determinandum decremendum gravitatis a polo ad æquatorem, ubi definita jam lege, in qua variatur gravitas primo extra globum Terræ, tum intra ipsum, determinat legem, in qua variatur pergendo per ejus superficiem. Hæc investigatio est penitus connexa cum figura Telluris, de cujus determinatione

nacione

Particula, & geminis agitatur viribus, a vi
 Hinc gravitatis, & hinc conatibus effugiendi,
 Quæque sua regione loci libretur, oportet,
 Ne semper commota excurrat, & undique turbas
 Ancipites cieat, sed demum dulcia captet 1815
 Otia, cumque suis tranquilla pace fruatur.
 Ergo age finge loco supera a quocumque canalem
 Interius rectâ ad medias producier oras;
 Hunc quocumque velis, statuas, vertasque, videbis
 Pondus idem liquida semper constare columna; 1820
 Hanc porro in multas animo dispesce columnam
 Æquas particulas; debent cujuslibet harum
 Ad medium raptus spatio languere minuto,
 Quod superest, ad idem medium; pariterque fugam vis
 Tentans, ipsa quoque a spatio pendeat eodem; 1825
 Nam peragens gyrum quæque uno tempore circum
 Quo magis a medio hoc, tanto magis axe remota est.
 Quare, cujusvis summa in regione columnæ
 Particulæ extantis pondus respondet eodem
 Ordine, particulæ ad pondus cujuslibet ejus, 1830
 Quæ sita sit quavis alia in regione canalis,
 Ordine quo debent alio in quocumque canali
 Respondere aliæ simili regione locatæ:

T.II.

F

Pro-

natione ex æquilibrio agit Noster
 statim inferius, & quam hic etiam
 nominat; quamobrem quæ ad utrumque
 argumentum pertinent, & altiora sunt,
 ac Geometriam requirunt, simul pertractabimus
 in supplementis in hunc locum. Hic
 Nostrum sectabimur, & exponemus,
 quantum sine Geometria licuerit.

Primo quidem proponit investigandam
 variationem gravitatis in ipsa superficie
 Ellipsoidis, & affirmat eam decre-
 scere in ratione reciproca simplici
 distantiarum a centro, nimirum eo
 minore, quo hæc distantia est major.
 Ut id probet, concipit totam Tellurem,
 ut fluidam, & præditam gravitate mu-

tua exposita. Dum ea convertitur,
 debet, inquit, induere formam compressam
 ad polos ob vim gravitatis conjunctam
 cum vi centrifuga orta a motu circulari,
 qua de re agemus infra.

In hujusmodi spheroides concipit
 canalem aliquem productum a centro
 ad superficiem, qui si convertatur
 utcumque, semper ob æquilibrio totius
 fluidi debet continere idem pondus.
 Si is fecerit in datum quemcumque
 numerum partium aequalium pergentium
 a circumferentia ad centrum, singulæ
 partes, & earum distantia a centro
 erit, ut erunt integræ columnæ
 fluidi contenti illo canali in diversis
 ejus positionibus. Jam vero ex illo

Propterea illa extans in summo margine debet
 Respectare aliam extantem quoque margine in alto 1835
 Particulam haud aliter, quam qua se illius, & hujus
 Mutua respectant totæ ratione columnæ.
 Quare particularum extantum in culmine summo
 Hujus, & illius cujusviscumque canalis
 Pondera sese inter paria esse videbis, ut ipsæ 1840
 Par quoque pondus habent, librantur quippe, columnæ.
 At sunt particulæ majores, est ubi lymphæ
 Longior ad Terræ medium distensa columna,
 Materiemque in se majorem proinde receptant
 Tanto, hæc est medii quanto distantia major; 1845
 Quare, in particulis his, punctum materiali
 Pendit eo quodcumque minus, distantia restat
 Illius ad Terræ medium quo denique major.
 Ponderis oppositum Terra discrimen in ipsa
 His cupide agnosces a rebus, quamlibet ejus 1850
 Ad spatia a medio tantum respexeris: ire
 Nimirum peregre incipiant duo puncta, sed unum
 Per superam Terræ faciem, locaque alterum ad ima
 Terrai medium versus; tum protinus istud,
 Quo magis accedet, pendet minus; esse priori 1855
 Contra opus, aspicias, in puncto, nempe propinquat
 Cum medio, medium crescant ut pondera ad ipsum.

Hæc

illo theoremate gravitas singulorum
 punctorum fluidi, pergendo ad cen-
 trum, est, ut distantia a centro; &
 vis centrifuga etiam, quæ in cir-
 culis, nimirum eodem tempore de-
 scriptis, est, ut distantia ab axe,
 sive ut radius circuli, adeoque in
 eodem canali, ut distantia a cen-
 tro, proportionalis ipsi distantia: ab
 axe. Quare vires totæ partium ca-
 nalis habentium similem a centro
 distantiam erunt ad se invicem in
 diversis diversorum canalium colu-
 mnis in eadem ubique ratione: &
 proinde singularum vires ad tota-
 lia canalium pondera in eadem ra-
 tione; unde illud consequitur vires
 partium positarum in superficie su-

prema, & pertinentium ad diver-
 sos canales fore ad se invicem, ut
 pondera ipsorum integra, nimirum
 æquales. Numerus autem particu-
 larum materiæ erit eo major, in iis
 partibus singulis, quo eæ majores
 erunt in eadem ratione; adeoque
 pondus particularum singularum,
 quod ad habendam eam æqualita-
 tem debet esse eo minus in singulis,
 quo eæ sunt plures, erit in ratione
 reciproca partium illarum canalis, ni-
 mirum in ratione reciproca cana-
 lium integrorum, quibus eæ partes
 proportionales sunt, sive in ratione
 reciproca distantiarum a centro.
 Quod erat demonstrandum.

Concludit autem comparando duo
 puncta,

Hæc¹ igitur si sit Terræ compressâ figura
 Molis ab effigie paulum diversâ globosâ,
 Prorsus & effigiem conî de segmine primo 1860
 Quæ ducat, poteris facili pertingere pacto,
 Qua capiat ratione sua incrementa polorum
 Ad glaciem æstiferis translatum pondus ab oris.
 Concipe propterea puncto a quocumque superni
 Terræ forte loci quoddam trans viscera filum 1865
 Duci ad planitiem, atque incurfu tangere recto
 Illam, quæ partes Tellurem findit in æquas
 Trajiciens mediam, quaque ipsa tumentior extra est;
 Nam quantum hi tractus filorum in se repetiti
 Crescunt, excessu crescent quoque pondera tanto, 1870
 Nempe ipso hoc calida positum vincentia pondus
 In regione: etenim tali ratione reperta
 Mutari a medio discrimina sunt spatiorum
 Terræ in mole, globi paulum quæ distat ab orbe
 Formam ipsam referens conî de segmine primam. 1875
 Cunctis cuncta locis gravitatis scire profecto
 Hoc valeas pacto discrimina, si, loca quæque
 Quam distent orbe a noctes æquante, diesque,
 Videris ante, situsque cupitis noveris omnes.
 Nunc², quod te supera docui, reminiscere fila 1880

F 2

Pen-

puncta, quorum alterum a certo puncto superficiei ejus spheroidis descendat recta ad centrum, alterum feratur utcumque per superficiei: illius gravitas ita decreset, hujus contra ita crescat, uti decreset distantia a centro. Nimirum illud habebit vim directè, hoc reciproce proportionalem distantia ab ipso centro.

1 Quæ de illa spheroidè dixerat, hic transfert ad Tellurem ejusmodi figura præditam, ac affirmat inde facile erui, in qua ratione sint incrementa gravitatis pergendo ab æquatore ad polum. Ait enim forte proportionalia quadrato distantia perpendicularis loci cujusvis a plano æquatoris, cui quadrato pre-

portionale est decrementum distantia a centro. Porro prior illa distantia, sive ea recta perpendicularis, quam hic concipit, appellatur a Mathematicis sinus latitudinis loci, sive sinus distantia loci ab æquatore: & est theorema a Newtono inventum, esse incrementum gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in ratione duplicata sinus latitudinis, quod idcirco idem sonat. Demonstrabimus autem in supplementis ea omnia, & cū Newtono pariter reducemus eam rationem ad aliam simpliciore notam itidem Geometris, quæ dicitur ratio sinus versi latitudinis duplicata.

2 Inde vero jam transit ad id, quod

Pendula, vel virgas, quæ se æquo tempore vibrant,
 Protendi magis in longum, qua fortior urget
 Vis gravitatis, itemque minus, qua languidior fit;
 Nam geminis varie a medio distantibus orbe
 Si quam longa locis hæc consent pendula fila, 1885
 Servaris, fatis est, ut porro prendere possis,
 Illa locis aliis quam longa quibuslibet esse
 Debent, quin sit opus loca Terræ invisere cuncta,
 Et certos possis numeros signare tabellis,
 Quarum ope mensuras vel adhuc quoque tutius ipsas 1890
 Transmittas procul ad regionem quamque remotam;
 Mensuras quoniam referendo ad pendula fila,
 Quæ decies sextis huc illuc cursibus æquant
 Partem horæ sextam decies, tum quisque notarit
 Si prius, in patriis quam longum finibus hoc sit 1895
 Filum, alia, poterit, quam debeat in regione
 Esse loci longum, cognoscere, quantaque constet
 Quasque peregrinas ideo mensura per oras.
 Sic quoque, si gravitas eadem perdurat in annos
 Non mutata, potes servare in postera sæcla 1900
 Mensuras rerum, serosque docere Nepotes.

Jam¹ facilis magis est operæ, incrementa videre
 Hæc gravitatis uti referantur mutua sese

Inter

quod in fine libri tertii pertractatum est de inæqualitate gravitatis in diversis locis determinanda ope pendulorum isochronorum, quæ nimirum æquali tempore æqualem efficiunt numerum oscillationum, quorum longitudo sunt, ut ipsæ vires gravitatis. Quare & ipsa longiora esse debent in progressu ab æquatore ad polos ita, ut excessus supra pendulum sub æquatore brevissimum, sint in eadem illa ratione duplicata sinus latitudinis. Quamobrem si observentur in binis latitudinibus binæ pendulorum longitudo, jam innotescet & reliquæ omnes pro omnibus aliis, invenienda nimirum facili calculo exponendo in supplementis.

Porro & illud addit, hoc pacto observata uno in loco longitudine filii oscillantis ad singula minuta secunda, quæ sunt partes sexagesimæ partium sexagesimarum unius horæ, posse determinari longitudinem filii penduli ejusmodi pro quovis alio loco, & eo pacto posse transmitti accuratius mensuras accuratas extensionis in longum ad posteros, dummodo gravitas perseveret semper eadem; qua de re itidem agemus in supplementis.

1 Exposuit huc usque relationem, quam habent inter se incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in Ellipsoide orta ex motu circa proprium axem, & parum compressa. Hoc aut esse multo faci-

Inter fronte super, paulum quæ distet ab orbe,
 Exorta a primo revoluto segmine coni, 1905
 Circum & librata ob fugientes undique vires,
 Quam formaque data, notisque ex axibus ipsam
 Prendere, qualis sit, gravitatem, quantaque tota,
 Servet quemque modum ad sua quælibet incrementa;
 Hic magnus certe labor est, at non ita porro 1910
 Durus, & asper erit, generatim noscere raptum
 Nimirum puncti, quod sit super axe locatum
 Corporis externo, formam cui finiat axe
 Curva super revoluta suo via, ductaque circum.
 Est, genus hoc, etiam ratio non una reperta, 1915
 Ardua nec nimium: Tu nos, tu maxime rerum
 Inventor docuisti, e primo segmine coni
 Axe super verso cum nata est corporis ora
 Exterior, gravitas puncti ut respondeat ejus,
 Æquali spatio quod cardine distat utroque, 1920
 Illi itidem puncti gravitati, est nempe polorum
 Quod super alterutro, docuisti in cardine semper
 Hanc mage pollentem, si moles scilicet extet
 In geminis utrinque polis compressa, nec illinc
 Non brevior, quam qua mediis magis eminet oris: 1925
 Et si Terra magis mediis his eminet oris

F 3

Cente-

facilius, quam datis axibus invenire gravitatem totam, sive rationem ipsius ad hæc sua incrementa. Adhuc tamen illud affirmat, non esse ita difficile determinare attractionem puncti collocati in axe solidi geniti conversione curvæ cujuscumque circa proprium axem; & esse inventas plures methodos id præstandi. Expediuntissimam omnium exhibebimus hic in supplementis.

Deinde enunciat plura theorematum a Newtono inventa pertinentia ad hoc argumentum: Newtonum nimirum ostendisse, quo pacto inveniri possit ratio vis, qua a spheroidæ ellipticæ attrahitur punctum collocatum in æquatore, ad vim, qua attrahitur punctum collocatum

in polis, & invenisse, si spheroidæ sit compressa ad polos, hanc esse majorem illa. Præterea ipsum invenisse illud; si Terra habet ejusmodi formam, & $\frac{1}{230}$ sui parte sit altior semidiameter æquatoris semiaxe, fore in æquilibrio omnes columnas fluidi a superficie ad centrum pertinentes; & idcirco 17 circiter milliariis altiore esse sub æquatore, quam ad polos, discrimine respectu totius exiguo, quod ipsam relinquat ad sensum sphericam, & in ejusmodi figura gravitatem ad polos superare gravitatem sub æquatore una ducentesima octogesima sui parte. Hæc omnia patebunt ex iis, quæ in supplementis pertractabimus.

Centena bis parte, & adhuc trigesima quæ sit
 Parte sui, qua lata profunda in viscera currit,
 Vidisti tendentem undæ quamcumque columnam
 In medium a superis regionibus exæquari 1930
 Pondere, librarique aliam efformante columnam
 Cum lympha e medio protensam in cardinem utrumvis;
 Nec non propterea septenis millibus esse,
 Atque decem superextantem æstiferam regionem,
 Exiguum certe discrimen, quodque relatum 1935
 Terrai magnæ moli vanescat, & ipsam
 Non nisi, ut ante, globum penitus sinat esse videri;
 Ac fore tunc etiam, alterutra ut regione polorum est
 Quæ gravitas, superet gravitatem æquante sub orbe
 Parte sui, prope quæ tercentum e partibus una est. 1940
 At ¹ reperire suo num motu Terra diurno
 Illam debuerit, quam coni segmina prima
 Profcissi dant, induere, & circumdare formam,
 Æque etiam si densa, fluensque fuisset, ut unda,
 Inclite Vir, porro non hoc accepimus a te 1945
 Inter munera magna, quibus nos undique ditas;
 Fors voluisti, alii ut quid tantis addere possent;
 Sic alios Rex sæpe suis ditescere gaudet
 Thesauris, atque in vulgus diffundere dona,
 Postquam ipse immensam fuerit largitus opum vim. 1950
 Hoc donum, Laurine, tuum est; stupuere docentem
 Multa

1 Enunciatis ejusmodi Newtoni theorematis addit hoc, Newtonum non potuisse demonstrare illud, ejusmodi figuram debere habere ob diurnum motum Tellurem, si homogenea sit: fortasse, inquit, voluit eam alteri gloriam reservare: verum nemo sibi facile persuadebit, ipsum, si rem attingere potuisset, fuisse prætermisurum, & quod directe, & immediatè determinare posset, ac demonstrare, quæsiturum fuisse per tot ambages, & obliquos calles, ac sine demonstratione relicturum, & simplici tantummodo conjecturæ innixum.

Id igitur problema a Mac-Laurino solutum esse, affirmat, summo iti-

dem mathematico Scoto. Is nimirum demonstravit accuratè primus, fluidum homogenum, cujus particulæ se invicem attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, si gyret circa proprium axem, debere induere figuram spheroidis ellipticæ, in qua idcirco gravitas in ea ratione decreseat ab æquatore ad polos, & posita gravitate, & celeritate vertiginis, quam observamus, debere esse eam ipsam axium rationem, quam diximus. Ejus solutionem ego simpliciorum reddidi in opusculo ζ Expeditionis litterariæ per Pontificiam ditionem, de qua agemus hic in supplementis.

Multa Caledoniis Mortales te quoque in oris.
 Inter multa tamen longe hoc præstantius unum est:
 Illam nempe doces formam a Tellure fuisse,
 Gyros agglomerat dum circa se, subeundam, 1955
 Si liquida, & molem foret æque densa per omnem,
 Atque, polos inter, medias attollier oras
 Mensura circum, dixi qua nuper, eadem
 Propterea debere, atque hinc quoque crescere eodem
 Ordine, quo dixi, paulatim pondera rerum, 1960
 Inque polos illas gravitati accedere vires.

Nonne ¹ videtur ab his tibi rebus vera profecto
 Proditâ Telluris facies, dispulsaque circum
 Caligo? tamen est & adhuc, quod non sinat omnem
 Pellere curam animo prorsum, errandique timores, 1965
 Hic tibi queis dabitur fors nunquam exire soluto.
 Non Tellus etenim fluida est, ut finximus, omnis;
 Sed partim oceano late natat, arida partim est,
 Duraque, & huc illuc glebis, lapidumque manentum
 Ordine non certo cõsternitur, & varianti 1970
 Natura non densa æque, interruptaque passum est.
 Fors magnum crusta gerit intus inane sub una,
 Corpore fors vario contra, variaque figura
 Multiplices nucleos; quæ possunt singula Terræ
 Mille modis superam mutare, & vertere formam. 1975
 Adde, quod hac quærat si quis ratione figuram,

F 4

Exte-

¹ Videretur per ejusmodi solutionem absoluta jam investigatio figuræ Telluris ex æquilibrio; verum plurimæ difficultates supersunt, quæ ipsam admodum incertam reddant non solum post ejus problematis solutionem, sed etiam post solutiones problematum multo generaliorum. Nonnullas hic profert ex iis, quas jam olim in pluribus protuli meis dissertationibus, quæ nunquam poterunt penitus dissolvi.

Hujusmodi difficultates sunt inæqualis textus partium ipsius Terræ, qui prope superficiem est maximè irregularis, & si etiam infra irregularis esset, omnem perquisitio-

nem turbaret: non innotescit, an Terra ad centrum usque sit sphericæ, an constet orbe quopiam interiorius cavo, nec cujus figuræ is orbis sit interior: non constar, an intra ejusmodi orbem sit aliquis nucleus, aut etiam fortasse plures, nec cujus densitatis, quæ omnia diversas pro æquilibrio requirerent superficiei figuras.

Accedit, quod si quærat per ejusmodi problematis solutionem in nixam homogeneitati, invenitur, figuram Jovis, qui quidem celerimè convertitur circa se, nam minus, quam 10 horas impendit in conversione integra, dum Terra impendit

Exterius circumfusam quam debet habere
 Juppiter, expendens gravitatem particularum
 Illius inter se, & conjungens cum fugiente
 Vi multo majore illic (convolvitur in se 1980
 Nam citius multo, quam Tellus, Juppiter ipse),
 Qua tumet, inveniet decima consurgere supra
 Axem parte sui debere; at de duodenis,
 Si serves oculis, vix partibus addier unam
 Illic invenies: unde hæc discrimina tanta 1985
 Parva in re? densatum aliquis fors autumet intus
 Esse Jovem varie, sive illic densius astrum,
 Qua tumet, esse, via est quam qua devexa polorum.
 Præterea reperire queas, verumque probare
 Rebus in his fieri contra quoque posse, polorum 1990
 Ut de parte magis Tellus excurrat utraque,
 Quamvis ipsa suo sese super axe revolvat,
 Intus si nucleum plus denso corpore claudat
 Scilicet, atque plagas se distendente sub illas.
 Quare ¹ cum veram Terræ particularum 1995
 Naturam nos scire, situsque, sit inficiandum,
 Non erit, ut possimus & ejus nos gravitatem,
 Et formam externam clara ratione videre.
 Non tamen idcirco veri videatur id esse

Non

pendit horas 24, debere esse compressam ad polos decima circiter sui parte, cum tamen vix duodecima sui parte brevior sit axis; quod quidem discrimen innuit provenire fortasse a majore densitate versus centrum, quam prope superficiem (nam major densitas centrū versus requirit, ut parebit in supplementis, minorem compressionem, contra id quod Newtonus censuerat) vel a majore densitate ad æquatorem, quam ad polos.

Addit demum fieri posse & illud, ut Tellus ad polos sit etiam producta, licet roretur circa proprium axem, si nimirum nucleum solidum habeat adhuc magis productum: nucleum hypotheseum diligenter confide-

ravit, & excoluit ante omnes Cle-
 rautius, & eo est usus ad concilian-
 das observationes graduum, & gra-
 vitatis: sed ea itidem attingemus
 in supplementis.

1 Concludit, incertam esse e tot
 capitibus & figuram Terræ, & mu-
 tationem gravitatis, si a solo æqui-
 librio repetantur; adhuc tamen esse
 admodum probabile saltem illud,
 non multum distare textum partium
 internarum Terræ ab æqualitate
 densitatis, paribus a centro distan-
 tiis, & idcirco, quæ superius de-
 terminata sunt, esse veris saltem
 proxima.

Addit illud, observari, gravitatis
 discrimen in diversis distantis ab
 æquatore esse majus, quam poscat
 figura,

Non simile, intertextam æquis aut partibus illam
 Scilicet, aut æque saltem in regione remota
 Puncto de medio scilicet densare prope æque,
 Formam & propterea prope eodem flectier extra
 Ordine, quo docui, nec posse recedere multum.

2000

At quia servantes gravitatum differitatem,

2005

Quæque utrisque polis, quæque est regione calenti,

Illam majorem deprendimus esse, reposcat

Quam species, quæ deberet vestire supernam

Tellurem; idcirco coniectant esse sub altis

Visceribus supera densam magis, unde oriatur

2010

In gravitate, quod est, discrimen. Forsitan hic tu

Coniectes melius, si, qua torretur ab æstu,

Esse magis raram, magis &, qua frigida, densam

Tellurem dicas; retrahuntur frigore namque

Multa, æstu partes at diducuntur in omnes;

2015

Quanquam sit, qui sub Cælo contra esse reatur

Densatam magis æstifero, sub verbere Solis

Nam veluti torretur, & indurescit ad ignem.

At si forte velis vim cernere, qua traheretur

Jam non inflexo, velut ante, a corpore punctum,

2020

Nec cui jam constet, medium qui transeat, axis,

Quanquam difficile est, rebus contendere possis

Id

figura, quæ haberi deberet ex homogeneitate: id quidem tribui a nonnullis majori densitati Terræ versus centrum, quæ quidem cum effectum pareret; sed fortasse melius tribui posse majori densitati ad polos, quam ad æquatore, quod ego jam olim proposui; cum enim corpora pleraque vi caloris dilatentur, vi frigoris condensentur, videtur esse probabilius, Terram sub æquatore esse rariorem, quam ad polos, non e contrario densiorem, quod Newtonus suspicatus est: sed ea omnia incerta sunt.

I Agit, hic de problemate, quo quæretur generaliter vis in corpus cujuscvis figuræ, etiamsi non sit collocatum in axe corporis geniti re-

volutione curvæ cujuscpiam circa eum axem. Affirmat plerumque esse admodum difficile computare ejusmodi vim; licere tamen nonnunquam, & inde fructus posse colligi non contemnendos. Atque hoc pacto sternit sibi viam ad exponendam methodum, quam ego proposui in Dissertatione de observationibus astronomicis, determinandi mediam densitatem totius Terræ, cujus & superius injecta est mentio. Methodus autem est hujusmodi.

Sunt loca, in quibus æstus marinus assurgit etiam ad 50 pedes, ut in Batavia, ubi aggeribus altis mare cohibent, ne in summo æstu campos, & urbes obruat. Ibi adveniente æstu succedit ultra aggeres illos ingens stratum

Id tamen in multis, multo & pertingere lucro ;
 Inde queas etenim, Terræ, comprehendere, tota
 Quam moles sit densa, inter summum minimumque 2025
 Si medium teneas, & quanto pondere constet .
 Est regio non una, fluenti concitus æstu
 Per decies ubi quinque pedes, atque amplius audet
 Surgere pontus, humumque minatur subdere fluctu,
 Ut Morinos apud, & Schaldis, Rhenusque bicornis 2030
 Qua pelagus subit, & falsis confunditur undis .
 Aggere clauduntur populi, retinentque fluentem
 Oceanum, qui siqua sibi via forte patefcatur,
 Irruat, & canos camporum per fata fluctus
 Inducat, silvaſque ruat, pervadat & urbes . 2035
 Littus ad id celsæ tu mœnia turris adito
 Pendula distendens adjuncto pondere fila .
 Ergo ubi se Oceani cœptat sustollere fluctus,
 Scilicet expulsis auris succedere stratum
 Undai, quod plus distendi a littore circum 2040
 Concipias procul, ad decies quam millia quina,
 Inque Caledonias regiones, inque Britannas,
 Inque patens pelagus, vel adhuc plus continuatæ
 Semper planitie; pondus sentire recentes
 Incipiet raptus ex illa parte tumentum 2045
 Undarum, atque illuc coget deflectere filum .
 Tum spatium, per quod cogit deflectere, longo
 Totius est fili tractu minus, advenientis
 Ut minor est raptus maris, undarumque tumentum
 Totius raptu, quam magno est corpore, Terræ . 2050
 Hanc

stratum aquæ strato aeris . Hujus
 strati & altitudo nota est, nimi-
 rum altitudo aquæ, & superficies,
 cum nimirum nota sit ex Geogra-
 phia forma circumjacentium, &
 oppositorum littorum . Quare com-
 putari potest, quanta debeat esse
 attractio in hanc aquæ advenientis
 massam respectu attractionis in to-
 tam Terram, posito quod media
 densitas Terræ sit æqualis densitati
 aquæ . Jam vero potest in Turri
 aliqua satis alta aggeribus proxima

constitui ingens pendulum, & ob-
 servari, an adveniente æstu pen-
 dulum inclinetur in eam partem,
 & quantum . Si deviatio inveniatur
 major, vel minor, quam exhiberit
 calculus, densitas media Terræ erit
 e contrario minor, vel major den-
 sitate aquæ in eadem ratione . Hoc
 pacto invenietur densitas media Ter-
 ræ, & cum detur magnitudo ipsius
 Terræ, invenietur & massa ipsius,
 quæ hoc pacto innotescet in mensu-
 ris nobis notis comparata cum no-
 stris

Hanc igitur raptus rationem scire utriusque
 Possis, suspensi clinamen ponderis illud
 Si serves, æstus summo cum in culmine pendet.
 Terræ ad materiem, quanta est, delabier ex hoc
 Ut valeas, reperire modum, aut prænosse necesse est, 2055
 Quo patefiat, uti pila punctum pertrahit ad se
 Desuper impositum, cujus sit cognita moles,
 Utque trahit stratam quoddam, quod fingere debes
 Naturæ assimilis, distensum non nisi nota
 Undique mensura: nam tum quia cognita Terræ 2060
 Moles est, & quam distensum fluctisonum sit
 Stratam, & quam crassum; nosces discrimina, raptum
 Terræ inter quæ sint, stratique liquentis, & illam,
 Et simul hoc æque densato corpore fingens.
 Ergo ita per numeros inventus si fuerit par 2065
 Hic raptus strati servato, par quoque aquai
 Naturæ Tellus, ut densa est, constat, oportet,
 Ut densa est, æque a minimo summoque remota
 Scilicet; at major, quem diximus, ille, minorve
 Si fuerit, quam quem deducto pondere filum 2070
 Significat, Terram tanto magis corpore spisso
 Esse, minusve opus est, liquidum quam corpus aquarum.
 Ex hoc materiem quoque quantam Terra coercent
 Mole sua, nosces, & quanto pondere tota est;
 Nam ratio certe non hic erit invia (si sis 2075
 Assuetus numeris versandis) perveniendi
 Ad verum strati raptum, molemque fluentis;

Durus

stris substantiis aqua, & per eam cum marmoribus, & metallis, aliisque substantiis notis, & non tantum cum massa Lunæ, Solis, Jovis, Saturni, quod Newtonus præstitit.

Porro concipiendo stratam altum pedibus 50, & protensum in semicirculum circumquaque per 50 miliaria inveni, deviationem penduli in hypothesi densitatis mediæ aqua-

lis densitati aquæ debere esse $\frac{2}{38}$, quæ quidem est admodum sensibi-

lis, & quod commodissimum accidit, si ultra eum limitem plurimum protendatur, parum admodum mutari valorem inventum, qui nec nimis multum mutatur, si aliquanto magis contrahatur idem intervallum; nam remotiores particule multo minus trahunt, quam proximæ, quod commodissimum accidit, cum idcirco parum sollicitos esse oporteat de forma distantium oppositorum litrorum, ad inveniendam deviationem debitam veræ proximam.

Durus ¹ & ille labor nec jam queat esse, videre,
 Quanta sit in vasto Terrai corpore moles;
 Multo opere, atque modis multis per tempora longa 2080
 Postquam tentarint Tellurem prendere notis
 Mensuris Homines. Quod qua ratione peractum
 Sæpe sit, & quantam spem veri suppeditante,
 Est operæ porro pretium congoscere nobis,
 Quandoquidem quid sit nostris magis utile rebus, 2085
 Quid placeat mage, quam Matrem cognoscere Alumnis?
 At aliud tamen ad tempus, carmenque remitti
 Id sine; nunc festum scopulis adnare necesse est.

Interea ² dum vela lego, littusque saluto
 Vicinum, quamvis altricis plurima noscant, 2090
 Ut memoro, Terræ Mortales, attamen ejus
 Dicendum est nescire sinus, qualisque sub altis
 Constet visceribus, latebrosisque invia regnis:
 Scrutamur propiora, cutemque invertimus ipsam,
 Cum fodimus venas argenti, aurique sequentes; 2095
 Proinde specus persæpe cavos, constructaque iltratis
 Strata, atque ingenti sese flectentia ductu
 Sub montes, vallesque, sinusque sub æquoris ipsos
 Conspicimus, mediasque subire, & serpere lymphas;
 At quis adhuc infra per millia continuavit 2100
 Multa iter, & merces peregrinas inde redemit,
 Ut nova de Mundo, mirandaque diceret illo?
 Soli adeant Vates, aut quos descendere solis
 His libeat; gressus Alcmenæ Filius ingens
 Inferat audaces: Veneris ducente Sibylla 2105
 Descendat quoque cura, pius Vir; adite sepulta
 Vos quoque Tyndaridæ Fratres loca, vosque redite

Alter-

¹ Oporteret hic quidem, & ad superiorem theoriam exhibere methodum determinandi magnitudinem Terræ, & ad nexum cum iis, quæ dicta sunt, inquirere in figurâ Terræ ex mensuris graduum Meridiani, uti actum est de ipsa ex æquilibrio; sed libro jam excrecente plus æquo, cam tractationem alio remittit; ac interea epifodium aggredditur, cui

occasionem præbent, quæ dicta sunt de textu interno partium Terræ, enumerando plures plurimum Philosophorum sententias, vel potius meditationes, aut etiam commenta pura, ac figmenta inania, & absurda etiam, ac cum revelatis principiis pugnancia, circa ortum, & constitutionem ipsius Terræ.

² Primo loco Poetarum veterum somnia

Alternis; illuc cimba transmittitur una,
 Judicia exercet Minos, fatalia Parcæ
 Ducunt fila, sedet furvo Proserpina vultu, 2110
 Torpet Styx inamœna, Acheron pice labitur atra,
 Trans Lethem nemus elysium; tranquilla per alta
 Discurrunt, pacemque agitant, & gaudia gentes;
 Gentibus esse suum Solem, & sua sidera dicunt.

At cur vos adeo transcurritis, o, ratio quos 2115
 Sola regit? cur mens, quo scilicet ire vetatur,
 Irruit, infano nimium correpta furore?
 Vos & qualis erat Tellus, qualisque futura est,
 Fingitis; & primos ortus, & fata refertis
 E fatis ventura, vicesque in sæcula longa 2120
 Ignotas canitis; series quæ, quantaque surgit!
 Errorem trahit error, & ingens nescitur ordo
 Errorum; cumolata solent mendacia ferri.
 Quis credat? demum ad monstra, & portenta venitur.

Illuxisse¹ olim Terram, lucemque dedisse, 2125
 Et clarum proprio dominatam in vortice sidus,
 Ut Solem, memorant, nocturna que lumina Mundi:
 Obtesta est porro in magnum coeuntibus augmen,
 Ut spuma, maculis, atque obnubentibus ora
 Lucida, cumque suo vortex efferbuit igne. 2130
 Languida propterea Terra, & jam corpore opaco
 Vicinum fuit in Solem correpta valentem.
 E maculis steterunt montes, mare, fusus & aer
 Undique, & externa quodcumque in fronte videtur;
 Interius coquitur vel adhuc, gremioque coercet 2135
 Clausum antiquum ignem; proin volvitur ipsa voluto
 Illo, & vitalem partit per membra calorem.
 Usque adeo Terræ procul accersenda fuere
 Hæc primordia, uti, qualis nunc, edita staret?

Est

somnia occurrunt circa Stygem, & Elysijs, ubi fabulas Noster commemorat Poetis utique sat cognitatum in Philosophorum quorundam audaciam invehitur, qui de iis ignotissimis rebus philosophantes, non nisi errores erroribus, & mendacii mendacia cumularunt.

¹ Sententia fuit Cartesii Terram

olim fuisse unam e stellis fixis, qua maculis nimium obruta in superficie, & idecirco cessante vi in circumfusum suum vorticem, ipsa cum suo ipso vortice absorpta fuerit a vortice solari, sed adhuc intra sua viscera ignem foveat, qui & in tot Vulcanis crumpat.

Est ¹ Terram contra liquidam, corpusque fuisse	2140
Qui velit undisonum; post extra Solis ab igne Concretum crusta lymphas texisse sub una.	
Nusquam attollebant montes caput, atque supinis Tum neque nomina erant convallibus; omnia fœtu Ubere florebant, brumaque carentia, & æstu;	2145
Quippe erat ad Terram medius Sol; atque animantes Ducebant vitam facilem, expertemque laborum. Tempore post aliquo diro concussa tumultu In multis confracta locis, passimque dehiscens Crusta ruit; pars ima petit, pelagique latentis	2150
Impulsos subiit fluctus; sonuere patentes Oceani furix, & voluere immergere cuncta; Mersissentque, altos ni fragmina prosilissent Protinus in montes, & sustentantia flexu Se vario inter se servassent culmina magno	2155
Cella a naufragio; quamvis altissima paulum Tum quoque inundari debebant; namque ruina Commotus vasta, expressusque cadentibus intro Molibus oceanus cumulo superabat aquarum Magnarum, & falso complebat nubila rore.	2160
Ex illo proin in Terra jam forma remansit Excidii antiqui: resonanti pars bona cessit Terrarum pelago; quæ pars eductior, illa Rupes, & scopulos, atque inter culmina valles, Raraque camporum, nec lata sat æquora præfert;	2165
Undis interius variata est, fragminibusque Illis, de crusta quæ tum cecidere ruente: Quem casus tum forte locum dedit, hunc tenere. Ergo non poterat sine magna Terra ruina Esse, velut nunc est? altos sustollere montes	2170
	Non

¹ Burnetius, & Wistonius censuerunt, Terram olim fuisse totam fluidam: supremam superficiem concrevisse calore Solis: hanc confractam in frusta juxta Burnetium ob inæqualem exsiccationem, juxta Wistonum ex inæquali attractione Cometæ nimis proximi, concidisse temere: inde montes, & quidem ma-

rinis productionibus confertos pluribus in locis; quasi vero, addit Noëster, ipsos montes Naturæ Auctori, qui ipsius Naturæ nomine hic intelligitur, non potuerit ipse condere, dum Terram condidit, ad habendam hanc omnem vicissitudinem, & hocce usus, quos inæqualitas superficiei Terrestris habet maximos.

Non valuit Natura, marisque extendere tractus,
 Ut sit pulchra simul nobis, & commoda sedes?
 Culpant præcipue tranantem luce Cometam
 Vicina, qui plus ex una parte trahendo
 Obductam circum crustam confregerit, atque 2175
 Confractas vario partes colliserit ictu
 Inter se, interea cauda involvente ruinas.

Non alii libitum est violento vertier omnia
 Excidio¹, atque extra subito, & mutarier intra
 Tellurem, sed paulatim per sæcula longa 2180

Esse hanc ad speciem liquido de gurgite ventum.
 Namque fuisse globum jam tum docet ille fluentem,
 Oceanumque patrem tractus tenuisse patentes
 Undique, materies varios unde omnis ad ortus
 Suppeditata fuit; secerni limus ab undis 2185
 Principio liquidis, solida & consistere mole,
 Constringi & falso densatus glutine cœpit.

Et jam prima novis crescebant auctibus orsa
 Perpetuo, magis hac, minus illac, æstus ut undas
 Auctificas pulsabat agens, motusque ciebat; 2190

Nam variis (quamvis nondum prognata fuissent
 Flamina ventorum) currebant æstibus undæ.

Ergo se ad summum fundo attollente liquorem
 Paulatim, & contra se demittente liquenti
 Planitie in fundum, fuit, ut consurgere primo 2195

Mons apice auderet novus, & prorumpere demum.
 Interea fervebat opus genitale sub alto

Oceano, atque uno scopulo apparente subibant
 Haud procul huc illuc brevia eruptura sub auras,

Ipsa madens etiam donec caput eduxere, 2200
 Jam scopuli; prior hic cretus, post alter, & alter

Divisi

Potuerunt utique montes plurimi,
 & colles fuisse initio conditi; sed
 ego pro certo habeo, quod & No-
 ster inferius amplectitur, uti novi-
 mus insulas quasdam vi subterra-
 neorum ignium e mari exortas no-
 stro etiam hoc sæculo; ita plurimos
 montes, & maximos Continentis
 tractus emeruisse olim, aliis contra-

ctis, atque demeritis, quod itidem
 exiguis quidem tractibus, sed ta-
 men accidit non semel hoc etiam
 ipso sæculo.

1 Congerit hinc iam multa ex Ta-
 liamede, id celebri paucos ante an-
 nos edito libro est nominis; ubi
 quamplurima per se quidem egre-
 gia, & scitu dignissima congerun-
 tur

Divisi inter se; sed plus minuente retesti
 Se pelago, gemini coeuntes, tergemine,
 Una biceps, seu forte triceps velut insula ponto,
 Sese ostentabant; nova proles adveniebat 2205
 Oceani rursum, & rumpebat viscera patris.
 Montibus hic magnis ortus, sic Taurus, & ingens
 Caucasus, & mediis præcinctæ nubibus Alpes,
 Cellus Athos, & Olympus, & imbrifer Apenninus
 Prodiit; hinc & Pyrenes, & Atlantis origo, 2210
 Inniti dorso cui sidera cernimus alto.
 Dein alii, qui nunc constant, aliique minores
 Profluere, diuque etiam post usque minores
 Ordine distensi, quo motis fluctibus intra
 Cursus erat variante æstu, ventisque coortis 2215
 Post quoque, cum cœpit Tellus prætereunda frontem.
 Atque ipsi interea scopulorum culmina venti,
 Et Sol, & pluvix minuebant, atque ferebant
 In mare detractas prædas, operamque juvabant,
 Ocyus ut multis in partibus exoriantur 2220
 Incœpti montes, Terram & protendere possint.
 Sic demum patuit depresso gurgite, junctis
 Montibus, & magnis siccatis undique campis
 Terra ingens vastis tot regnis par capiendis.
 Oceani nec jam cessat labor; additur usque, 2225
 Et nova progenies fundo procuditur omni,
 Et scopuli augescunt, & littora distenduntur,
 Acquirat Tellus, perdit mare. Pluribus oris,
 Ut referunt, olim quas laverat æquor arenas,
 Nunc feritur, glebæque bouum sudore madescunt, 2230
 Dimoto non pauca procul per jugera ponto.
 Quique olim portus tot magnis tuta carinis
 Sedes, perfugiumque fuere, rigantur ab unda
 Vix tenui, possuntque leves admittere cimbas,
 Aut penitus fundo tellus patet ima retesto. 2235
 Præterea quot sunt urbes, audivimus ante

Quas

tur deprompta ex historia naturali,
 qua probent, nunc esse Terram, ubi
 olim fuere maria excursu facto per
 Africam, Asiam, & Europam, &

quidem paulatim progressu tempo-
 ris Terræ superficiem esse auctam,
 & imminutam superficiem maris;
 at ea ibi adhibentur ad id, ut inde
 adstrua-

Quas circum pelago pullatas, rauca furentis
 Exaudire sali quæ vix nunc murmura possunt?
 Ægypti extremis in finibus, incipit ora
 Qua libyca, & sterilis regio, infœcundaque arena est, 2240
 Visuntur, magnorum operum monumenta, ruinæ,
 Mœnia arenarum cumulis protecta, domusque
 Exesæ, & turres diffractæ, scilicet amplæ,
 At collapsæ urbes. Non Juppiter irrigat imbre,
 Longum iter ad Nili ripas est, terraque nullos 2245
 Frustra culta potest factus dare; proptereaque
 Vedebant, quod opus sibi, per commercia gentes;
 At quod commercij vastas genus inter arenas
 Esse potest? igitur substructas has mare propter
 Credibile est urbes, resque huc trans æquora vestas; 2250
 Quin superest & adhuc ut portus forma cavati.
 Condita principio fuit una, & deinde remoto
 Littore successit structis urbs altera muris,
 Hospitiumque recens populo dedit; altera porro
 Sic quoque, postremamque excepit Juppiter Ammon, 2255
 Desertoque Jovi succëcit, de Jove natum
 Qui voluit se, deinde suam; sed & hinc modo pontus
 Se retrahit, magno neque portu clausus, ut olim, est.
 Huic conjuncta Pharus jam tum fuit; insula at ante
 Usque adeo terra medio divisâ profundo; 2260
 Ut, cum hîc Mæonius detentum ob numina læsa
 Cum sociis caneret Vates Atrida minorem,
 Hîc & fatidico nescientem vincula Proteo,
 Diceret Ægypto tantum distare, diæi
 Quantum iter unius est actæ per cærula puppi, 2265
 Flamine quam stridens impelleret aura secundo.
 Qui prior incæpit Grajorum condere doctas
 Historias, & scripta sacrare volumina Musis,
 Ille refert, Memphim prope magnam, tamque remotam
 A pelago, æratos sibi vilos scilicet orbes, 2270
 Ad quos fama fuit religatas ante carinas

T. II.

G

Hæ-

adstruatur fides inani commento;
 Terram olim fuisse itidem totam
 aquis circumdatam, quibus partim
 deponentibus linum, partim exsicca-
 ris, & post solutionem in pluvias

concrefcentibus, primo quidem
 paulatim emerferint altiorum mon-
 tium vertices; tum colles, & cam-
 pi, viventibus omnibus, & homini-
 bus ipsis prognatis ab iisdem aquis.

Hæſſe, adveſtis ſtarent cum mercibus auſtæ.
 Et geminæ fuerant adlabens ad mare Syrtes
 Quondam, & navifrago terrebant æquore nautas,
 Nunc longo diſtant ſejuñctæ a littore tractu. 2275
 Quin Libyæ partem quoque nunc, Nubiæque calentis
 Appellant priſco ſervato nomine Pontum,
 Utque mare, inſcribunt loca ſic deſerta tabellis.
 Jam quos Oceano prætendit Gallia portus,
 Omnes pene novi, ſiccatis atque reliſis 2280
 Antiquis; præſens non eſt, Phocæa ubi quondam,
 Maſſilia, at diducta ſitu, pontumque ſecuta.
 Portubus in Latiis, quibus ad certamina ſtructas
 Romulidæ puppes condebant, nunc viret herba,
 Atque alii portus fodiuntur, & uſque novantur. 2285
 Brunduſium claſſes olim, claſſeſque Ravenna
 Excipiebat; at hæc miratur littore ſeſe
 Eſſe ſuo jam diductam; vix parva coerces
 Illud navigia, & fundo ſtant sæpe carinæ.
 Littora quid memorem ſidonia, quaque erat ingens 2290
 Antiochi regnum, quid grajos undique portus?
 Vel modo viſuntur nuſquam, vel ab æquore longe
 Diſcluſi. Ægæi eſt eduſtor inſula ponti
 Omnis, & Epiri quoque latior ora, novique
 Conſeritur ſcopulis illud mare, Cyclades olim 2295
 Ut genitæ, & Delos Latonia. Proinde tabella
 Diſcere de veteri ſi nunc Terræque, mariſque
 Collibeat fines, quantum illas denique culpes?
 Mentiri credas, cum ſic mutata locorum
 Sit facies; virides modo campos eſſe videbis, 2300
 Qua fluctus olim deſpumavere; propinqua
 Inſula quaque fuit terris, velut inſula Circes,
 Inſula nunc non eſt, ſed tellus addita terræ,
 Qua brevia, apparent ſcopuli nunc, atque coluntur.
 Plus altis olim Venetam Neptunus in undis 2305
 Urbem admiratus; miracula nunc ea certe
 Decreſcunt; urbs jam fundo propiore habitatur.
 Amplior eſt Batavum regio modo, quam fuit olim,
 Et, licet aggeribus, ne campos obruat æſtu,
 Arceat Oceanum, ſemper minor advenit ille. 2310
 Tu quoque littoribus diſtenſa Britannia circum

Crescis: Vos etiam Cimbri, Boreæque nivalis
 Indigenæ; magis usque humilis circumsonat unda.
 Cunctis¹ rebus ab his qui tentat vincere semper
 Imminui pelagus, magis & descendere ad ima 2315
 (Non pugnem), vero fors nititur argumento:
 Ante opus inspexisse tamen, causa omnia possint
 Ne peragi hæc alia; ne portus obstruat ætas
 Fors aliquos saxa advolvens, ne flumina longe
 Protendant terram, & sæcudent littora limo, 2320
 Ne juvet Oceanus, cumulosque advehet arenæ,
 Atque suo proprios restringat munere fines,
 Et venti, & pelagi miscentes ima procellæ;
 Denique ne motus terrai sæpe inopini
 Id faciant usquam, scopulosque repente recentes 2325
 Educant, veluti nuper, terrestria post tot
 Fulmina, post crebros mugitus, prætereuntes
 Quos exaudibant Nautæ procul, & fugiebant
 Jonio in magno, fumosque, ejectaque saxa,
 Insula dimoto visa est consurgere fluctu 2330
 Haud longe aspectans Phæacum regna, novæque
 Invitans tum spe Cultores ubere glebæ.
 Exuviis compacta maris sunt edita saxa,
 Duri etiam pisces rastris, conchæque ruuntur.
 Sic itidem omnigenis quoniam concreta videtur 2335
 Æquoris exuviis, Afram venisse sub auras
 Credibile est Melitem, quæ nunc tam nobilis ora est.
 Proin qui conspiciunt terram sub fluctibus esse
 Nostræ, quam colimus, similem, & sub fluctibus ipsis
 G 2 Pau-

1 Sententiam de continua imminutione aquæ hic Noster proficitur, a se non rejici, quæ fortasse sit vera; sed affirmat alias plures adhuc esse posse causas, quas & commemorat, cur in pluribus locis sit nunc terra, ubi fuerit olim mare: materiam, quam flumina in mare evolvunt; arenam, quam maris agitatio propellit ad littora; terræmotus, qui superficiem Terræ immutent, uti similem ortum habuit nova insula initio hujus sæculi orta in Græcia prope insulam, quam nunc dicimus *Sau-*

torino; cujus postremæ causæ indicium desumit etiam ex productionibus marinis, quæ in montibus inveniuntur in lapides conversæ, ut pisces, conchæ, coralia, & plurima alia plantarum marinarum genera, quæ veterem suam formam servant, vel in lapides jam conversæ, addit autem & anchoras, & navium fragmenta, & ossa humana tabulis adherentia, quæ inventa sunt non semel in ipsis montium visceribus.

- Paulatim sterni sola, marmora, saxa creari, 1340
 Compingique lutum varium, & coalescere arenas,
 Hæc eadem cunctis aliis exordia rebus
 Ante fuisse putant; ideoque sub æquore vasto
 Ut multi persæpe solent durefcere pisces,
 Ostreaque, & conchæ, & rubicunda coralia condi 2345
 In silice, & fructus omnes, herbæque marinæ,
 Sæpe eadem siccis hæc condita sic reperiri
 Montibus a falso distantibus æquore longe.
 Sunt quot in Helvetiis ea rupibus, atque nivosis
 Alpibus? omnigenos discissa caute tuemur 2350
 Pisces; in duro non desunt corpore squamæ,
 Spinarumque tenor, dentesque, oculique rotundi,
 Omnia naturæ speciem servantia veram.
 Certa que quin etiam Phocarum, & grandia Cete
 Visuntur spolia, & variantes pingere conchæ 2355
 Telluris gremium sublimi in monte cavatum.
 His alienigenis Pyrenes viscera rebus
 Consita sunt; Itali montes crevistis & ipsi
 Sic quoque, & æquorei tumulastis monstra profundi.
 Totius Europæ demum quis nesciat istis 2360
 Portentis sætos montes, Asiamque feracem,
 Et Libyam, atque alio terras sub Sole repertas?
 Quidquid sub pelago viret, innatat, omnibus hæret
 In scopulis, duræ moliti viscera terræ
 Inveniunt homines; tactu lapis omnia constant, 2365
 Sed remanet sua forma vel imis certa medullis,
 Et modus, atque color; nec congesta omnia casu,
 Projecta & temere, at veluti constrata manu sunt,
 Formæ quæque suæ, gravitatis & ordine certo.
- Præterea quot adhuc terram quoque signa ruendo 2370
 Non maris invenias? non sæpe est anchora multis
 Quam procul a pelago, quam celsis montibus inter
 Eruta duratos pisces, aplustraque fracta
 Saxeæ, non remi, non malus, parsque carinæ?
 Naufragii non ille fuit locus? ergo putandum 2375
 Illa quoque anteaq̄to juga tempore merfa fuisse.
 Sæpe etiam ad fractas tabulas in monte repertas
 Eruta sunt hominum multorum saxeæ membra,
 Ossaque, & armorum, & varii velligia amicis.

LIBER QUARTUS

Propterea ¹ mare si decreſcere debuit annis	101
Anteaclis, neque nunc ceſſat ſe littora circum	2380
Omnia contrahere, & limoſo accedere fundo,	
Adveniet tempus, dicunt, magnumque canentes	
Augurium vanas tentant percellere mentes;	
At non illudunt Vates Sapientibus, illud	2385
Adveniet tempus, pede ſicco Hiſpanus ad Afros	
Ut tranſinigret, & ipſa vetet Natura columnas	
Traſicere Herculeas; vicinis inſula terris	
Omnis ut accedat; Gallisſque Britannia conſtet	
Pervia, & Ægæi ſcopuli maris unica ſiant	2390
Inſula; Boſphoriæ fauces claudantur, ut olim	2390
Hyrcaſæ, Euxinusſque lacus quoque nominetur;	2390
Quodque Atlanta ſalum lavat inum, deſinat eſſe;	2390
Et brevis, & nullus demum quoque tranſitus orbem	
Extet ab orbe novo ad veterem, deſoſſaque campis,	2395
Collibus & mediis tot nauſraga noſtra ruantur	
Navigia, argentiſque abſorpta metalla, vel auri.	
Innumerabilibus paulatim talia ſæclis	
Sed ſient, ut, quid terraſque, mariſque ſit ante,	
(Undique deletis monumentis) neſciat, actum,	2400
Poſteritas tam fera, aut fors conjeſtet, uti noſ.	
Interea liquido ſemper pereunte elemento	
Incipiant montes late exardeſcere multi,	
Ut nunc Ætna furens, atque ora recludere flammæ	
Undique, dum Tellus igneſcat denique tota	2405
Siccato Oceano, atque omni Cultore perempto,	
Faſtaſque Sol, aſtrumque novum luceſcat: at iſte	
Nec quoque perpetuus conſtet nitor, almaſque demum	
Lux palleſcat, & abſumpta vi ſulphuris omni	
Deſinat in cinerem Tellus ingloria inertem:	2410
Ac porro ingentes per Mundi colligat oras	

G 3

Dis-

1 Pergit hic exponere, quo progrediatur is, cujus ſomnia expoſuerat pertinentia ad ortum telluris, & montium ex imminutione continua fluidi: fore, ut primum freta ſiccantur, tum & ſinus: inde amiſſo omni humore, Terra exardeſcat. & fiat ſtella: deinde abſumpta, & in cinerem redacta novum humo-

rem contrahat per immenſos æthereos tractus, ac ea iterum fluido circumfuſa, progignat Oceanus rerum omnium ſemina, ex quibus orientur & homines, qui ſiccata ſuperficii parte emergant, ac ſint primo quidem rudes, tum paulatim excolantur, ut prius.

Diffusum humorem paulatim, & forbeat undas;
 Proin iterum in magnum concrefcant cooperientem
 Terras Oceanum, renovantemque omnia, ut ante.
 Scilicet Oceanus cunctis det femina rebus, 2415
 Et, velut altricem terram, terreftria sæcla
 Omnia fic gignat late, volucresque, ferasque:
 Tritonumque genus Mortales, monftraque ponti;
 Mutaque gens primum pelagus profcindere tantum
 Gnara fit, ut pisces, quandoque attollat in auras 2420
 Phocarum de more caput, confuefcant & illis
 Paulatim; fed poft audentior unus, & alter
 Emergat, victumque velit fibi quærere campis,
 Sæcla propagare, & cultores condere Terræ.
 Proin patrem Oceanum rerum, Veneremque marinis 2425
 Fluctibus exortam, nantemque ad littora fingant.
 Jam[†] quo non mentem primus procul auferat error?
 Alta movet veluti qui per declivia greflus,
 Si ruat, haud subito valeat compescere cafum,
 Quin ruat ulterius; tum præceps terque, quaterque 2430
 Volvitur, & multa contunditur ufque ruina.
 Dum tamen has grandes nugas, & docta videmus,
 Miramurque hominum deliria, cautior ipfa
 Nofta fit, ut proprios mens, dum cavet ex alienis
 Cafibus, evitet cafus, turpesque ruinas. 2435
 Nam revocare fuam quis fperet tum rationem,
 Cum femel exceffit fines, exlexque vagatur,
 Effrænesque ciet motus, lumenque fecuta
 Vix tenue in tenebris clara efle in luce diei
 Somniat, atque Jovis diva pro conjuge ut olim 2440
 Ixion nebulas amplexu stringit inanes.

LI-

† In hofce errores, & hæc fom-
 nia demum invehitur, ac illud mo-
 net; mentem etiam, ut gravia cor-

pora, fi femel incipiat ruere, ita
 paulatim in præceps abripi, ut con-
 fiftere nequaquam poffit.



LIBER QUINTUS

Prima ¹ in præsidium vitæ procudit Egestas
 Olim tot varias miseris Mortalibus artes
 Ingenia exacuens pro rebus, opemque ministrans:
 Fastus, & ambitio dein excepere, repertos
 Protuleruntque usus, quanto plus, commoda nostra, 5
 Et vitæ utilitas inopis quam polcere vîsa!
 Sic vestes primùm inventæ, defendere membris
 Frigus uti possimus, acutaque verbera venti;
 Parvaque sic tepidis in vallibus edita tecta
 Sunt, rabiem quoque detur uti vitare ferarum: 10
 At nunc purpurea, aurataque in veste locamus
 Luxum, & delicias, nunc laxa palatia surgunt
 Effigies etiam e saxo exceptura silentes,

G 4

Mar-

¹ In ipso superioris libri fine pollicitus est Noster se acturum de magnitudine, & forma Telluris investigata per observationes, & mensuras. Id præstiturus, ut amœniore exordio Lectorem excipiat de more, & ad asperiora præparet, exponit progressum Geometriæ, quæ ab agrorum mensura traducta est ad dimensionem Terræ totius; sed & ante hunc ipsum Geometriæ exortum, rem longe altius repetens proponit, unde profluxerit ipsa necessitas dimetiendi, quin & distinguendi agros, quod argumentum connectitur cum ipsa origine inæqualitatis inter homines, quos ini-

tio Natura pares considerat.

Hic igitur orditur ab artium progressu, quæ a necessaria vitæ conservatione ad luxum quandam traductæ sunt, ac proponit explicandum, unde, & quibus gradibus eo devenitum sit. Porro & hoc ipsum exemplum artium a naturæ necessitate traductarum ad luxum bellè quadrat cum Geometria traducta a dimensione agrorum necessaria potissimum in Ægypto obruto aquis Nili, ad investigationem quodammodo veluti luxuriosam magnitudinis, & figuræ Telluris, ac distantiarum etiam inter astra, & magnitudinis eorundem,

Marmoreisque nitent laquearia fulta columnis ,
 Unde urbi, gentique decus, nomenque paratur . 15
 Utque tibi ex aliis vitæ rationibus istas
 Clarius evolvam causas, rudibusque recentes
 Artibus exortus, & grandes unde recepti
 Porro auctus, in res procurrere me sine paulo
 Longius, usus erat queis primitus instituisse 20
 Vitam homines, ne deficeret, queis deinde resectæ
 Deliciæ, & fines Naturæ simplicis illi
 Dimoti, atque aliis alii de moribus orti
 Mores, atque novi cultus, distensaque longe
 Grandia propterea res incrementa per omnes. 25
 Principio ¹ Natura pari ratione creavit
 Nos Homines, mortale, omnes, genus, ut neque quisquam
 Jactet sese aliis potiori vivere ab ortu,
 Nec majora sibi deberi, primaque rerum.
 Omnibus æquum jus vitam, stirpemque tueri est, 30
 Et capere ad victum de terra, quæ velit usus;
 Utile quidquid habet nam Tellus, divitiæ sunt
 Communes hominum: repleta est undique succo,
 Et Natum ad sua quemque vocat velut ubera Mater.
 Nil proprium est, nostrumque, labor nisi, curaque tantum. 35
 His igitur cum percipimus, communia quæ sunt,
 Fiunt nostra; velut qui carpit mitia poma,
 Jam sua sunt, glandesque suæ, quas colligit alta
 Sub quereu, aut leporem capiens, cervumque fugacem,
 Aut piscem motis findentem cærula pinnis; 40
 Namque penu de communi res extrahit illas.
 Quantum at cumque libet, non sumere proinde licebit;

Aſt

I Proponit primo juxta probabiliorem sane sententiam (licet alii nonnulli, & quidem magni nominis Auctores alio modo rem explicant repetentes divisionem a conventionem expressa) æqualitatem inter homines a Natura initio institutam: omnia fuisse omnibus communia, quæ fierent primi occupantis: fuisse par, ut nemo asservaret plus, quam necessitas, vel etiam delicia requirerent, ne quæ acquisita ab uno ab eodem absumi non

possent, corrumpentur in aliorum damnum: Inde factum, ut ex occupatis, quæ facilius corrumpi poterant, commutarentur cum iis, quæ diutius poterant asservari: inde initium commerciis: ad facilitorem conservationem acquiritorum inventam deinde pecuniam, & certis rebus, ut metallis, & gemmis impositum pretium: inde vero opum discrimen, inde occupata pretio & Terræ superficies, quæ communialiter extitisset, opibus, & camporum

Ast & opus quantum, & quantum petit ipsa voluptas.
 Quod superest, non fas corrumpi; prodiga non est,
 Quamvis sit Natura ferax, & in utilitatem 45
 Omnia vult verti, ne, quæ struit, irrita fiant.
 Propterea tantam Terrai sumere partem,
 Quam colat, & largo sæcundet semine versam
 Cuique licet, victum sibi quanta effundere possit.
 Non aliis id erit damno, non causa querelæ 50
 Justa. Quid? una satis non Terra sit omnibus, æque
 Qui capiant? unquamne suat penuria parvi?
 Ulli deficiant sola, queis pascatur, aranda?
 Pleraque sed quoniam, quæ vitæ accommoda nostræ,
 Tempore non possunt longo servata manere, 55
 Sed nisi forte brevi nostros vertamus in usus,
 Putrescunt facile, & minuuntur, dispereuntque;
 Qui sinat hoc fieri, Naturæ dona profundit,
 Atque injuriosus est aliis, quia sumit acervo
 Plus de communi, quam quantum postulat usus, 60
 Proinde aliis damno est, consumere qui potuissent
 Utiliter. Tum par largiri mutuam partem,
 Quæ superest, post ut tantundem restituatur,
 Fragaque cum nucibus brevia, ut serventur in annum,
 Et collapsuris victuros frugibus agnos 65
 Mutare, & pretium hinc variis edicere rebus.
 Huc igitur nos paulatim traduxit Egestas
 Multa docens; mox hunc longe, longeque receptum
 Protulimus morem; pretium confingere quippe
 Rebus inutilibus libuit tunc, utpote raris, 70
 Et quæ perpetuo possint servari ævo,

Æs

porum dominio distinctis hominibus, cœpisse & familiarum discrimen, habitis pro nobilioribus iis, qui a ditioribus orti essent, ac proinde & Reges exortos, qui plurimis præessent; & populos, qui diversis parerent Regibus, & e contrario paupertatem, ac servitutem; tum & vim, ac furta, & rapinas, & ideoque leges, ac iudices, quibus cuique suum adjudicaretur: inde vero & arborum fines circumseptos, & limites positos, cumque

potissimum in Ægypto Nilus fines confunderet, limitibus vel abreptis, vel aggestione terræ sepultis, Geometriam habuisse ortum, quæ ipsos definiret campos delineationibus ad altiores positiones alligatis: hanc vero Geometriam eo delatam a necessitate, inde ad luxum quandam processisse, ut Terram totam dimittiri sit aula, & definire distantias ac magnitudines Solis, & Planetarum.

Æs velut, argentum, atque aurum, atque adamantina faxa.
 Hinc est signato pecore orta pecunia primum
 Scilicet, hac nobis constant ab origine nummi.
 Crevit avarities hinc; nam, quam servet, adepta est 75
 Rem facile, accumulæque, diu si parcat abuti:
 Hinc cessere in opes privatas publica terræ
 Jugera, quæ populo quoque magno sint sat alendo,
 Et potiundi aucti, extensique per omnia fines;
 Nempe ita servari, quodcumque dat ubere gleba 80
 Tellus ipsa, potest, nihil ulla & disperit e ræ.
 Sic cui principio potiundi cura, laborque
 Major erat, magis & servabat, major haberi
 Idem aliis, longeque potentior, ad sua flectens
 Multos arbitria, & fors omnes, debuit unus; 85
 Et sua progenies meliori e semine visa est
 Duci, atque exortus fortiri nobiliores.
 Prætinus hinc Regum, & Dominorum nomina terris,
 Prorsum ignota prius, sunt prodita, nobilitasque
 Cum censu venit; paupertas, servitiumque 90
 Fluxerunt etiam, simul & vis, furta, rapinæ:
 Propterea & leges ortæ, cuiusque quod esset,
 Tutum quæ facerent, & habendi quæ sua, normas
 Præciperent, lites ne litibus exciperentur.
 Et quoniam cum nos procurrimus immoderate 95
 In rebus, prima amota, nova surgere Egestas
 Usque solet; debet nova suppeditarier usque
 Ars etiam, multas post se tractura quoque artes.
 Quare & prætentis finiti sepibus agri,
 Et positus campis limes, mensuraque in arva 100
 Inducta est, quod quisque habet, ut cognoscere possit,
 Quodque suum est, colere, atque aliena absiltere gleba.
 Præsertim sola partiri per jugera lata
 Vobis cura prior fuerat, repetita quotannis,
 Qui lætam Ægyptum colitis, ripasque feraces 105
 Nili exundantis; debebat quippe quotannis
 Omnes agrorum confuso limite fines
 Nilus, & æquabat limosis omnia limphis.
 Proin sua servandi Mensorum hinc extudit artem
 Ardor, opumque fuit terras numerare cupido 110
 Quæ docuit; post ad fastigia pergitur artis

Hujus item, prætergressi, quo duxit Egestas:
Ad Terræ nam sic noscendum venimus augmen
Totius, hinc etiam ad Solem, & palantia Cæli
Sidera, non humili correpti huc ambitione.

115

Quapropter ¹ ne te in promissis plura moremur;
Terra quibus dimensa, modos, age, percipe plures;
Tum lustrandum auras obeuntes undique Terram,
E liquidis iterum ad Cælum sustollar ab auris,
Quam gravis astrorum, visurus, quæque vagantum
Sit moles, non libræ examine, sed rationis,
Visurus Lunæ indociles motusque, vicesque:
Ire, redire vias sublimes sæpe necesse est.

120

Quærebant ² olim qui Terræ totius augmen,
Esse rotundam ipsam prius omnes arripiebant;
Proin facile ex aliqua dimensa parte rotundæ
Delabi fuit ad totam, & cognoscere, quanto
Orbe sit, & notis circumdare millibus amplam.
Hoc prodit tentasse vetus quem fama, Syenem
Ille urbem, cum Sol, per chelas Canceris iret,
Alti crediderat sub recto verbere Solis
Esse sitam; nam rumor erat tum lumine adiri
Immisso puteos ex omni parte profundos,
Et tenebris profus spoliari, umbraque carere.
Præterea illam urbem (Pelle condita Rege
Urbs erat huic sedes Ægyptum primæ per omnem)
Æstiferum rectà a sese sic vergere ad Austrum,
Ut simul aspicerent mediam noctemque, diemque.

125

130

135

Jam

¹ Hic jam aggreditur argumen-
tum suum, & proponit, quæ po-
tissimum hoc libro pertractaturus
sit: plures methodos dimetiendi
Terram: inde plura, quæ pertinent
ad aerem Terræ circumfusum, quo
superato iturus est iterum in Cæ-
lum ad determinandam molem, &
massam plurius Astrorum, quibus
definitis ager de Lunarium motuum
vicissitudinibus.

² Incipit a Veteribus, qui Tellu-
ris figuram habuerunt pro sphæri-
ca, in qua hypothese admodum fa-
cile fuit investigare magnitudinem

totius Terræ, quæ nimirum pro-
fluebat statim e dimensione arcus
terrestrius cujuscumque, ubicumque
per accuratas mensuras determina-
ti. Hoc argumentum pertractabi-
mus de more uberius in supplemen-
tis in hunc locum, hic interea
Nostrum sequuti pressius: porro
pleraque ex iis, quæ profert huc per-
tinentia, continentur in meis disser-
tationibus de Veterum argumentis
pro Telluris sphaericitate, ac de fi-
gura Telluris, & in meo opere *De
Litteraria expeditione per Pontificiam
ditionem*, ac ejusdem operis synopsi
iti-

Jam prope distantes æque inter mutua sese
 Cum radii Terram veniant a Sole per omnem
 Tam procul educto (cui punctum est Terra relata
 Immani spatio), talem catus extudit artem. 140
 Sursum dimidiam convertit ad alta cavati
 Astra globi partem, cui filum aptarat ahenum
 E medio recta surgens, mediaque cacumen 145
 Summum prorsus habens sectæ in regione pilai.
 Ergo per Cancri, qua Sol fuit altior hora,
 Solstitium, fili vidit quam longa sit umbra;
 Nimirum decies quintam comprehendere partem
 Ejus circuitus, tantam proin totius esse 150
 Circuitus Terræ partem percepit idipsum
 Intervallum, urbem distensum hanc inter utramque;
 Quo te ipsum ratio tibi non impervia ducet.
 Ast utramque urbem quod distinet intervallum,
 Æquabant quinis stadiorum millibus, oras 155
 Æstiferæ longe regionis qui peragrabant.
 Quapropter cingit qui Terram maximus orbis,
 Biscentum, & decies stadiorum quinque necesse est
 Millibus excurrat: Quod, si prima omnia consent

Vera,

itidem mea inserta Commentariis
 Academia Bononicæ.

Primo loco exponit dimensionem
 Terræ factam ab Heratostene. Is
 ex observationibus habitis in Afri-
 ca in urbe Syene, & Alexandria
 definivit ambitum circuli Terræ
 maximi stadiis 250000.

Supposuit Syenem esse sub ipso
 Tropico Cancri, quod in meridie
 æstivi Solstitii dicerentur ibi putei
 illuminari usque ad fundum, quo-
 rum unum, ajunt, fuisse profun-
 dissimum, ex cujus fundo extra id
 tempus noctem alente umbrosissi-
 mam interdum etiam stellæ appare-
 rent, quo & Virgilium spectasse
 putant binis illis versibus.

*Dic quibus in terris, & eris
 mihi magnus Apollo,
 Tres pateat Cæli spatium non
 amplius ulnas.*

Deinde supposuit Syenem, & A-

lexandriam sub eodem meridiano
 esse, illa jacente accurate ad Au-
 strum respectu hujus: id an ita se
 habeat, cognosci poterat in primis
 ex Lunæ defectibus, qui si eæ ur-
 bes sub eodem meridiano erant,
 debebant utrobique apparere eodem
 horarum numero ante, vel post
 meridiem aut mediam noctem.

Supposuit itidem ex communi iti-
 nerantium fama intervallum inter
 eas urbes esse stadiorum quinque
 millium.

Iis suppositis crexit Alexan-
 driæ hemisphærium, in cujus cen-
 tro erat vertex styli e medio he-
 misphærio verticaliter erecti. Ob-
 servavit ejus styli umbram in me-
 ridie solstitii æstivi, nimirum di-
 stantiam cuspidis umbræ ipsius a
 pede styli, quam invenit esse par-
 tem quinquagesimam circumferen-
 tiæ circuli maximi ejusdem hemi-
 sphærii.

Vera, queat nulla prorsus ratione refelli.

160

Verùm¹ non illæ mediam noctemque, diemque
Prorsus eodem agitant momento temporis urbes,
Altera ad occasum sed paulum flectit, ad ortum
Altera; nec prorsus Cancræ sub culmine summo,
Quo deorsum se Sol parat intorquere, Syene est;

165

Nam non e medio venientes Sole profundos
Tum radii illustrant puteos, sed proximior
Extremæ a puncto flammantis lampadis oræ.

Præterea neque sunt illo uno de rutilante
Emissi puncto radii, quibus ultimus umbræ

170

Finitur limes, sed limbo prorsus ab omni
Circum Solis, uti non possint fingier æque
Distare inter se, quin sit discrimen in umbra.

Denique, quod superest, stadiorum millia quina
Urbibus esse putes interstita prorsus?

175

Possè iter exhaustum metiri tam bene credas,
Qui faciant, ducuntque viam, quam longa, labore?
Singula quæ possunt, quod tu deduxeris illinc,
Irrepente aliqua facili corrumpere fraude.

At non illa sagax ratio minus esse videtur

180

Idcirco, per quam Terræ metirier orbem
Scilicet inventum est, suaque ars exordia cœpit.

Porro² alium non Sol, nocturni at sideris ignis

Du-

plurii. Inde autem intulit intervallum inter Alexandriam, & Syenem esse partem itidem quinquagesimam circuli Terræ maximi, quod qua ratione ex quadam parallelarum linearum proprietate consequatur, videbimus in supplementis.

Cum igitur 50 ductum in 5000 exhibeat 250000, inde consequatur necessario totum Terræ ambitum continere stadia 250000.

¹ Hic ea exhibet, quæ ejusmodi mensuram reddunt minus accuratam: nam nec illæ urbes sunt satis accuratè sub eodem meridiano, nec Syene est prorsus sub ipso tropico, puteos illustrantibus die solstitii ad fundum radiis non a cen-

tro, sed ab alio disci solaris puncto provenientibus, nec umbram styli, finiunt radii provenientes a centro Solis, quod requireretur ad illam parallelarum proprietatem, sed radii provenientes a supremo margine; & ipsum intervallum quinque millium stadiorum, nimis crasso tantummodo viatorum iudicio, & æstimatione quadam creditum, non erat satis accuratum, quas omnes ob causas mensura terrestris ambitus obvenit erronea, mirum multo major justa: adhuc tamen methodus est admodum ingeniosa, & sagax.

² Aggreditur methodum adhibitam a Pollidonio, qui ad eam dimensionem est usus stella fixa primæ

mæ

Duxit, uti fines Terræ præferiberet orbi.
 Namque Rhodo, tanto claram quam fecerat ipse 185
 Hospitio, plus quam moles ea vasta Colossi;
 Submisit fasces Doctrinæ Oriente subacto
 Magnus ubi, & subiit parvos, ut templa, penates;
 Tu quoque ab Arpino, largum cui flumen & aureum
 Eloquii, cupidus fontem hunc virtutis adisti; 190
 Ergo Rhodo ex humili summas ita radere ponti
 Aspiciebat aquas sidus (dixere Canopum,
 Fulgurat Argoæ quod clavo navis inhærens)
 Ut subito exortum çaderet, pelagusque subiret.
 Illud at Ægypti primo de littore visum, 195
 Mœnia quo Macetæ surgunt de nomine Regis,
 Parte aliqua ætherii sursum se totius orbis
 Extollebat, ubi jam summum culmen adiret;
 Et quia utrumque ratus mediæ esse sub orbe diei
 Uno eodemque locum; pariter, sese inter, utrumque 200
 Percepit tantis removerier intervallis,
 Æqua illi parti Terrai ut totius extet
 Pars se insistentis circum, & redeuntis in orbem.
 Sed spatium certis finibat millibus illud;
 Ergo itidem hunc certis cingebat millibus orbem. 205
 An minus ambiguus, quam sit prior, hæc elementis
 Mensura innixa est Terræ, suspectaque nobis?
 Adde, quod hoc humili quia sidus fulget ab ora,
 Se magis infringunt radii, quam Solis, ab alto
 Culmine cum Cæli rutilantia spicula vibrat, 210
 Ut novus hinc aliis cumulari debeat error.

Men-

mæ magnitudinis, quam Canopum appellant, ac est in remone navis Argo. Eam Rhodi videbat horizontem stringere, Alexandriæ vero censuit elevari supra horizontem parte quadragesima octava totius circuli cælestis. Hinc cum censeret eas urbes sub eodem meridiano esse, intulit intervallum inter eandem esse partem quadragesimam octavam ambitus terrestris, quod intervallum cum itidem ex crassa navigationum æstimatione censeret esse stadiorum 5000, attribuit toti cir-

cumferentiæ terrestris stadia 240000. & singulis gradibus stadia 667.

Verum hanc etiam mensuram Noster affirmat æque incertam esse, tum quia incerta sunt, immo minus accurata ea omnia, quæ ipse assumpsit, & præterea refractione horizontales observationes perturbat plurimum, quæ & Veteribus incognita erat, & est maximè variabilis, ac incerta; stellas autem attollit.

Quo autem Noster initio hujus loci respiciat, satis patet: Pompejum

Mensuræ^r, genus hoc, sed adhuc fallacior illa
 Tum tentata fuit ratio. Procul urbe Syene,
 Cujus & hæc servant, excisa & marmora nomen,
 Qui tum adventabant, velut inter mira, referre 215
 Hoc quoque consuerant, illa regione sub Austrum
 Tercentum stadia a Borea protendere sese;
 Queis stadiis per humum quæ corpora consita rectâ
 Tollantur, mari veluti, cellæque cupressi,
 Erectique situ quoque aheni proinde cylindri, 220
 Ipso in Solstitio qua Sol altissimus hora est,
 Ex ulla prorsus non ullas parte cadentes
 Projicerent umbras; nam pars super imminet una,
 Cuique aliqua, illustrans Solis, qui corpore lato est.
 Perceptum hinc facile est, quam partem corpore lato 225
 Cæli circuitûs Sol occupat, hanc quoque partem
 Terræ circuitûs comprehendi totius illis
 Debere a stadiis. Sed jam quis nesciat, illos
 Quam tutum non sit fines servare sine umbra,
 Et latam Solis faciem, limbisque receptam 230
 Oppositis, illo præsertim tempore, quo, cum
 Servarent, satis esse putabant in capiendis
 Mensuris magnas tantum cognoscere partes,
 Et non partium item partes, iterumque refectas,
 Atque iterum, quas integris demasce, vel addas. 235
 Bar-

jum nimirum innuit, qui Rhodi ad
 ipsius Posidonii domum divertit per-
 motus hominis fama, ac Cicero-
 nem, qui ad ipsum audiendum eod-
 dem se contulit.

1 Aliam hic commemorat me-
 thodum minus adhuc exactam, qua
 idem Posidonius est usus. Cum ni-
 mirum fama esset, solstitii æstivi
 die in meridie corpora erecta per-
 pendiculariter ad horizontem per
 300 stadia nullam umbram proje-
 cere, hinc intulit, quam partem
 cælestis circuli Sol occuparet sua
 apparenti diametro, eandem occu-
 pare in terrestri circulo id inter-
 vallum, cujus nimirum singulis pun-
 ctis puncta singula Solaris diame-
 tri ad perpendicularum imminerent.

Cum Sol circiter dimidii gradus
 mensuram occupet, erueretur in-
 de, singulos terrestres gradus con-
 tinere 600 stadia, adeoque totum
 circulum 216000. Verum, & hanc
 mensuræ methodum, dicit, multo
 minus exactam esse potuisse, cum ad-
 modum difficile sit definire, ubi
 incipiat umbra esse aliqua, & cum
 apud Veteres non licuerit accurate
 definire diametrum apparentem So-
 lis; nam ii non habebant instru-
 menta satis accurate divisa in mi-
 nutissimas partium particulas, uti
 habemus nos: casu tamen factum
 Veteres ad veram mensuram acce-
 dat, cum exhibeat pro gradu mil-
 liaria antiqua 75.

Barbara ¹ cum premerent Europam bella, ferique
 Vexarent usus; proin late inculta jaceret,
 Atque artes, legesque sibi lugeret ademptas,
 Soli vos Arabes Terræ felicis Alumni
 Astrorum motus cupidi spectatis, & alta 240
 Convexa, atque caput supra labentia signa;
 Effusique aliis Victores protinus oris
 Excultas artes nostrum immisistis in orbem.
 Tum vos fama refert præclaræ laudis amore
 Incensos, Terræ, quam vestris subdere totam 245
 Legibus optastis, voluisse inquirere molem;
 Propterea in vallis Asiæ, quos Tigris, & ingens
 Alluit Eufrates, campis comprehendere certa
 Mensura tentasse (gradum quam dicimus) unam
 Terræ partem, quæ sexagesima sextæ 250
 Nimirum partis constat pars unius orbis;
 Tentasse, atque situ ex uno servasse locorum
 Campestri, gradibus quot se illic evehat alte
 In Cælum Boreæ vertex; exinde sub ipsum 255
 Isse polum; donec visus sublimior uno est
 Hic crevisse gradu, dimensos esse locorum
 Dein interceptum spatium; totiesque repertæ,
 Sunt quot in orbe gradus, numeros iterasse per orbem
 Mensuræ. Numeros facile hos excepimus ipsi, 260
 At non cum numeris rationem, qua fuit alte
 Quæsitus vertex, non artem, qua loca mensi
 Sunt ea, non ipsas mensuras, quantaque prorsus
 Millia tum fuerint, quæ nunc accommodat aptans,
 Ut vult, quisque suis mensuris; lesbia virgæ

Re-

¹ Quarto loco commemorat mensuram, quam octavo sæculo, quo jam ingens Europam omnem barbaries oppreserat, tentarunt Arabes sub Rege Maimone in campis Singar. Ut unum gradum obtinerent, nimirum partem sexagesimam sextam totius circuli terrestris, processerunt in iis campis in directione meridiani, donec iis uno gradu polus elevatior evaderet. In eo intervallo invenerunt ii quidem milliaria 56; unde universus Terræ ambitus facile deduceretur; sed non satis

constat, qua mensura sint usi, & cujus magnitudinis fuerit eorum milliare: hinc eandem mensuram nunc alii alio accipiunt modo, & suis usibus accommodant, atque id eadem ratione, inquit Noster, qua crudelissimus ille apud veteres Procustes est usus, quem ferunt, hospites suos necare solitum, & vero etiam torquere, cum breviorum membra in equulo vi distenderet, donec æquarentur lecto, longiorum absinderet.

Regula qualis erat, ferus aut mos ille Procutius 265

Aptantis peregrina cubantum corpora lecto;

Exæquabat enim vi, cum breviora fuissent,

Distendens artus, nervorum & texta resolvens,

Sin contra a pedibus superessent longa, recidens.

Sed ¹ quid opus tam prisca sequi, jam nostra reductis 270

Jamdudum his studiis si florent tempora? magnum

Terræ ad quærendum certatim incumbitur augmen

Nunc iterum: primum nempe hunc hausere laborem

Unâ omnes Italique viri, Gallique, tumentis

Quique colunt Thamesis ripas, Rhenique bicornis. 275

Protinus est ratio sua cuique inventa, modusque.

Namque ² fuit, qui, posset uti cognoscere Terræ

Id spatium, quantum est, quod scilicet ante sub uno

Esse gradu Cæli servaverat, ibat in alto

Invectus curru, per quot converteret orbis 280

Se rota, dinumerans, cujus jam marginis oras

Ærati fuerat circum dimensus, iterque

Inde suum sic omne putabat; quodque viai a

Flexibus, atque solo visum est discrimen iniquo

Prodire, id summa minuens tollebat ab omni. 285

Num terræ Mensor totius fidere tali

Debit, & tantis mensuræ erroribus actæ?

Quid sit opus demi, non cernat, at æstimet anceps?

Tum ³ fuit & triquetra qui rem cognoscere forma

Aggressus, fluxit tali triquetram arte figuram, 290

T. II.

H

Ejus

¹ Transit jam ad conatus Recentiorum in investiganda Telluris magnitudine, qua in re omnium Europæ cultioris populorum industria enituit.

² Primum memorat Fernellium in Gallia, qui observata in æstivo Solstitio altitudine Solis meridiana proventus est curru in directione meridiani, donec unius gradus discrimen inveniret. Interea, ut binorum locorum intervallum obtineret, numerabat conversiones rotæ, ex cujus circumferentia cognita, & conversionum numero etuebat intervallum sublata ea parte, quam

æstimatione quadam censuit debere curvaturæ, & inæqualitati viæ, per quam vehebatur. At quam crassa sit, ea ratio determinandi intervalli, nemo non videt.

³ Secundo loco proponit tentamina P. Riccioli, qui usus est triangulo, cujus unus angulus esset in centro Terræ, reliquorum alter in turri Mutinensi, alter in Paterino monte Bononiæ. Definitis per observationem angulis in Turri, & monte ope lineæ visualis tendentis ab altera statione ad alteram, & filii penduli tendentis ad centrum Terræ habitæ pro sphaera,

Ejus apex Terræ in medio ut se conderet imæ,
 Flexus & in summa turri foret alter, & alter
 Culmine in aerii montis, prospectus in illam
 Unde patet; flexum hunc utrumque, receperit intra
 Quot sua crura gradus, facile exploravit, & istis 295
 Percepit notis, quantus prior ille profunda
 Constitus in Terra, qui formæ in acumine tummo est,
 Constiterit; quot proinde gradus sit partibus inter
 Se disjunctus apex turris, montisque vicissim;
 Quod spatium pedibus dimensus deinde, per omnem 300
 Circuitum sic se potuit convertere Terræ.
 Sed præter quam quod tractus brevis iste locorum est,
 Quique, vel exiguum nulla vitabile cura
 Discrimen, faciat, magnum ut grandescat in auctum,
 Dum vice multiplici totum transfertur in orbem; 305
 Illuc fraudis item multum irrepsisse, necesse est,
 Quod lux, a rebus dum mittitur, inter eundem
 Per liquidos calles, sætasque vaporibus auras,
 Flectitur, & torquetur; & ipsum id noscere, quidnam
 Hic faciat, semper durum est, incertaque constat 310
 Quærendi hoc ratio; ratio proin semper, oportet,
 Hæc quoque servandi fallax, incertaque constat:
 Scilicet in montem curvo de turre profusa
 Tramite convexam vertente ad sidera partem,
 Ibat lux; ideo magis apparere patentes 315
 Hi flexus, quam par, gemini, & subtilior ille,
 Quam

ra, definivit angulum in centro Terræ, cui respondebat intervallum inter ea duo loca, quod mensuris diligenter actis obtinuit, ac inde & unius gradus, & totius terrestris periphæriæ mensuram deduxit.

Verum & hæc methodus erronea fuit; præter brevitatem ejus tractus, in quo minus invenit, quam trientem unius gradus, ut idcirco error in ea dimensione commissus, dum ipsa ad totum ambitum traducitur, exerescat plus quam mille vicibus, erroneam plurimum reddit eam methodum illa luminis proprietatis, quæ dicitur refractione, qua radius, dum a medio rariore tran-

sit ad densius, cæteris paribus inclinatur ad perpendicularum; unde fit, ut linea visualis, quæ transit per regiones aeris non æque densas, incurvetur, & angulos observatos reddat majores justo, adeoque tertius, qui debet esse residuum eorum ad gradus 180, justo minor evadit, & proinde plura, quam par est, uni gradui, & toti Telluri milliaria tribuuntur. Hunc errorem Ricciolus nequaquam consideravit, quem quidem accurate æstimare est admodum difficile, quin immo is pro diversa constitutione atmosphæ- ræ diversus est.

Quam par, tertius esse; gradus pars scilicet illa
Major ob hoc, & major item quoque Terra. videri
Debuerat, quam sit, fedesque excrescere nostra.

Cætera ¹ quid memorem, primo velut artis in ortu 320

Quam variis tentata modis? cum noscere paucis

Possis certus ab his, non esse sagaciter illas

Tractatas Terræ mensuras; proinde tuaris

Congruere inter se non illas posse vicissim,

Sed magnum numeris prenda discrimen in illis. 325

At si sexque, decemque retrorsum in lustra abeamus

Mente haud immemori, admissique Lutetia muris

Pulchrarum rerum, & magnarum dædala mater,

Hospitioque tuo, peregrinis subjiciamus

Cuncta oculis, alte magnas confurgere moles 330

Æternam in sedem doctrinarum, atque leporum

Aspiceremus, & Uranies super omnia turrim

Attolli, qua jura Deæ cælestia consent;

Tum subito in ritus veteris, legesque Academi

Conventus hominum fieri, doctumque Senatam 335

Cogier. Hæc consulta Virum graviora fuere,

Primaque, mole super Terræ, formaque videnda.

Jamque ² Duces lecti; gelidas metitur in oras

Alter ab urbe, gradus quantum protenditur unus,

Alter at oppositum ad Pyrenes usque nivosa 340

Radices per quinque gradus procurrit in Austrum.

Italia hunc Gallis civem donarat habendum,

H 2

Ipsè

¹ Cum horum methodi extiterint usque adeo imperfectæ, mirum nequaquam esse, affirmat, si mensuræ horum omnium, & aliorum, qui similes adhibuerunt methodos, a se invicem usque adeo discreparint. Tum gradum facit ad investigationem in immensum accuratiorem, quæ instituta est postremis hæc potissimum 80 annis post conditam in primis Parisiensem Academiam, quam meritis effert laudibus, & erectam non Turrim tantummodo Astronomicam, sed quoddam veluti augustissimum Urania templum in celeberrimo Parisiensi Observatorio.

² Duas hic graduum dimensiones conjungit ab Academicis Parisiensibus institutas, alteram a Piccarto in Boreali Gallia, alteram a Dominico Cassino in Australi, qui quidem a Parisiensi Observatorio per 5 gradus Parisiensem meridianam lineam produxit in Austrum usque ad Pyrenæos montes, quam Jacobus Cassinus ejus filius in Boream deinde produxit DumKerKam usque. Utrumque autem tractum multo deinde diligentius novis determinavit mensuris cum Caillio Cassinus de Thury Dominici Nepos, Jacobi filius, qui nunc maxime

Ipiè parem post se vestigia magna ferentem
 Progeniem; Natiq̄ue labor fuit ire remensum
 Arctoa de parte gradum, procurrere & ultra: 345
 In laudes, nomenque Nepos succedit utrique,
 Mensurisq̄ue iuis loca mensa retentat, avitam
 Et relegit, patriamque viam, & quocumque Priores
 Lustravere gradus partiti Gallica regna,
 Lustrat agens, & opus multorum perficit unus. 250

Porro ¹ majus opus decretum, nempe remota
 Tentandæ regione viæ, spatia atque adeunda
 Inter se valto longe distantia Cælo,
 Rem magis aucta fides ut panderet; ire Americæ
 Ad loca tum visum, supra quæ præterit orbis 355
 Noctè diem exæquans, atque ad torpentia brumæ
 Regna, polo vicina, æterni ad frigoris oras.
 Quas tibi mensuras Terræ dum pandimus omnes,
 Et variam longo rationem carmine, & artem,
 Exhaustosq̄ue viris evolvimus inde labores, 360
 Tenuia, spero equidem, non argumenta quereris
 Texere me pertælus; at huc tibi proinde libebit
 Subtractam interea curis adjungere mentem;
 Nam neque nobilius, veteri neque majus ab ævo
 Ad seros quidquam transmittere fama Nepotes, 365
 Volvendæque diu ætati contradere possit.

Ipse ² gradu cupias uno si noscere, quantum
 Prendatur spatii, geminas res ante necesse est

Pro-

xime Parisiis floret, uti videre est
 in præstantissimo operè, cui titulus
Meridienne Verifiée. Nondum au-
 tem omnia perfecerat, cum pri-
 mum hæc Noster scriberet.

¹ Progreditur ad ulteriora, &
 multo utiliora, ac multo majore
 celebratione digna ejusdem Acade-
 miæ tentamina. Ea, cum inter-
 vallum inter gradus in Gallia de-
 finitos esset nimis exiguum ad de-
 finiendam inæqualitatem graduum,
 quæ jam investiganda erat, Tel-
 luris figura abludente a Sphærica,
 sed nimis parum ab eadem disce-
 dente, binas Academicorum tur-

mas dimisit ad loca inter se di-
 stantia fere per quadrantem circuli
 Terræ maximi, nimirum alteram
 sub æquatore, & alteram polum
 borealem versus, ut ad eum, quan-
 tum liceret, accederet: accessit au-
 tem usque ad polarem circumulum.
 Methodum ab his adhibitam ex-
 ponere aggreditur: nos hic eum se-
 quemur de more, at in supplemen-
 tis in hunc locum, quæ ad hanc
 investigationem pertinent, diligen-
 tius evolvemus, expositis iis, quæ
 pertinent ad determinationem figu-
 ræ terrestris per gradus.

² In primis ad habendam men-
 suram

Propterea tentes reperire; sub orbe diei
 Nimirum mediæ distantia puncta vicissim
 Inter se Terræ duo percipe; noscere flexum
 Primò illum debes, quem fila cadentia restà
 Terræ ad planitiem, rectàque meantia utrinque
 Efficerent illic, ubi opus concurrere longe est
 Obvia visceribus sub Terræ merfa profundis :
 Præterea debes, inter duo puncta quid extet
 Distensum spatii, quot passus nempe, vel ulnæ,
 In medio cognosse solo, æquataque supernè
 Planitie, ne quid montes, vallesque supinæ,
 Turrata officiant vel mœnia, vel nemora alta .
 His subito mensura gradus constabit ab actis;
 Nam gradui si flexus erit par scilicet uni,
 Punctorum intervalla gradu claudentur ab uno;
 Sin major, seu forte minor, minor ipsa necesse est
 Sit tanto mensura gradus, majorve reperto
 Terræ illo tractu gemina inter puncta recepto .

375

380

385

390

Propositum ¹ sed jam metiri qua ratione
 Possim flexum? sensu non pervia Terra est,
 Visceraque illius penetrare sub alta negatum:
 At non oppositas in partes ire negatum est
 Possè, atque in Cælum contra protendere fila,
 Ut signent nostris puncta impendentia punctis,
 Ætheriique arcus medios inquirere tractus.
 Propterea quoddam sidus, quod, culmine motus

H 3

Cum

suram unius gradus proponit seli-
 genda duo puncta in superficie ter-
 restri, a quibus concipiantur binæ
 rectæ lineæ perpendiculares ad su-
 perficiem regularem Terræ, quæ re-
 ctæ ibi, ubi concurrerent, quen-
 dam angulum continerent. Opor-
 tet determinare illum angulum, &
 determinare illorum punctorum di-
 stantiam assumptam itidem in su-
 perficie quadam Telluris, quam
 concipiamus æqualem. Si enim ille
 angulus fuerit unius gradus; hæc
 distantia exhibebit mensuram gra-
 dus terrestris, secus facile res per-
 ficietur factis ut est angulus ille

inventus in concursu earum recta-
 rum ad gradum unum, ita distan-
 tia inventa ad unum gradum.

¹ Exponit hic primo loco diffi-
 cultatem, quæ se objicit, observan-
 di illum angulum, quem nimirum
 immediate determinare non licet,
 cum non possimus producere illas
 rectas perpendiculares superficiei in-
 tra viscera ipsius Terræ usque ad
 concursum, & eo nos pervadere ad
 capiendas mensuras: tum exhibet
 methodum id præstandi definiendo
 distantiam inter bina zenith, sive
 puncta, quæ iis binis terrestris su-
 perficiei punctis imminent in Cælo

ad

Cum fuerit fummo, nimium non vertice flectat 395
 A nostro procul (ex humili fracti omnia turbent
 Nam radii), fervant oculo vigilante, & utraque
 Suspiciunt regione loci, quam vertice distet
 Servantum, prope præteriens cum transit, utroque.
 Sic geminus quem tum vertex intercipit, arcum 400
 Scire datur, proin & Terræ quem puncta coercent.
 Quarta orbis parte id peragunt; divisa superno est
 Inque gradus æquos limbo, graduumque minutas
 Particulas; medio dependet acumine filum,
 Tenditur adjuncto quod deorsum a pondere plumbi; 405
 Binaque, ab hoc medio curvas quod tendit ad oras,
 Vitra hærent lateri, queis sidera transpiciuntur;
 Inter quæ, species ubi rerum pingitur omnis,
 Fac, transversa loces, seseque secantia recta
 Ærea fila: latus tum si direxeris alte 410
 In Terram vertens signati marginis oras,
 Videris & nodo florum sidus in ipso,
 Arcum, quo sidus nimirum a vertice distat
 In Cæli spatiis, similem illi prorsus habebis,
 Quem finit latus hinc, illinc a pondere filum 415
 Distensum; dum namque latus stat sidus in ipsum
 Directum, filum petet alti verticis oras
 Pendens, atque apicem Cæli transcurret eundo.

Nec

ad perpendiculum, ad quæ puncta
 tendunt illæ binæ rectæ sursum
 productæ.

Porro horum distantia facile de-
 finitur, si jaceant in eodem Meri-
 diano, capiendo ope quadrantis A-
 stronomici distantiam utriusque ze-
 nith a quapiam stella non nimis
 distante ab ipso zenith, ubi nimi-
 rum refractione tenuissima investiga-
 tionem turbare non possit, in ipso
 ejus appulsu ad meridianum; nam
 summa, vel differentia distantia-
 rum ejus stellæ a binis zenith, prout
 stella jacuerit inter ipsa, vel extra
 id intervallum, exhibebit distan-
 tiam ipsorum zenith, quæ metitur
 angulum illum quæsitum, cujus
 caput diximus latere in intimis vi-
 scribus Terræ.

Exponit hic autem breviter, sed
 satis & dilucide, & eleganter con-
 structionem, & usum quadrantis.
 Quadrans astronomicus est quarta
 pars circuli terminata binis circuli
 radiis, quæ sunt quadrantis latera,
 & arcu circuli. Pendet e centro fi-
 lum cum appenso pondere, & alte-
 ri lateri adnexum est telescopium,
 quod binas habet vitreas lentes, in
 quarum communi foco, in quo ob-
 jecti imago pingitur, distendun-
 tur bina fila se ibidem intersectan-
 tia, ubi illud curandum, ut recta
 linea, quæ transit per hanc filorum
 intersectionem, & maximam cras-
 situdinem lentis objecto obversa,
 sit in eadem directione ejus late-
 ris, vel saltem innoscat, quan-
 tum

Nec ¹ Terræ spatium gemina inter puncta locatum
 Ipse queas propter montes, silvasque vetantes 420
 Directa ratione viæ deprendere mensum,
 Sed variis opus est idcirco ambagibus uti.
 Principio sola sunt tibi longa, atque æqua legenda,
 Ut campusve patens, vel stratum littus arenis;
 Atque ea, signatas ulnis, pedibusve catenas 425
 Rectâ extendendo, super aptandoque sine ullis
 Flexibus, in totidem metiri millia debes,
 Quot liceat, libeatque. Atque ex hac altera nobis
 Quærenda est, quam proposui, mensura locorum.
 Quantum hic consilii est? Quanti ratio ista laboris? 430
 Tentandum, si fors transferre in carmina possim,
 Exorandaque sunt, præsentia numina, Musæ,
 Ne me sponte sequi juga per montana, nivelsque,
 Præruptalque vias, nê mora & per inhospita nolint
 Vadentem, hæcque etiam super alti inscribere Pindi 435
 Culmine mensuras, artemque ex ordine totam.

Scire ² licet triquetra in quacumque hoc esse figura,
 Ut rerum sex de summa, quæ constat ab ipsis
 Flexibus, & laterum costis, si terna pateant
 Aut latera, aut gemina hæc cum flexu scilicet uno, 440
 Cum latere aut contra duo flexus simplice, possis

H 4

Arte

tum ab eo declinet. Dirigitur telescopium ad stellam, & arcus quadrantis interceptus inter latus illud, ac filum penduli, correctus declinatione telescopii ab ipso latere, si qua sit, exhibet quæsitam distantiam ejus stellæ a zenith in arcu caelesti. Nam latus quadrantis cum telescopio, si produceretur, abiret ad stellam, & filum penduli ad zenith, & proinde eundem angulum decussatæ rectæ continerent ultra centrum, quem continent citra ipsum, ubi is ab arcu circuli definitur.

Notandum hic & pro refractione correctiunculam adhibendam, de qua in supplementis.

¹ Jam ad alterum transit opus dimetiendi intervallum binorum locorum superficiæ terrestris, quod

ne immediate definiiri possit, ventant interjecti colles, ac montes, & omnis superficiæ terrestris inæqualitas. Primo igitur loco seligenda est basis aliqua in quapiam planitie, vel ad littus maris, quæ actuali mentura determinari possit accuratissimè redacta ad rectam lineam. Hic etiam multum industriæ requiritur, qua de re dicemus aliquid in supplementis.

Ex ejusmodi basi, quæ ad plura milliaria extendi debet, eruitur deinde intervallum methodo, quam admodum difficile versibus exprimi posse, jure affirmat; sed jam asperioribus quibusque assuetus rem aggredditur.

² Primo loco præmittit illud, quod ex Trigonometria constat: nimi-

Arte haud ignota Mensuris, omnia quæ sunt
 Prendere præterea, & sic sena elementa videre.
 Quapropter cum tu tractum per millia certa
 Jam noscas dimensus, ab hoc exordia duces 445
 Inde oculis signans varios ex ordine montes,
 In Boream calido qui protendantur ab Austro,
 Aut contra a Borea qui protendantur in Austrum;
 Horum apices ita sint positi, ut prospectus in alterum
 A geminis pateat, surgentibus ante, sequentem. 450
 His ita suppositis triquetram nunc concipe formam,
 Finibus extremis quæ tractus illius ante
 Jam mensi, geminos habeat, metirier ipse
 Quos debes, flexus, in primi vertice montis
 Tertius extet; erit, latus, ut deprendere utrumque 455
 Possis in montem excurrans a finibus illis.
 Extrue nunc aliam speciem, velut antè, triquetram,
 Unus ad unum illum ut pertingat nunc quoque finem,
 Alter at hunc primum præstringat acumine montem
 Flexus, & alter item innitatur monte secundo; 460
 Jam latus agnoscis, quod ab illo limite primum
 Tollitur in montem, geminos servare licebit
 Et flexus quoscumque; patescet proinde, quod optas,
 Id lateris spatium, quod montem est inter utrumque.
 Tres inter montes iterum educenda figura est, 465
 Quam

nimirum in quovis triangulo sunt
 tria latera, sive rectæ linæ, quæ
 ipsum terminant, & tres anguli fa-
 cti in eorum concursibus. Quo-
 tiescumque innoteat unum latus,
 & duo anguli, semper & tertius
 angulus, & reliqua latera inveniri
 possunt per ipsam Trigonometriam.

Hoc posito seligatur series quæ-
 dam montium pergens Boream, vel
 Austrum versus, quorum primi ver-
 tex videri possit a binis extremis
 baseos, secundus a primo monte,
 & ab alterutro baseos extremo,
 tertius a præcedentibus binis, quar-
 tus a secundo, & tertio, atque ita
 porro, & concipiantur ea omnia
 puncta conjuncta rectis lineis, quæ
 exhibebunt seriem quandam trian-

gulorum, quam & polygonum ap-
 pellant. In omnibus hæc triangu-
 lis licebit per immediatam observa-
 tionem adeundo ea loca definire
 angulos: tum vero in primo trian-
 gulo licebit ex basi jam inventa,
 & angulis invenire ejus latera, quo-
 rum unum erit commune secundo
 triangulo: in eo igitur dato uno
 latere, & angulis invenientur la-
 tera reliqua, ut illud, quod binos
 illos montes conjungit: ex hoc la-
 tere communi tertio triangulo, &
 angulis invenientur reliqua bina la-
 tera, quæ jungunt priores binos
 montes cum tertio, & ita porro
 omnia polygoni latera innotebunt.

Præcipit autem & illud, ut po-
 strema duo puncta postremum po-
 ligoni

Quam doceo, cujus latus unum, scilicet illud,
 Jam patuit, quod montem est inter utrumque priorem;
 Ex hoc, atque aditis a flexibus altera nosces
 Jam latera, inter eos tres proin spatia omnia montes,
 Hac ratione novas effingens inde figuras 470
 Ad quartum, atque alios transcurres ordine montes.
 Cunctorumque petes apicum intervalla per omne
 Propositum Terræ spatium. Cum denique fini
 Accedes, facito, extremæ duo puncta figuræ
 Ultima non gemino sint fixa cacumine, verum 475
 Campi in planitie lati sita, detur ut illum,
 Tractum interjectum, numeris quem inveneris ante,
 Passibus aptatis revera, ulnisque probare.

Ergo ¹ congruere hæc ubi videris, est opus omnes
 Intervallorum sursum, deorsumque meantum, 480
 Ut varii haud æquo consurgunt vertice montes,
 Obliquas series Terræ demittere in æquor,
 Atque æquare solo. Hoc facias, a monte minori
 Si rectum extendas nec se attollente meatum
 Ductu, nec contra se demittente deorsum. 485
 Hunc apice ex alio celso magis in subeuntem
 Inferius, recto incurfu via, quamque cadendo
 Signaret corpus, superincidat; ecce triquetra
 Prodit forma recens, hoc cujus tertius extat

Fle-

ligoni latus jungentia capiantur non
 in binis montium verticibus, sed
 in planitie aliqua, ubi aliam basim
 metiri liceat, quæ & calculo ex
 precedentibus triangulis eruta, &
 per actualem dimensionem definita,
 si ejusdem magnitudinis inveniatur,
 confirmabit ipsam seriem, & calcu-
 los præcedentes.

Hanc secundam appellant basim
 verificationis; est autem etiam pro
 angulorum mensura sua verifica-
 tio, captis enim non binis tan-
 tum, sed omnibus angulis trian-
 guli cujusvis, satis est videre, an si-
 mul compleant accuratè gradus 180.

¹ Habitis distantis omnibus, si-
 ve lateribus poligoni, binæ requi-
 runtur reductiones eorundem, ad

tera ad superficiem æquabilem Tel-
 luris, sive horizontalem ad sensum
 respectu cujusvis puncti ab illa in-
 clinatione, in qua ob inæqualem
 montium altitudinem jacent, alte-
 ra ad directionem meridiani ab il-
 la declinatione, quam inducit eo-
 rundem positio hinc, & inde a
 meridiano.

Priorem hic persequitur, quæ plu-
 ribus methodis fieri potest: omni-
 um commodissimam, & accuratissi-
 mam exhibebimus in supplementis,
 ipse explicatu facillimam hic ex-
 ponit. Concipiatur ab humilioris
 montis vertice recta horizontalis,
 quæ tendat versus verticem subli-
 mioris, & ab hoc recta in eam
 perpendicularis. Orietur triangu-
 lum,

Flexus in incurſu notus tibi, namque fit inter 490
 Exiguum, & magnum medius, rectumque vocamus.
 Vertice verùm alii conſtant in utroque minores,
 Quos valeas, quanti ſint, explorare, laſuſque
 Hos apices inter notum quoque, quippe repertum eſt.
 Invenies igitur, via quæ ſubtenditur imo 495
 Equore procurrens, referatur qua laſus iſtud,
 Obliquum veluti projecta corpus ab umbra.
 Hæc iterum, atque iterum perage, intervallaque in æquor
 Projice cuncta, nihil ſurſum, deorſumque relinquens.
 Et jam, quod ſuper eſt, ſpatia hæc projecta, locati 500
 Ipi ut ſunt montes, vario ſerpentia ductu,
 Inque alias, aliasque plagas pergentia Mundi,
 Nunc opus eſt partem convertere cuncta ſub unam,
 Qua medius Cæli orbis ab Auſtro tendit ad Arcton,
 Atque uno directâ utrinque extendere ductu. 505
 Propterea debes ſervare a monte priori
 Quovis, quot gradibus, medium quem dicimus, orbis,
 Seu mediæ malis orbem illum dicere lucis,
 Diverſus declinet ab illo, qui meat alte
 Per noſtrum caput, atque ſequentis montis acumen: 510
 Tum fat erit, ſi concipias a monte ſequenti
 Planitiem ſublatam alte procurrere in orbis
 Planitiem medii, rectoque ſecare meatu,

Nam

lum, cujus angulus in earum re-
 ctarum concuſſu erit rectus ob per-
 pendiculum demiſſum, angulus ve-
 ro uterlibet, e binis acutis, qui
 habentur in montium verticibus, de-
 finietur obſervando ope quadrantis
 ex altero elevationem alterius ſu-
 pra horizontem, vel depressionem
 infra. Quare cum præterea jam
 innotefcat diſtantia verticum, nem-
 pe laſus obliquum prioris poligo-
 ni; habebitur & laſus horizontale
 illud, ſive diſtantia reducta ad ho-
 rizontem, vel ad quandam æqua-
 lem Telluris ſuperficiem.

I Secundam reductionem hic do-
 cet. Pro quovis monte definiatur
 angulus, quem continet planum
 verticale tranſiens per montem al-

terum, quo laſus reducendum ter-
 minatur, cum plano meridiani,
 & per hunc alterum montem con-
 cipiatur planum itidem verticale,
 & perpendicularare plano meridiani.
 Horum planorum interſectiones
 cum ſuperficie horizontali Terræ
 continebunt triangulum, cujus la-
 tera erunt diſtantia reducta ad pla-
 num horizontale, diſtantia ſecun-
 di montis a meridiano ducto per
 primum, & ſegmentum meridiani
 contentum inter binos montes. An-
 gulus contentus hiſ poſtremis lateri-
 bus innotefcet, erit enim rectus:
 angulus in monte priore itidem no-
 tus ſupponitur; & notum eſt pri-
 mum laſus. Quare innotefcet & di-
 ſtantia cujuſvis montis a meridiano
 ducto

Nam triquetram cernas Telluris in æquore formam,
Cujus flexus & hic reclus noscetur, & ille,

515

Quam monte in primo servaveris; adde repertum
Jam latus, est inter montes quod scilicet illos
Proiectum spatium: quare, quod restat, habebis
Illud item latus, a primo quod vertice in orbis
Planitie medii, & Telluris in æquore tendit.

520

Sic faciens iterum binos, iterumque per omnes,
Qui superant, montes altos, humilesque vicissim,
Ipsaque prima etiam camporum, extremaque signa,
Denique pervenies Telluris in æquore ad unum
Perpetuum spatium de primo limite summam
Protensum ad metam, mediæque sub orbe diei
Uno eodemque situm, mensuraque certa patebit.

525

Ne¹ tamen addubites, dabitur, restene peractus,
Explorare, labor; proin sic age, limite utroque
De spatii pariter servetur Luna, Jovisque

530

De comitatu astrum quodcumque est, cum subit umbram,
Ut sic percipias, an eadem prorsus in hora,

Quam media incipiens numeres a nocte dieve,
Lumen id a prima carpi videatur utrisque

Nempe locis umbra; quod in illo tramite nullam
Significet fraudem, nec ad ortum vergier illinc,

535

Hinc contra occasum, medio sed pergier orbe.

Gau-

ducto per alterum, & quod magis
quæritur, arcus meridiani inter-
ceptus iis montibus, sive distantia
montium jam secundo reducta ad
arcum meridiani.

Hoc pacto collectis omnibus fru-
stis meridiani intermediis, habebi-
tur totus tractus continuus ejusdem
inter extrema puncta binarum ba-
sium, vel etiam binorum puncto-
rum quorumvis eodem pacto con-
nexorum cum ipsis basiibus. Sunt
autem & hic correctiunculæ plures
adhibendæ, de quibus in supple-
mentis, ubi etiam dicemus aliquid
de methodo determinandi angu-
lum, quem continet quodvis pla-
num verticale transiens per binos
montes, cum plano meridiani.

1 Innuit hic verificationem quan-
dam, quæ adhiberi potest ad vi-
dendum, an bene processerit tot
calcolorum labor. Nam in illa re-
ductione ad meridianum, ex di-
stantiis montium ulteriorum a me-
ridianis transeuntibus per ceterio-
res, definiri demum potest, quan-
tum distet postremum punctum a
meridiano transeunte per primum.
Porro si observetur eclipsis Lunæ,
vel Satellitis Jovis simul in utroque
extremo, & conferantur inter se
horæ ejusdem illius phænomeni per-
tinentes ad binæ illa loca, inno-
tescet, an ea sint sub eodem me-
ridiano, & si non sint, quantum
distent, quod exhibet horarum dis-
crimen, uti diximus l. 3 ad vers. 819,
quod

Gaudēbis tunc incassum haud cecidisse laborem;
 Namque operum in serie tam longa, difficilique,
 Qui, licet exiguus, subrepserit, omnia prorius 340
 Disturbet malus error, & irrita reddat, & illud
 Durum opus immani molimine rursus adiri,
 Et refici cogat; velut in montem grave saxum
 Quod vix truditur, & clivi prope culmen adeptum est,
 Deficiente solo, aut tenui prodente lapillo 345
 In vallem celerans subito devolvitur imam;
 Damnati flent, Sysiphium repetuntque laborem.

At ¹ quod ad ætherii fines, quos diximus, arcūs
 Pertinet, hic itidem fraus nequa illudere possit,
 Inipicere in motum, quicumque est, convenit omnem, 350
 Accedit quo nempe polo, seu forte recedit
 Stella micans (nisi tum geminis servetur eodem
 Tempore forte locis), diverso tempore namque
 Non statione una Cæli de culmine fulget.
 Motus & hic certe duplex est, proditus alter 355
 Jandudum, quo quæque videntur sidera ferri
 Axe super (quo se convertit & annua Tellus)
 Lenta tamen nimium: biscentum sæcula gyrum
 Conficiunt unum, deciesque his addita sena.
 Proditus alter at est nuper, qui confit ab ipso 360
 Terræ motu, & diuturna lucis ab alto

Ad

quod discrimen collatum cum iis, que calculo eruta sunt, omnem laborem illum immanem vel confirmabit, vel evincet erroneum, quo casu oportebit ipsum iterare omnem, ubi Noster elegantem instituit comparationem cum lapide everso prope montis verticem, unde si prolabatur, non potest in ipsum verticem efferri, nisi improbo labore illo iterum renovato.

Ejusmodi verificatio a nonnullis adhibetur, at error perquam exiguus, & inevitabilis in observatione eclipsium, qua definitur differentia longitudinum geographicarum pertinentium ad bina extrema, multo majorem errorem parit, quam qui in ejusmodi reductione

timeri possit. Sunt alia verificatio-nes explicatu quidem difficiliore, sed multo accuratiores, de quibus in supplementis.

¹ Correctiones hic proponit adhibendas observationibus illis distantia a zenith ad habendum arcum caelestem interceptum inter bina zenith, si binæ observationes non sint factæ eodem tempore: Habent nimirum Fixæ suos motus, quorum mentionem fecimus lib. 4 ad vers. 323, & ex iis motibus tres correctiones requirunt: primus est notus etiam Veteribus, qui dicitur præcessio æquinoctiorum, & oritur a lentissima conversione axis diurnæ vertiginis Terræ circa axem eclipticæ, ac unam periodum vix ab-

Ad nos usque via ; non se uno hæc namque propagat
 Temporis in puncto , spatia & simul omnia carpit ;
 Has ob res geminas , radius qui nostra laceffit
 Lumina , ab obliqua fert istum parte ; videmus 565
 Propterea sidus , non qua regione locatum
 Vera tunc est , locus at , quem cernimus ipsi ,
 Per Cælum se circumfert in marginis oram
 Exiguæ coni primo de tegmine formæ .
 Tertius his addi quoque motus denique possit , 570
 Hæc reperit nuper quem nostra sagacior ætas ,
 Scilicet exiguum quo se polus ipse per orbem
 Bis denos uno decerpto volvit in annos ,
 Nunc ad Solis iter propius , nunc longius adstant
 Signiferum , vastoque ad confita sidera Mundo . 575
 Hos igitur numeris motus comprehendere par est ,
 Cum tuimur , quantum decedat vertice sidus
 A nostro , variique sitûs discrimen adimus ,
 Ne spes sollicitos animos deludat inanis ,
 Ergo ¹ age , qui Boreæ Gallorum primus ad oras 580
 Protulit urbe gradum a regali mensus , eundem
 Congruere octonis decies ad millia sena
 Millibus adjunctis invenit , tendere & ultra
 Plus quater ad centum quam passus , scilicet istis
 Jam decies septem debes , atque addere binos . 585
 No-

absolvit annorum 26 millibus: secundus ante hos triginta annos inventus a Bradleyo ortus ex motu annuo Terræ , & propagatione luminis successiva , ex quibus fit , ut non videamus objecta caelestia eo loco , quo sunt , sed alio ita , ut videantur nobis describere exiguam quandam ellipsim qui motus singulis annis absolvitur : tertius est ab eodem itidem Bradleyo inventus , qui appellatur nutatio axis , idcirco , quia consistit in motu quodam exiguo , & velut nutatorio axis terrestri , quo nimirum polus ipse æquatoris circumagitur circa punctum quoddam medium , adeoque jam recedit , jam accedit ad planum Ecclipticæ , & ad stellâ qualvis , qui motus

perficitur spatio proximè annorum 19 .

Oportet nosse , quantum ob hosce motus accesserit illa fixa ad zenith loci prioris observationis ab ejus tempore usque ad tempus observationis posterioris .

¹ Expositis , quæ pertinent ad observandi methodum , jam ipsas graduum determinationes ea methodo factas aggreditur , & ea , quæ inde consequuntur .

Primum quidem profert Piccardianam determinationem gradus in Gallia Boreali factam , quam fuisse dicit passuum 68472 : passum autem conficit ex 5 Parisiensibus pedibus , & Piccartus invenit hexapedas 57060 , cui numero si addatur sua quinta

Novimus at quoniam lentos nihil esse moratum
 Sidereos illum motus, mensura, necesse est,
 Claudicet hinc paulum. Verùm qui primus in Austrum
 Incipiens illa mensuram duxit ab urbe,
 Distenditque gradus in quinque (in quolibet uno, 590
 Si quis erat, divisus uti vanesceret error),
 Invenit medium a geminis utrinque receptum
 Scilicet extremis gradibus, majoribus esse
 Distensum paulo spatiis, quam parte repertus
 Qui fuit argentis Cynosuræ ad lumina versà. 595

Tum¹ discrimine ab hoc menti facile incidit æquum
 Terrai non esse globum, veramque repente
 Exortum desiderium cognoscere formam.
 Protinus² hinc etiam falsa ratione putatum est
 Idcirco a gemino compressam cardine Terram 600
 Esse, & plus medio tumefactam augerier orbe;
 Quippe his servatis a rebus, forma profecto
 Debuerat Terræ prorsus contraria reddi,
 Nempe in utrumque polum quæ paulo longior esset,
 Et primum coni segmen, velut ova, referret; 605
 Nam qua curva magis frons Terræ est, nonne meatus
 Sub Terram citius concurrant, convenientque
 In flexum, rectà quos subtus ducere tentes
 Æque longorum geminis de finibus arcuum?

Atque

pars 11412, hexapedæ vertuntur in
 passus, & obtinentur passus illi
 68472.

Primam subiicit Cassini determi-
 nationem, qui in Australi Gallia
 gradum medium æstimaverat lon-
 giorẽ. Nam Johannes Dominicus
 Cassinus tribuerat gradui medio in
 Gallia australi hexapedas 57292,
 quas Jacobus Cassinus in Commen-
 tariis Paris; ad annum 1718 reduxit
 ad 57100, quæ mensura Piccardia-
 nam adhuc excedit 40 hexapedis.

¹ Ex hoc primo discrimine faci-
 le deductum est illud, figuram Tel-
 luris non esse sphericam, nam in
 sphaera omnes gradus æquales esse
 debent; unde orta est investigatio
 figuræ Telluris, pro qua postremis

hisce lustris tot observationes sunt
 habitæ.

² Principio quidem per errorem
 censuit Cassinus inde inferri figu-
 ram Terræ compressam ad polos,
 & elevatam ad æquatorem, cum
 nimirum ipsi viderentur debere esse
 remotiora a centro illa loca, in
 quibus majores gradus essent; sed
 statim patuit deduci contrarium.
 Nam ubi curvatura est major, ibi
 rectæ perpendiculares superficiei ci-
 tius coeunt, ubi minor, serius; a-
 deoque mensura graduum debet esse
 minor, ubi curvatura est major,
 & major, ubi curvatura est mi-
 nor; at in ellipsi prope verticem
 axis majoris curvatura est major,
 prope verticem minoris minor,
 adco-

Atque ideo flexum hunc majorem mutuâ juncti
Non faciant? Quapropter eo minor esse profecto
Unius mensura gradus non debeat illic? 610

At in ea coni, quæ sit de segmine primo,
Effigie, mage frons curvato inflectitur arcu,
Quia de parte magis producitur; atque ubi distat 615
Planitie minus a recta, subtilior exit,

Et minor axis ibi est; ita ad axem crescere debent,
A majore gradus dum pergunt axe, minorem
Continui, minimusque gradus majore sub axe est.

Inde fit, ut, Terræ si in cardinem utrumque minores 620
Pergunt usque gradus, Tellus protuberet illac

Haud secus ac ovum; sin ora augentur utraque,
Sit compressa, velut sunt poma, a partibus ambis;
Fit pariter, si distantum discrimina noscas

Mensuræ graduum, formam ut deducere possis, 625
Terrai quæ sit circum, compressane constet,
Longane, uter major nimirum, & quatenus axis.

Ergo¹ ex servatis gradibus quoque, fraude resecta,
Compressam non parte polorum ab utraque putarunt
Esse, sed ex illa contra percurrere Terram; 630

Nimirum non tum stetit hæc sententia primum,
Quippe aliquis jam contulerat, quod rebus in istis
Omnibus & Terris tentatum, & tempore in omni est,

Et quod in Ægypto quondam, & quod nuper in oris
His Italis, Gallosque inter, Batavosque peractum, 635
Imminuique gradus hoc viderat ordine notos.

Quin fuit & Lunæ servatos ante labores

De

adeoque Terra prominet ad eam partem, ad quam gradus decrescunt; & si gradus crescant versus aequatorem, debet esse producta ad polos, & ovo similis, si versus polum, compressa, & similis pomo, vel cepe.

¹ Hinc igitur eo errore comperito, ait Nolter, putatum esse juxta eas mensuras Tellurem esse productam ad polos, quod alius etiam ante Cassinum suspicatus fuerat ex aliis gradibus antea definitis, nimirum Eifenschmidius, videns gradus definitos a Snellio in Belgio,

a Piccardio in Gallia, a Ricciolo in Italia, ab Eratostene in Ægypto ita inæquales esse, ut posteriores, qui & australiores sunt, essent longiores prioribus; & alius, nimirum Kildraus, rem deducens ex arcu umbræ terrestris in Lunæ Ecclesiis, qui ei visus fuerat inæqualis curvaturæ accedens ad formam ellipticam ellipseos productæ ad polos. Quin immo & ejus productionis causam protulerat Kildraus, nives perpetuas nivibus nondum solutis superingestas ad polos.

De tabulis qui cognoscens, numerisque retentans
Diceret haud æquis curvarier arcibus umbras,
Sed flexis ovi in speciem, qua prædita Tellus.

640

Scilicet ¹ hæc illis pugnabant, diximus ante
Quæ fluere ex ipsa gravitate, itidemque voluta
In sese a Terra; proin hoc fuit, unde coactus
Est alios aliquis gravitatis quærere fontes,
Atque aliam legem, & rationem, qua revoluta
Terra licet, possit longa consistere forma;
Nam visum est potius Terræ transire figura
Ante a servata ad gravitatem, quam gravitate
Ad Terræ formam delabier ante reperta,
Cum gravitas variis possit rationibus æque
Aptari, at nequeat, quæ jam servata, refingi
Forma, & non species ea, quæ deprenditur, esse.

645

650

Certius ² ipsam igitur servandi exorta cupido est
Formam animis, curasque laboribus adjiciendi
Exhaustas aliis; siquidem minus apta videri
Debuit umbra, jacet quam denso corpore Tellus
In Lunam; exigua est etenim pars illius orbis
Umbrosi, facies Lunæ quo carpitur, arcus:
Ambiguam neque rem manifesto pandere quibant
Mensuræ indicio, vel adhuc quæcumque recenti,
Et fida fuerant quantumlibet arte peractæ,
Scilicet unius conclusæ limite regni.

655

660

Nam-

¹ Hujusmodi figura producta ad polos pugnante cum theoria gravitatis superius exposita, quæ videtur requirere ob diurnam vertiginem figuram compressam, quaesita est & conciliatio ejus figuræ cum theoria gravitatis ipsius, quod consilium hic innuit Noster. Censuit nimirum Mairanius non ex theoria gravitatis inquirendum esse in figuram Terræ, sed ex figura Terræ inquirendum in gravitatis theoriam. Directio vis totius compositæ ex gravitate, & vi centrifuga debet esse perpendicularis superficiei, quæ data figura datur, & data per theoriam directione, & magnitudine vis centrifugæ, ac per observatio-

nes magnitudine vis totalis invenitur directio, & magnitudo gravitatis primitivæ, quæ cum vi centrifuga componit vim totalem.

² Inde ortam affirmat cupiditatem investigandi accuratius Telluris figuram per alias observationes, cum nec umbra Terræ in Eclipsibus Lunæ ad eam rem apta sit, cujus nimirum nimis exiguum arcum videmus in Luna, nec observationes graduum nimium propinquorum in sola Gallia institutæ possint rem conficere ob differentiam ipsorum graduum nimis exiguam, & minorem, quam ut per observationes accurate definiti possentur.

Namque propinquorum graduum discrimina tam sunt
Parva, ut in hæc longe tenues nos ducere possint
Errores, quos unquam ulli vitare negatum est, 665
Utpote mortali quos non est prendere sensu.

Proinde¹, Virum geminas visum est dimittere turmas,
In domitas alios æterno frigore terras,
Æternoque alios æstu exsuperante perustas,
Ut spatiis ita distantes ingentibus illi 670

Inter se, tantam sperent vitare sagaces
Servando, sunt quanta gradus discrimina, fraudem.
Quis memoret, quam dura locis utrisque laborum
Exantlata? Quibus sese immisere periclis?

Jam² Laponum regna, ut vocitant, glacialia longe 675

Prima cohors adiit; quamvis & serior oris
Exisset patriis, gelida tamen ocyor istuc
Se retulit victrix, mensuramque extulit Urfa,
Vix tum iterum Cælo Sol ducere cœperat annum.
Non tot monstra tamen Minyis domitanda fuere, 680

Dum narent prima Ætæa ad regna carina,
Fulvo surriperent ut clarum vellus ab auro,
Conspersum quamvis mare concurrentibus esset
Tranandum scopulis, efflantes naribus ignem
Et Tauri æripedes subigendi, atque atra veneno 685
Ora soporifero vigilis religanda draconis;
Quot subeunda olli horrenti rerum aspera terra,

T. II.

I

Et

¹ Delabitur jam ad expeditiones binas, quarum & superius est facta mentio. Nimirum ad ineundas observationes in locis ita distantibus, ut differentia graduum errores observationum omnino superet, anno 1735 missi sunt Duce Godinio in Americam Bouguerius, & Condaminius, ac paullo post duce Mau-pertuisio in Laponiam Clerautius, Monierius, & Camusius, qui quidem utrique, quos labores pertulerint, satis patet legentibus, quæ Mau-pertuisius, Bouguerius, Condaminius evulgarunt.

² Posterioris turmæ expeditionem primo hic loco profert idcirco, quod

paullo plus, quam per annum commemorata, multo ante alteram, utut profectam prius, regressa est. Contulerunt se Torneam, in urbem Laponiæ proximam ostio fluminis ejusdem nominis, proximam polari circulo, in quo ortum ducit zona frigida, quæ perennes per hyemem noctes habet, & quidem in medio sui, nimirum in ipso polo, sex dici perpetuæ, sex vero noctis menses nunquam interruptos ullo Solis ortu: basi locum dedit ipsa glaciati fluminis superficies operata nivibus, intolerabili frigore oppressis Menso-ribus, cujus frigoris effectus horridos hic Noster elegantissimè describit:

Et quot erat curis duras opus addere curas .	
Lecta fuit sedes operi opportuna gerendo	
Tornea , ad gelidæ procul Urbs confinia Zonæ ,	690
Unde esse incipiunt hyberno tempore noctes	
Perpetuæ magis , atque magis , dum maxima fenos	
Exæquet menses , & lux quoque maxima fenos .	
Hic calcanda jacet fluvii cognominis unda ,	
Cujus mensuræ visa est aptissima primæ	695
Planities ; sed enim fuerat nix sæpe viai	
E medio evolvenda recens , quærendaque subter	
Firma sola ; argentes tractabat pellibus undas	
Proin frustra defensa manus , nam immobilis hæstet	
Interdum ; usque adeo sævit Jove frigida crudo	700
Tempestas hyberna , ut gens quoque nata sub illo	
Æthere sæpe gelu deperdat membra secante ,	
Et tanquam a bello truncatos deferat artus .	
Obsidione velut conclusa , arctataque parvis	
Abdit se domibus brumali tempore torpens ;	705
Nix superat , canoque sepultam pulvere condit .	
Deficit unda fluens in potus versa manentem	
In glaciem , silice & prædura durior extat ,	
Vinaque vincta gelu , ferroque secanda rigescunt ;	
Tantum , Bacche , tuo fera temnis frigora flore ,	710
Hoc uno gelidis non stringeris æris auris .	
Postquam flumineo mensura est cognita dorso	
Illa prior ; montes tum qua ratione adeundi ?	
Undique præruptis silvæ stant montibus altæ	
Verbera ventorum tantum frangentia ramos	715
Perpressæ , nunquam flammæ , diramque bipennem ,	

Ob-

bit : tum commemorat polygonum deductum usque ad montem Kit-tim , per vertices montium nivoso-rum , in quibus etiam dumosæ silvæ prius fuerant excidendæ , erigenda tuguriola , & observatoriola plura , ac eodem devehenda ingentis ponderis instrumenta , quæ Grahamus celeberrimus Astronomicorum instrumentorum Artifex in Angliâ perfecerat , in quibus & gradus , & minuta , & minorum fractiones , ope lentis , vel etiam , in sectore nimirum , ope microscopii discerni pos-

sent ; ubi Noster & vehicula commemorat , quibus incolarum more Maupertuisius est usus , quæ per nivem raptant bestię cervis admodum similes , quas appellant *Reene* .

Commemorat autem & illud , quod Maupertuisius affirmat , Lapones , cum viderent tantam in instrumentis transferendis curam adhibitam [adhibebatur autem , ne luxarentur] censuisse , idolum aliquod ibi esse ad religionem pertinens peregrinam .

Obstruæta nivibus, mortali fors pede nunquam
 Tentatæ; jam sunt nudanda cacumina, Cæloque
 Illæ ostentandæ rupes, jam montis ad imam
 Radicem aërii, Kittim dixere Coloni, 720
 Hærendum est; illic fabricanda patentia sursum
 Pastorum de more mapalia, suspicerentur
 Unde faces Cæli, & sublimes verticis ulnæ,
 Et sunt multa locis aptanda, movendaque multis
 Instrumenta gravi molimine, Dædalus ille 725
 Præsertim multa quæ fecerat arte Britannus,
 Uranie cujus tantum est munita labore;
 Ipse gradus, graduumque dedit cognosse per arcum
 Particulas fenas decies in quolibet uno,
 Atque harum totidem quoque fragmina particularum, 730
 Quæ non, convexis nisi vitris, cernere, tantum est.
 Nimirum, genus hoc, arte conclusa supellex,
 Ne quid in offensus vario, compage soluta,
 Turbaretur, eos montes, præruptaque curru,
 Sive levi potius scandebat culmina cimba, 735
 Consimilis cervo quam bellua juncta trahebat,
 Ocyor at multo, multoque ferocior illo,
 Perque nives, glaciemque, per horrida saxa volabat.
 Indigenæ, rude vulgus, iners, nullisque juvare
 Consiliis, operisque potens, cum sæpe viderent 740
 Circum alienigenas fundi, atque, ut sacra ferentes,
 Lente onus id vestire Viros, intus latitare
 Numina credebant, Divum & procedere magnam
 Matrem inter Gallos; namque illos stulta premebat
 Relligio, exanimisque Deos, & inania signa 745
 Thure coli, votisque jubens, & sanguine fuso.

Haud¹ dimota minus tamen hæc obstacula circum
 Omnia sunt; quid enim obtiterit, quæ gloria vires

I 2

Addit

¹ Fructum totius expeditionis hic profert, mensuram nimirum gradus, quæ fuerit passuum 68226, fuit enim hexapedarum 57438, cui accessit mensura exacta penduli oscillantis ibi ad singula minuta secunda temporis medii: addit & observationes pertinentes ad refractiones luminis in atmosphæra factas, ad Boreales auroras, ad phænomena or-

ta ab ipsa constitutione loci [aëris nimirum nivali pulvere glaciato conferti, & Solis, ac Lunæ hærentis diu prope horizontem infra ipsum] videlicet halones, irides, parhelia, aliaque ejusmodi, quæ ipse Maupertuisius commemorat, ac ad historiam naturalem, & Physicam illustrandam pertinent.

Addit, & exagitat velut acri pectora thyrsos?	
Unius mensura gradus tunc prodita demum	750
Constitit, ipsa novem, decies & millia fena	
Exæquans, passus si tollas inde quaternos,	
Et decies septem. Doctæ Dux signa cohortis	
Jam movet; excedunt læti glacialibus oris.	
Ille nova at tellure, novi & sub tegmine Cæli	755
Multa etiam solers servaverat, esset ut inde	
Ditior ars, quæ Naturæ procul abdita quærit,	
Pendentis tractus virgæ, cum tempore certo	
Vibratur, longisque moras pro tractibus ejus,	
Quaque via radii torpentes aeris auras	760
Desuper ingressi, & densatas frigore multo	
Progrediantur, item flammaram innoxia Cælo	
Plurima per noctem spectacula, & Iridis arcus	
Versicoloratos, geminosque per æthera Soles	
Sæpe, coronatosque, nec unam sæpe per umbras	765
Fulgentem, aut cultu redimitam simplice Lunam.	
His spoliis, his ille opibus ditatus, Iason	
Plusquam olim pulchra cum Colchide vellere raptō,	
Finibus a gelidis Ursæ, & regione nivali	
Gaudentes socios præclaro munere functos	770
Restituit patriæ incolumes, Cæloque tepenti.	
Interea ¹ calidis Americæ errabat in oris	

Al-

¹ Ad alteram turmam facit gradum, quæ suas in Quitensi Provincia, sub ipso æquatore, observationes habuit, & vix post decem integros annos laborem absolvit suum, & æstum immanem perpeffa, & quod mirum videri possit, sub ipsa torrida zona, frigus fere intolerabile, & glacies, ac nives. Jacet autem Quitensis vallis in Austrum protensa longissimè inter bina montium juga editissima, quæ omnium aliorum altitudinem, quotquot habemus in Orbe nobis cognito, longissime excedunt, cum asurgant alicubi ultra quatuor millia: ipsa autem vallis in media tam immani altitudine sita nihil concedit editissimis nostrarum Alpium verti-

cibus, & adhuc instar earundem Alpium nostrarum imminentium patentibus campis suspicit in Cælum erectos ipsos vertices in immensum.

Porro, dum horridas eorum montium nives persequitur, quæ alicubi observata sunt ad 100 etiam pedes asurgere, aliis super alias congestis, nunquam soluras, commemorat & illud, quod Bouguerius retulit, longe e mari spectantibus apparere cujusdam continuæ linear ductum, supra quam, quidquid eminet, nive sit obrutum; dum interea in ipsis navibus, & ad littora æstus ob Solem fere verticalem est intolerabilis; at in ipsa Quitensi valle perpetua temperies quædam, & veluti perenne ver, cujus loci amœnitas

Altera missa manus Comitum; terra illa, marique
 Jactata Iliadas decimum protraxit in annum.
 Vix fuit, ut magnam ad Quiti consideret urbem, 775
 Atque ibi castra velut duro sub Marte locaret,
 Nimirum qua se flectit noctemque, diemque
 Æquans, qui mediam Terram discriminat, orbis.
 Tempore eodem illa Cæli regione quis omnes
 Aeris esse vices, atque unâ frigora, & æstum 780
 Crederet, & mites unâ insedis tepores?
 Non procul æstiferi de littore gurgitis illic
 Consurgunt vasti montes, quibus altior alter
 In Terris se nullus apex ad sidera tollit;
 A Borea longo decurrunt ordine ad Austrum 785
 Perpetui; medio est at quæ ingens confita vallis,
 Illa quidem centum repetita in millia longe
 Trans terræ vastas pariter distenditur oras,
 Atque humilis quanquam præ verticibus præruptis,
 Tantundem super undisonum sustollitur æquor, 790
 Quantum ipsi montes convexo ad sidera dorso
 Se super evexere, minus subvecta nec alte est,
 Aeriis quam quæ magis Alpibus edita rupes.
 Illi restat licet violenti ad verbera Solis
 Perstant perpetuùm procero culmine montes, 795
 At quoniam & terræ procul a fervoribus imæ
 Eduxere caput, circum & tenuissimus aer
 Obsedit, longeque levissimus, horrida Temper
 Regnat hyems glacie concreta, & frigidus annus,
 Semper & æterna nive canent obruta saxa; 800
 Quippe prior superat, super & constructa vetustam
 Incidit usque recens, cumulo proin crescere magna
 Vifa, locisque pedes multis assurgere centum.
 Qui procul aspiciunt has alto a gurgite terras,

vitatem felicissimam quam fusc Bouguerius exposuit, Noster paucis elegantè admodum de more perstringit.

Dum æternas illas proponit nives editissimorum illorum montium, & frigora; non omittit Noster binas earum causas, nimirum tenuitatem aeris in tanta elevatione, qui minus

idcirco solaribus possit radiis incallescere [nam quo rariora sunt corpora cæteris paribus, eo minorem possunt concipere, & fovere caloris vim] ac distantiam a subterraneis ignibus, & perpetuo illo totius terrestri massæ tepore interno, qui in fodinis profundioribus manet per totum annum invariatus.

Mirantur certo præcingi limite montes, 805
 Quem super omnia sunt candenti testa pruina;
 Interea immodico languescunt Solis ab æstu
 Ipsi, & dum pelago puppi fluitante feruntur,
 Et post dum portus tetigere, obeuntque propinqua
 Oppida; namque fero finduntur saxa calore 810
 Illic, terraque hiat ventis, radiisque perusta.
 At valle in media, qua sese viribus aer
 Temperat adversis, hinc ardens, frigidus illinc,
 Ver agitur; pulcher nec jam unquam vertitur annus;
 Nam paulum Sol hinc se a vertice flectit, & illinc, 815
 Perpetuùmque dies alternans noctibus æquos,
 Haud mutata facit Cæli placidissima constet
 Tempestas, hæc Elysi videantur ut esse
 Fortunata loca, & campi, sedesque beatæ.
 Cuncta fovet Zephyris natura tepentibus, atque 820
 De terra omnigenos simul omni tempore sætus
 Fundit; opes verno proprias permiscet honore
 Autumnus; pariter frondes, floresque virefcunt,
 Maturique vigent una super arbore fructus.
 Visum¹ his jamque locis mensuram inquirere primam; 825
 Optima sed visu regio licet, optima certe
 Tentandis non his fuit, opportunaque rebus;
 Nempe erat ille solo labor impendendus iniquo,
 Ut strati per humum deberent pectore pronò
 Serpere multa Viri producto in millia tractu. 830
 Protinus ad triquetras cum ventum exinde figuras
 Aere signandas liquido, incubuere quot acres
 Ærumnæ, Herculeis aucturæ & viribus ingens

No-

1 Exponit jam labores incredibiles exantlatos in dimetienda basi, cum iniquo solo, proni etiam, per plura passuum millia perreperint; ac in ordinanda triangulorum serie, cum stationes eligendæ fuerint in locis nive obrutis, ubi & aer tenuissimus vix respirationem permitteret, & nives decedentes prostrarent tentoria, diuturna in frigidissimo loco sæpe mora ob nebulas furripientes reliquarum stationum prospectum.

Addit Noster & alia, quæ in tot annos expeditionem produxerunt, instrumentorum vitia, discordiam inter Academicos, quæ demum in aperta erupit dissidia producta in alios saltem 10 annos post reditum, & errores plures in observationibus cælestibus detectos, quibus aliud alii proponebant remedium; quæ omnia videre est in iis, quæ Bouguerius, Condaminus, & Hispani socii additi prodidere.

Con.

Nomen, & exhausturæ odia imperiosa Novercæ!
 Illarum tantùm flexus servare coacti 835
 Montium in ascensu medio; quippe invia longe
 Culmina erant glacie æternæ constrata pruina,
 Et non vitales auræ, aut spirabilis æther.
 Quin sæpe & mediis tentoria montibus olli
 Figebant, depressa nivis plerumque ruina; 840
 Pertæfos quoties illic hædere videres
 Nequidquam, longosque dies trahere, atque morari,
 Donec disjectis jam Cælum purius esset
 Invisis nebulis, sudusque vaporibus aer
 Et Cælum, & terras aperiret, & æquora, posset 845
 Prospectus procul in montem ut de monte patere.
 Ætherii demum ad mensuram scanditur arcus.
 Protinus ipsa aliquam partim fecere labori
 Instrumenta moram, queis serò haud fidere discunt,
 Partim inter socios facile in diversa abeuntes 850
 Discordes animi paulum, atque exorta similtas,
 Tum fraudes etiam in servando sæpe retestæ,
 Vitæque modis variis, & proinde novata
 Jam toties, iterumque opera instaurata, iterumque,
 Omnia tentantes denos tenere per annos. 855
 Tandem inventa gradus longo quæsitâ labore
 Mensura est; potuere illam haud corrumpere quidquam
 Extinctæ nondum, atque incertam reddere lites.
 Rerum non inter certantes scilicet harum
 Exitus ambigitur; quin major constat ab ipsis 860
 Litibus orta fides; cavere utrinque sagaces
 Quippe Viri, ne parte queant culparier ulla,
 Neve suo in vulgus patefacto errore puderet,
 Dum spectant animo de se infrendente triumphum.

Concludit vero ab ejusmodi dis-
 fensionibus non modo non evasisse
 minus, sed multo magis certam eam
 gradus mensuram, in qua fere con-
 veniunt; cum ipsæ lites, & quæ ea-
 rum occasione prodierunt anecdota,
 multo certiores nos reddant de iis
 omnibus, quæ ibidem peracta sunt.
 Definitum autem esse arcum gra-
 duum trium, quorum medius gra-

dus inde erutus sit minor Maupertui-
 siano invento in Laponia; & qui-
 dem sive Hispanorum determinatio
 accipitur, quæ prodiit omnium
 prima, sive Bougueriana, sive Con-
 daminiana, quæ omnes inter se pa-
 rum admodum differunt, habetur
 semper mensura multo minor: nam
 media inter hæc postremas est he-
 xapedarum 56753.

Ergo gradus certis comprehensi, suppositique
Denique terni sunt mensuris, & minor horum
Unus quisque gradu, gelidæ qui subjacet Ursæ,
Detectus; ratio compressæ ab utroque polorum
Certius inde fuit firmata, receptaque Terræ.

865

Jam¹ non ipsa dies securos prorsus agebas
Interea, genus hoc, in rebus, Gallia; pubes
En iterum excitur florentia regna peragrans,
Inquiriturque gradus in mensos ante, novaque
Te ratione, novis te totam denique subdit

870

Mensuris, quanta ad Boream procurris ab Austro,
Prætereaque gradus transversi indagine lustrat,
Expertis ne multa, via intentata videri

875

Ulla queat; rursumque polis utrisque repertum est
Arctari Terram, medioque tumere sub orbe;
Nec quovis tum de tentamine non tumor iste
Perceptus, prorsus dubitandi ut copia deesset.

880

Secura tamen hic num confes undique mente?
Ambiguum² vel adhuc quod reddat, sollicitamque,
Scilicet est aliquid: graduum non ordine eodem
Inter se crescunt collatæ, vel minuuntur

885

Mensuræ, debent quo crescere, diminuisse,
Si sit ubique æque densato corpore Tellus.
Tunc etenim primam præferre e segmine coni
Extra debebit speciem, certoque tumore

Sic flecti, e geminis gradibus queisicumque repertis
Ut valeas totam numeris cognoscere frontem.

890

At

1 Progreditur ad ea, quæ interea per Galliam sunt præstita, quæ tantummodo innuit; novas nimirum habitas iterum mensuras per universam Galliam; quæ videre est in primis in opere memorato *Meridiane veriffæ*. Definiti sunt nimirum gradus plures meridiani per totum tractum Parisiensis meridiani ab oceano ad Pyreneos, & unus præterea gradus paralleli circuli, ex quibus gradibus rite collatis inter se, & cum Laponico, ac Quitensi, prodiit semper figura Terræ compressa ad polos, & elevata ad æquatorem.

2 Verum licet eæ dimensiones in eo consentiant, ut exhibeant figuram compressam, adhuc addit Noter illud, quod huc maxime pertinet, summam in eo ambiguitatem relinqui, quod differentiæ horum graduum non servent eam inter se proportionem; quam requirit figura elliptica, debita ipsi Terræ, si homogenea sit. Datis nimirum binis gradibus, ut supra diximus, definitur ellipsos species, & magnitudo: at hic diversa graduum determinantum binaria inter se collata diversas admodum ellipses exhibebant,

At nunc a geminis collatis mutuà nunc his,
 Nunc illis gradibus, non certa, atque una tumentis
 Formæ, at dissimilis ratio, diversaque prodit.
 Adde &, post etiam graduum quæ mensa fuere 895
 Diversis spatia in regionibus, ipsa figuram
 Efficere hanc varie diversam, dissimilemque,
 Secundum aliis eadem ut gradibus collata tuaris.

Sicet ¹ Oceano in magno qua se Africa terra
 Trans nigros longe Æthiopas protraxit in Austrum, 900
 Occidantique bona lassatos æquore nautas

Spe relicit, pontoque repente immittit Eoo,
 Sidera servatum summo labentia Cælo,
 Galla, missus in has Civis tuus iverat oras,
 Præsertim Lunam ut posset, Martemque rubentem, 905
 Tempore quos aliis alii regionibus uno

Servarent, velut in Terram deducere Cælo,
 Carmine non magico, aut cantati turbine rhombi,
 Sed procul obliquis aspectibus, unde pateret,
 Interjecta forent quot millia descensuri; 910

Ergo etiam nactus facile opportuna locorum,
 Ipse gradum Terræ sub millia nota recepit
 Dimensus, nostrasque libens transmisit ad oras.

Tempore ² quanquam illo Domina Romanus ab Urbe,
 Ut solet, æternis flectebat legibus Orbem 915

Doctrina Pater effulgens, & Numinis instar,
 Ad mores Populos, ad munera dia vocabat,
 Tu tamen inducti, vel ab his decus, inclite Silvi,

Vellet

bant, quam ambiguitatem auxerunt
 deinde, ut Nolter subdit, alii gra-
 dus alibi observati, gradus nimirum
 Caillii definitus ad Promontorium
 Bonæ spei, & meus, ac Mairii,
 mei in expeditione mea comitis, in
 Pontificia ditione hic in Italia.

¹ Memorat occasionem, qua Ca-
 illius in Africam navigavit, missus
 nimirum a Galliarum Rege ad obser-
 vandas Australes stellas, quarum
 catalogum amplissimum incredibili
 labore, & diligentia concinnatum
 ex immenso observationum nume-
 ro in Europam retulit, & ad in-

undas observationes, quam posset,
 plurimas, circa Martem in primis
 Perigeum, & Lunam, quæ compa-
 rata cum aliis eodem tempore in-
 stitutis per Europam, exhiberent
 parallaxes eorum siderum, ac earum
 ope veras, & ipsorum, & omnium
 Planetarum, Cometarumque distan-
 tias a Terra, ac magnitudines.

² Meam hic, & Mairii expedi-
 tionem innuit, quam opusculis plu-
 ribus exposuimus in opere superius
 memorato *De Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem* suscep-
 tam jussu Benedicti XIV Pontificis
 doctri-

Vellet ut ipse suo curis adungere regno,
 Induxti, quas ornat, & evehit, artibus æquum 920
 Ingenuis. Ergo auspiciis illius in ingens
 Ipse Viros immittis opus: vidi ipse moventes
 Arma novo, conflata recens, ut idonea bello;
 Vidi, cum egressos longo vetus Appia colles
 Utique sub Albanos ductu via mensa teneret. 925
 Protinus in montes duro subiere labore,
 Et juga nubiferi, qua celsior, Apennini
 Lustravere; vagos octo post culmina donec
 Extremum ad superi demiserit æquoris oras,
 Queis sedet antiquis urbs longe cognita fastis, 930
 Et celsas præfert turres, prope terminus olim
 Italiæ. Madidis constratum ibi littus arenis,
 Multaque directo distensum in millia tractu,
 Aptatis, nuper velut Appia, subditur ulnis.
 Illic tum media servantur sidera ab urbe; 935
 Quæ pariter media servantur sidera Roma,
 Cum rediere, viros conspeximus, inter utramque
 Arcum, quantus is est, cælestem ut prendere possent;
 Et sæpe adsumus noctuque, diuque sagaci
 In Cælum cum mente aciem obvertentibus acrem. 940
 Ollis sic plusquam graduum mensura duorum
 Littore ab Adriaco Romana ad culmina ducta est,

Quan-

doctrina celeberrimi, sed præcipuo impulsu Silvii Valentii Cardinalis amplissimi, cui quidem homini cultioris litteraturæ, & omnium ingenuarum artium amantissimo fautori quantum ego debeam, nunquam satis verbis efferre potero, nec unquam satis ubere fletu præmaturum ejusdem obitum lugere.

Binas bases dimensi sumus alteram in Appia via hic prope Urbem ipsam, alteram in Ariminensi littore, prope quam urbem celeberrimus ille fluvius Rubico præterfluens, Galliam olim provinciam ab Italia separabat, quem Cæsar transfretus, civili bello inchoato Ariminum ipsum celebriorem reddidit in Romana historia. Per medios Apenninos montes triangulorum seriem

traduximus: observationes astronomicas habuimus primum hic Romæ, tum Arimini, tum iterum hic Romæ, & Romanis hisce sæpe Nolter interfuit diligentia nostræ testis. Quam apta ad summam acurationem instrumenta habuerimus, satis constat ex meo opusculo de instrumentorum apparatu, & usu, quod est ejus operis quartum.

Porro gradus nobis obvenit, quod hic Nolter memorat, contractior, & quidem 69 hexapedis, quam Casfino de Thury, & Caillio in Gallia in eadem ad sensum latitudine; fuit

enim nobis in latitudine 43. 1 hexapedarum 56979, ipsi in lat: 43. 37 hexapedarum 57048.

Quantum parte sui parva, at contractior illo
Protinus alteruter tum constitit, ante per oras
Quem Galli patrias signarunt, quemque prope æquo 949
Distantem spatio Boreæ de cardine prendas.

Ex¹ his tute queas facili cognoscere pacto
Tellurem non profus ea constare figura,
Quam gravitas exposcit in æque corpore denso;
Ejus nec facies, circum ut tornata, videri 950
Jam queat, & parili ratione inflectier æque
In spatio circum distante a cardine utrovis.

Propterea mensis cum Terræ inquirere formam
Tentamus gradibus; revera quid sit id ipsum,
Quo nos mensuris tum tendimus, inspiciendum est. 955
Scilicet haud hæc est, qualem spectantibus offert

Terra sui speciem variatam montibus altis,
Et late campis discretam, & vallibus imis.
Hæc si namque foret, nunc ille brevissimus, alti
Inflectunt qua se colles, gradus esset, & ulnis 960
Vix tribus interdum porrectus; at abforet omnis

Æqua in planitie campi tumor; eque supinis
Contra frons Terræ cava vallibus efficeretur.
Certam exin nobis fieri non posse figuram,
Quam memoro, Terræ quis nesciat, undique campis, 965
Atque jugis, variis & vallibus interruptam,

Sæpe

¹ Exponit jam hic meas de figura Terræ meditationes. In primis ex iis omnibus, quæ dicta sunt, patet Terram non habere eam figuram, quam requirit homogeneus ipsius textus; ex mea autem observatione collata cum illa Gallica deducitur, nec parallelos esse circulos, sive Terram non esse solidum quoddam ortum rotatione curvæ cujuspiam circa proprium axem; nam eo casu omnes Meridiani essent similes, adeoque omnium gradus æqualiter ab æquatore distantes essent æquales.

Ut igitur aliquando diligentius res ad trutinam revocetur, oportet considerare, quid queratur, ubi figura Terræ investigatur per graduum

mensuram. In primis non querimus figuram illam, quam Terra exhibet, ut est scabra, & montibus aspera; [nam ejusmodi figuræ curvatura est admodum inæqualis: in summis quibusdam collibus ne tres quidem ulnas exæquat gradus ejusmodi figuræ: ubi campi sunt plani, nulla sæpe curvatura occurrit, valles autem cavitatem habent extrorsum obversam. Et quidem ea figura perpetuo etiam variatur lapsu rupium; immo etiam in mari ejusmodi superficies undarum tumore mutato mutatur perpetuo.]

Sed nec figura, in quam per graduum mensuras inquiremus, est figura aliqua regularis, quam concipiamus æqualem, & quæ habe-

retur

Sæpe & pro vario mutata tempore? rupes
 Quippe cadunt ævo, valles opplentur, & ampli
 Desidunt campi, eductove cacumine surgunt.
 Illa neque esse potest Terræ quæ sita figura, 970
 Quæ fieret, valles si montibus æquarentur,
 Quippe incerta foret, nos utpote quam variare
 Arbitrio nostro possemus, multiplicique
 Deprimere hîc montes, illic educere valles
 Limite; quandoquidem infinitæ continuato 975
 Esse queant ductu formæ, & sine flexibus ullis,
 Ad quas hæc redigi Terræ frons aspera possit
 Demendo, quantum libet, addendoque vicissim.
 Præterea nec ad hanc tali ratione redactam
 Possemus gradibus mensis pertingere formam; 980
 Quippe gradus cum metimur, quæ pondera deorsum
 Deducit via de tenui pendentia filo,
 Restâ ad quæ sitam Terræ cadat illa figuram
 Est opus; ast eadem num recto incurrere possit
 Descensu in talem, modo quæ conflata, figuram, 985
 Depressis conflata jugis, & vallibus alte
 Sublatis? Siquidem velut undique pondera tendunt
 Quælibet in partes Terrai totius omnes,
 Sic quidquid varium Terrai in partibus extat
 Texturam propter raram, densamque, necesse est, 990
 Immutet varie, qua corpora sponte feruntur
 Lapfa, viam, magis in densum & detorqueat augmen;
 Proinde etiam asperitas istam facit extima Terræ
 Incertam, variamque viam, quod noscere possis,

Ut

retur abrafis montibus, & oppletis vallibus. Nam, in primis ejusmodi figura arbitraria est. Infinitæ numero superficies regulares duci possunt, quæ contingant datos datorum editissimorum montium vertices, vel quæ per datas radices transeant, & si libeat concipere superficiem regularem, quæ ita secet montium, & collium juga, ut tantum materiæ supra se excludat, quantum vacui aeris infra se comprehendat; adhuc infinitæ numero sunt regulares superficies, quæ proble-

mati faciant satis. Deinde directio ponderum, per quam ope pendulorum definiuntur gradus instrumentis astronomicis, non est perpendicularis ad ejusmodi figuram; & si revera omnes abraderentur montes, & colles, ac exæquarentur valles, non esset eadem accurate directio gravium, adeoque directio pendulorum, quæ nunc habetur; cum gravitas coalescat ex attractione in omnes particulas eorum etiam montium, & collium.

LIBER QUINTUS

141

Ut docui, memori recolas si mente, sub altos
Declinent filo ut pendentia corpora montes. 995

Sed ¹ jam age, quæsitam nobis cognosce figuram.
Punctum finge aliquod Terra super; illud ad Austrum
Sic iter, argentem vel ab Austro flectat ad Arcton,
Imprimat ut gravitas istus, ubicumque locorum est, 1000

Directos, ad idem rectis & pondera filis
Desuper insistant, erit hoc iter, orbe diei
Quod mediæ per dimensos prodire necesse est
Nempe gradus; Terræ ob scabram quod proinde figuram,
Intus multiplici variataque viscera textu 1005

Atque huc, atque illuc ductu curvatur iniquo,
Et varie undanti deductum tramite serpit;
Propterea par est ipsa hac ratione rearis
Undantem Terræ faciem, quam quærimus, esse;

Idque tibi gravitas varii ob discrimina textus 1010
Suadeat, idque gradus servati, ut diximus, una
Non bene pro quavis concordet cumque figura,
Insinuent, dubiosque fugent de pectore sensus.

At quia per terras extrinsecus asperitates
Quæ sunt, vaneſcunt prope Terræ ad totius auctum, 1015

Credibile est etiam discrimina tenuia textus
Esse ea sub terris intrinsecus, atque figuram
Propterea turbari adeo non posse, polorum
Ne regione ea sit paulum compressa, tumensque
In medio, curva hic mage scilicet, & minus illic. 1020

Non tamen idcirco proflus verissima frontis
Quæsitæ species unquam, limesque patebit

Qua-

¹ Exponit igitur hic figuram, quam revera quærimus per graduum mensuram. Assumatur punctum quodlibet in superficie terrestri, & concipiatur superficies continua ducta ab eo puncto circumquaque cum ea lege, ut ubique sit perpendicularis directioni ejus gravitatis, quam habemus coalescentem ex attractione in omnes Terræ particulas ibi sitas, ubi nunc jacent, & affectæ vi centrifuga conversionis diurnæ. Hujus figuræ gradus determinamus, cum per instrumenta a-

stronomica pendulis instructa accipimus distantias Fixæ a binis zenith. At ob adeo inæqualem textum in Terræ partibus tam prope superficiem, ubi eum utique cernimus, quam in intimis visceribus, ubi ipsum jure licet conjicere inæqualem, debet & ea ipsa superficies habere ductum inæqualem, atque irregularem saltem aliqua inæqualitate, cujus quantitas pendebit ab ea nobis ignota constitutione partium Terræ internarum.

Cum

Quacumque in regione suus, cum quilibet ille
Inflexi varie diversis possit in oris.

Protulit ipsa gradus sic Itala Terra minores, 1025

Nam gemino hinc illinc confurgit ab æquore semper
Altior, & medio præcingitur Apennino;

Propterea in vastos hinc illinc pendula filo
Deduci paulum debebant pondera montes,
Majoremque arcus ideo comprehendere tractum 1030

In Cælo, & gemini disjungere verticis oras,
Debuerint ut proinde gradus minus esse patentes.

At contra illorum plus amplam Gallia præfert
Mensuram, quoniam calidæ de parte diei
Pyrenes vastis finitur montibus, in quos 1035

Pondera tum deducta arctabant ætheris arcum.

Propterea¹ nobis semper mage cognita constet

Ut facies Terræ, sedesque hæc alma patefeat,

Esset opus tractus mensuris ire per omnes,
Atque gradus, quaque ad Boream conversa, vel Austrum, 1040

Et qua Memnonia tendit de sede cubile

Solis ad Hesperium Tellus queiscumque sub oris,

Prendere, pro quavis demum regione repertus

Crescentum graduum, & minuentum surgat ut ordo.

At longum est opus, & nobis post longa manendum 1045
Sæcula, venturo si quando id prodeat ævo.

Inte-

Cum videamus inæqualitatem e-
jusmodi in ipsa superficie esse exi-
guam respectu totius massæ terre-
stris, erit probabile, in intimis e-
tiam visceribus non esse adeo inge-
ntem respectu totius, ut cum theoria
exhibeat potius figuram compres-
sam pro casu homogeneitatis, & re-
gularitatis, ac graduum mensuræ
huc usque habitæ fere omnes ean-
dem exhibeant compressam formam,
revera non sit utcumque compressa;
adhuc tamen accurata compressio,
accurata pro locis omnibus curva-
tura ex habitis huc usque mensu-
ris nequaquam obrinebitur, sed ir-
regularitatem habebit aliquam ipsa
superficies exposita, & idcirco cre-
dibile est, minorem in Italia obve-

nisse gradum, quam in Gallia in
latitudine eadem. Nam hic in Ita-
lia observationes astronomicæ in-
stitutæ sunt Romæ, & Arimini, in-
teriecto toto Italiæ solo altiore, &
Apenninis montibus, quorum actio
in pendulum hinc, & inde inclina-
tum versus ipsos debuit exhibere
bina zenith a se invicem remotio-
ra, adeoque arcum caelestem ma-
jorem, & curvaturam inde erutam
majorem, & proinde breviorum
gradum; dum in Gallia in accessu ad
Pyrenæos montes sitos ad Austrum
extra arcum mensuris definitum de-
buit contrarius deviationis haberi
effectus, & gradus augeri potius.

¹ Subdit id, quod ex dictis de-
ducitur, incertam adhuc esse veram
Terræ

Interea paucas, at quas servavimus, omnes
 Aptamus graduum mensuras vi gravitatis
 Perfacile expositæ, & probe consentire videmus
 Inter se aptatas: Fundata est vi gravitatis 1050
 Scilicet hæc Terræ moles, conflataque forma,
 Et maris, & terræ; quanquam & rerum Arbitræ amplæ
 Compagi formam quamcumque inducere, Mundum
 Cum strueret, potuisset; at, ut Faber, aut super undas
 Labentes, aut forte vias cum fornice pontem 1055
 Erigit inflexo, speret retinere tenaci
 Calce licet pondus lapidum, tamen ipse figuram
 Inducit, qualem consistere posse sine ullo
 Ante putet vinclo, proprioque ut pondere tantum
 Scilicet in sese niti putat; Arbitræ, inquam, 1060
 Sic quoque Telluri talem conflasse figuram
 Creditur, æquali qualem in se pondere partes
 Libratæ poscunt, compressam ab utroque polorum,
 Ut docui, & media paulum regione tumentem.
 Nunc ¹ circumfusas mecum te transfer ad auras 1065
 E Terra, breve constat iter, superamque fluentis
 Inspice naturæ quoque frontem, cortice quali
 Includat Terram; num se conformet, ut illa,
 Et velut adstrictos vestis se inflectat in artus?
 At non huc gradibus, non huc conscenditur ullis 1070
 Men-

Terræ figuram, ad cujus determinationem majorem proderit quam plurimos ubique dimetiri & longitudinis, & latitudinis gradus, quod non nisi longissimo tempore possit perfici. Interea tamen nobis admodum probabile debere esse, Terram non multum distare ab illa figura, quam haberet, si tota esset fluida, adeoque debere esse compressam ad polos. Quamvis enim Naturæ Auctor pro arbitrio suo potuerit constituere Terram ita, ut haberet nucleum cujuscumque formæ, vel textum utcumque irregularem, qui tenacitate sua tueretur figuram contrariam ei, quam requirit æquilibrium gravitatis, & vis centrifuga; tamen est credibile ip-

sum noluisse multum recedere ab illa æquilibrii forma, ut etiam peritus Architectus in ædificio ingenti delineando tenacitati calcis debet fidere, quam minimum fieri potest, & omnia ad æquilibrii leges exigere, licet nonnihil & ipsi calci tribuat.

¹ Relicta Terra assurgit in atmosphæram terrestrem, cujus etiam constitutio pendet a gravitate: nam per ipsam gravitatem fit, ut circum undique affundatur ipsi Terræ, adeoque, cum etiam non ad ingentem ab ea distantiam protendatur, ut videbimus, figuram habeat vel eandem, vel parum admodum ab ea discrepantem. Porro multa iidem, quæ ad atmosphæras pertinet

Mensuris. Quod non oculis, manibusque valebis
 Subjicere, omni alio nequeas proin prendere pacto?
 Hic etiam inniti gravitatis viribus ipsis
 Quis vetet, & facili sic illuc scandere clivo?
 Nimirum videas extrinsecus aera posse 1075
 Non alia fundi fictum, comptumque figura,
 Exornat quam qua Tellus sese ipsa revolvens,
 Vel si alia, propior quæ sit tamen; utpote terram,
 Et mare cum late cingat complexibus arctis,
 Et parvo assurgat cumulo liquidissimus aer, 1080
 Quippe gravis, formamque ideo a gravitate receperet.
 Namque ¹ ut cuncta, suum quis & aera pondus habere
 Nesciat, assiduisque licet conatibus instet
 Sese evolvere, & in spatium distendere majus,
 Constringi tamen usque sua sub mole, premique? 1085
 Usque adeo premitur deorsum, arctaturque, prope imam
 Ut qua planitiem ponti demissior aer
 Contingit, tanto sit pondere, pondus ut æquet
 Argenti fluitantis, & undæ more liquentis,
 Quod digitos quater in septem suspendere possis 1090
 Inclusum vitri rectâ impendente columna.
 Et licet aurarum calor augeat exsiliendi
 Conatum; calor est idem, & quæ cætera circum,
 Si consent eadem, densabitur aura premente
 Plus aucto superâ pro pondere, quoque tenetur, 1095
 Decrescet spatium pro ponderis ipsius auctu.
 His ² tibi jam claris subjunctis rebus, & ipsa,
 Quam tu cumque velis, gravitatis lege manente

nent, fusus in supplementis pertractabimus: ex iis autem; quæ huc pertinentia profert, pleraque continentur in mea dissertatione de luminis tenuitate.

¹ Gravitate aeris usus ad figuram Atmosphæræ determinandam, hic distinctius affirmat, aerem etiam esse gravem, cujus elasticitas elidatur ab ipso pondere incumbentis atmosphæræ ipsius, quod pondus ipsum definitur ope barometri, in quo columna atmosphæræ terrestris æquilibratur cum columna mercu-

rii ejusdem basis alta circiter 28 Parisienses pollices, adeoque ei ponderi æquale est ipsius pondus. Addit & illud, quod experimentis evincitur, aerem cæteris partibus comprimi in ratione ponderis comprimentis ita, ut in tot vicibus minorem molem contrahatur eadem massa aeris, quot vicibus est majus pondus comprimens.

² Exprimit hic jam legem, secundum quam progreditur attenuatio atmosphæræ in ascensu a superficie Terræ, quæ pendet ab illa ipsa

In

In spatii Terræ a medio variantibus, illuc	
Pervenies numeris, quærendique arte recenti,	1100
Ut videas, progressus in aere rarescendi	
Qui sit, dum sursum cumulatam mente sequeris.	
Invenies igitur, gravitas dum constet ubique	
Non mutata caput super altum, eademque per omne	
Aerium pelagus, binis si partibus aura	1105
Decreseat, qua densa, aliquo super edita tractu	
A nobis, opus esse, ut partibus ipsa quaternis	
Decreseat duplici in spatio, bis deinde quaternis,	
Deinde bis octonis, sese si scilicet ipsam	
Terno attollentem, spatiumque sequare quaterno.	1110
Ordine quo possis invento pergere tutus,	
Innitique auris levibus, sursumque volare.	
Hæc lex est, gravitas ubi constans, unaque ubique est	
Scilicet; at spatii eadem in se pro repetitis	
Si decreseat, uti vere decrescere certum est,	1115
Lex parvis ab ea paulo diversa vigebit	
In spatii; magnum in magnis discrimen habebis:	
Tum quoque rarefcent quatuor jam partibus auræ,	
Jamque novem, bisque octonis jam rursus, ut ante,	
In spatii, non ut tamen ante a fronte petitis,	1120
Sed Terræ a medio, & crescentibus ordine longe	
Inter sese alio, nimirum terna struantur	
Post bina ut spatia, & succedant sena repente;	
Ordine quo numeri cum progrediuntur, eisdem	
Dicimus Harmoniæ de nomine, quippe ubi primus	1125
T.II.	K
	Non

ipsa ratione densitatis proportionalis ponderi comprimenti, & a Newtono definita est pro binis hypothesebus gravitatis constantis, & gravitatis decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum. Mathematicis terminis exprimuntur sic: Densitates atmospheræ decrescunt in progressionem geometricam, distantibus a centro Terræ crescentibus in progressionem quidem arithmetica, si gravitas sit constans, in progressionem vero harmonica, si gravitas decreseat in ratione reciproca duplicata distantiarum.

Utramque legem Noster perspicuam reddit assumendo ipsas notiones progressionis arithmeticæ, geometricæ, harmonicæ. Arithmetica progressio est cum termini sequentes eadem semper quantitate superant suos præcedentes, vel ab iis superantur; geometrica, cum eodem modo illos continent, vel ab iis continentur; harmonica, cum assumptis tribus contiguis terminis quibuscumque est primus ad tertium, ut differentia primi a secundo ad differentiam secundi a tertio. Sunt 10, 12, 14, 16 &c. in progressionem

Non aliter respectat eum, qui tertius exit,
 Quam, quæ est differentia primi a subeunte secundo;
 Respectet discrimen ab excipiente secundi;
 Qui melicos certe contentus efficit ordo.

Hinc ¹ tibi si fuerit geminis servata vicissim, 1130
 Quam varie sit densa, locis liquida aura, valebis
 Hanc aliis queiscumque locis cognoscere densam.

At geminis servare locis discrimen in aura
 Densata, facile est; prælongo nesciat istud
 Quis bene servari vitro, quo plusve, minusve 1135
 Consurgens liquidi argenti suspensa columna
 Desuper auræ compressæ pondera, vimque
 Signat, quamque locis densata quibuslibet extet?
 Rarior ² inventa est sic partibus aura quaternis,
 Quam nos inter, ubi esteducta ad millia septem. 1140

Per-

ne arithmetica, quia termini proximi omnes se excedunt per binarium. sunt 10, 20, 40, 80 &c. in progressionem geometrica, quia se bis continent; 3, 4, 6 sunt in progressionem harmonica, quia est $\frac{1}{2}$ dimidium 6, sicut 1 differentia inter 3, & 4 est dimidium differentia inter 4, & 6, quæ est 2.

Hinc si gravitas sit constans, & densitas atmospheræ sit duplo minor in quadam distantia a superficie; in dupla distantia erit 4 vicibus minor, in tripla octo, in quadrupla 16 vicibus; illæ enim distantia a superficie ob æqualem excessum sunt etiam in progressionem arithmetica, si computentur a centro Terræ, & 2, 4, 8, 16 sunt in progressionem geometrica. Ad habendam autem in theoria gravitatis decrecentis eandem progressionem in densitate, quæ sit ut 2, 4, 8, 16, oportebit assumere terminos ita, ut incipiendo a centro Terræ sit quavis prima ad tertiam in eadem ratione, in qua est ejus differentia a secunda ad differentiam secundæ ad tertiam, quo pacto differentia altitudinum crescunt aliquanto magis, quam prius; sed pro exiguis altitudinibus, ad quas as-

surgit atmosphaera, exempla sine fractionibus molestis proferri non possunt. De iis agemus pluribus in supplementis, ubi & illud patebit, quod affirmat Noster, initio quidem ejusmodi binas progressionem fere congruere, sed in majoribus distantia recedere plurimum.

¹ Addit inde, si observetur densitas in binis locis (quod fieri utique potest ope barometri, cum ea, si sit proportionalis ponderi comprimenti, debeat esse proportionalis altitudini mercurii in barometro) haberi inde posse densitatem pro quavis altitudine data. Id præstatur a peritis calculi videndo, quot termini progressionis arithmeticae in prima hypothesis, harmonicae in secunda, quorum primi sint binæ distantia illarum binarum altitudinum a centro, habeantur usque ad illam datam altitudinem, & toties continuando progressionem geometricam, cujus primi duo termini sint binæ densitates observatae: ratio incundi calculi patebit in supplementis.

² Inventam esse affirmat in altitudine milliariorum circiter 7 atmosphaera-

Perge vices per quadruplices ita semper in altum,
 Septenis septem cumulata prioribus addens
 Millia, si gravitas constans sit, credere certe
 Difficile est, quam tum longe tenuabitur aer,
 Scilicet obruimur tanta a levitate fluentis.

1145

Fama ¹ Repertorem ludi, quem Schachida dicunt,
 Montravisse ferunt olim, quam protulit artem,
 Regnatori Indo; belli simulacra placebant,
 Et nigræ, canæque acies, variataque miro
 Prælia consilio, & pugnacis nomina buxi,
 Motus, infidæque, armorumque usus, & ordo.
 Non Rex ingenium infæcunda ornavit, uti mos
 Pluribus est, tantum laude, at, pete, dixit, habebis
 Præmia, quæ cupias: Voti hic prætulit esse
 Callidus exilis, munusque exposcere vilis.

1150

1155

K 2

Per-

mosphæram quadruplo rariorem; hinc in hypothesi gravitatis constantis, si assurgamus ulterius, habebimus post singula septena millia densitatem imminutam vicibus 16, 64, & ita porro, quæ progressio incredibile dictu est, quo brevi assurgat.

¹ Ut ejus incredibilis augmenti ideam aliquam ingerat Noster, illud memorat, quod fama fertur de Inventore ludi, quem vulgo dicimus *gli scacchi*: eum nimirum a Rege, qui ipsi obtulerat, ut præmium pulcherrimi inventi peteret, quod vellet, postulasse tantum frumenti, quantum requireretur, ut poni possent, super primo quidem lusoriæ mensulæ quadrato unicum granum, tum vero duo super secundo, quatuor super tertio, & ita porro, duplicando semper usque ad 64, quot nimirum ibidem habentur quadrata. Regem risibile præmii petiti tenuitatem, sed brevi obstupuisse admonitum ab administris supputatione inita reperiri, vim frumenti petitam ejusmodi esse, ut in universo Terrarum orbe tanta non adsit, quin immo, ut non habeantur in universo orbe tot naves,

quot ad eam frumenti copiam devehendam requirantur.

Calculum in supplementis inibimus: superat autem postremi quadratuli immanis numerus 9 triliones, & summa omnium 18 triliones. Addit autem illud Noster; si eo evadat progressio rationis duplæ, quo evasuram censendum erit rationis quadruplæ progressionem, quam per septena miliaria continuaveramus! Eo abire, ut post 35 millia plusquam millecuplo minor evadat atmosphære densitas, & post 210 miliaria assurgat ad numerum constantem 19 arithmeticis notis hæc Arabicis, quibus utimur, qui numerus latino sermone vix potest exprimi, superat enim trillionem, quem latine diceremus millies, millies, millies, millies, mille.

Porro eo rem evadere facile constat, nam post 7, 14, 21, 28, 35 habentur quadruplicando semper, 4, 16, 64, 256, 1016. Tum post alia totidem miliaria 35, nimirum ad 70, 105, 140, 175, 210, habebitur plus quam unitas cum cyfris 6, 9, 12, 15, 18, adeoque habebitur numerus notarum 19.

Pertenuæ, optarem, Regnantum maxime, dixit,
 Tot Cereris mihi grana, quot hac ratione putentur;
 Princeps hæc unum sedes (albasque, nigralque
 Quadratas tabulæ sedes monstrabat, ubi ambæ
 Inistunt acies, & noto limite pugnant), 1160
 Altera bina ferat, tum tertia quattuor, octo
 Quarta, & sic duplici crescant repetita per omnes
 Grana coloratas vice sedes, quolibet octo
 Quæ sunt in latere, & toto non æquore plures,
 Quam decies senis adjunctæ quattuor, extant. 1165
 Rex inopem ridens animum tam parva petenti
 Annuit. Ast inita porro ratione Ministri
 Per numeros, adeunt illum, attonitique fatentur;
 Non si vel toto dominetur solus in Orbe,
 Possè reum exsolvi promissi; haud esse per amplum 1170
 Navigia oceanum segeti satis ampla ferendæ,
 Omnia gente procul si conducantur ab omni.
 Rex itupet, atque viri magnum admiratus acumen
 Regni consiliis ratus est ingentibus aptum;
 Proin opibus donatum in publica munera rerum 1175
 Detinuit, nunquam & propria dimisit ab Aula.
 Tanta vi numeri cumulatur progredientes
 Ordine vel duplo; quot erunt, si quadrupla consent
 Perpetua incrementa, velut consurgere nuper
 Per rarentes dixi auras? Millia si per 1180
 Quinque animo subeas sursum, & ter dena, videbis
 Mille, hunc quam nostrum, mage partibus æra rarum.
 Surge age, & ulterius, bis millia confice centum,
 Et super adde decem, quantus, quantusque repente
 Prodibit numerus? non illum efferre valebis 1185
 Voce, sed exscribens per signa decemque, novemque
 Ellicies, Arabum fuerunt quæ more notari.
 Scilicet ¹ hæc fiunt, ut paulo finximus ante,
 Si gravitas sursum non sit mutata; profecto
 Sed mutatur, uti docui, numerisque notantur 1190
 Di-

1 Illud jam monet in ratione reciproca duplicata distantiarum minorem numerum obvenire; adhuc tamen & hunc eo evadere, ut post miliaria 840 jam superet notas 60, quem quidem numerum ne imagi-

natione quidem satis complecti possumus. In priore progressionem, cum distantia 840 contineat quater distantiam 210, notarum numerus evaderet quadruplo major, & excederet numerum 7 cum cyclus 75.

LIBER QUINTUS

149

Diversis paulo spatia ipsa, minusque repente
 Progredieris, at immensum tamen; utpote si tu
 Millia sublimi post octingenta volatu
 Tum quoque dena quater scandas, tam rarus ibi aer
 Fundetur, vix ut decies sub sena reduci
 Signa queat; numeris quæ nomina reddita tantis?

1195

Verum ¹ a servato diversus cernitur ordo
 Ordine descensus interdum, pondera vitri
 Surfum cum ferimus gracili conclusa cylindro
 Argenti, atque alia densariet aura videtur

1200

Tum ratione. Aliquis dum montem scanderet altum
 Paulatim, supraque maris consisteret æquor
 Sex pedibus decies; quæ limpha argentea vitro
 Clauditur, ipsa aliquem descensum prodere cœpit,

1205

Scilicet hanc digito partem decerpit ab alto,
 Quæ de bisseis pars unica partibus extat.

Tantundem dorso conscendere montis eodem
 Pergit; & est digiti nondum pars altera visa
 Descensu confecta novo, nisi donec & uno

1210

Hos decies supra senos pede celsior esset;
 Conscensitque aliis decies sex, jam duo deerant
 Scandendi, digiti rursus ut pars æqua vacaret.

Hoc igitur, quantum valuit tentare, probavit
 Ordine depressas argenti mobilis undas

1215

Usque viæ magis alta petens; quin credidit istis
 Sublimes se posse etiam deprendere tractus,
 Evesti queis consistant supra mare montes,

Queis aliisque alio vincatur vertice vertex.
 At variantia dicendum hæc discrimina posse

1220

Fonderis aurarum producier a calefactis
 Hic prope nos auris varia ratione. Calores
 Scilicet & Terra clausi (mons plurimus unde

Sæpe ignem eructat), locaque aeris ima vapores
 Replentes tepidi, & radiorum multiplicatæ

1225

K 3

Ter-

¹ Hanc progressionem ipsam, quam requireret gravitas decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum, prope Terram, affirmat, non deprehendi per observationes: exhibet autem progressionem elegantem sane, quam Cassinus invenit observando, cum nimirum per 60 pedes Parisienses in altitudinem evestus a superficie maris, inveniret mercurium in barometro deprimi per 1 lineam, sive duodecimam partem

Terræ a reflexu vires, & densior aura
 Suscipere apta magis, captumque fovere calorem
 Efficiunt, magis hæc loca cellis ima caleſcant,
 Illic ut nivium fit, duræ & grandinis ortus
 Tunc etiam, cum nos fervente exurimur æſtu. 1230
 Propterea eſſe aer prope nos pro pondere denſus
 Non queat aggeſto, conſtante nec ordine tractûs
 Sublimis minui, nec, quæ ſervata, manere
 Quoque loco poſſint, & tempore; tempore quovis
 Nam regione calor varie mutatur in omni. 1235
 Aſt aliquo a Terra tractû procul, æqua per auras
 Temperies eſt, quo nequeant hæ ſcandere cauſæ;
 Ordo propterea, & progreſſus certus ibidem
 Rareſcentibus eſt mutato a pondere in auris.
 Multi hunc diſtenſo diſtendunt aere multa 1240
 Progreſſum longe per millia, currere tantis
 Quippe volunt ſpatiis fuſum mare mobilis auræ
 In Cælum, Terræ prope ſint ut tractibus altis
 Dimidiæ paria; at nobis propiore videtur
 Eſſe opus aerios conſtringi limite campos; 1245
 Auris quandoquidem Soli circumſitus aer

His

rem Pariſienſis pollicis, poſt alios 61 per aliam, atque ita porro poſt 62, 63, 64 &c. per tertiam, quartam, quintam &c. lineam mercurium deſcendiſſe; unde factum ſit, ut cenſeretur, per ipſas mercurii altitudines in barometro poſſe inquiri in altitudines montium, qua de re, ut & de aliis huc pertinentibus, agemus in ſupplementis.

Verum nec eam progreſſionem ubique accurate ſervari ait, & impedimenta congerit orta a calore in primis inæquali prope ſuperficiem Terræ, quæ inconstantem etiam reddat in eadem altitudine denſitatem, uti conſtat ex ipſis barometri variationibus: eſt autem & alia irregularitatis cauſa prope ſuperficiem, nimirum perturbatio rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum in gravitate, ob Terræ figuram non ſphæricam, ac montes.

Addit, in majoribus a Terra diſtantiis attenuationem atmophære longe magis debere accedere ad illam progreſſionem expoſitam: eam vero a nonnullis longiſſimè protendi ita, ut pertineat etiam ad diſtantiæ ſemidiametri Terræ, at longe humiliorem eſſe atmophæram terreſtrem, & illam progreſſionem terminari, ubi terreſtris atmophæra comprimitur ab atmophæra ſolari, quæ ad ipſam Tellurem pertingit; ubi occaſione arrepta Noſter ad atmophæram ſolare gradum facit, & pleraque ex iis, quæ de ea, & de Aurora Boreali commemorat, continentur in meis diſſertationibus de Aurora Boreali, & de Atmophæra lunari, ac in adnotationibus ad poema de Aurora Boreali P. Caroli Noceti, & dialogis de ipſa Boreali Aurora italico ſermone conſcriptis, & editis.

His levibus levis occurrit, sursumque volentes
Ire æqua retinet vi, nitentesque refrænât,
Inque vicem simul his ipse interrumpitur auris.

Namque quis esse suum magnum neget aera Soli 1250
Præterea, immensis & fundier ætheris oris?

Indicio primùm maculæ sunt lucida Phœbi
Turpantes ora, & quædam velut aere in illo
Nubila suspensa, & faciem radentia diam;
Indicio candens porro est lux illa, tenebris 1255

Quæ Solem offusum, & subiecto corpore Lunæ
Obstructum penitus nobis, complexa coronat.
Esse sed hunc nobis magis indicat aera vastum
Lumen id, in Cælo quod dudum aspeximus alto,
Cassino monstrante, via quod spargitur orbis 1260
Signiferi, eque loco grajum sibi nomen adeptum est.

Hoc sub signifero longum distenditur orbe
Lumen & occidua de parte, & Soli: eoa.
In speciem rhombi, pelusiacæque per alta
Procurrit lentis, quam spectes e latere ipso 1265
Transversam; supremus apex nunc profugit ejus
Centum a Sole procul gradibus, nunc pervenit idem

K 4

Vix

1 Solem habere suam atmosphæram probat primo quidem maculis solaribus, quas affirmat esse quasdam ejus veluti nubes, quæ sententia de solaribus maculis est cæteris omnibus longe probabilior; tum illa luce, quæ, ubi Sol in totalibus suis ecclipsibus a luna tegitur, circa Solem ipsum cernitur, quam nonnulli Atmosphære lunari tribuunt, sed Atmosphære Solis eandem Noster tribuit, ut & ego ipsi tribuendam omnino censeo minus vividam illam, quæ tum ad majorem inde distantiam circumquaque protenditur.

Verum multo adhuc evidentius evinci affirmat solarem atmosphæram per illud, quod olim a Joanne Dominico Cassino detectum appellant lumen Zodiacale idcirco, quia sub Zodiaco cernitur. Id protenditur sub Zodiaco ad magnam

a Sole distantiam versus Orientem, & versus Occidentem sub forma rhombi cujusdam, vel lentis transversim conspectæ. Jam ejus vertex distat a Sole gradibus etiam 100, jam vix ad 70 pertingit: est tenue id lumen instar luminis viæ lacteæ, nec semper videri potest, sed tantummodo, ubi satis magno temporis intervallo post Solis occasum, vel ante ejus ortum, satis longe protensum satis alte emergit e crassioribus nebulis, atque vaporibus horizonti proximis.

Quod satis longe protendatur a Sole, id pendet ab ipsa extensione atmosphære solaris, quam quibusdam sæculis, & annis multo majorem, aliis multo minorem extitisse per vices quasdam probat Mairanius in celeberrimo ejus opere, quo de Aurora Boreali egit inde deducta. Quod alte adhuc emergat ab hori-

Vix decies ad quinque ; & longa , brevifque viciffim
 Bellantis veluti comparet lancea Phœbi .
 Debile lumen id eft , via qualis candida lactis , 1270
 Confpicuum nec idem patet omni tempore nobis .
 Non igitur lucem hanc cernes , fi vefpere fummo ,
 Vel nondum rofea Tithoni conjuge cani
 Exoriente , eadem non Cælo ita perftet in alto ,
 Ut fuperet nebulas , fufcantesque ima vapores ; 1275
 At perftet , fuperatque umbrantes ima vapores ,
 Si procul altus apex a Sole excurrat utrinque
 (Ævo quod certo , quod certis accidit annis) ,
 Et plaga , quam Phœbi currus perlabitur , orbis
 Si tum figniferi noftrum minus extet ad æquor 1280
 Obliqua , ante fuos quam jungere quadrijugos Sol
 Incipiat , vel poft quam folverit imus anhelos .
 Signifer orbis enim diverfos efficit ipfam
 Terræ ad planitiem flexus , nobifque , borea
 Qui regione fumus Mundi , æquantemque videmus 1285
 Tempora non paucis diftantem tractibus orbem ,
 Signa quidem , vernum quæ circa Vellus utraque
 Parte micant , obliqua nimis nafcuntur eoo
 Littore ; non ideo propera elufantur ab imis
 Telluris nebulis , clarumque educere poffunt 1390
 Non subito jubar in fufca caligine mersum ;
 Aft eadem occiduis occumbunt recta prope oris .
 Contra quæ oppofitam circumdant lucida Libram ,
 Obliquant fe figna cadentia , at alta oriuntur .
 Idcirco e noftris regionibus aeris illa 1295
 Non bene confpicimus Phœbei lumina Cælo
 Edita , ni vernæ per fuda crepufcula noctis ,

Et

horizonte , id pendet ab inclinacione ad horizontem ipfum arcus Zodiaci occidentis poft Solem , vel orientis ante ipfum . Signa circa Arietem , quod facile eft videre in armillari fphæra , nobis quidem fitis in boreali hemifphærio ad fatis magnam diftantiam ab Æquatore , nafcuntur nimis obliqua , & occidunt fatis erecta , contra vero figna circa Libram nafcuntur erecta , & occidunt obliqua ; & idcirco Lumen

Zodiacale nobis quidem fupra nebulas non fatis eminet , nifi vere poft crepufculum vefpertinum , & autumnali tempore ante matutinum : oppofitum autem accidit in australi hemifphærio fitis , dum zonæ torridæ incolis per totum annum Zodiacus fatis elevatus & oritur , & occidit ; unde fit , ut fi fatis longe protendatur a Sole Lumen Zodiacale , ipfum toto anno videre poffint & mane , & vefpere .

Et matutinis Autumni divitis horis.

Omnia in adversi contraria partibus Austri
His, opus est, fiant. Quæ vero Æquante sub orbe, 1300
Vel prope sunt gentes, rectus quis signifer orbis
Occumbitque, oriturque, vident hanc tempore lucem
In quovis, dum se distendat cuspide longa.

Hanc ¹ vero lucem exortam de parte quis illa
Ambigat aurarum, quæ sit mage crassa, potensque 1305
Deorsum occurrentes radios convertere pulsos,
Augmine vel proprium majori effundere lumen?
Ipse suum jam Sol quia circa vertitur axem
(Ejus ut a maculis patet, quas cernimus omnes
Tempore circuitus facere æquo, & volvier uno 1310
Axe super, varias quanquam, & sine lege coortas
Ex improviso, certa nec lege obeuntes),
Atque suum secum quia pertrahit aera raptans,
Ipsium hunc compressam sese conflare necesse est
In lentem, propter majorem particularum 1315
Nisum de medio fugiendi limite gyri,
Propterea nobis oblique ut visa sub illa
Debeat, ut docui, rhombi apparere figura.
Corporis utque sui partem, quæ rapta per orbem
Est latum, ad nos Sol convertit, ita aera quanto 1320
Plus a se projectat agens, accedere nobis
Plus facit, interdum transmittat ut oscula Terræ
Contactu ætherio; quod fit, cum cernimus auras
Eductas gradibus novies ab origine densis.
Si vel adhuc magis excurret, convestiet omnem 1325
Lux ea Tellurem circum, quo tempore quidam
Undique diffusus tota de nocte videri

Debe-

1 Jam ostendit, quo pacto id lumen ortum ducat ab Atmosphæra Solis vel reflectente radios ipsius Solis, ubi ea est densior, vel suum etiam lumen emittente. Solem circa proprium axem converti, probant maculæ, quæ licet tam variæ sint, & evanescant, semper circa eundem Solis axem convertuntur iisdem conversionum integrarum temporibus.

Eo motu Sol secum abripit in gyrum atmosphæram suam, quæ ob vim centrifugam majorem in æquatore motus, quam ad polos, debet induere figuram sphæroidis compressæ accedentem ad formam lentis, atque ea ipsa lens a nobis oblique videri debet; cum Sol ipsum æquatorem suum aliquando accurate, semper vero satis proximè Telluri obvertat.

Quan-

Debebit splendor tenuis: mirantur agentes
 Excubias proin interdum, vel longa viarum
 Carpentem noctu, cur nox hac fuscior illa,
 Scilicet hæc formas varias distinguere rerum
 Cur sinat, illa nigris æque contegat alis:
 Ignorant, id qua possit contingere causa.

1330

Aeris ¹ hujus at hîc num meta, & terminus hærens,
 Ipsum quo monstrant oculi finire? profecto

1335

Idem & adhuc, nequeant oculi ut pertingere, pergît

Rarior, atque ideo subtili corpore cæcus

Ætheris intervalla per ardua continuatur

Edita fors ultra longe Saturnia regna.

Hoc caudata probent ingentibus intervallis

1340

Astra eversa procul, quorum præsentia caudæ

Nubila fumantis speciem, fursum aere eodem

Tolli credibile est (ratio tibi vera probari

Quæ post efficiet), quo pacto noster & aer

Nostros scilicet hinc sustollit ad alta vapores.

1345

Sic ² itidem noster, qui circumfunditur, aer

Altior

Quando satis a Sole protenditur illa pars ejus atmosphæræ, quæ luminis vel emittendo, vel reflectendo par Lumen Zodiacale efformat; tum vero ad Terram etiam pertingit aliquando, & aliquando ultra eandem quoque transcurrit. Primum illud accidit, ubi vertex ipsius Luminis Zodiacalis ad 90 gradus pertingit; hoc secundum, ubi ultra eum terminum procurrat, quod facile admodum demonstratur, & videbimus in supplementis.

Hinc etiam censet fieri posse, ut quedam noctes æquè serenæ sint multo lucidiores aliis; ubi nimirum Lumen Zodiacale Terram ambiens multo plus vividum sit, & altius ultra ipsam excurrat illustrans umbrosium conum.

¹ Docet jam Atmosphæram Solis multo longius a Sole protendi, quam Luminis Zodiacalis materiam, quod argumentum in Dissertatione de Cometis pertractavi fufius, ut & cæ-

tera, quæ ad Cometarum in primis pertinent atmosphæras, & caudas, atque id ipsum ostendere Cometarum caudas ortas, uti infra exponetur, ex eo, quod vapores Cometicæ in atmosphæra solari ascendunt ad partes Soli oppositas, quemadmodum hîc apud nos nostri fumi ascendant in Atmosphæra terrestri. Caudas autem habent Cometæ etiam ibi, ubi multo longius a Sole distant, quam quo luminis Zodiacalis materia protenditur.

² Eodem pacto affirmat etiam in nostra atmosphæra se rem habere: ea pars, quæ radiis Solis reflectendis est par, & crepusculum gignit, ultra quadraginta passuum millia non extenditur, si crepusculum oritur per unicam reflexionem radiorum Solis in aere factam; si per duplicem, non ultra decem; cum ejus pars magis tenuis, & incapax reflectendæ lucis multo altius elevetur, ea nimirum, quæ sustineat ma-

teriam.

Altior est multo, quam queis reflectere lucem
 Quit spatii: statuunt hos ipsa crepuscula fines,
 Quæ Solis lux sunt ad lumina nostra repulsa
 Corpore ab aërio: brevia, atque fugacia cum sint 1350
 Illa, quater denis non plus quam millibus alte
 Possè repulantes inventum attollier auras,
 Quin denis tantum his spatiis, si forte repulsi
 Bino ad nos dubiam credas descendere lucem.
 Aura at quæ radios nequeat convertere deorsum, 1355
 Officione alio monstret se impervia visu?
 Ejus an in vasto pelago non innatet illa
 Lux insueta, novo Boreæ quam nomine dicunt
 Auroram? re tam tenui se sustinet ardens.

Hic ¹ mihi par etiam peregrinam hanc dicere lucem, 1360
 Qualis, & unde suos descendens hauriat ortus,
 Queisque magis, Terræ, an Phœbeis debeat auris.
 Illa quidem rubeos Tithoni conjugis ortus
 Visa polo plerumque refert: solet altivolantis
 Principio ad Cauri regionem fumidus ingens 1365
 Spectari globus; ejus humo pars conditur ima,

Edita

teriam exhibentem Auroras Boreales juxta Mairanii sententiam, quam sententiam Noster amplectitur, & ad quam hic gradum facit; eandem autem infra in fine hujus tractationis commendat plurimum, & tam ipsam, quam celeberrimum Auctorem meritis attollit laudibus, ingentem cum tot aliis suis scriptis, tum ex hoc ipso argumento nominis celebritatem & adeptum jam, & ad posterum transmissuro.

1 Acturus de Boreali Aurora primo quidem ipsius præcipua phænomena exponit, quæ nimirum plerumque solent occurrere, ubi Auroræ Boreales insigniores effulgeant: vocat autem Noster eam lucem peregrinam, quod identidem tantummodo, & quidem rarius, apparere soleat. De hoc iridem argumento agemus pluribus in supplementis.

Solet initio sub finem crepusculi vespertini apparere caliginosi, & obscuri cujusdam amplioris globi segmen-

tum supra horizontem extans inter Boream, & Occidentem: ejus limbus evadit lucidus, & aliquando plures habentur arcus ad sensum concentrici alternatim dispositi alii circa alios lucidi, & obscuri. Inde erumpunt, ac longè protenduntur plures radii, & velut igneæ columnæ, quæ formam perpetuo mutant, & sæpe obscurus ille globus distrumpitur, & radios vibrat tanquam ex ulteriore quodam incendio. Nunquam & corona quædam a radiis, vel columnis quibusdam lucidis efformatur coeuntibus in ipso Zenith, vel prope ipsum. Quando autem ingens est phænomeni lux, vapores, & nubes ingentem sæpe ruborem concipiunt, quo & objecta omnia terrestria inficiuntur circumquaque. Desinit demum illud ferale spectaculum ad Boream in lucem placidam quandam, & quietam matutinæ Auroræ similem.

Effē vel a nivium cumulatis montibus, illis
 Sive repercussos a densis aeris auris,
 Nequidquam, quoniam nimis alta conditur ardens
 Terra Sol mediæ brumali tempore noctis,
 Tempore quo septem quoque sæpe arserē Triones, 1400
 Ut nequeant illuc radii pertingere missi.
 Frustra alii accensos evulgavere vapores
 Ur̄as sub gelidas simul undique convenientes;
 Nam neque vim tantam cogi illuc posse vaporum
 Credendum est, uno ignescant qui tempore in ingens 1405
 Distensi Cæli spatium, ut de parte videri
 Terrarū magna possint, nimiumque remota,
 Nec tantum educi posse in sublime volantes,
 Longe ut prætereant fines, qui sustinet illos,
 Aeris; hos fines distendi posse probatum est 1410
 Vix ad dena quater nimirum millia, nuper
 Ut docui; at ardens Auroræ tollitur illa
 Flammantis species (præsertim totius ingens
 Europæ populis conversis lumina ad Ur̄as
 Cum micat, & Boreæ haud soli videre coruscant 1415
 Indigenæ) plus quam sexcenta ad millia sursum,
 Alteraque interdum his cumulata, atque altera centum
 Præterit; in via sunt quæ regna vaporibus imis.
 Ergo ¹ cum possit tanta ad spectacula Cæli
 Terra nec ima ullos, neque suppeditare paratus 1420
 Imus & ipsē aer; quid summus possit inani
 Assimilis, subtili imbellis corpore, inersque?
 At fors possit, ubi introrsum quid desuper haurit,
 Fœcundoque sinu cælestem percipit auram,

Scilli-

atmosphæræ nostræ nobis conspicuæ
 partem; dum e contrario Auroræ
 Borealis materia, quæ per universam
 Europam sæpe ubique apparet ad
 eandem Cæli plagam, nimirum ad
 Boream, ex tam disjunctis regioni-
 bus parallaxi tam exigua existente,
 debet esse editissima.

¹ Veram hic originem a Mairanio
 inventam prodiit. Massa ingens
 atmosphæræ solaris, de qua paulo
 ante egimus, quando ipsa ita ac-

cedit ad Terram, ut gravitas in
 eam sit major gravitate in Solem,
 decidit versus ipsam Terram, & ra-
 rior illa etiam terrestris atmosphæ-
 ræ parte, quam radiis reflectendis
 imparem diximus altissimè elevari,
 illi innatat, ac congesta, & concus-
 sa, dum effunditur, quandoque igne-
 scit etiam, & lumen emittit suum.
 Sæpe tamen, immo plerumque fit,
 ut ante, quam ignescat, decidat;
 tum vero versus polum propiorem
 fluit,

Scilicet illam ipsam, phœbeo funditur astro 1425
 Quæ circum, ut docui, atque apparet sæpe sub orbe
 Signifero, cujus formam, loca, tempora dixi.
 Illius ut pars densa solet protendier ipsam
 Ad Terram interdum, procurrere forte vel ultra,
 Fiet, uti fines ea transmeet ætheris illos, 1430
 Terram in vicinam gravitas quibus incipit esse
 Major paulatim in Solem gravitate remotum.
 Tum subito, si præsertim cumulator illic
 Forte sit, in Terram properat phœbeus aer
 Avulsus parte haud modica de corpore magno, 1435
 Ut rupes de monte, novique fit incola regni.
 Nostra dat aura locum celeri; tum densior obstat,
 Inneſtitque moras sensim, cursumque refrænât:
 Aura retenta fremens ferviscit, læsaque tristes
 It velut in flammâ irarum; sæpe sed, ante 1440
 Quam cœptet motu interius flammescere diro,
 Alterutrum projecta polum petit, ob fugiendi
 Vim medio a motûs, peragit quem Terra, diurni,
 Quæ motu hoc languente polum languescit ad ipsam,
 Ob calidas itidem, magis & sub Sole tumentes 1445
 Auras, inque polum proin ob declivia utrumque.
 Dum petit ille polos, interdum concipit aer
 Ardorem, interdumque polis procul editus ipsis,
 Aut quoque post multo depressior, insinuatus
 Auris interius terrestribus, atque deorsum 1450
 Descendentibus hoc citius, quia pondus ob auras
 Has alienigenas increſcit convenientes.

Hæc ¹ si percipias bene cuncta, resolvere possis

Quæ-

fluit, tam ob vim centrifugam motus diurni, quæ, quo ad æquatorem magis acceditur, eo est vividior, & ipsam auram affluentem magis repellit; tum quia calore Solis exustus aer terreſtris æquatorem verſus, & rarefactus attollitur, ac inde ad polos defluit, & secum atmosphæræ solaris massam rapit, quæ ibi congesta facilius efferveſcit, vel dum adhuc est elevatiſſima, vel etiam poſteaquam addenſata ibi, & acri refri-

gerato commixta descendit inferius, 1 Ope hujus theoriæ, affirmat, explicari optimè præcipua quæque phænomena ad Auroram Borealem pertinentia. Plerumque videri incipit vespere ad occidentem, quæ plaga est postrema obverſa Soli per diem, & proinde parti ejus atmosphæræ propiori ipsi Soli, & crassiori. Apparet instar globi, vel circuli, in quem nimirum diffunditur ingens massa delapsa, ut gutta olei aquæ affusa

LIBER QUINTUS

159

Quæcumque aspicias, cum septem arserè Triones.

Inter hyperboreas primò, occiduasque videri 1455

Incipit illa plagas ad Caurum fumida nubes,

Nam Mundi pars illa die conversa cadente est

Phæbo, & phæbigenis mage densis aeris auris;

Et globus est, nondum concepto expanditur igne

Quandoquidem, Terræ super auras fusa per orbem, 1460

Haud secus ac olei super undas gutta tenacis:

Post hæc aspiciamus lucentes marginis oras

Nigrantis guttæ; quia pars magis apta cremari,

Imbuiturque prius quæ flammis, altior extat

Ad Cælum conversa, aliisque obstructa latescit 1465

Inferioribus, & sistentibus undique visum;

Tantum igitur fli apparet lucentis imago

Circum oras, ubi præter ea impediencia nigra

Corpora subtiles expansæ nant quoque partes.

Tum varios illic fuscòs, clarosque videbis 1470

Alternatim orbès, cum decidet altera major

Massam massâ super, guttam ut super altera gutta.

Tum limbum illius brevioris fumida oportet

Hujus pars transcurrat, & illud corpore nigro

Excipiat lucens filum, post proferat igneum 1475

Ipsa suum pariter, qua circum desinit, orbem.

Sed rarò fit, uti plures sic accumulatae

Usque magis lato distensæ corpore guttæ

Desuper adveniant; idcirco non erit unquam,

Ni raros, paucosque, queas ut cernere claris 1480

Hos

affusa in circulum conformatur; ac obscurus est. Circulus ante inflammationem: quoniam autem pars superior, ut tenuior, inflammatur prius, ea a crassiore oblecta latet, sed ipsam transgressa zonam exhibet lucidam circa eandem; ac si plures massæ cadant aliæ post alias ita, ut sequentes præcedentibus majores sint, dum hæc supra illas expanduntur, exhibent circularem zonam nigram circa inferiorem lucidam, tum suam lucidam superiorem circa eam nigram se inferiorem, & ita porro; quod quidem cum raro evenire de-

beat, raro itidem plures spectantur zonæ.

Posteaquam vel ardore superioris incendii consumi cœpit inferior obscura pars, vel etiam agitatione dirumpi; erumpunt radii, qui etiam ultra globum, & anulos protenduntur, ut interdiu trans nubes dirumpas erumpunt radii, quaquaversum a nubibus profecti superioribus a Sole illustratis; sed vibrantur, & tremunt, ac mutantur situ, ob agitationem ingentem superioris illius incendii.

Hos intermixtos nigrantes orbibus orbes.
 Præterea Cæli non longo tempore prima
 Permanet hæc species, nam sive absumitur illa
 Fumida materies, seu sese distrahit a se
 Mutuà, divellitque, incendij protinus ardor 1485
 Comparet, radiique erumpunt; haud secus, alte
 Ac per constratas nubes cum funditur alma
 Solis lux imo nigrantum nubium hiatu
 Eluctata; vias loca per caligine densa
 Distendit longas, & claro tramite signat. 1490
 At ¹ quæ non vasto nimium se corpore deorsum
 Præcipitant guttæ, varias formare columnas
 Dicendum est; siquidem casu producier illo
 Debent, nam crassæ quæ sunt mage, ad ima revolvunt
 Se partes loca, subtiles retinentur in altis 1495
 Ordine quæque suo, tenui pro mole, locatæ.
 Deorsum ipsas nostri si circum verticis oras
 Labuntur; graciles magis, apparere necesse est
 Altius, & summa inclinare cacumina sese
 Inter, ut in medio cocant, formamque coronæ 1500
 Præendant, aut fixa altis tentoria stellis.
 Sic etiam longo si confita robora cernas
 Ordine, vel tristes præcelsa fronte cupressos
 Hinc illinc tractu campis protendier æquo,
 Extremæ longe quæ sunt, conjungere ramos 1505
 Inter se apparent nexos, truncisque coire.
 Postremo ² rubeus color ille, & sanguine splendens,
 Qui silvas montesque, paventesque imbuat urbes,

Illa

1 Omnium in hac theoria ingeniosissima est Mairanii explicatio coronæ, quæ cernitur prope zenith, quam hic Noster exponit. Dum guttæ plures minores decidunt, singularum pars densior descendit in crassiore atmosphæræ nostræ partem, tenuior remanet altior; adeoque fiunt quadam veluti columnæ verticales, quas qui cernit e superficie Terræ, debet videre inclinatæ versus suum zenith; cum remotiora appareant ex Opticæ legibus propiora inter se; ut si plures habentur ordines

arborum paralleli, apparent stanti in prima earum origine, tanquam cocuntes in majore distantia. Nonnunquam motu atmosphæræ nostræ fieri potest, ut ejusmodi columnæ non nihil inclinentur, quo casu non in ipso zenith, sed prope ipsum apparet coronæ illius vertex, quod ipsum aliquando accidit.

2 Coloris rubei eadem est origo inter nocturnos vapores, quæ generaliter, ubi mane, vel vespere, Cælo admodum caliginoso rubent omnia, cujus phaenomeni optica ratio

Illa continētis a luce vaporibus ortum
 Non referat, Cælo obicuro, noctisque per umbras? 1510
 Sic etiam Cælum, multo si fœta vapore est
 Aeris aura, rubere videmus, purpureoque
 Lumine contingi nubes, jam Sole sub undas
 Æquoreas lapsa, & fessos solvente jugales.
 Nunc¹, quibus aspicere est ea rubro incendia Cælo, 1515
 Tempora temporibus conspectas Solis ob auras
 Vulgatis quam convenient, pariterque revertant
 Utraque, ne certæ possis te opponere causæ,
 Percipe. Si fastos, rerumque antiqua revolvās,
 Auroræ perlæpe leges conspecta Boreæ 1520
 Lumina, quæque metus pavidis expresserat olim,
 Nomina non eadem luci sunt indita, Cælum
 Scilicet aut ardens, pollutum aut sanguine diro,
 Forte vel armatas contis, pilisque cohortes
 Prælia miscentes dicebant, tristia proinde 1525
 Vulgus in attonitum fundebant omina vates;
 Mactabant populi pecudes, stratique per aras
 Numina placabant votis; donisque Sacerdos
 Lenitus meliora Deum spondebat ab ære;
 Hæc, inquam, priscais quanquam olim lumina sæclis 1530
 Proditā, visaque sunt, non omnibus emicuerē;
 Nimirum sæclis lucis vestigia nulla
 Comparant aliis, ut tunc neque visa, neque illa
 Nota fuisse putes: Quibus at conspecta fuere
 Temporibus, jam non una ratione quotannis 1535
 Lumina fulserunt, modo rarave, nullave prorsus

T. II.

L

Pro-

tio exhibebitur tomo tertio; hic satis est exemplum a re simili, & frequentissima desumptum.

1 Nihil, magis confirmat hanc Mairanii sententiam, quam mirus quidam consensus frequentæ, vel raritatis hujusce phænomeni cum iis temporibus, quæ juxta ejus theoriam maxime favent, vel obsunt eadem phænomeno. Rem accuratius exhibebimus in supplementis excerptam ex egregio ipsius volumine.

Primo quidem ostendit ipse Mairanius Auroram Borealem quibusdam sæculis fuisse admodum fre-

quentem, nam omnia illa Veterum spectra, cum Cælum ardere crederent, & prætorum simulacra videre sibi viderentur exterriti, censebatur est; Auroras Boreales extitisse; at iisdem temporibus invenit frequentia etiam vestigia luminis zodiacalis visi, & nobis proditi sub specie ingentis rhombi, vel immanis lanceæ, & enumerat plures vices regressuum utriusque phænomeni, quæ conjunctio illud suadet, ab eadem pendere causa communi, majore nimirum solaris ætmosphæræ extensione, ac densitate.

Prodigant, modo crebra, sui que feracia longe.
 Ergo si repetas ea prodigialia volvens
 Tempora, quam docui, lucis quoque signa notabis
 Tunc quædam per Solis iter conspecta, suasque 1540
 Effudit sic comas Phœbum magis orbe sub illo.
 Præterea tria sunt, quæ propter quolibet anno
 Res redeunt faciles luci, adversæve Boreæ:
 Nimirum Soli accedens, seu Terra recedens,
 Ipsaque hyperboreæ regio telluris ad auras 1545
 Conversa has Solis densas mage, vel mage raras,
 Postremo Terræ polus idem, aut obuius auris
 Incurrens, fulcansque mare illud, ut ærea prora,
 Aut retro incursum absistens, velut ultima puppis.
 Quod primum est, Terræ non æquo pendet ab orbe, 1550
 Annua quo Solem cingit; quod deinde secundum,
 Obliquo a positu deprendes Solis ad orbem
 Terræ magnum; nec enim protenditur aer
 Ex omni circum phœbeus parte, sed ipsum
 Trajicit obliqua Tellus regione meando, 1555
 Bis ternis conversa polum nunc mensibus istum
 Ipsius in faciem, totidem nunc mensibus illum.
 Demum, quod superest discriminis, axis ab ipso
 Exoritur flexu terrestris, quo secat orbem
 Annua Terra terens magnum; nempe annuus iste 1560
 Si gemina Terræ cursus sit parte retextus,
 Una per æquantem pars orbem recta feretur,
 Quæ celerare facit motum, aut tardare diurnum,
 Vique auget, minuitve illam, quæ projicit hinc, atque
 Illinc in geminam regionem utrinque polorum 1565
 Hanc

I Deinde considerat tria anni
 tempora, quæ maximè favent Au-
 roræ Boreali, dum iis opposita ei-
 dem contraria sunt. Sunt autem
 cum Terra ob orbis annui ellipti-
 citatem est Soli propior in Perihe-
 lio, vel contra ab eo remotior in
 Aphelio: cum noster Borealis polus
 obvertitur versus æquatorem at-
 mosphæræ solaris, sive versus me-
 diam lentis crassitudinem, quæ, uti
 diximus, obliquo positu Terram

excipit, fere nunquam accuratè ipsi
 Telluri obversa, vel cum e contra-
 rio Borealis polus spectat partes ip-
 sius lentis extrimas: cum in motu
 annuo, quo Terra partim movetur
 secundum directionem æquatoris
 terrestris, accelerato tantummo-
 do per hunc motum, vel retardato
 diurno motu, partim secundum di-
 rectionem axis ejusdem æquatoris,
 ob obliquitatem nimirum Ecclipti-
 cæ, noster polus in hoc secundo
 motu

Hanc alienigenam phæbeæ lampadis auram :
 Altera pars cursûs Terram protrudit in illo
 Ætherio pelago, per ut undas truditur alnus .
 Ergo tempora , queis aptæ , facilesque per annum
 Res , genus hoc , unâ coeunt , & mutua jungunt 1570
 Auxilia , invenies magis illa splendida luce
 Sithonia , tantoque magis , quo fortior inde
 Adveniet caulæ vis , & numerosior unâ .
 Quæ cum convenient , quantumlibet aucta , minuta ,
 Et variata modis multis , mutataque rebus , 1575
 Vero quis dubitet conjungi ea denique nexu ?
 Nobis Sequanicis quæ prodidit omnia ab oris
 Mæranus Sophiæ cultor , verique minister ,
 Ingeniique sui fulgenti lumine claram
 Extulit , ut cunctas per gentes nota clueret , 1580
 Auroram : cui vix olim nomenque , locisque
 Constiterat , nunc est ortus , patefactaque causâ ,
 Nunc nihil ambiguum in rara , aut mirabile luce est ;
 Ille ut proinde queat (fileat licet invida Fama
 Cætera , quæ sæclis longè noscenda futuris 1585
 Transmisit) censeri inter memoranda Virorum
 Nomina , Naturæ qui fuerunt pandere claustra
 Ærea , nec victi rerum atra nocte recedunt .
 Hac ¹ tibi subjuncta Borealis origine lucis ,
 Et spatio , quo se tollit celsissima , quo tu 1590
 Millia pertingas post septingenta superne
 Accumulata ; nimis non hos excedere fines
 Aera cognosces nostrum , at solaribus auris
 Finiri circum , atque inducto ut parjete claudi .

L 2

Pro-

motu præcedit , ut prora quædam ,
 & veluti spumam agit in ipsa so-
 lari atmosphæra , vel e contrario
 consequitur polum oppositum , ut
 puppis .

Consultendo autem historiam Au-
 roræ Borealis , & catalogos pluri-
 marum observationum inter se con-
 ferendo , in quibus nimirum fortui-
 tæ combinationes ob ingentem nu-
 merum se mutuo elidunt ; semper
 inveniuntur plures Auroræ Boreales

mensibus faventibus , quam oppo-
 sitis , atque id in constanti qua-
 dam ratione , & quidem eo ma-
 jore , quo tempora assumuntur pro-
 piora momento maxime faventi ;
 qui admirabilis sanè consensus sen-
 tentiam mirum in modum confir-
 mat .

1 Cum Auroræ Boreales ad 600 ,
 vel 700 , & ad summum 800 mil-
 liaria assurgant , inde Noster de-
 ducit , atmosphæram terrestrem

non

Progressus pariter, quo tenuior usque fit aer 1595
 Surgendo, sicut sub eodem limite debet.
 Quantum & compressus foret aer hic prope, si nil
 Officeret semper sursum ulteriora petenti;
 Tantum comprimitur revera, ponderis ejus
 Phœbeo supplente vices super adveniente 1600
 Aere, & usque magis dilatari impediente.
 Sic intra clausum thalami penetrabile videmus
 Aera compressum nihilo minus esse, superno
 Non interrupto quam si aere continetur;
 Nam retinet fornix, quantum retineret id ipsum 1605
 Aeris aggesti pondus super accumulatum.
 Non nostri perstant fines tamen aeris idem
 Ad Solem mutante situs Tellure, modo ipsa
 Nam Soli propior, modo contra abductior extat,
 Et nunc densacis magis illius innatat auris, 1610
 Nunc magis laxatis; proin & sua densior illic,
 Et compressior est, hic contra rarior aura,
 Et sublimior est eadem, mutataque semper.
 Progressus ¹ quin ille prius turbetur in auris
 Nonne opus aeriis, quam summi limitis oras 1615
 Contigerit scandens? nonne impellantur utrinque
 Mutua contiguæ, diversoque ordine motæ,
 Semper & extremis pugnent in finibus auræ?
 Nam qua non multo est solaris densior aer
 Aere terrestri, tardari debet, & a se 1620
 Discerpi victus multis in partibus, atque
 Commisceri alii, diversaque jura subire,
 Telluremque sequi, & leges turbare receptas.

Quod

non assurgere longe ultra eum terminum cum ea progressionem densitatis, quam statuimus, respondente ponderi comprimenti, sed finiri conclusam ipsa solari atmosphæra, ut in cubiculo ea lex usque ad fornixem pertingit, nec intra ipsum continuatur, eo supplente vim, quæ a superiore pondere haberetur. Addit & illud, cum Terra jam Soli propior sit, jam ab eo remotior, ac ipsa solaris atmosphæra jam contrahatur, jam dilatetur; atmosphæ-

ra terrestris constantem mensuram non habet, sed mutatur, prout ab ejus densiore, vel tenuiore parte comprimitur, & terminatur.

¹ Accedit & illud, progressionem propositam pro densitate atmosphæra terrestris debere turbari plurimum etiam ante, quam deveniatur ad atmosphæram solarem, prope quam omnia perturbari debent, & ob utriusque motum ingens alterius pars cum altera commisceri.

Quod ¹ superest, quoniam varie facit aera densum,
 Ut docui, gravitas, ab ea quoque manet, oportet, 1625
 Mobilitas, qua se resonans fluida aura propagat.
 Ergo auras facili se mobilitate cientes,
 Seque propagantes fluctu non simplice circum,
 Unde suus gemina sensus fit in aure, sequamur
 Mente agili, nam non oculis ea pervia vis est. 1630
 Aura sonum circum fundit, cum nempe frementi
 Concutitur motu, trepidatque reciprocus aer,
 Cujus particulæ, quibus est vis indita sese
 Compræssis dilatandi, in spatia ærta premuntur,
 Inque vicem saliant, expandunturque repulsæ, 1635
 Et mediis velut unda frequens se suscitât auris.
 At solet unda fluens sese ulteriora propagare
 In loca, demittens partem, quæ se altius ante
 Intulerat, tollensque profundam, quæque quæta
 Ante fuit; moti pulsus sic aeris ultra 1640
 Extenduntur, ubi constrictæ dissiluerunt
 Particulæ, in spatiumque breve adduxere patentes,
 Inmotasque alias prius, exteriusque locatas.
 His vicibus, veluti vibratur pendula virga,
 Nexibus inter se vibratur particularum 1645
 Sic aer variis, & itus, reditusque repente
 Multiplices peragit, finesque extendit eundo.
 At quæ mobilitas vibrantum particularum est?
 Quo ve modo fluit ex ipsa gravitate? profecto
 Pendet mobilitas auræ a corpore denso 1650
 Scilicet, & sese dilatandi, exque plicandi
 Nisibus assiduis: hoc porro pendet utrumque

L 3

Desu-

1 Pauca hîc de sono attingit, qui
 oritur a vibratorio motu particu-
 larum aeris, & pendet ab ipsa ejus
 compressione, & expansiva vi indu-
 cta a pondere superincumbente,
 adeoque pertinet ad argumentum
 illud de aeris gravitate, & densitate,
 ex qua ad atmosphæram sola-
 rem, quæ terrestrem terminat, &
 ad Auroras Boreales inde ortas di-
 verteramus. Ut undæ nascuntur in
 aqua dempro æquilibrio, descen-

dentibus nimirum particulis, quæ
 ascenderant, & cogentibus ascen-
 dere tam eas, quæ descenderant,
 quam sibi proximas, quæ quiesce-
 bant, atque id per multas vices,
 propagatis eo pacto undis ipsis; sic
 particulæ aeris, quæ percussæ ad se
 invicem accellerant, vel recesserant
 a se invicem ditto: ab ea posi-
 tione, quam requirit æquilibrium
 virium elasticarum ad earum sin-
 gulas pertinentium, oscillant per
 vices,

Desuper incumbente aurarum a pondere; quare
 Mobilitas etiam; proinde a gravitate recepat
 Vires ipsa suas. Numeris efferre retectam 1655
 Hinc liceat; siquidem postquam cognoveris, aer
 Quantum densus is est, ejus si æquare frementis
 Pondus comperias argenti pondera vivi,
 Quod se ad bisdenos digitos, septemque per altum
 Eduxit vitri tubulum; prope mille videbis 1660
 Ire pedes sonitus aurarum tempore perquam
 Exiguo, quod nimirum pars una sit horæ
 In decies senas partes divisæ; iterumque
 In decies pariter senas pro qualibet illa.
 Atque hoc a vario tentamine constabiliri 1665
 Percipies, si fors ire in tentamina rerum,
 Vel, genus hoc, cognosse aliis tentata libebit.
 His¹ a principiis sonitus ad cætera defer
 Månera te, cunctosque aurarum conjice motus
 Vocales; rapiunt memet majora, viamque 1670
 Difficilem ostendunt; intenta percipe mente
 Tu tamen, & durum tecum partire laborem
 Me sine, verba cadant ne si irrita, protinus artem
 Cauferis nostram, nec idonea carmina damnes,
 Cum tu non eadem, qua polles, mente sagaci 1675
 Excipias, subeasque animo vigilante, tuaque
 Proin pereat culpa nostris vis indita dictis.
 Sic pila non dextræ mittentis, at excipientis
 Sæpe errore cadit, socio transmittere Lusor
 Nimirum debet jactu longove, brevive, 1680
 Novit ut ille brevi spatio, aut colludere longo,
 Excipere atque oculis illic, manibusque cadentem.
 At licet audaci jam tum transmittere jactu,

Cum

vices, & oscillationem propagant. Celeritarem propagationis Newtonus, quem hic Nolter sequitur, investigavit Principiorum lib. 2; & assumpto pondere aeris, quod barometrum indicat, ac ipsius aeris densitate, quam experimenta ostendunt plura, invenit per mille circiter pedes progredi sonum singulis minutis secundis temporis, qua de

re dicemus aliquid in Supplementis. 1 A sono pertinente ad gravitatem Terræ addensantem atmosphæram Terræ ipsius consensurus ad nonnulla, quæ Planetas respiciunt a gravitare generali deducta, attentum lectorem jure exquirat, quem ad ardua magis præparat amœniore episodio.

Cum contra expectat facilis manus, exque pedita,
 Quæque repercutiens, quacumque ea parte volarit, 1685
 Audaci pariter jactu, longeque remittat.
 Expertum sic cum nostris rationibus esse
 Te rear, atque agili posse undique mente subire,
 Effice, ne prorsus temeraria nostra videri
 Ars queat, & vano contendere ad ardua nisu; 1690
 Quas pöte, majores proin exere pectore vires.

Ergo ¹ etiam hïc Terris Cælum conscende relictis,
 Et nunc hæc, desultor uti, nunc illa repente
 Mecum sidera adi, præsertim errantia lustra;
 Contemplator ibi in multis quid rebus agatur 1695
 A gravitate, per ætherias quæ funditur oras.
 Primò materies fulgenti Solis in astro
 Quam sit densa, Jovisque etiam, Terræque videndum in
 Corpore, Saturnique, quibus parere videmus
 Altra alia inflexis medios obeuntia gyris. 1700

Proin ² si diversis obeantur corpora circum
 Corporibus diversa, opus est cognoscere quæque
 Et spatia a medio, & volventum mobilitates,
 Tempora nimirum, quibus unus clauditur orbis;
 His etenim a rebus videas constare duabus 1705
 Vires; a medio nam debent tractibus istæ
 Respondere suis, repetitis & semel in se
 Temporibus, versa verùm ratione relatis.
 At si æquare velis sese inter mutuâ tractus,
 Tum vires varias, quæ volvunt corpora in orbes, 1710
 Insuper ad tractus debes expendere, sed qui
 Sint semel in sese repetiti. Proinde necesse est
 Tum quoque corporum item circa se versa trahentum
 Corpora materies, quæ viribus æquiparari

L 4

Jam

¹ Argumentum proponit eorum, ad quæ transitum facit, acturus de massis, & densitatibus Planetarum quorundam inter se comparandis, nimirum iis, quæ habentur in Sole, Terra, Jove, Saturno, quorum massæ per theoriam gravitatis admodum facile inter se comparantur, & ope massarum, ac apparentium magnitudinum etiam den-

sitates. Id jam olim Newtonus præstitit Principiorum lib. 3.

² Tradit ipsam investigationis methodum. Si circa quædam corpora gyrent alia, datis orbium radiis, & periodicis temporibus facile invenitur ratio inter vires, quibus ibi hæc trahuntur in illa; nam sunt directè, ut distantia, & reciproçè, ut quadrata illorum temporum

rum

Jam queat æquales ad tractus nempe relatis, 1715
 Materies, inquam, duplici hac ratione putetur,
 Quæ ratio constet repetitis tractibus in se
 Et semel, & rursus repetitis, at semel ipsis
 Temporibus, sed quæ inverso sint ordine nexa.
 Jam cum Solem obeant medium Titania circum 1720
 Astra, Jovemque sui Comites, ut Delia Terram,
 Saturnumque sui, cumque horum & tempora consent,
 Et spatia; ad vires cujusvis, materiemque
 Exin pervenies, &, quæ discrimina, nosces.
 Tum vero moles astrorum inquire, quod ipsis 1725
 A spatiis Terra distantum pendet, & auctu,
 Quo nostris extendi oculis servata videntur.
 Materia porro percepta, & mole vagantium
 Astrorum, invenies, ea tum quam densa vicissim
 Consent; materies queis major namque, minorque 1730
 Est moles, mage densa aliis sunt, raraque contra
 Sunt mage, materies quibus est minor, amplior auctus.
 A Terra jam si ponas confurgere Solem,
 Undecies¹ Terræ quantum axes mille profundæ
 Metirentur (uti ponunt, qui cætera tentant 1735
 Eruere intervalla illinc), hac arte videbis
 Majorem mille, & biscentum partibus esse
 Materiem Soli prope, quam tibi magne Deorum
 Juppiter, & plus quam tibi corpore cedere Patrem
 Dimidio; tenuis vel ab hoc quam Terra recessit! 1740
 Victa

rum simul; id facile deducitur ex
 iis, quæ de vi centrifuga diximus in
 supplementis tomo primo, ut hic
 itidem patebit in supplementis, ad
 hunc locum: si reducenda fuerit vis
 secundi corporis ad distantiam per-
 tinentem ad primum, oportebit ite-
 rum assumere rationem quadrati
 distantie pertinentis ad primum
 corpus ad quadratum distantie per-
 tinentis ad secundum, adeoque vi-
 res redactæ ad eandem distantiam
 erunt in ratione composita ex dire-
 cta triplicata distantiarum, quas
 habent corpora gyntia ab iis,
 circa quæ gyraunt, & reciproca du-

plicata temporum, in qua eadem
 ratione sunt & massæ trahentes.

Cum igitur Sol habeat circa se
 Planetas primarios, Saturnus, &
 Juppiter suos Satellites, Terra Lu-
 nam, assumptis eorum distantiiis,
 & temporibus periodicis habetur
 ratio massarum.

Porro densitates sunt, ut massæ
 divisæ per moles, & moles defi-
 niuntur ab Astronomis per diame-
 tros apparentes, & distantias. Hinc
 facile est & densitarum rationem
 determinare.

¹ Exhibet hic rationem massa-
 rum, & densitarum, quæ prove-
 niunt

Viſa quater centum prope partibus . Inde repertis
Molibus , accedes ad corpora denſa ; decemque
Quos , genus hoc , numeros Phœbus , prope Juppiter octo,
Sex Saturnus habebit ; at his præſtare repertum
Tellurem , quoniam eſt decies compaſta quaternis . 1745

Illis ¹ præterea poſſis in quattuor aſtris
Noſcere , quæ conſtet facie in cujuſque ſuperna
Quælibet inter ſe gravitas collata viciffim ;
Namque ea materiæ bene congruit , & repetitis
In ſefe a medio ſpatiis , aſt ordine verſo . 1750

Quapropter facie in Solis ſi vis gravitatis
Mille ferat partes , decies feret in Jove partes
Octonas , decies Saturno quinque , quaternas
Sortita & decies prope Terra eſt , hic ubi noſter
Afficitur ſenſus , Telluremque excipit aer . 1755

Ne ² vereare tibi ſecreta his prodita Divum ,
Viribus & quantis , & quanto corpore conſtent
Scilicet . Idcirco ſubeundæ num mihi pœnæ ,
Concilio admiſſus Divum quas garrulus olim
Dicitur in ſtygiis perſolvere Tantalus umbris , 1760

Dum limphas inhians , & poma fugacia captat
Nequidquam ? num propterea ne numine lævo
Aſpiciat me Saturnus , neu Juppiter a me
Avertat , placidos quanquam , inclementior ignes ,
Formidem ? morer anne tuos rubicunde furores 1765

Mars-

niant in iis quatuor corporibus , poſita diſtancia Solis a Terra 11 milium diametrorum terreſtrium , quæ circiter reſpondet parallaxi ſecundorum 10 , expreſſam craſſioribus numeris : Solis maſſam eſſe 1200 partibus majorem maſſa Jovis , hujus maſſam eſſe circiter dupli maſſæ Saturni , hunc autem quadringentis partibus eſſe majorem ipſa Terra in immenſum exigua : denſitates autem eorundem eſſe ut 10, 8, 6, 40 . De his omnibus accuratius in ſupplementis .

1 Inde facile affirmat erui poſſe & rationem gravitatis in ſingulorum eorundem Planetarum ſuperficie . Ea nimirum debet eſſe , ut

maſſa diviſa per quadratum diſtantiæ a centro , quibus idcirco datis darur . Exprimat eandem Noſter craſſioribus numeris , & affirmat eſſe ut 1000, 80, 50, 40 .

2 Poſt breve poëticum epiſodium illud monet Martis , Venenis , & Mercurii maſſam determinari non poſſe , cum Satellites circa ſe nullos habeant ; definiri tantummodo eorum molem per Aſtronomicas obſervationes , quæ cum multo minori ſit mole Jovis , & Saturni , ac horum maſſa ſit exigua reſpectu maſſæ Solis , addit , eſſe admodum credibile , multo magis exigua eſſe & illorum maſſam reſpectu Solis ipſius .

Marſque, Venusque tuos, polluto qualis amore. es?
 Veſtra etiam jam ſiqua via ad ſecreta daretur,
 Tentarem vel Lemniacis comprehendere vinclis;
 Nec clam adeo nobis furtive Caducifer ires.

Scilicet illa aliis incerta errantibus aſtris 1770

Omnia ſunt; aditus nondum illuc ſtant patefacti,
 Quippe carent ſamulis Dominos prodentibus: horum
 Depreſſæ tantum ſunt moles, utpote pendent
 Quæ ſpatio a ſervantum, & viſæ molis ab auctu.
 Haud tamen idcirco eſt, nequeas ut credere, Terræ 1775
 Cum nimium ad Solem ſit, Saturnique, Joviſque
 Parvula materies, Veneris, Martiſque quoque eſſe
 Fors magis exiguam, multo illis quippe minorum.

Hinc¹ facile efficies, prope libræ examine poſſis
 Ut Solem hinc, illinc errantia ſidera cuncta 1780

Pendere, non longe ſecus, ac quæ parva movemus
 later nos facili molimine corpora; eorum
 A ſpatiis inquirentes, & pondere noto,
 Quo commune loco medium gravitatis ineſſe
 Debeat, & quantum de corpore quoque recedat. 1785

Ergo age, finge animo, quod fors vix accidat unquam,
 Cuncta tamen finge aſtra ſimul, quæcumque vagantur,
 Deſlexiſſe latus phæbeæ ad lampadis unum;
 Solis tum medium medio gravitatis ab ipſo
 Diſtabit paulum puncto, nam major ibidem 1790

Quanto eſt materies, tanto hoc vicinius olli eſt;
 Nec turbet quidquam, medium dicantur obire
 Quin Solem, in mediumque ſuis contendere circum
 Flexibus errantes intra vacuum æthera Stellæ.

Tam

1 Inde gradum facit ad centrum commune gravitatis Planetarum omnium, quod, datis maſſis, & poſitionibus ipſorum, facile determinatur accuratè. Illud autem unum in genere affirmat, Solis centrum diſtare parum admodum a centro communi gravitatis Planetarum omnium etiam pro caſu, rariffimo illo quidem, quo omnes Planetæ jaceant ad eandem Cæli plagam reſpectu Solis; cum nimirum maſſæ majori debeat eſſe propius, cæte-

ris paribus in eadem ratione maſſarum, & ſumma omnium maſſarum ſit exigua reſpectu maſſæ Solis, & quidem invenitur ejuſmodi diſtãtia minor una ſolari diametro. Deducit inde parum inter ſe differre hæc duo, Planetas gyrare circa Solem, vel circa commune gravitatis centrum: eſt tamen diſcrimen in eo non inſenſibile, & ex ea diſtãtia aberrationes non inſenſibiles oriuntur in motibus Planetarum.

LIBER QUINTUS

171

Tam¹ tenui pariter deprensos mole Cometas

1795

Scire licet, vix ut Solem deducere possint,

Et, commune quod est, medium gravitatis ab ipso

Vix distet Solis medio, nisi forsitan horum

Orbis in immensas nimium cum ducitur oras,

Cumque una constant tam multi e parte recessu 1800

Illo in longinquo, simul addita materiali

Materia ut faciat longe discedere punctum

Id, commune quod est, medio de corpore Solis.

Parvula sic quanquam, quæ nec lassare ferentes

Forte queant digitos, longe procul addita vecti 1805

Ingentes possint convertere pondera moles

Oppositas, montesque etiam, Terramque movere.

Jam² si, quidquid agant immenso sidera tractu

Edita, fixa velut quæ Cæli in fornice constant,

Negligere ipse velis, nihil inde ut turbet, oportet 1810

Commune hoc Solisque, Cometarumque, vagantumque

Astrorum punctum, fixum, immotumque vel esse

Constituas semper, vel, si moveatur, eadem

Usque via recta, & cursu sibi labier æquo;

Scilicet ut vera, cum de communis agebam 1815

Puncti natura medii, ratione probavi.

Jam quoniam positus sese inter semper eisdem

Hærentes Cælo conservant undique Stellæ

In speciem, punctum id dicendum est stare quietum

In speciem; nam si moveatur tramite recto 1820

Perpetuùm, Cæli nos partem semper ad unam

Accedamus, & hic sentiri sæcula post tot

Accessus, si longa queat, confusa tuamur,

Quæ

1 Nec Cometas, ait, multum turbare locum centri communis gravitatis Planetarum, & Solis, cum ipsi sunt perquam exigui; nisi forte cum in immensum recedant, id præstent, & potissimum si multi recedant ad eandem Cæli plagam; ac utitur opportuno sanè exemplo vectis, in quo vel digito ad ingentem distantiam applicato, ingens pondus attollitur. Revera unicus etiam Cometa si satis longe rece-

dat, potest inducere non exiguam distantiam centri ejusdem a centro communi Planetarum, & Cometarum: sed orbitæ Cometarum, qui nobis sunt noti, quaquaversus dispersæ sunt ita, ut aliæ aliarum effectum elidant in ordine ad ejusmodi recessum.

2 Centrum commune gravitatis Planetarum, & Cometarum, affirmat, ne a Fixis quidem ad sensum turbari, dispersis nimirum circum-

Quæ modo fixa, locis inter se sidera versis,
 Multa magis, quam sint, vicina, remotaque multa, 1825
 Vanescentia multa, nova exorientia multa.

Hoc ¹ medium circa punctum commune necesse est
 Corpora cuncta, quibus nempe est commune, moveri
 Perpetuò, & nullo capere ullam tempore pausam
 Possè; etenim vires, sese quibus inter aguntur, 1830
 Vel si alio quovis starent expertia motu,
 Mutua pulsarent, & in illud cuncta cierent.
 Si nunc vel nullos confingimus esse Cometas,
 Cætera vel turbare nihil, quia forte tributi
 Æque sunt circum, atque æquali momine pollent, 1835
 Sol minimo motu circa commune feretur
 Id medium; circa sed Solem cætera turba
 Astrorum, non, ut positum, superaue receptum est,
 Signabit primas coni de segmine formas,
 Verum longe alias implexas, inque peditas, 1840
 Compositasque; etenim quas Sol, & quodlibet astrum
 Efficerent singillatim, commune obeundo
 Usque sibi punctum, coni de segmine formas,
 Perturbant aliæ hinc vires, atque inde aliorum,
 Difficileisque alios texunt, variosque meatus: 1845
 Hoc certe exiguum est discrimen tempore parvo,
 Crescit labente, & diuturno tempore magnum est.

Pro-

cumquaque, & quidem ad imma-
 nes distantias. Quamobrem id ip-
 sum juxta ea, quæ de centro gra-
 vitatis massæ nullis externis viribus
 agitata dictum est lib. 3. ad versum
 2646, vel debet quiescere, vel mo-
 veri uniformiter in directum. Non
 moveri uniformiter in directum, vi-
 deret erui ex eo, quod omnes Fixæ
 eandem post tot sæcula ad sensum
 distantiam ad se invicem, & posi-
 tionem tueantur, quod non acci-
 deret, si ad qualdam perpetuo ac-
 cederet nostrum systema, & ab aliis
 recederet.

Hæc quidem rite procedunt de
 nostra positione respectu Fixarum,
 saltem ad excludendum ingentem

motum respectivum; ac nulla ra-
 tione philosophica evinci posse ar-
 bitror, non esse aggregatum ipsum
 omnium, quæ nos videre possū-
 mus, particulam perquam exiguam
 Mundi majoris, in quo ea tota
 communes alios, & parallelos ad
 sensum suorum punctorum motus
 habeat quoscumque.

1 Neglecta actione Fixarum, &
 Cometarum, quæ ob oppositionem
 se elidant, haberi posse, affirmat,
 centrum commune gravitatis Plan-
 etarum omnium, & Cometarum
 pro immobili, sed nullum corpus
 totius systematis quiescere, motis
 nimirum omnibus per gravitatis
 actionem, & velocitates præceden-
 tes,

Propterea tabulæ, queis Cæli condimus astra,
 Et leges servamus, in annos sæpe recudi
 Exposcunt longos (aliter non vera profantur); 1850
 Illi dum numeris adeantur scilicet orbes
 Difficiles, curvæque viæ flectantur, uti sunt,
 Corpora quas varie varias projecta per oras
 Conficiunt, dum se retrahuntque, trahuntque vicissim.

Verum¹ has scire vias, atque omnes noscere flexus 1855

Tam varios, ortos rerum a gravitate vicissim,
 Humanæ positum est vim supra mentis, & ultra
 Obtutus animi, saltem majoribus ipsi
 Auxiliis donec firmemur, ut aucta potestas
 Mentis, & inventrix animi vis illa sagaci 1860

Excutiat motu, &, modo quæ sunt invia, lustret.
 Jam nunc, quidquid in his est artis opisque, teraci
 Obruitur rerum numero, dum viscera tentat
 Intima, multiplicique opera, longaque laborat,
 Quamque suo nequeat cunctam comprehendere textu. 1865

Corpora terna etiam, quæ se ad se mutua ducunt,
 Ducunturque, ubi rem generatim expendere cæptes,
 Nodus non simplex & inextricabilis ambit,
 Præsertim res ad privas cum venefis inde.

Unum ex his longe si vincat cætera corpus 1870

Mole sua, veluti Terram Sol, & famulantem

Tellu-

tes, quæ etiam si nullæ essent, adhuc tamen gravitatis vi moverentur omnia, & tenderent ad se invicem unienda in ipsò communi gravitatis centro. Verum ob projectiones habitas, & celeritates jam acquisitas Solem circa ipsum id centrum, ut sibi proximum, moveri motu exiguo, Planetas autem cæteros, nec circa Solem, nec circa ipsum debere describere accuratas ellipses, sed alias curvas admodum implexas, & sublimes, quæ tamen ab ellipsis non multum distent, uti vidimus. Hinc oriri perturbaciones illas, quæ exiguo tempore exiguæ, post longum tempus collectæ exerceant in majorem

summam, & Astronomicas tabulas turbent; ut idcirco eadem identidem corrigendæ sint, nec haberi possint satis accuratæ; donec illæ ipsæ orbitæ, quæ debentur Planetis omnibus, ex omnium actione mutua in se invicem definiantur.

1 Problema hujusmodi, determinandi orbitas plurium corporum, vel quorumcumque, vel saltem numerò 17, quot sunt Planetæ Primarii, & Secundarii, affirmat excedere vires humanæ mentis, saltem donec alia sibi præsidia non comparet; uti quæ ante calculum integrale cognitum fuerant insolubilia, nunc demum solvuntur admodum facile. Ipsum, quod ali

Telluri vincit Lunam, venietur ad ipsos
Implexos Lunæ motus, solvique tenaces.

Monstrum¹ aliquod Tellus olim cum vasta tulisset,
Arcadiumve suem, Nemeæve leonis hiatum, 1875
Hydram aut multiplici vallatam pette, bifformes
Tauros, Harpyas, Pythónaque, Geryonemque,
Fama est exciri solitos Heroas in arma,
Insuetique ingens belli tentasse periculum,
Ut bene mortali possent de stirpe mereri; 1880
Multos at ferro projecto sæpe tulisse
Vix sua membra domum exundantia sanguine multo,
Et laceros artus, difractaque sæviter ossa;
At contra horrendo, atque infirmi corpore nulli
Hærebant ictus, discussaque tela cadebant. 1885
Arte nova nova monstra ollis subigenda fuere.
Jam quoniam pugnas post Herculis, Æacidæque,
Et magicos quibus arma ferunt fabricata per usus,
Aut riguisse feris Cyclopum pulsa lacertis,
Omnia sunt terris late portenta perempta, 1890
Vel vasti tantum montes, terræque remotæ
Hoc terrore scatent, ut nos vitare queamus,
Est alio conversa Virorum illa inclyta virtus,
Et diversus agit flagrantia pectora fervor;
Contendunt mentis nunc viribus, atque procellas, 1895
Ventorumque domos, adeuntque tonantia magni

Regna

bi etiam diximus, trium corporum se attrahentium systema nodos adhuc habet inextricabiles, si non generalem quandam expressionem querimus, sed *res privas*, nimirum singulares determinationes, quæ calculis determinate ineundis sufficient. Si eo deveniatur, ut saltem solvatur id problema pro casu, in quo unum corpus sit longe maximum, ac reliqua duo minora ad ingentem sita sint distantiam ab illo, exiguam a se invicem; habebitur theoria Lunæ perfecta, quod hic Nolter proponit, ut ad ipsam Newtonianam Lunæ theoriam gradum faciat.

1 Episodio amœniore præparat Lectorem ad asperiora, quæ consequentur de Lunæ theoria, in qua, cæteris, quæ ad Primarios Planetas pertinent, multo facilius, factis proximè definitis, Astronomi ad ea, quæ observantur, determinanda, diu incassum laborarunt. Newtonus eo per theoriam suam accessit multo propius, quam ulli ante ipsum Philosophi, sed nec ipse theoriam omnem satis periecit. In eam inquisitum est plurimum postremis hæcæ annis a primis nostri ævi Geometris, Eulero, D' Alamberto, Clerautio in primis, & quidem tabulæ mole-

stilimæ

Regna Jovis, Martemque domant, pennisque fugacem
 Mercurium arripiunt, te Phœbe Sagittifer alto
 Audaces curru spoliant, adimuntque jugales.
 Sola triformis adhuc hominum Dea vincula recusat, 1900
 Vertit se in formas varias, varioque meatu,
 Multiplicique via multorum elabitur arti.
 Illi, de capta veluti, persæpe triumphes
 Concinuere, sed est tenui sublapsa volatu
 Lubrica; cumque novam jaclanti voce vocassent 1905
 Ad prædam socios, nusquam præda illa reperta est;
 Tantùm fixa pedum levium vestigia quædam;
 Illisque recessere. Iritata sed istis
 Plus acuit virtus sese, atque audentior urget
 Magnū opus. Haud longum fors, auguror, arte latendi, 1910
 Obstandique tua lætabere, Diva triformis;
 Est qui te nimium latebrosa indagine cinxit,
 Arstavitque tuos fines, intraque coegit
 Cedere sollicitam, jamjamque extrema timentem.
 Ille docet, queis tu possis tum denique vinci 1915
 Insidiis, & nuda viris impune videri.
 Ille novo obsedit monstrum insuperabile bello,
 Scribere quod mi animus festinat, tantaque cunctis
 Tot veterum Heroum gestis opponere gesta.
 Nil¹ usquam in rebus, nisi Tellus, Lunaque tantum 1920
 Si foret, exererentque suas si mutua vires

Pro

stissima illa quidem, quæ nimirum ad 60 æquationes, seu correctiones se extendunt, ab hoc postremo computata per theoriam, satis proxime accedunt ad loca observata; sed & ille multa adhuc negligere cogitur. Walmesleyus itidem theoriam Newtonianam mirum in modum exultant, promotamque edidit superiore anno Florentiæ. Ista omnia spem faciunt expugnandi olim hujusce veluti montis; sed adhuc supersunt multa ad absolutam rei perfectionem.

1. Tria hic congeruntur, quæ ad Lunaris theoriæ specimen aliquod exhibendum pertinent. Primo qui-

dem si solæ essent in immenso vacuo Terra, & Luna, quæ in se invicem gravitarent in ratione reciproca duplicata distantiarum, & projicerentur utcumque; illa quidem describerent sectiones conicas similes circa commune gravitatis centrum, vel quiescens, vel delatum motu rectilineo, & uniformi, quorum casuum primus haberetur, si binæ projectiones fierent per rectas parallelas directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ essent nullis reciproca, ut nimirum quantitates motuum impressorum, & contrariæ essent, & æquales.

Secundo, si projectionum directiones

Pro spatiis in se repetitis usque minutas,
 Et si tum oblique a recto nesciente meatu
 Projiceretur in adversas simul utraque partes,
 Protinus excurrrens atque hæc, atque illa figuras 1925
 Signaret circa punctum commune orientes
 Coni e segminibus, mediumque immobile staret
 Hoc punctum, aut rectâ motu procederet æquo
 Semper, ut a jacto nimirum corpore Terræ,
 Et Lunæ fuerint qui motus protinus orti, 1930
 Inter sese illos æquales, oppositisque,
 Sive nec oppositos fingas venisse, nec æquos.
 Præterea oppositus projectus corpora ferret
 Si rectâ a medio, jungit qui corpora, tractu,
 Primaque mobilitas si æquaret mobilitatem, 1935
 Quam motu sibi quodque æqualiter accelerato
 Ob gravitatem illam ex illa regione cadendo
 Confectum post dimidium tum denique haberent
 Commune ad punctum spatium; æquo verteret orbe
 Sese, quodque suo, punctum hoc immobile circa, 1940
 Majori, cui materies minor, orbe minori
 At contra, cui nimirum cumulator illa est.
 Jamque extra positus qui bina hæc corpora longe
 Spectaret, properans utrumque videret in orbem
 Ire suos; at qui supra consisteret horum 1945
 Alterutro, haud proprios motus sentiret, at omnes

Qui

ctiones essent perpendiculares rectæ
 jungenti illas inter se, & cum centro
 gravitatis communi, ac velocitates
 æquales illis, quæ acquirerentur
 cadendo usque ad dimidiam distantiam
 a centro communi motu uniformiter
 accelerato per vim, quam habent ibi,
 ubi sunt, describerent circulos, massa
 major minorem, & minor majorem.

Tertio, qui extra utramque situs
 earum motum contempleretur, videret
 utique suam ab utralibet describi
 orbitam; at qui in altera earum
 esset, ut nos in Terra, totum motum
 tribueret alteri, tanquam ea
 describeret orbitam cir-

ca suam globum immotum radio
 æquali summæ radiorum.

Priora duo facile deducuntur ex
 iis, quæ demonstrata sunt in supplementis
 ad lib. I. §. 18. de motibus curvilineis
 ortis viribus tendentibus ad centrum
 immotum, vel motum; nam vires, quæ
 ad alterum corpus diriguntur, diriguntur
 ad centrum gravitatis commune, in eadem
 recta existens, quæ jungit ipsa corpora:
 tertium patet ex eo, quod Spectator solum
 respectivum motum advertit, quod quidem
 hic Noster illustrat exemplo navium in
 contrariis partes tendentium in aperto
 mari; ubi, qui

in

Qui fiunt, extra corpus transferret in alterum,
 Appareret & hoc majori flexier orbe,
 Unius ut radius spatio se extenderet omni,
 Quod geminum corpus jacet inter, dimidiosque 1950
 Amborum simplex æquaret hic orbium hiatus.
 Sic geminæ tranant cum motibus æquæra puppes
 Oppositis, aliam citius properare tuetur
 Nauta, suos motus nam motibus illius addit.
 At ¹ si & projectus vis paulum obliqua veniret, 1955
 Ipsaque mobilitas esset diversa priore,
 Æqui non orbis, paulum sed ab orbibus æquis
 Distantes primo conii de segmine formæ
 Inter se similes fierent, similique locatæ
 Ordine circa ipsum punctum, commune quod extat, 1960
 Quod pariter focus orbis & hujus, & illius esset.
 Qui tum unum incoleret corpus, se crederet ipsum
 Inmotum, pariter molem & se cernere volvi
 Diceret alterius tantum, velut illius illic
 Ipse focum efficeret gyri, qui tempore eodem 1965
 Majori, quam sit revera, ducitur arcu.
 Porro ² sic positas moles, sic se inter agentes
 Mobilitate pari regionem projice in unam:
 Quid fiet? medium gravitatis progredietur
 Illuc æquali lapsu, inter corpora at idem 1970
 Respectus, prior & species servabitur omnis,

T. II.

M

Et

in una est navi, alteram censet moveri celerius attributo illi motu & illius, & suo. Sed de his hic itidem in supplementis,

¹ Addit id, quod accideret, si vel directio projectionis a perpendiculari nonnihil recederet, vel velocitas ab ea mensura, quam diximus; nimirum debere tum describi binas ellipses similes circa centrum commune gravitatis positum in utriusque foco, ita tamen, ut qui in altero globo esset, motum tribueret alteri totum, tanquam si moveretur in ellipsi prioribus simili, sed habente focum in globo suo, & omnia latera homologa æqualia summæ laterum

pertinentium ad priores ellipses.

² Progreditur, & concipit totum systema, sive utrumque corpus, dum ita circa commune gravitatis centrum gyrat, projici velocitatibus æqualibus & directionibus parallelis: eo casu centrum quidem gravitatis commune moveretur uniformiter eadem directione, & celeritate, circa ipsum autem peragerentur iidem motus respectivi, ac prius; nam motus communis parallelus positionem respectivam partium nihil turbat, ut dum tota simul navis uniformiter progreditur, reliqui motus omnes intra ipsam ita fiunt, ac si ea quiesceret.

Et motum circa punctum, at velut ante, ferentur.

Nunc ¹ age, finge loco corpus consistere quovis
 Exoriens aliud, quod pertrahat, atque trahatur,
 Materiaque sua longe quod vincat utramque, 1975
 Proin faciat regione sibi constare propinqua,
 Quod gravitatis erit punctum inter corpora terna,
 Scilicet ut Sol est Terræ, Lunæque relatus,
 Tunc in idem gravitas coget defletere motu
 Punctum a directo, quod erat commune priorum, 1980
 Atque viam intorquere, & iter signare recurvum.
 Et si quod spatium est inter duo prima, minus sit
 Usque adeo spatio, quo distat tertia moles,
 Ut prope vanescat collatum, conveniatque
 Ut punctum in medium penetrans, in seque retractum; 1985
 Hoc ejus spatii punctum commune feretur
 Ternorum circa punctum, & flectetur in orbem
 Aut æquum, aut ovi similem, si, nempe quod orbis
 Ille, vel iste petat, puncti ejus jactus habebit.
 Qui stet in alterutro geminorum corpore proinde 1990
 Prospiciens longe positam, quæ tertia, molem,
 Credet eam volvi, sese orbis stare focorum
 Non æqui alterutro, media regione vel æqui:
 Revera tamen interea tum maxima moles

Con-

¹ Constituit jam tertium aliquod corpus, uti est Sol, in quod gravitent priora illa bina: tum vero ipsa cum suo communi gravitatis centro intorquebunt motum circa commune gravitatis centrum omnium trium; & si illius tertii distantia fuerit ita magna, ut distantia mutua priorum duorum respectu illius sit fere nihil, ut nimirum hæc duo considerari possint tanquam unicum exiguum corpus respectu ejus distantie; harum commune gravitatis centrum, & centrum tertii movebuntur circa commune gravitatis centrum omnium trium in ellipsis similibus, vel circulis habentibus illud punctum pro foco, vel centro communi. Et si tertium corpus fuerit ingens re-

spectu reliquorum duorum, ut est Sol respectu Lunæ, & Terræ, movebitur motu exiguo; sed qui fuerit in altero e binis prioribus globis, ut in Terra, attribuet illi utriusque motum, & censebit, illud tertium corpus moveri circa se in ellipsi, vel circulo habente focum, vel centrum in se.

Sinuabitur quidem utrumque e prioribus corporibus ob motum circa suum centrum gravitatis, jam scilicet accedens magis ad tertium, jam recedens, jam progrediens plus justo, jam minus, & ipsum commune eorum centrum non feretur accurate in ellipsi, vel circulo, ob aliquam nimirum inæqualitatem virium, quibus ea duo corpora tendent in tertium; sed ejus-

Conteret exiguus circa commune meatus	1995
Ternorum punctum, similes tamen omnia visis.	
Reveraque itidem via, quam percurrit utrumque	
E geminis, circum undanti sinuabitur arcu	
Citra, ultraque orbem, quo corpora juncta mearent,	
Commune & ritu paulum fluitabit eodem	2000
Propterea punctum amborum. Sed quid queat ista	
Turbare ad sensum serpens via, conque voluta	
Omni cum motu circum collata, viaque?	
Ille ¹ tibi motus, quo corpora bina vicissim	
Sele ea respektant, turbabitur, atque meatus,	2005
Quo punctum inter se circa commune volarent,	
Invertent formas, selesque novo ordine flectent,	
Prendier hæc sensu ut variantia possit ab illis,	
Desuper alterutro qui vitam corpore ducunt,	
De Terra incertos ut Lunæ est prendere motus.	2010
Ergo hos incertos, age, motus, nitere, certa	
Si ratione queas, & veris prendere causis.	
Ipse tuo certe ingenio confisus, & arte,	
Rebus in his longo qua mecum exercitus usu es,	
Discutere horrentes adeo caliginis umbras	2015
Connitar, tamque implexos dissolvere nodos;	
Atque hæc me temere aggressum non esse videri,	
Spero equidem, efficies; duro non parva labori	
M 2	Laus

ejusmodi aberratio erit perquam exigua respectu motus apparentis in tertio corpore, quod ob exiguam distantiam puncti, in quo est illud alterum e binis, a puncto in quo esset, si utriusque massa in unum coiret, apparebit ad sensum ibi, ubi apparet in casu hujus coalescentiæ.

Aberratio, quæ inde in apparentem motum Solis inducitur, est quidem aliqua, sed paucorum secundorum. Eam Veteres neglexerunt Astronomi, sed nunc & ipsis habetur ratio, ut in recentissimis Caillii tabulis. Spectatori in Luna posito esset multo major, ad plura nimirum assurgens minuta prima.

¹ Delabitur ad perturbationem motus respectivi binorum illorum corporum, quæ ob viciniam ipsorum sensus nequaquam effugit; & in eo sitæ sunt lunarium motuum perturbationes, ad quarum abstrusissimam, & maxime implicitam considerationem, atque evolutionem invitat Lectorem suum, non singularia ille quidem phænomena deducturus, & totam perfecturam Lunæ theoriam, quod liberum exigit justæ molis, & sublimem admodum geometriam, ac intricatissimos calculos; sed causas præcipuas exhibiturus, & ad præcipua quædam capita deducturus totum hoc argumentum.

Laus est, si nequeant grandes reprehendier aufus.

Principio¹ si vis, qua Terra, & Luna trahuntur 2020
 In Solem, foret æqua, atque æquis per loca distans
 Cuncta intervallis, quid eas turbaret euntes?
 Quippe fit, ut turbet, quia nec sunt tramite in uno
 Semper, ut obliquæ nequeant non mutua vires
 Esse, nec inter se vario non vergere flexu, 2025
 Æque nec distant a Sole, trahantur ut æque.
 Atque mage ut valeas turbantes noscere vires;
 Quæ Terram via recta, & Solis lampada nescit,
 Illa tibi Terræ gravitatem in lampada Solis,
 Fac, referat; fac deinde, in lampada Solis eandem 2030
 Quæ Lunæ est gravitas, referat via scilicet illac
 Ducta, meat qua Solem inter, Lunamque locatus
 Trames; at hoc eadem tum sit contractior, & tum
 Longior, hic contra trames cum longior, atque
 Cum brevior fuerit, quem dixi, tramite ducto 2035
 A Sole ad Terram; Lunai nam gravitatem
 Hæc referens debet via respondere viai,
 Quæ Solem est, Terramque intersita (nempe refertur
 Qua Terræ gravitas in Solem) scilicet illo
 Ordine, quo semel hæc in se repetita locato 2040
 Re-

1 Orbitur igitur hoc pacto. Si vis, qua in Solem gravitant Terra, & Luna, ageret per directiones parallelas æqualiter, motus ipsarum respectivus nihil turbaretur: sed ob ipsarum distantiam a se invicem id fieri non potest; nam ubi jacent in directum cum Sole in conjunctione, & oppositione lunari, vires ob inæqualem distantiam a Sole sunt inæquales: ubi æque ab ipso distant, altera sita ad latus respectu alterius, directiones virium sunt diversæ, convergentes nimirum ad Solem: in reliquis casibus & energia, & directio virium est diversa. Hoc discrimen turbat statum respectivum.

Ut possint cognosci partes istarum, quæ statum mutuum perturbant, oportet concipere alteram,

ut vim Lunæ, ita resolutam in duas, ut prima habeat directionem eandem, quam vis Terræ, & secunda ad illam inclinatur: & jam hæc secunda erit vis perturbatrix: præterea si illa prima non fuerit assumpta æqualis vi Terræ, oportet illam itidem resolvere in duas partes, quarum altera sit æqualis vi Terræ, & tum altera remanebit vis itidem perturbatrix. Sic autem id jubet fieri cum Newtono, sed res apposito schemate in supplementis patebit magis.

Concipiatur recta, quæ jungit centrum Terræ cum centro Solis, quæ referat gravitatem Terræ in Solem. In recta, quæ jungit centrum Lunæ cum centro Solis, accipiatur recta, quæ referat vim Lunæ in Solem; quæ tamen erit minor,

Respondet spatium clarum inter lampada Solis,
Lunaique globum in sese quoque sed repetito;
Nimirum gravitatis uti natura reposcit.

Hanc porro Lunæ gravitatem ita nempe relatam
Dissolve in geminas, quarum directa sit illuc 2045

Altera, dirigitur quo tractus, corpora nescit
Qui Lunæ, & Terræ pariter; pars altera at illuc
Contendat, quo Tellurem, Solemque meatus
Conjungens medius. Quæ vis est prima, prope æquat,
A Terra spatium est quod Lunæ, & turbat eandem, 2050

Atque auget Lunæ gravitatem in corpora Terræ:
Altera Telluri partim est communis; at hujus
Discrimen quod erit Terræ a gravitate, venire
Turbantum in partem causarum debet, idemque
Discrimen (facile ut Mensores noscere possunt) 2055

Respondet triplici spatiorum differitati,
Phœbea queis Luna a lampade, Terraque distat.

Concipere ¹ ut valeas hæc pronius, eja age, magna
Finge globi faciem, quæ Terræ transeat altæ
Per medium, mediumque sui imo in Sole recondat: 2060

Hæc facies prope plana a Terra transit ad orbem
Luniferum. Tum Luna, sui quacumque sit orbis

M 3

In

nor, vel major, quam ipsa distantia Lunæ, & etiam, quam distantia Terræ a Sole, prout ipsa distantia Lunæ fuerit e contrario major, vel minor, quam distantia Terræ a Sole, cum vires debeant esse in ratione reciproca duplicata distantiarum.

Resolvatur jam hæc vis Lunæ ita exposita in duas, quarum altera agat secundum directionem rectæ jungentis Lunam cum Terra, & altera secundum directionem rectæ tendentis a Terra ad Solem. Hujusmodi re peracta in schemate aliquo, statim admodum facile perspicitur rectam, quæ priorem exprimit partem, æquari ad sensum distantiam Lunæ a Terra; quæ vis auget semper gravitatem Lunæ in Terram, cujus legem turbat, cum varietur in ra-

tione simplici, & non in ratione reciproca duplicata distantiarum a Terra. Tum & illud facile demonstratur, rectam, quæ exprimit secundam vim, differre a distantia Terræ a Sole exprimente vim Terræ ita, ut ejus defectus, vel excessus æquetur triplo excessui, vel defectui distantiam Lunæ a Sole supra distantiam Terræ ab eodem.

¹ Ut hæc secunda pars vis perturbantis intimius cognoscatur, jubet concipi superficiem quandam ingentis sphæræ habentem Solem pro centro, & transeuntem per centrum Terræ. Si jam a Sole per Lunam agatur recta, quæ hanc ipsam superficiem trajiciat, differentia illa distantiarum erit æqualis distantiam Lunæ ab hac superficie. Igitur tripla distantia perpendicu-

In regione, velut directo a Fratre petatur
 Teli itū, faciem pariter quod transmeat illam.
 Rectū iter hoc teli, faciem est, Lunamque quod inter, 2065
 Discrimen monstrat spatiorum, Luna recedit,
 Terraque queis a Sole procul; proin virium & illud
 Discrimen, quod jam docui, deprendere possis
 Triplo ex hoc inter Lunam, faciemque meatu;
 Directumque in eam partem sit, oportet, id ipsum, 2070
 Parte in qua Luna ad faciem collata moratur:
 Nunc hoc, nunc illud sic in latus æra carinæ
 Armatæ obvertunt, ut ab hoc latere impetit hostis,
 Aut illo, sævos & oberrans dirigit ictus.
 Omni Lunigeri tractu namque orbis in illo, 2075
 Qui jacet a facie partes ad Solis, oportet,
 Luna magis vicina trahatur fortius, ipsa
 Quam Tellus; proin deserere hanc contendat, & alta
 Diffugere a facie ad Fratrem, jungique vicissim.
 Orbis at oppositum per tractum Luna recedet, 2080
 Quam Tellus, a Sole magis; minus inde trahetur
 Propterea, a Terraque relinqui invita videbit
 Tantundem, quantum procul ipsa optaret abire,
 Viribus exterius si tum raperetur ab æquis.
 Idem ¹ turbati tum fient denique motus 2085
 Quo-

dicularis Lunæ ab ejusmodi superficie exhibebit hanc secundam partem vis perturbatricis: ea autem semper dirigetur ad partes illi superficie contrarias, ad quas respectu ipsius jacet Luna ipsa. Nam ubi Luna jacebit citra ejusmodi superficiem propior Soli, quam Terra, ipsa tendet in Solem magis, quam Terra, adeoque differentia virium distrahet Lunam a Terra versus Solem; cum autem jacuerit ultra remotior, differentia eadem distrahet Terram a Luna, adeoque ad motus respectivos definientes eadem considerata in Luna distrahet ipsam Lunam a Terra, & idcirco in utroque casu tendet ad removendam Lunam ab illa superficie transeunte per centrum Terræ.

1 Concludit omnia penitus consideratione illius partis virium Terræ, & Lunæ, quæ redacta est ad eandem directionem, & magnitudinem, debere omnia peragi eodem modo, quo peragerentur, si nequaquam adesset Sol, sed Luna gyraret circa Terram, & præter vim in ratione reciproca duplicata distantiarum a Terra haberet binas vires, alteram directam in Terram, & agentem in ratione directa simplici distantiarum ab ipsa, alteram directam ad partes oppositas superficie perpendiculari rectæ, quæ Terram cum Sole jungit, & transeunti per ipsam Terram, proportionalem triplæ distantie Lunæ ab ejusmodi superficie. Revera vires perturbatrices utriusque orbitam

Quolibet in Terræ pariter, Lunæque meatu,
 Quo circa punctum raptæ commune feruntur,
 Qui fierent, immota foret si Terra, neque ullus
 Fulgeret usquam Sol, neque solas Cynthia vires
 Sentiret, spatiis in sese pro repetitis 2090
 Quæ minuuntur, at & geminas has insuper, unam
 Scilicet in Terræ directam corpus, & ipsum,
 Crescentem, ut spatium, directamque alteram in oras,
 Collata ad notam faciem quas Luna peragrat,
 Quamque æques noto, ut docui, cum triplice tractu. 2095
 Quæ superest, communis erit vis, proptereaque
 Non inter sese Lunam, Terramque meantem
 Perturbans; Terræque orbes, Lunæque vicissim
 Cætera turbati simili ratione ferentur,
 Ut nihil intersit, soli si denique Lunæ 2100
 Attribuat, ab ambarum quod motibus exit.

Turbantes ¹ geminas has Solis dicere vires
 Possumus, & Lunam proprio de tramite agentes:
 Quarum præterea quæ est altera, proderit ad res
 Non paucas velut in geminos disjungere ramos, 2105
 Nempe iterum haud simplex in bina retexere filum.
 Una igitur pars est, tractum quæ devenit illum
 Recta super, Terræ, & Lunæ qui corpora jungit;

M 4

Alte-

bitam perturbant; sed cum respectivi motus quarantur tantummodo, & orbes sint similes, possunt vires perturbatrices considerari in Sola Luna, habita Terra pro immota.

¹ Hæc duas vires vocat vires Solis perturbantes Lunam, & earum posteriorem iterum considerat resolutam in duas, quarum altera dirigatur secundum rectam, quæ tendit a Terra ad Lunam, altera secundum directionem huic rectæ perpendiculararem, & considerat hujus posterioris effectus.

Ubi Luna devenit ad illam superficiem perpendiculararem rectæ, quæ Terram cum Sole jungit; tum quidem est in altera quadratura, & ibi secunda vis perturbatrix evadit nulla, ob distantiam Lunæ ab

illa superficie nullam; ibidem autem directionem suam mutat & ipsa tota, & illa ejus resolutæ pars perpendicularis rectæ ipsam jungenti cum Terra; quæ quidem directionem mutat etiam in conjunctione, & oppositione, nimirum in Plenilunio, & Novilunio, quæ ab Astronomis dicuntur syzygiæ: Ab utraque quadratura ad proximam syzygiam ea vis accelerat motum Lunæ, & efficit, ut arearum descriptio fiat major, quam pro ratione temporum: e contrario ab utraque syzygia ad proximam quadraturam eadem vis retardat Lunæ motum. Altera vero pars hujus secundæ vis resolutæ in duas perpetuo retrahit Lunam a Terra, contraria semper directioni primæ vis perturbatricis.

Altera in hoc ipso tractu est: pars prima propellit
 Lunam in circuitum, cum transit scilicet illa, 2116
 Quam finxi, a facie (quo sunt loca, dimidiato
 Lumine queis Phœbe hinc, atque illinc clara renidet)
 Ad loca, quæ constant suprema, atque infima, fulget
 Tota quibus, vel cæca silet, conjuncta ubi Terræ
 Dicitur; acceleratque ea motum causa, suis ut, 2115
 Quam pro temporibus, major tunc area fiat,
 Et Dea quadrijugos videatur ut addere bigis;
 Ast eadem pars prima retardat circumeuntem,
 Ad latus alterutrum cum ex his jungentibus itur:
 Altera pars retrahit Terræ de corpore Lunam 2120
 Vi primæ officiens a fronte, adversaque prorsus.
 Altera ¹ vis, geminas quam nuper scidimus ipsi
 In partes, ea tota locis extinguitur illis,
 Fulget dimidia tantum queis Cynthia fronte,
 At subito redit in lucem, atque adolescit eunte 2125
 Ulterius Luna, loca dum jungentia tangat,
 In quibus illa quidem vis fiet tripla prioris,
 Sedem ubi nempe velut regni, soliumque locavit;
 Et sua crescet item pars prima, per omne sed istud
 Non spatium (paulum decedit nata parenti), 2130
 At spatium per dimidium, quod totius orbis
 Disecti pars octava est, proin dicitur Octans.
 Illic maxima fit, propriique in culmine perstat
 Imperii tantum, porro decerpitur æquo

De-

1 Hic binas vires perturbatrices inter se comparat. Secunda, quam nunc in duas resolvimus, in ipsis quadraturis est nulla, uti diximus, ob distantiam Lunæ nullam a superficie illa, quam concepimus; at dum Luna inde tendit ad syzygiam, ita crescit, ut in ipsis syzygiis evadat tripla primæ vis perturbatricis: ibi enim exponitur per triplam distantiam ab ipsa Terræ, per quam transit illa superficies, quam concepimus. Pars ejus prima illa perpendicularis rectæ jungenti Lunam cum Terra crescet utique & ipsa a quadratura ad syzygiam, sed non æque; nam cre-

scet usque ad octantem, sive ad medium locum inter quadraturam, & syzygiam; tum usque ad syzygiam decrescet; adeoque quater evanescet, in binis nimirum syzygiis, & binis quadraturis, ac quater fiet maxima in quatuor nimirum octantibus. Pars autem secunda perpetuo crescit a quadraturis ad syzygias, in quibus exadit æqualis toti, altera nimirum parte evanescente; tum usque ad novam quadraturam decrescit, bis tantum evanescens in quadraturis, & bis facta maxima in syzygiis.

Decrescens damno, atq. ima ad loca, summaque nulla est; 2135
 Altera pars vero crevit tunc, æquat & illic
 Totam vim; contraque minor, minor usque recedit
 Ad latera ipsa, quibus vanescens excidit omnis.
 Hæc¹, loca proin propter laterum, exsuperetur, oportet,
 A prima vi Solis, & unâ hæc utraque juncta 2140
 Pertrahat ad Terram Lunai corpus ibidem:
 Inde recedendo tenuari differitatem
 Hanc opus est; cumque ad quinos sit denique ventum,
 Terque gradus denos, eadem jam desinit omnis;
 Exæquatur enim vis prima, atque altera pars, quæ 2145
 Protinus incipiet jam hoc limite prætergresso
 Exsuperare aliam, tanto plus, Cynthia quanto
 Illuc accedit, quo fulget tota, latetve.
 Atque ita major ibi duplo, quæ distrahit, exit
 Vis vi, quæ Terram contra impellebat ad imam 2150
 Illuc, dimidiam quo monstrat Delia frontem;
 Sic vario hinc illinc fiunt discrimine pugnae,
 Multaque sic varia succedunt sædera parte.
 Tunc itidem ambarum contra conjuncta potestas
 A Terra retrahet Lunam; totumque per orbem 2155
 Plus est, quod retrahet, quam quod trahet, & quia major
 Est arcus, per quem retrahens agit illa potestas,
 Et quia conatus retrahendi fit quoque major.

Sed

¹ Comparat hic primam vim perturbatricem, cum illa secundæ vis prima parte, quæ ipsi primæ vi est contraria. Cum in quadraturis hæc pars sit nulla; habetur ibi tota vis prima urgens Lunam in Solem: ea post quadraturam exorta, & crescente urget Lunam in Terram sola virium differentia, quæ crescente hac parte secundæ vis decrescit; donec alicubi iis æqualibus factis differentia decrescat. Affirmat id fieri in distantia 35 graduum a quadratura. Post eum limitem jam fiet major illa pars, quæ Lunam retrahit a Terra, & excessus erit eo major, quo magis ad syzygiam acceditur,

ubi differentia virium distrahens Lunam a Terra fit duplo major, quam fuerit in quadraturis vis urgens Lunam in Terram.

Concludit autem in toto orbe Lunam in Terram jam urgeri ab his viribus conjunctis, jam distrahi per vices, sed vim, quæ Lunam a Terra distrahit, prævalere vi, quæ ipsam in Terram urget, tum quia agit per arcum majorem, tum quia ubi evadit maxima, est major: agit nimirum hæc per 35 gradus hinc, & inde a quadraturis, & illa per reliquos 55 hinc, & inde a syzygiis, & illa in syzygiis est duplo major, quam hæc in quadraturis.

Sed ¹ quid præterea faciant hæc, percipe, vires.
 Prima quidem vis, alterius parsque altera, cum sint 2160
 Directæ ad Terram, vel contra, non pote quidquam
 Immutare modos, queis area verritur æque,
 Nec celeres Lunæ multum turbare meatus;
 Quod prior alterius porro pars turbat utrumque;
 Ipsa quidem tardat motum a regione silentis 2165
 Lunai, donec quarto hæc se proferat arcu.
 Est tamen extremum minima hæc prope limitem utrumque,
 Maximaque in medio, veluti stet culmine summo;
 Deinde loco a medio simili auget pars ea motum
 Lege, prius qua carpebat, dum lumine pleno 2170
 Luna micet; rursus minuit, dum rursus aditur
 Alter ab adverso medius locus; acceleratque
 Rursum itidem, redeat dum ad nota silentia Phœbe.
 Sic clivo ex ali descendens insilit altum
 Alterius cliyum qui collis, desiliturus 2175
 Porro, & dein aliò subiturus, it impare gressu,
 Descendit celeri, tardo subit, inque pedito.
 Propterea in mediis lentissimus ille, necesse est,
 Motus utrisque locis, contraque celerrimus extet
 In summis, imisque: Sed est, ut diximus ante, 2180
 Ad

¹ Expositis, & inter se comparatis hæc binis viribus, quæ conjunctæ per compositionem, ut coalescant in unam, urgent circa quadraturas Lunam in Terram, & circa syzygias ipsam a Terra distrahunt, effectum hic persequitur tam earum; quam primæ illius partis secundæ vis. Quod attinet ad illas, cum respiciant ipsum Terræ centrum; nihil turbant descriptionem arearum æqualium, nec multum celeritatem turbant, quorum utrumque turbat plurimum, uti vidimus; prima pars secundæ perturbatricis, agens nimirum perpendiculariter ad rectam tendentem a Luna ad Terram. Hæc quidem a novilunio ad quadraturam retardat, uti vidimus, descriptionem areæ, & celeritatem; sed in ejus

arcus extremis punctis est nulla, uti vidimus, in medio maxima: eadem lege auget usque ad plenilunium, minuit usque ad alteram quadraturam, auget usque ad novilunium.

Inde infert celeritatem Lunæ fore maximam in syzygiis, & minimam in quadraturis; cumque e contrario vis Lunæ in Terram debeat esse minima in syzygiis, ubi a viribus perturbatricibus distrahitur, & maxima in quadraturis, ubi in illam urgetur; consequitur, ut etiam si ex prima projectione deberet circulum describere, debeat ob hujusmodi vires perturbatrices mutare circulum in ellipsim. Nam ubi velocitas est major, & vis in Terram minor in syzygiis, debet orbis minorem habere curvaturam;
 con•

Ad Terram gravitas minor his, & major in illis;
 Vi siquidem gravitas a prima augetur in illis
 Vanescente alia, sed in his contraria prorsus,
 Triplaque vi primæ hæc fiet; decrefcere triplo
 Propterea hic gravitas, plusquam illic crefcere debet. 2185
 Fiet at hinc (æquum vel si deberet in orbem
 Luna fua a gravitate rapi, ob jactumque priorem)
 Orbis ut a geminis, quæ turbant, ifte prematur
 Viribus, & fpeciem feffe conformet in ovi,
 Nempe locis laterum paulo productior extet, 2190
 Inque locis aliis fe finibus inferat arctis.
 Quandoquidem (rerum paria extent cætera circum)
 Mobilitas cum major inefl, mediumque petendi
 Conatus minor; arcus item, quem mobile fignat
 Corpus, erit minus incurva ratione reflexus. 2195
 Quapropter Lunæ flexus minus orbis, oportet,
 Illic fit, quo tota latet, vel plena refulget,
 Et gracilis magis, & parti compressus utraq;e;
 Nam tum efl liberior Lunæ fuga; plus fugit ille
 Ut duro puer a Domino, qui callibus exit 2200
 Obliquis, reftosque capeffit. Crescere debet
 Hæc fuga principio, porro decrefcere furtim

Fur-

contra vero ubi vis efl major, & velocitas minor in quadraturis, debet orbis habere curvaturam majorem; adeoque debet efl figura quædam ovalis compressa in fyzygiis, & protuberans in quadraturis, uti efl ellipfis.

Notat autem & illud, ibi debere haberi maximam distantiam a Terra, ubi efl maxima accedendi caufa, & ibi minimam, ubi efl maxima caufa recedendi. Nam a fyzygia, in qua vis in Terram efl minima, & velocitas maxima, fugit Luna quodammodo, & conatur perpetuo recedere plus æquo; dum interea vis in Terram crefcens, & velocitas imminuta perpetuo ipfius fugam cohibent; & illa facta maxima, hac minima in quadratura, retrahatur jam Luna in Terram, & cogatur accedere; do-

nec in altera fyzygia imminuta iterum vi, & aucta velocitate, iterum incipiat fugere ufque ad novam quadraturam, atque ita porro.

Sic & penduli pondus ubi maxime recessit a medio infimo puncto arcus defcripti, ibi maxime a gravitate obliqua in iptum urgetur.

Porro hinc jam fit, ut Luna cæteris paribus magis a Terra diflet in quadraturis, & minus in fyzygiis, etiam cum in ellipfi moveretur, ob eandem nimirum caufam; unde oritur & mutatio ipfa formæ orbis elliptici; fed Noster ad aliam mutationem gradum facit, qua nimirum ipfa linea apfidum, quæ jungit apogeam cum perigeo, & efl axis major ellipfeos, non femper eandem fpectat Cæli plagam.

Furtim auâta gravitate, & mobilitate minuta,
 Uterius donec tandem fugere impediatur,
 Et rursus incipiat Telluri accedere Luna, 2205
 Atque sub imperium Dominæ fugitiva reverti:
 Semper quoque loco laterum qui vertitur ordo.
 Primo itidem accessus augentur, tum minuuntur
 Furtim mobilitate auâta, & gravitate minuta.
 Accessus proinde deinde recessibus immutantur; 2210
 Hic fit nempe locis & summo, & transitus imo.
 Proinde accedendi queis major causa locis est,
 Illa magis distant a Terra; contra ubi major
 Causa recedendi, minor est distantia ibidem.
 Hæc eadem quoque causa facit, cum Lunifer orbis 2215
 Debeat a prima non æquus origine gigni,
 Sed species fieri coni de segmine princeps,
 Continuo ejusdem ut mutetur tempore forma,
 Sic tamen, ut si sint rerum paria omnia circum,
 Luna silens, vel plena micans minus esse remota 2220
 Debeat, in medio testâ quam fronte reidens.
 Nunc ¹ orbis locus a Terra sublimior unus
 Longe extans, cur non Mundi prospiciet easdem
 Perpetuo partes, at ad has vertatur, & illas,
 Quærendum est; quin, quo præcesserit inclytus harum 2225
 Monstrator rerum, & rationum Inventor, eundum.
 Ipse igitur primo discrimen virium earum
 Inquirens, fieret per quas immotus, & idem
 Mobilis orbis, uti, quem Lunæ conterit astrum,
 Haud temere esse orbem confingimus, extudit istud 2230
 Arte sua, spatii bis crescere pro repetitis
 In sese; porro in numeros, ut vincla coegit
 In sua, quas vires addi, demive necesse est,

Orbis

¹ In hac itidem perquisitione proficitur se Newtonum sequi. Is nimirum inquisivit in differentiam vis, quæ requiritur ad hoc, ut mobile quoddam describat orbitam quandam immobilem, & vis, quæ requiritur, ut describat orbitam eandem, sed gyrantem circa centrum virium; ac invenit, primo

debere esse vim ejusmodi in ratione reciproca triplicata distantiarum; invenit methodum reducendi eandem ad calculum, & invenit debere ipsam orbitam regredi contra directionem motus corporis eam percurrentis, vel progredi, prout vis tota decrevit in ratione majore, vel minore, quam fit,

Orbis ut immotus (sit qui æquo proximus orbi)	
Mobilis exoriatur ; iter quoque deinde peregit	2235
Oppositum , vertitque vices , & mobilis orbis	
Motu ex proposito discrimen venit ad ipsum ,	
Eduxitque animo relegens , quod corpus in orbem	
Pergeret immotum , si in sese pro repetito	
Decreſcens ſpatio vis exagitaret , iturum	2240
Jam per mobile iter , ſi vis non illa maneret ,	
Verteret & morem , quo ſe circum undique fundit .	
Debet enim jungens vicina , remotaque , in orbe	
Quæ loca ſunt , tractus procedere , ſive retrorſum	
Verti , ut vis agitans mutatur pluſve , minusve	2245
Illa , quæ immotos deſerret corpus in orbes .	
Nunc vis illa prior , gravitati qua ſit adauctus ,	
Alteraque alterius pars , qua decerpitur inde ,	
Cum non mutantur ſpatiorum more recepto ,	
Efficiunt , Lunæ vis tota ex omnibus unâ	2250
Conveniens non pro ſpatiorum illo ordine conſtet ,	
Proptereaque loci pariter brevis , atque remoti	
Mutetur plaga , quæ ſecum ipſum deſerat orbem .	
Utraque junctâ ſimul geminarum effecta , meante	
Infra , vel ſupera Luna , quod diximus ante ,	2255
Aſſueto reddunt gravitatem more minorem ,	
Majoremve , illa ad latera obverſante viciffim .	
Quod tollunt , duplum eſt , quam reſtituere quod iſtic ,	
Majoremque etiam fiunt ea furta per arcum .	
Tum variatur & hîc gravitas , variatur & illic	2260
Menſurâ , quam quæ eſt ſpatiorum certa , minori .	
Nonne vides igitur , quod opus , cum dempſeris illic ,	
Quod tum exit , minus immutari lege recepta ,	
Cumque hîc addideris , magis immutarier illâ .	
Proin loca conjungens vicina , remotaque tractus ,	2265
Luna	

ſit , quæ ad immobilem orbem deſcribendum requiritur .

Quamobrem vis illa compoſita ex prima perturbatrice , & parte ſecundæ perturbatricis , dum circa ſyzygias minuit gravitatem in Terram , & circa quadraturas auget , cogit lineam apſidum in primo casu progredi , in ſecundo regre-

di , & reſreſſus erit minor progreſſu , tum quia vis ea , quæ minuit in primo casu , eſt dupla , ut vidimus , ejuſ , quæ auget in ſecundo , tum quia diutius habetur illa , quam hæc , adeoque poſt ſingulas converſiones invenitur promotius apogæum ſecundum ſignorum ordinem .

Luna illic versante, antrorsum progredietur,
 Hic Luna versante, retrorsum deproperabit:
 At citior progressus, & est spatiosior. Omni
 Ergo circuitu confecto, signa secundum
 Signiferi provectus erit sublimior orbis 2270
 Mobilis ille locus. Sed erat, quæ rodere posset
 Viscera Avis reparata ligati ut rupe Promethei,
 Cælestem non quod furto decerpserit ignem,
 Sed quod adhuc tanti deerat pars ultima furti:
 Nimirum motus ¹ minor hic discrimine duplo 2275
 Prodibat numeris, quam servaretur. Ubique
 Tollere certatim pugnatum obstacula tanta.
 Conditur in latebris jam frustra his, castaque lucis
 Ne nimium fidat Trivia, ut Mortalibus extet
 Invia, neu cæco educatur capta recessu; 2280
 Namque iterum numeros, iterumque, ut retia lata,
 Prætendunt; jamque arte domant, reteguntque latentem,
 Deprenduntque vias omnes, fraudesque retexunt.
 Nunc ² geminis hærendum in nodis, Lunifer orbis
 Quos facit hinc illinc, scæat æquor grande meantis 2285
 Dum circum Terræ, partimque extollitur alte,
 Conditur atque humilis partim, subterque latefcit,
 Interea flexu non inclinatus eodem.
 Nam vis illa prior cum sese dirigit ipsa
 A Luna ad Terram, positus conservat, uti sunt, 2290
 Orbis Luniferi, neque flexu hunc commovet ullo.

Altera

¹ Hic innuit illud, quod Clerav-
 tio accidit ineunti calculos pro hoc
 motu, quem Newtonus nequaquam
 determinaverat. Obvenit ipsi mo-
 tus apogei duplo minor, quam eun-
 dem observationes desiniant. Cen-
 suit initio inde colligi gravitatem
 Lunæ in hac minore distantia aber-
 rare nonnihil a ratione reciproca
 duplicata distantiarum; sed dein-
 de deprehendit errorem calculi, in
 quo terminum neglexerat, non ne-
 gligendum; & nunc quidem jam
 compertum est etiam aliis metho-
 dis, hic etiam Newtonianam theo-
 riam conspirare cum observatio-
 nibus.

² Progreditur hic ad motum
 nodorum, nimirum illorum pun-
 ctorum, in quibus orbita Lunæ se-
 cat planum Æclipticæ, transiens ex
 parte australi in borealem, vel ex
 hac in illam. Prima e binis viri-
 bus perturbatricibus cum dirigatur
 ad Terram, agit in plano orbitæ
 lunaris, adeoque non turbat ipsum
 planum, nec nodos. Secunda ex-
 tra id planum dirigitur, & ea tur-
 bat tam nodos, quam inclinatio-
 nem planorum. Concipiatur ille
 arcus, qui describeretur sine hac
 vi, tum ille, qui describitur ipsa ac-
 cedente; si continuetur hujus poste-
 rioris

Altera vis non est Lunæ distensa per orbem,
 At per eum, magno quem signat Terra meatu;
 Propterea propria Lunam deducere tentat
 Utiq; a planitie, semperque inferre recentem 2295
 Inque aliam, inque aliam; quæ non iter amplius illud
 Terrai magnum secet unâ, qua prius, ora,
 Ipsi nec flexu inclinetur, quo prius, uno,
 Ast alio, atque alio pariter, flexuque, locoque.
 Si nunc tractum illum tenuem, quem tempore perquam 2300
 Exiguo peragit, dum fertur Luna per orbem,
 Componas alio cum tractu, tempore eodem
 Vis ea quo Lunam ducit, reperire profecto
 Tunc erit, & quantum nodus mutetur uterque,
 Et quantum varient inter gemina æquora flexus. 2305
 Scilicet inventum est illa procedere nodos,
 Qua sunt signa, plaga, quoties Luna ipsa moratur
 Alterutrum e geminis inter latus orbis, ubi ore
 Dimidio fulget, cum transeat, inter & ipsam
 Nodum, qui alterutro huic lateri vicinior extet; 2310
 Et regredi nodos, contraque incurrere signa,
 Cum fuerit ratione alia quacumque locata.
 Qui laterum jungit loca, sese quique per ambos
 Extendit nodos, tractus ratione secant se
 In medio obliqua prope semper, conficiuntque 2315
 Hinc illinc acie flexus sese inter acuta,
 A latere ast alios obtuso culmine hiantes;
 Atque ita dividitur non æquas quattuor orbis
 Lunifer in partes: cum pars subtilior harum

Lunam

rioris planum, nec secabit planum
 eclipticæ, ubi id secabatur, a pla-
 no prioris arcus, nec inclinabitur
 æquæ, ac illud. Inde motus nodo-
 rum, & mutatio inclinationis.

Porro Newtonus, qui hanc no-
 dorum theoriam plurimum exco-
 luit, ac perfectit, invenit illud,
 ubi Luna versatur inter nodum,
 & quadraturam sibi propiorem,
 nodos progredi, cum autem ver-
 satur inter nodum, & quadraturam
 remotiorem, eosdem regredi. Con-
 cipitur linea tendens ab una qua-
 dratura ad aliam, & linea tendens

ab uno nodo ad alium. Hæ bi-
 næ lineæ se plerumque oblique in-
 tersecant, & continent binos angu-
 los acutos, & binos obrufos. Dum
 Luna est in acutis, nodi progredi-
 untur, dum in obtusis, regrediuntur;
 hinc plus regrediuntur, quam
 progrediuntur, adeoque post sin-
 gulas conversiones occupant loca oc-
 cidentaliora, & singulis annis 19 cir-
 citer gradus conficiunt regressu suo,
 si medius eorum spectetur motus,
 ac intervallo paulo minore annis
 19 conversionem integram absol-
 vunt.

Lunam habet utralibet, per signa secunda feretur 2320
 Nodus; ab his retro contra conversus abibit,
 Obtusos intra cum flexus illa vagatur.

Et quoniam hos intra mora longior, intervallo
 Retrorsum proin nodus eat majore, necesse est.

Nodi, circuitum cum denique Luna peregit, 2325
 Apparent retrogressi; denisque quotannis,
 Atque novem pergunt gradibus; denisque prope annis
 Atque novem toto circum sese orbe revolvunt.

Atque ¹ hæc per numeros posita ratione oriuntur,
 Hæc Cælo servantur item; proin vera videtur 2330

Hæc ratio, circa Terram qua Luna cietur
 Per varios motus; queis nunquam cum sibi constet,
 Ut docui, possit constare an tempore, gyros
 Quo peragit circa Tellurem? nonne necesse est,
 Nunc brevius, nunc fiat idem diuturnius, ut sunt 2335
 Turbantes circum causæ, & sunt cætera circum?

Esse vices etiam diversas adjice cunctas,
 Non æquis spatiis ad Terram Sole manente,
 Non Terra ad Lunam, non orbis partibus hujus
 Solem uno positu, & Cæli spectantibus oras. 2340

Omnes ² sed varios me Lunæ evolvere mores
 Jam piget, errantemque sequi, vicibusque agitatum
 Perpetuis, duroque diu insudare labori.

Ex his jamque potes facili tu noscere pacto,
 Unde sit, ut varium conluerit Luna vocari 2345

In Cælo sidus, quo deinde a nomine vulgus
 Detulit imperium Triviæ, instabilesque potenti
 Subjecit Dominæ res, assuetasque novari.

Propterea quia quidquid habet mare, terra, vel aer
 Naturam præfert variantem, multiplicemque, 2350
 Tel-

¹ Hisce fufius expositis alias inæqualitates hic congerit innuens tantummodo: nimirum tot orbitæ, & celeritatis mutationibus mutari etiam tempus periodicum, quo Luna conversionem absolvit suam: præterea mutationes omnes hæcenus expositas pendere etiam a distantia Terræ a Sole, distantia Lunæ a Terra, ac positione orbitæ

lunaris ad Solem, quibus mutatis mutantur ipsæ vires perturbantes, & earum ratio ad gravitatem in Terram, adeoque mutantur & ipsi earum virium effectus.

² Ab his Lunæ erroribus occasionem arripit evagandi per finale episodium, & primo loco hanc ipsam, ait, tantam Lunæ inconstantiam in suis moribus dedisse occasio.

Tellurem, pelagus dixere, atque aera Lunæ
 Subiectum, quæ clausa illo & sunt omnia gyro.
 Proinde mari faciles ventos, Cælique nitorem
 Nauta soluturus patrio de littore longum
 Dum sedet expectans, in menstrua tempora Lunæ 2355
 Quattuor inquit, nam credit quattuor illis
 Temporibus Lunam Cali convertere mores,
 Non aliis, tunc imbriferas dispellere nubes,
 Ventorumque feros compescere posse furores,
 Inque aliud differt spes tempore tempus ab uno: 2360
 Propterea neque nos fieri quoque tempore credunt
 Ægrotos alio, tantum illo solvere morbos
 Se, vel adaugere, atque exanguia linqere membra
 Expirantem animam; ætates cognoscere Lunæ
 Mos erat idcirco medicam exercentibus artem, 2365
 Opportuna dare ut non lævo pocula possent
 Tempore, felicemque horam, aut prædicere tristem.
 Non nisi servato mandantur tempore Lunæ
 Semina proscissam in terram, non messis in arva
 It flaventia, non ad robora dura bipennem 2370
 Admoverit agricola, aut fructus ex arbore carpit,
 Non herbas, floresque movet missurus in urbem
 Villicus ignarus; corrumpi hæc omnia credunt
 Nam secus, & celeri interitu sublapsa necari,
 Et damnum spreta se credulitate manere. 2375
 Interius Cancræ Luna crescente putantur
 Crescere, echinorumque genus, conchæque sub undis,
 Ostreaque, & quidquid vestitur cortice duro;
 Forsitan id fiat, quia Cynthia præstat amicum
 Lumen, uti captare cibum, & pinguescere possint, 2380
 Namque die torpent, epulas de nocte requirunt.

T.II.

N

Visa

causam tribuendi ejus cuidam influxui, quæcumque accidunt, potissimum ea, quæ variationes habent subitas, & sine causis patentibus; ac rem illustrat exemplo constitutionis aeris in ordine ad pluviam, & ventos, pro qua solet vulgus observare illa, quæ puncta Lunæ nominant, syzygias, & quadraturas, exemplo morborum,

pro quorum curatione, & periodicis observari itidem solebat Luna a pluribus Medicis, ac exemplo agriculturæ, pro qua itidem sunt, qui usque adeo Lunam observant.

Addit caneros, qui censentur Luna crescente pinguescere, quod fieri posse arbitratur idcirco, quia per noctem prædam non ita facile capiunt, nisi Luna suum lumen sufficiat.

Addit

Visa movet stomachum plerisque, & molle cerebrum
 Luna; vomunt capitibus cum magno sæpe dolore,
 Et somnos adimi, desideriumque ciborum
 Sæpe queruntur; at hoc quædam conjuncta nitore 2385
 Illius species a nostra mente videtur
 Efficere, ut visa quosdam nuce concutit horror,
 Aut oleo apposito stomachi fastidia surgunt;
 Namque hos a claro percussos verbere Lunæ,
 Si non advertant animum, haud ægrescoere cernas. 2390
 Creditur ipsa etiam vulgo magica orsa juvare,
 Thesalicæ & anus splendenti luce potentes
 Efficere, ut valeant in aves, & in ora ferarum
 Converti, & latum deferri nocte per Orbem.
 Stultitia sed nostra sua quia construit artes 2395
 Mens magicas, aliquas dum scilicet esse fatetur,
 Errorem ex animis tantum hæc prudentior ætas
 Dispulit, evellens sagis volitantibus alas,
 Concilioque sacras nocturno diruit ædes.
 Creditur in mentes quoque Lunæ extensa potestas, 2400
 Nam mentes plerumque etiam variare videmus
 Humanas, ipsumque animi versatile nostri
 Consilium, ingeniumque volubile prorsus, & exlex;
 Præsertim quos incellit vesania jugis,
 Aut brevis illa itidem lymphatos, irave torquet 2405
 Præcipites, quatit aut incertus pectora mæror,
 Dicimus hos Triviæ contactos esse flagello:
 Hinc animos furor omnis inundat, & Evius Evan,
 Sævities, & triste odium, & rationis egestas.
 Crimina sic Cælo donamus, transferimusque 2410
 Nostra, nec, unde ortus ducunt, auctusque, videmus,
 Illa, neque e medio conamur vellere corde.
 Scilicet infontes videamur ut esse, bonique,
 Non tamen, ut simus, contendimus: O mala mentis
 Libertas! Quidam ignotus nos perculit ardor, 2415
 Pro-

Addit & eos, quorum morbi in eorum sensorio, & cerebro: quidam augeantur, vel minuantur sunt enim quædam concussiones, pro incremento, vel decremento quæ vel ab alluetudine, vel a peculiari fibrarum constitutione proficiuntur, quibus ii effectus tribui possint, quod, ait, plerumque non

Protinus ætherio percussos credimus æstro,
 Nosque Deum monitu velut insanire putamus:
 Tunc inimicitias contendere, ad arma volare,
 Et miscere venena, & fista incessere culpa,
 Et consanguineo turpari sanguine sæpe 2420
 Fas, justumque videtur, & aras vertere Divum;
 Talia qui damnant, nimium in contraria sese
 Convertunt plerumque, nec agnovere, feroces
 Cum videant alios furere, incusentque, furore
 Opposito se proinde rapi, pariterque nocenti. 2425
 Quin etiam interdum Sapientibus esse negatum est;
 Scilicet in furias flagrans quiescere Mundo,
 Nec flagrare itidem, parilique ardescere motu,
 Esse quidem trunco propius, lapidique videtur.
 Cecropidum leges multabant, si quis in unam 2430
 Non partem civis secesserit, arma movente
 Hinc illinc populo civilia, spectaritque
 Interno patriæ lacerari viscera bello
 Immotus, tulerit nec opem, quam credit aptam.
 Ac male quam mixtus furibundis, quamque locatus 2435
 Difficili statione foret pacatus, inermis,
 Et sapiens inter stulta, irrequietaque corda,
 Clarius ut noscas, age, percipe, fabula quondam
 Quod facile in terris vulgata, & credita profert;
 Nimirum prisco sapientes tempore, sudo 2440
 Sub Divo vixisse homines, cum lactea forsan
 Flumina manabant rivis, & rosida mella
 Sudabant silvæ, cum nullo agitante tumultu
 Aurea per lætos florebant sæcula campos.
 Sidera namque ferunt tum quendam, aviumq. volatus 2445
 Perdoctum vidisse, brevi fore, ut horridus imber
 Decidat, atque nova quem forte asperferit unda,
 Excusso cogat velut insanire cerebro.

N 2

Hor-

non accidere, nisi illis, quibus accidit, advertant Lunam excrevisse.

Inde progreditur ad fabulas aniles Veterum, ut Lunæ magicis incantationibus deducendæ de suo curru, & alias ejusmodi, quæ qui-

dem prudentiore jam ævo exciderunt omnia, tum ad vim, quam Luna creditur a nonnullis in humanam exercere mentem, quem errorem eo etiam perstringit nomine, quod nostra vitia, & furor-

rem

Horruit, & Mundo vulgavit triste periculum,
 Nequidquam, nam nullus erat tum cognitus Augur; 2450
 Cavit at ipse sibi, atque illo adventante subivit
 Antra die, cæcoſque aditus, terramque profundam.
 Ecce tonante ruit Cælo pluvia unda profuſo,
 Irriguique natant campi, montesque ſuperne
 Evolvunt rapido torrentes gurgite lymphas. 2455
 Jam mortale genus, latis errabat ut arvis
 Securum, ſubito madefactum eſt rore, novoque
 Corruptum pariter morbo; jam protinus omnes
 Bacchantes latis homines excurrere campis,
 Quæſſare & capita, & truculentas mittere voces. 2460
 At Sapiens terra latitans, ut nubila ſenſit
 Diſjeſta, & Cæli ſpeciem rediſſe ſerenam,
 Proſſilit in ſuperos, & luci redditur almæ.
 Spectaclum infelix! furiis immanibus omnes
 Vidit agi; quæ tum monſtra ac portenta notavit! 2465
 Hunc vexare timorem, illum ambitione domari,
 Illum & avaritia, & viſo impalleſcere ab auro,
 Multos ira, odiis, cæcaque libidine multos
 Corruptos; ſpes ante oculos, & gaudia vana,
 Et dolor, & lacrymæ, & triſtes nova nomina curæ, 2470
 Omnia turbarum plena undique, & omnia viſta
 A ratione repulſa, in eo confuſa tumultu.
 Dum ſtupet, & ſana ſe ſolum mente potiri
 Lætatur; lætum ſinere illi haud eſſe; repente
 Ad monſtrum veluti yis undique circumfuſa 2475
 Irruit irridens hominum, atque huc pellit, & illuc,
 Et vice mutata maleſanum hunc incita clamat,
 Jamque in dura parat detrudere vincula captum.
 Ille malum miſerans tantum nunc increpitabat,
 Nunc fruſtra revocabat ad amiſſam rationem, 2480
 Et bona præteriſſæ repetebat perdiſta vitæ;
 Acrius urgebant illi, circumque premebant.

Quid

rem eædem, quo noſtra plerumque culpa abripimur, ut nos excuſemus, in Cælum rejicimus. Atque hic ad infaniam humani generis carpendam, & communia in primis vitia perſtringenda vulgariſſimam adhibet fabellam illam pluvie homines ad dementiam adigentiſ, quos attingeret; quam unus qui evitaverat, cum a furentibus urge-

Quid faceret? vitam intutam sibi ducere durum,
 Irrisamque fuit, cunctorum & ferre furores;
 Scilicet haud illos proprium cognoscere morbum, 2485
 Stultitiamque suam cæcos perferre libenter.
 Illic forte lacus pluvia collectus ab unda
 Nuper erat; mediam sese projecit in undam,
 Involvitque luto turpi; stultissimus unde
 Prodiit, atque hilaris nimium ratione relicta, 2490
 Stultorumque a concilio plaudente receptus.
 Proin Sapiens inter mortalia sæcla relictus
 Nullus erat, prolem semper genuere Parentes
 Infani non dissimilem, atque antiqua Nepotes
 Semper in humano renovant deliria corde. 2495
 Quidnam etenim nostris medium est in rebus, & æquum?
 Quæ studia inter nos versamus, non ubi multam
 Nostra habeat partem vesania consiliorum?
 Omnibus in rebus virtutem audire, sequique
 Semper quis fœvit solam, solaque moveri? 2500
 Protinus invadit quædam vis fervida pectus,
 Qua rapimur, magnoque obstantia quæque fragore
 Dejicimus, non vitamus, non arte movemus.
 Vel fuerit ratio, quæ nos commorit, eandem
 Cur furor insequitur plerumq., atque omnia turbat? 2505
 Ut Leo Marmaricis escam dum quærit in arvis,
 Inferviscit, & ex oculis micat acribus ardor,
 Proterit & fata, Pastoremque interficit ipsum,
 Dispergitque pecus. Cur non Pax oscula jungit,
 Pax bona, præsentum pax munus amabile Divum? 2510
 Scilicet humanæ Status optimus est Rationis,
 Pectore pacato constans, vultuque sereno:
 Tunc nihil exagitat rerum, quæcumque quietis
 Advenisse queant, solido nil pectore stantes
 Concutit; usque procax, fac, turba irrideat; ipsi, 2515
 Latrantis vocem catuli ut bos fortis eundo
 Temnit, eo properant, quo lumen ab æthere dium

N 3

Ex-

urgeretur undique, habitus ipse pro
 infano, ut imminens vitaret pe-
 riculum, se immerfit in lacum, in
 quem aquæ ex ea pluvia residuæ
 confluerant, & furens illico, ac

furentibus jam similis habitus est
 pro sano: tum fortitudinis, & so-
 lidæ virtutis præcepta inculcans li-
 brum absolvit.

Extulit, immotis & Virtus fukit ab aſtris.

Mors atra horribili ſemper circumſita luctu

Nil habet, impavidos quo terreat; omnia ſolvat 2520

Vitæ clauſtra, animi nequeat corrumpere pacem.

Quidquid fata ferant, fatorumque Arbitr, ultro

Excipiunt, æqua ſubeuntes funera mente,

Et duros vitæ, quos juſſi cumque, labores.





LIBER SEXTUS

Alma¹ quies, duræ statio placidissima vitæ,
 Proposita est votis hominum, semperque laborum
 Jactantes inter fluctus, curasque petita;
 Attamen ignavæ diuturna per otia vitæ
 Haud cessare homines juvat, & languescere semper; 5
 Quoddam pondus inest animo, cum torpet, inertī,
 Quod deponere quærit, & ipsam tædia vitam
 Lassant nil rerum peragentem; proinde teneri
 Optat, & usque suas aliquo contendere vires.
 Nil dare, quo possint exerceri, est sinere illas 10
 Diffluere, & propria fraudari sorte vacantes.
 Scilicet id voluit Naturæ providus Auctor,
 Ut nostra nunquam cessemus ab utilitate;
 Proinde voluptatem duro immiscere labori
 Collibuit quandam, quæ nos invitet, agatque 15
 Ad bona nostra trahens, blando avellatque sopore.
 Ergo sagax lassos, defecturosque labore
 Natura ad requiem vocat, & dulcedine spargit
 Otia, & insueto somnos rigat alma lepore:
 Otia post, somnumque, ardorem suscitât ipsa 20
 In membris, animoque, ut possit utrinque capessi

N 4

Inter-

1 Exordium desumit ab alternatione, quam ipsa Natura instituit inter ocium, & laborem ita, ut illud nequaquam delectet, nisi huic,

& quidem multo diuturniori intermixtum, atque id, ut in reliquis omnibus vitæ humanæ institutis, ita & in studiis, quod in se ipso

Intermissa opera, & labor oppórtunus adiri;
 Propterea facit & luci succedere noctem,
 Æstatiq; hyemem. Tamen ipsi cura laboris
 Est prior, hunc proprium nobis Mortalibus esse, 25
 Perpetuumque jubet, propterque hunc otia nobis
 Instituit; quare nulla est humana, vacare
 Debeat ut curis, ætas. Juvenesque, Virique
 Emeritos fore se sperant, cum ruga notarit
 Ora, atque imbelles ierint per tempora cani; 30
 Spes juvat hæc; verum nunquam nova cura, laborque
 Deficit; & si fors amoti a rebus agendis
 Tunc fuerint, tædetque sui, miserumque, dolensque
 Incusant ævum, nec vitam agitare videntur.
 Agricola incurvo terram molitus aratro 35
 Æstivos soles ubi condidit, otia captat
 Stratus humi, somnumque brevem, lætusque peracto
 Noctis circuitu redit ad sua munera, & herbas
 Evellens canit, & ramorum culmina stringens,
 Taurorumque regens juga duro innixus aratro. 40
 Idem etiam pressus longæva ætate sub alta
 Deciduos fructus legit arbore, lac premit, uvas
 Colligit, & crates de vimine texit ad ignem;
 Si nequeat, querula moribundum voce vocat se.
 Usque adeo dulcis labor est, ingrataque nobis 45
 Otia, cum non sunt multo interrupta labore.
 Quin & nobilior quo sit, jucundior omnis
 Est opera, hæc quanquam lassat magis; ire per altum
 Mente juvat Cælum, juvat ima in viscera rerum,
 In Superumque domos, atque insinuarier artem, 50
 Fataque, Naturamque, & eo lassarier ausu.
 Me quoque causarum lassat labor, & juvat idem,
 Me quoque Musarum; studia hæc sociare vicissim
 Durum, & dulce simul, curisque adjungere curas,
 Et veluti geminum fragili mare findere puppi. 55
 Jamque opere assiduo vexatus nocte, dieque
 Interdum laudare meo, atque optare quietem

Cœ-

ipso experiatur Noster ita, ut ubi litterarii laboris amore sollicitari
 a studiis defessus per rusticationem sentiat, quem hic idcirco libentis-
 Tusculanam in primis, vel Tibur- sine resumit.
 tinam animum relaxat, se iterum

Cæpto animo. Quæ tum securæ obliviam vitæ
 Vel prope Tiburni resonantes ducimus undas,
 Vel juga Telegoni qua se frondentia tollunt! 60
 Quam campis hilares latè expatiamur apricis!
 Umbrosūque juvat nemus, & lustrare perennes
 Lenis aquæ rivos, & musco consita saxa,
 Et pastorales audire per arva cicutas
 Silvestrem tenui modulantes carmine musam, 65
 Et solis tenerum narrantes montibus ignem;
 Festivumque diem, & spectacula rustica adire;
 At non & curas ludis miscere severas
 Innocuis, nec bella novo conflata tumultu,
 Consilia aut inter Reges agitata morari 70
 Ambitione procul, procul aulæ mobilis æstu,
 Pectore propterea læto magis, exque plicato,
 Præsertim nitidi si soles, sudaque Cæli
 Tempestat animis Zephyrorum mollibus auras
 Mulseat, & volucrum cantu, & redolentibus herbis. 75
 Has tamen inter opes naturæ, deliciasque,
 Nec longum, assueti reviviscit cura laboris,
 Et desiderium causarum; jamque novatas
 Acrius ardet mens illuc convertere vires,
 Quam tædet torpere diu, & languere vacantem. 80
 Ergo ¹ age, quod superest, mecum hinc delabere motus
 Ad tenues Lunæ, queis sese corpore paulum
 Nutanti huc illuc librat; lustrabimus inde
 Deductæ paulum pariter quoque pondera Terræ,
 Dum fit, uti lucis æquantia noctibus omni
 Tempora præcedant anno; veniemus ad æstus 85
 Prætinus æquoreos; & caudas esse Cometis,
 Et qua, dicemus, fiant ratione; videri
 Denique si quidquam gravitati possit obesse,
 Inquiremus, & id, quodcumque est, disjiciemus

Auras

¹ Proponit paucis argumentum
 hujuscæ libri acturus primo de li-
 bratione Lunæ utriusque exigua, de
 præcessione æquinoctiorum orta ab
 inæquali gravitate Terræ non sphæ-
 ricæ in Lunam, & Solem, de æstu
 maris, de Cometarum caudis, quæ
 omnia relationem habent cum gra-

vitate, demum objectiones, quæ
 contra gravitatem fieri solent, dis-
 solutus. Immiscet autem iisdem
 & alia nonnulla, ut patebit infe-
 rius, velut ea, quæ pertinent ad
 atmosphas Planctarum, & Lu-
 næ in primis.

Auras in vacuas, tela ut mucrone retuso 90
 Irrita sæpe volant rapidis ludibria ventis.
 Confer ad hæc cupidam, vacuum sed cætera mentem.
 Diversa ¹ ut Lunæ gravitas in lampada Solis
 Diversa super orbe suo regione locatæ
 Mutari ipsius vires facit, & variari; 95
 Partium ita ejusdem gravitas diversa trahentem
 In Terram, diversa figuraque, materiefque,
 Efficiunt, semper faciem convertat ut unam
 Terræ Luna; licet quid in hoc appareat exlex.
 Cum tuimur Lunæ faciem, nos semper eandem 100
 Conspicimus maculas fundi super, exiguoque
 Vibrari tantùm motu deprendimus ipsam,
 In latus occiduam, vel eam scilicet, oras
 Atque in hyperboreas Ursarum, Austriæ calentes.
 Namque aliquo maculæ quæ tempore conspiciuntur 105
 In media Lunæ regione, videmus eandem
 Tempore post alio regione recedere paulum¹
 A media; paulum quæ limbo accedere visæ,
 Aut illinc paulum dimotas deinde tuemur,
 Aut nusquam, averfa jam Lunæ in parte latentes. 110
 Hæc est parva tamen variantia, vixque, peritis
 Ni vigilans oculis observes, aspicienda;
 Ipsaque proin species Lunæ haud mutata videtur.
 At ² neque vel prorsus si mutaretur, in orbem
 Visa suum verti, fors multum id nostra profecto 115
 Referret, colimus qui Terram; profit, & obsit
 Solis id Lunæ Cultoribus: inde tuentur

Nam-

¹ A libratione Lunæ exorsus as-
 firmat illud, ut diversa positio Lu-
 næ in orbe suo vires illas pertur-
 batrices inducit, de quibus actum
 est in fine quinti libri, ita diver-
 sam gravitatem diversarum par-
 tium Lunæ in Terram, figuram
 ejusdem Lunæ non exacte spheri-
 cam, & densitatis aliquod disceri-
 men in causa esse, cur eandem
 Telluri obvertat faciem ipsa Lu-
 na, qua de re agemus in supple-
 mentis: at non eandem accuratè

faciem obverti semper, unde fiat,
 ut eandem maculæ jam remotio-
 res a limbo appareant, jam pro-
 piores, & earum nonnullæ aliquan-
 do etiam ultra limbum abeant in
 partem nobis inconspiciam: at
 ejusmodi nutationem esse admo-
 dum exiguam.

² Exponit, quid accidat Lunæ
 incolis, si qui sint, ob hanc po-
 sitionem Lunæ, eandem semper
 faciem obvertentis Telluri: Nimi-
 rum, qui sunt in hemisphærio Lu-
 næ

Namque alii Tellurem, immotum semper ut astrum
 Ingens, ni quantum nutare videtur, eidem
 Nam Terræ tribuunt motus, queis Lunam agitari 120
 Cernimus; &, visum nisi densus sistat is aer,
 Aspiciunt nostro motus super axe diurnos.
 Horum & pars astrum superis hoc verticis oris,
 Aut prope, pars tantum Mundi super æquore lato,
 Pars medium secto super extans corpore cernunt. 125
 Ast alii, quibus est ad nos loca versa negatum
 Incolere, haud ullo prospectant tempore Terram;
 Ut nec ab Europa Boreæ contraria quimus
 Astra videre, nec his subjecta ingentia regna
 Nobis conspicuos unquam apexere Triones. 130
 Multi & spectatum peregre ibunt, oppositaque
 Invisent gentes, tranantes æquora vasta,
 Et magnos montes, & silvas trajicientes,
 Narrabuntque domum spectacula mira reversi,
 Augebuntque etiam miracula tanta, velut mos 135
 Est a longinqua procul adventantibus ora.
 Forsitan & supera credunt de gente potentem
 Tellurem (velut & Phæbi coluere sororem
 Qui quondam), magnamque Deum vocitare Parentem
 Consuecunt, & vota ferunt, & tempore certo 140
 Conjunctæ veniunt diversa a gente quotannis
 Nos veneraturæ, majora ut numina, turmæ.
 Haud secus ac Arabum sitibundos advena fines
 Multorum adjuncta sibi Thraxque, Syrusque caterya
 Trajicit armatus, rapturum & distinet hostem 145
 Vi-

na nobis conspicuo, videbunt Tellurem instar ingentis Lunæ cujusdam, in qua nullum fere alium advertent motum præter diurnum, quo circa se convertitur, cum accessu ad ipsorum zenith, vel recessu ob librationem ipsam, exiguo. Sunt autem qui idcirco & nomen comminiscantur a Lunicolis Terræ impositum, qui, ut Wolfius, eam apud ipsos arbitrantur debere dici *Volvam*, a volvendo.

Inde progreditur ad eos, qui in hemisphærio nobis inconspicuo siti

Terram nunquam videre possunt, nisi per longa itinera id in altero hemisphærio spectaculum visuri eo contendant, uti nos Australi polo vicina sidera videre non possumus, nisi pergamus ad Æquatorem, vel ultra ipsum, & recenseat, quæ narrare possint, quæ etiam fingere, in quas superstitiones abire, ac solemnes etiam peregrinationes instituere ad visendam hanc sibi tanquam Deam, Turcarum more ad Mahumedis sepulchrū turmatim euntium quotannis.

Visurus vatis cunas simul, atque sepulchrum,
 Fatales orbi cunas, fatale sepulchrum
 Vatis, erythrææ pollutæ cuius arenæ
 Nomine, divinusque suum rediturus ad orbem.
 Sæpe illi vultum spectabunt Solis ab astro 150
 Hoc ¹ tanto obtestum; nostro tunc aere denso
 Fracti diversa circum ratione meantes
 Ibunt in varios radii, pulchrosque colores,
 Proinde colent alto superam Thaumantida Cælo.
 Hæc illis monstrabit iter fax maxima in undis 155
 Æquoreis, plusquam nobis Cynosura, Heliceque;
 Fixa manens etenim, qua sint regione, docebit,
 Quoque loco positæ volitantes per mare puppes.
 Hoc ² igitur, Lunæ facies quod versa videtur
 Usque eadem ad Terram, tentant deducere multi 160
 Illius a gemino motu, qui tempore eodem
 Conficitur, nam se proprio super axe revolvit
 Ipsa semel, Terram dum circum fertur in omnem.
 Et certe hic geminus si Lunæ corpora volvens
 Motus, quisque sibi semper pede curreret æquo, 165
 Non celerans, tardansque vicissim, & Lunifer axis
 Effet Luniferum quoque semper rectus ad orbem;
 Tum Terræ puncto a medio quæ tramite recto

Ad

¹ Mirum sanè debet esse in Lu-
 na spectaculum, quod hic memo-
 rat, Solis defectus, vel etiam Tel-
 lus Soli proxima, ob atmosphæram
 terrestrem, per quam radii trans-
 missi colores etiam varios exhibe-
 bunt; & quidem ii tantum, qui
 incolant hemisphærium nobis con-
 spicuum, Solis defectum videre po-
 terunt, & videbunt frequentissime,
 aliis, qui alterum incolant, nullum
 unquam habentibus ejusmodi phe-
 nomenum. In eodem autem hemi-
 sphærio & ad suam geographiam,
 seu potius selenographiam, ordina-
 ndam debet prodesse plurimum hoc
 ingens astrum, quod & ad itine-
 ra dirigenda proderit æque pluri-
 mum: de quibus omnibus itidem in
 supplementis.

² Agit jam de causa hujus con-
 stantis positionis faciei lunaris ad
 Terram, quam causam ait multos
 derivare a combinatione binorum
 Lunæ motuum, quorum alter sit to-
 tius Lunæ circa Terram, & alter
 ejusdem circa quendam proprium
 axem, qui notus cum æque diu-
 turni sint, id efficiant, ut semper
 eadem facies obvertatur Telluri.
 Et quidem, ut hic Noster monet,
 si hi duo motus essent non tantum
 æquediurni, sed & æquabiles, ac
 axis conversionis esset perpendicu-
 laris ad planum orbitæ lunaris,
 semper idem punctum faciei luna-
 ris esset in recta jungente centra
 Terræ, & Lunæ, adeoque Luna
 semper eandem faciem obverteret
 centro Terræ. E diversis quidem
 super-

Ad Lunæ medium duci via fingitur, ipsa
 Usque locum Lunæ in facie tranaret eundem; 170
 Proptereaque videns Lunam alto in vertice stantem
 Aspiceret semper facie ad se vertier una;
 Non ita, spectantis fuerit translatus in ortum
 Si locus, occasumne; etenim mutabitur unam
 Ad Lunæ faciem positus; proin ipsa vel illud, 175
 Vel latus hoc paulum retegetque, tegetque vicissim.
 Vertere sic latera, & nutare videbitur illo
 Tempore, in occasum quo rubro transit ab ortu.
 Et quia si Terram de Lunæ corpore spectes,
 Aspicias binis gradibus comprehendier omnem; 180
 Ille gradus nequeat binos excedere nutus,
 Qui fiet. Quin in Boream nutabit ab Austro
 Tum quoque Luna, vel a Borea dum migrat in Austrum.
 Sed quoniam Lunæ mediam non motus ubique
 Est sibi par circa Tellurem, ut par sibi constat 185
 Alter, Luna suo quo circumvolvitur axe;
 Punctum illud debebit idem, quod diximus esse
 In Lunæ facie trajectum a tramite recto,
 Mutari, quantum gemini discrimina motus
 Poscunt, quæ gradibus par est comprehendere multis. 190

Sci-

superficiæ terrestris locis appare-
 ret discrimen aliquod, cum Terra
 e Luna spectata occupet fere gra-
 dus duos diametro sua apparenti,
 adeoque si punctum Terræ existens
 versus marginem jungatur cum cen-
 tro Lunæ per rectam quandam;
 ea recta perforabit ejus faciem in
 puncto per unum circiter gradum
 distante a priore illo, adeoque in
 motu Lunæ ab ortu ad occasum,
 qui sit translato puncto quopiam
 superficiæ terrestris ab uno mar-
 gine ad alterum, haberi debet etiam
 inde mutatio aliqua in puncto fa-
 ciæ medio, & proinde etiam in
 limbo; ut pariter pro diversa po-
 sitione orbitæ lunaris ad Terram,
 quæ mutatur in ipso excuriu per
 Eclipticam, quo Luna jam ad Bo-
 ream accedit, jam ad Austrum,

aliqua mutatio haberetur. Sed cum
 omnis illa etiam maxima mutatio
 ab ortu ad occasum non excedat
 ad sensum duos gradus circuli lu-
 naris unum hinc, & unum inde;
 perquam exigua etiam, & parum
 admodum sensibilis inde mutatio
 oriri potest in lunari facie.

Inæqualitas major provenit ex
 inæqualitate motus lunaris circa
 Terram; nam inde fit, ut pun-
 ctum illud respondens mediæ fa-
 ciæ respectu ipsius centri mutetur
 hinc, & inde tanto intervallo,
 quantum est totum discrimen in-
 ter motum æquabilem, quem di-
 cimus motum medium, & motum
 inæqualem, quem dicimus motum
 verum, nimirum pluribus gradi-
 bus.

Scilicet ¹ hæc ratio jam credita, vertat eandem
 Cur ad nos faciem, famulantum more, potenti
 Adstant qui Domino, paulum & cur Luna tremiscat.
 Sed præterquam quod latera hoc mutata tremore
 Solis his causis bene non aptare valebis; 195
 Num tibi mens facile hæc conjungere tempora possit,
 Ut nihil intersit, quibus & se Luna revolvit
 Axe super proprio, & Tellurem menstrua lustrat?
 Forsitan hic nunquam æquali fit tempore Lunæ
 Circuitus; certe quisque horum dissidet unus 200
 A multis, varianter enim turbantur ab ipso
 Sole, aliisque etiam longum post tempus ab astris,
 Quæ Solem circa medium errabunda feruntur,
 Sæpe peregrinis itidem, ignotisque Cometis.
 Quin si forte velis mediam de pluribus unam 205
 Mensuris variis mensuram fingere motus,
 Ut fingant, mediamque vocant, qui sidera norunt;
 Cum sista quid perficies? an cernere, quidquid
 Fingere collibuit, possis? in sæcula longa
 Quis tibi servari vel eandem spondeat æquam, 210
 Scilicet ut causas ob tantas insinuari
 Nullum ne possit discrimen, tempore longo
 Multiplices ob circuitus quod denique tantum
 Augeretur, uti Lunæ foret altera prorsus
 Nunc facies, quam quæ tum primo tempore visa est? 215
 Di-

1 Ostendit, hanc rationem non esse satis ad explicandam nutationem Lunæ: nec enim accuratè respondere phænomena ei hypothesi, nec esse credibile sine causa aliqua determinata inducente nexum inter motum circa Terram, & conversionem circa proprium axem, utriusque periodos ita accuratè æquales esse, ut post longissimam annorum, & tot conversionum seriem nullum habeatur discrimen. Crescit autem hujus argumenti vis, si consideretur tanta inæqualitas motus circa Terram inducta ab actione Solis, Planetarum, Cometarum, ut idcirco non vero alieni, sed illi fictitio medio

motui debeat esse æqualis conversio circa axem, in qua ne post longam quidem illam seriem discrimen aliquod appareat: quod si medius etiam is fictitius assumatur motus; sunt plura indicia, hunc medium motum sensim mutari post aliquot sæcula, & cum tam lenta sit conversio circa axem, & tam aspera Lunæ facies, fieri utique facile posset mutatio aliqua in ipso tempore ejus conversionis; inductis autem perquam exiguis mutationibus non prorsus æqualibus, earum summa post multas conversiones eyaderet utique ingens, nec eadem facies Telluri obverteretur.

Dicendum ¹ est igitur Lunam vel habere suarum
 Partium inæqualem textum, circum esse figura
 Vel non conflatam simili sibi, parte sit omni
 Ut gravitas non æqua, nec æquo momine pulset.
 Nam si concipias istam procedere Lunam, 220
 Ut cursu partes æque distante ferantur
 Omnes inter se, quo cœpit, tendere perget
 Partibus haudquaquam conversis, nec revolutis.
 Interea gravitas in Terram flectere cogit;
 Fune Magister equum nitentem pergere rectâ 225
 Ut medius tenet, ille orbes iterumque, iterumque
 Agglomerat circum, & videt omni a parte moventem.
 Si tunc a Terra Lunæ per corpus agatur,
 Qua medium est, moles faciens binasque, partesque
 Planities quæcumque, trahanturque a latere omni 230
 Haud minus hæc moles æqualiter usque, necesse est
 Servato jam Luna situ descendat eodem
 Partium, ut ante fuit, super axe revolvere nec se
 Incipiat quoquam. Gravitas in parte sed una
 Si major sit, erit pars ut magis ista deorsum 235
 Descendat, Lunam & se circa flectere cogat.
 Hac modo, quæ gravior, partem ratione locari,
 Fac, reputes, latere ut gravitas æqualis ab omni
 In Terram rapiat; cum deinde recesserit illo

Luna

¹ Assignat jam hujus phœnomeni causam mechanicam, quam Maiorianus protulit. Dicendum esse nimirum centrum gravitatis Lunæ non congruere cum centro magnitudinis, sive quod figura a spherica abluat, ut nimirum hinc, & inde a circulo eam nobis terminante non æque procurrat, sive quod in altero hemisphærio sit densior, quam in altero. Nam si Luna projiciatur motu parallelo, conabitur vi projectionis abire motu iteridem parallelo, & sine ulla conversione circa axem proprium. Gravitas cogit deflectere, quæ si inveniat globum homogeneum, coget quidem incurvare viam, sed partibus hinc, & inde æquilibra-

tis, nulla circa axem quempiam inducetur conversio, sed totus globus motu parallelo descendet ad arcum curvum. At si habetur inæqualitas; illa pars, quæ plus ponderat in Terram, debet utique se convertere versus ipsam, & descendere propius, quæ quidem, dum progressu centri Lunæ ab illo statu dimoveretur, perpetuo ob hanc præponderantiam regrederetur versus locum suum, ut lapis quidam inæqualis figuræ dum descendit in aqua, graviorem partem semper fundo obvertit, ac tantummodo nutare potest hinc, & inde, non potest fundo leviolem faciem obvertere.

Luna loco haud mutata suis in partibus, ipsum	240
Quod Terram punctum prius aspiciebat, abibit,	
Aspicietque aliud; circum at nova puncta manebit	
Jam non par gravitas, cum nec globus illa, nec æque	
Densa sit; ad punctum subito venietur, ubi istinc	
Pars gravior, levior pars illinc altera constet.	245
Propterea assidui conatus exorientur	
Partibus ad positus se primos restituendi.	
Cum paulum Luna a statione recesserit illa,	
Hic erit exiguus conatus, crescet at idem	
Aucto pro spatio, donec tum denique major	250
Conatu fiat perstandi una in ratione.	
Quare non positu nimium discedere ab illo	
Luna queat; plus, sive minus sed abire necesse est,	
Ut fuerit sua mobilitas majorve, minorve.	
Quapropter faciem semper convertit eandem	255
Ad Terram, nisi se quantum in latera utraque vibrat,	
Paulum nempe, suo tenues dans corpore nutus.	
Sic quoque cum lapidem non omni a parte rotundum,	
Aut ferrum æquoreis projectum mergimus undis,	
Volvitur in fundum haud libratis partibus, & se	260
Inchoat in gyros hac illac vertere frustra,	
Dimotæ redeunt nam partes, ad mediumque	
Se subito flectunt; sic non nisi nutat eundo.	
Jam ¹ videas, quare res hæc, contingere dico	
Quam Lunæ Terram cingenti, astrisque secundis	265
Fors aliis medium Jovis & cingentibus orbem,	
Saturni & medium; Solem cingentibus ipsum	
Non contingere item possit primoribus astris;	
Quæ tantum colere, & Regem revereri obeundo	
Velle videntur, at officium servile recusant.	270
A varia gravitate petes discrimen idiplum	
	Pro

¹ Hoc phenomenon Lunæ obvertentis eandem faciem Telluri, commune fortasse etiam aliis Satellitibus Jovis, & Saturni, affirmat, non esse commune Planetis Primariis, qui eandem semper Soli faciem nequaquam obvertunt, atque id idcirco, quod nimis ab eo

distant: inde nimirum fieri, ut inæqualitas gravitatis diversarum partium in Solem ipsum ad gravitatem totalem habeat rationem ad sensum nullam, quam ob causam ea non possit inducere ullam rotationem sensibilem, si initio fiat projectio impresso motu parallelo omni-

Pro longe vario spatiorum nempe recessu .
 Nimirum cum pars in tracto corpore major
 Una est , ut corpus se circum cogere verti
 Fortius astra queat , si tentes altius ipsum
 Evehere e medio corpus , decreseat eundo
 Cum gravitas , decreseat item vis partis in axe
 Vertendi corpus ; demum si maxima consent
 Intervalla , magis partis tenuata , magisque
 Vis ea majoris cum vi exæquabitur omni
 Circum aliarum , ut non ullo convertere motu
 Ipsa queat corpus , variosque inducere nutus .
 Quare si corpus non extra exceperit ullum
 Circa se motum , non illam flectere sese
 Propter vim partis poterit . Primoribus astris
 Proin longe eVectis medio de Sole , necesse est ,
 Non inferre queat motus id scilicet ullos ;
 Ut veluti Proceres Domina videantur ab aula
 Disjuncti procul , audentes proin regia iussa
 Negligere , ast alios adstantes ad sua cogant
 Imperia : id notos aliis namque indere motus ,
 Ut docui , possit , Lunæ velut , atque Secundis
 Saturnique , Jovisque astris , quia cominus adstant .
 Atque his principio si extrinsecus additus esset
 Semper multiplices in gyros se glomerandi
 Impetus ; inducens partes libramen in omnes
 Vis ea paulatim , seu tardans , sive secundans
 Impressos motus , faceret tum denique , ut illi
 Circuitus , axemque super , totumque per orbem
 Qui fiunt , uno prope tempore conficerentur ;
 Propterea ut parvo sit opus discrimine densa
 Astri in materia , sive in variante figura .
 Quare ¹ nonne vides , rerum ut Natura reposcat

T.II.

O

Ipsa ,

omnibus particulis : & ubi aliqua
 rotatio initio impressa fuerit glo-
 bo in ea distantia ingenti proje-
 cto ; ejusmodi inæqualitas non nisi
 admodum insensibiliter turbare pos-
 sit æquabilitatem rotationis ipsius .

¹ Cum ipsa Natura requirat in
 astris proximis illi , circa quod

revolvuntur , ut eandem semper
 faciem ipsi obvertant , quod in
 remotis non accidat ; inde affirmat
 posse conjici , idem etiam accide-
 re in Satellitibus Jovis , & Sa-
 turni . Et quidem ejus rei indicium
 haberi in extimo Saturni Satellite ,
 qui semper , ubi ad certam po-
 sitio-

Ipsa, ut Luna sua facie se vertat eadem
 Perpetuo ad Terram? proin ut quoque credere possis 305
 Perfacile, assimili circum vertigine volvi
 Saturni, atque Jovis Comites, id lumina quanquam
 Nostra sibi nequeant supponere, ni Comes unus
 Saturni, extremo qui desuper ordine perstat,
 Forte per ambages, genus hoc, rem prodere tentet. 310
 Semper, cum proprii venit ad loca certa meatùs,
 Saturni eoa cum nempe moratur in ora,
 Deficit ille, & se quærentes ludit acutos
 Quanquam oculos: hujus jam non erit invia certe
 Defectùs ratio, vultus convertere eosdem 315
 Illum ad Saturnum si concipis, eoque
 Propterea cum Saturni de parte vagatur,
 Semper idem latus ex illa convertere parte
 Ad nostros oculos; tegere illud namque videbis
 Plusquam aliud quodcumque latus caligine posse 320
 Offusa maculas, neque nostros inde lacessi
 Possè oculos; proin ex illa regione latere
 Ut sit opus nobis frustra inspectantibus astrum.
 Tum regione loci mutata, corporis ipso
 Et latere, extemplo sub lumina nostra redibit. 325
 At quid Saturnique, Jovisque sequacibus astris
 Ex aliis porro conjectes, fulgere luce
 Dum variante vides in partibus orbis eisdem?
 Forsitan hoc circa sese glomerata revolve
 Indicet illa, nec una intro convertere semper 330
 Se facie ad prima, & dominantia sidera, proinde
 Densa æque mole, ac prorsus constare rotunda.

Sed

sitionem devenit respectu Saturni,
 evanescit ex oculis: id quidem pos-
 se tribui maculis, quæ in certa par-
 te ejus superficiæ majores sint,
 quæ ipsa superficies semper in ea
 positione obvertatur Terræ, cum
 obvertendo eandem semper faciem
 Saturno, debeat eandem in cer-
 tis ad ipsum positionibus & Ter-
 ræ obvertere. Quod in aliis Sa-
 tellitibus Jovis, & Saturni in e-
 andem etiam positione ad suos Pri-
 marios habeantur mutationes va-

riæ in quantitate luminis, id No-
 ster tribuendum esse affirmat: vel
 figuræ accuratius sphericæ, & den-
 sitati æquali, unde fiat, ut non
 eandem semper obvertant Prima-
 rio suo faciem, vel maculis ad-
 ventitiis, uti sunt solares maculæ,
 quæ jam habeantur in illa eadem
 parte, jam desint. Sic etiam in
 Terra nives, & nubes debent ali-
 quam varietatem luminis inducere
 prospectanti Tellurem ipsam.

Sed si nec prorsus tornata mole, nec æque
 Esse velis densa, variantibus haud male circum
 Id referas maculis; velut in Jovis ore videtur 335
 Multiplex, variosque situs formasque receptans
 Falcia, quæ varia lucem quoque parte retundit.

Jam¹ veluti ratio, qua Cynthia vertit eandem
 Ad Terram faciem, Comites quoque possit ad omnes
 Perfacile induci; cur non & cætera multa 340
 His tribuas pariter, fieri quæ diximus ante
 In Luna, positus dum mutat, tempora, motus?
 Quin plures illic causæ sunt, mutua turbant
 Nam se præterea, vicibusque ita pluribus errant.

Utque² in Lunigero supera jam diximus orbe 345
 Mutatos nodos, eadem non perstet in ipso
 Et res, & ratio Saturni scilicet augmen
 Amplectente orbe, & nusquam tangente rotundum,
 Qui mediis constat suspensus ut annulus auris?

Nonne etiam in Terra similis res, causaque perstet, 350
 Cum sit plusquam alibi sublata æquante sub orbe?

Innumeras jam si Luna pro simplice Lunas
 Perpetuo sese tangentes ordine volvi
 Concipias circum Terram, cum quælibet harum
 Nodorum positum mutet, videatur, oportet, 355

Annulus ut quidam circum (licet ipse solutis
 Partibus inter se est) totum se ferre per orbem;
 Atque ille haud aliter nodos variare, videntur
 Quam varie in Luna mutari simplice nodi.

Nunc aliquo facias compingi glutine Lunas, 360
 Ut solidus, nullaque fluens in parte sit orbis;

O 2

Muta-

1 Ut constantem Lunæ positionem ad Terram transferri posse ad Satellites affirmaverat, ita addit, & cæteras inæqualitates tribui debere etiam ipsis, quin immo & plures; nam præter vim perturbatricem Solis, ipsi etiam se invicem turbant.

2 Hic ad explicandam præcessionem æquinoctiorum facit gradum, de qua agemus in supplementis; ac primo loco, quæ dicta sunt

de nodis orbitæ lunaris regredientibus post integras conversiones, transfert ad anulum Saturni, cujus nodi cum plano orbitæ Saturni ipsius debeat itidem regredi, tum ad illum veluti anulum materiæ extantis æquatorem versus, quem habet Terra compressa ad polos, & elevata ad æquatorem.

Concipit primo cum ipso Newtono seriem quandam continuam Lunarum, quæ circa Terram con-

Mutabuntur item nodi, non prorsus ut ante,
 Majorem cum pars hæc possit, at illa minorem
 Motum; sed motus tamen, ut fuit ante, manebit,
 Qui medius certe, qui scilicet inter utrumque est, 365
 Plus celerem, celeremque minus; namque ocyor ille
 Quantum hunc impellit, tantum tardatur eodem.
 Hos ergo in motus Saturnius annulus ibit;
 Proptereaque locis, fecat illud queis iter ingens
 Falciferi Patris, it retrorsum, ut Lunifer orbis. 370
 At si Lunarum distensior annulus ille
 Introrsum sit, uti corpus tum denique ad ipsum
 Pertingat, circumque infixus adhæreat ærte;
 Tunc quoque mutantur nodi, sed lentius; omnis
 In toto namque hic partit se corpore motus. 375

Nunc I, ades, ad Terram in media regione tumentem
 Verte animum, inscriptumque puta, quantum potes, amplum
 Esse globum; quidquid superabit materiai,
 Æquantem excretum, circumductumque per orbem,
 Annulus illud erit, Terræ velut additus ipsi. 380
 Hujus quapropter nodi, loca nempe, vicissim
 Queis via Terræ magna illa secantur, & æquans
 Orbis hic inter se, debebunt quolibet anno

Ire

vertantur, ut unica Luna. Habe-
 retur quidam velut annulus con-
 stans ex Lunis nullo inter se ne-
 xu colligatis, cujus anuli interse-
 ctio cum plano Eclipticæ deberet
 habere nodos regredientes, ut uni-
 cæ Lunæ nodi regrediuntur. Coa-
 lescent jam Lunæ in unicum annu-
 lum solidum: hujus annuli nodi re-
 gredientur, non quidem ut ante;
 nam aliæ partes alium requirent
 motum, cum in unica Luna nodi
 jam progrediantur, jam regdian-
 tur, ut diximus. Affirmat tamen
 cum Newtono motum medium
 horum nodorum fore eandem, ac
 prius, elidentibus se mutuo acce-
 lerationibus, & retardationibus.

D'Alambertus hoc Newtoni as-
 sumptum affirmat esse falsum, &
 idcirco totam Newtoni theoriam

hanc reformandam censet, & cor-
 rigit; quanquam est & alius ma-
 gni nominis Geometra, qui in hoc
 ipsum problema per geometriam
 inquirens, ope calculi facilis me-
 todo Newtoni, totam ejus theoriam
 ipsam tucatur, ac demonstratam
 censet.

Hanc igitur mutationem subire
 affirmat Saturni annulum, qui annu-
 lus habebit retrogredientes nodos
 suos cum plano orbitæ ipsius Sa-
 turni. Si autem is pertineret ul-
 que ad globum Saturni, haberet
 adhuc nodorum retrogradationem,
 sed multo minorem, quia eodem
 motu deberet secum totam globi
 massam abripere.

I Jam ad rem ipsam delabitur,
 & considerat Terram, ut globum
 quendam, qui habeat adnexum
 sibi

Ire retro, atque eadem non unquam sidera Cæli
 Respicere, at sensim mutare, sed ordine semper 385
 Signorum adverso, seque in contraria ferre.
 Tempora propterea facientia noctibus æquos
 Esse dies, redeunt non, cum rediisse videtur
 Sol ad eas Cæli partes, quas liquerit anno
 Anteaſto, verùm prius, ut præcedere paulum 390
 Idcirco dicantur ea ipsum tempora Solem.
 Nodorum¹ hunc igitur regressum Lunaque, Solque
 Viribus efficiunt obliquis in loca circum
 Edita Telluris, magnoquo tumentia gyro.
 Sed plus Luna facit longe, longeque propinqua, 395
 Quam Sol, qui spatium interjectum immane relinquit.
 Hunc numeris qui tentavit deprendere motum
 Vis utriusque simul conjuncta effecta requirens;
 Nempe ubi se in medio majora minoribus æquant;
 Particulas decies quinas æquare quotannis 400
 Repperit, illarum tenui quæ ex ordine constent,
 Nempe gradum decies si sena in fragmina scindas,
 Atque iterum decies in senas quæque resolyas
 Fragmina particulas. Servato inventa probantur

O 3

Hæc

sibi amplum annulum materiae extantibus in parallelis omnibus, cujus omnes particulae motu diurno moveantur circa axem æquatoris, ut Luna motu menstruo circa axem suæ orbitæ. Quare nodi hujus annuli, sive intersectiones æquatoris cum plano Ecclipticæ debentur regredi singulis annis, & ipsum punctum æquinoctii verni respicere quotannis fixas occidentaliores, ac proinde æquinoctium continget paullo ante, quam contigisset sine hoc motu, ubi nimirum locus apparens Solis appulerit non ad id Cæli sideris punctum, quod sectio verna, vel autumnalis respiciebat anno superiore, sed quod respicit post annum.

¹ Porro motus nodorum Lunæ oritur ab actione inæquali Solis tantummodo, at motus huc nodo-

rum Terræ, seu intersectionum æquatoris cum eccliptica, effici debet tam ab actione inæquali Solis, quam ab actione inæquali Lunæ in eam exuberantem materiam. Sed multo plus pendet ab actione Lunæ hic motus, quam ab actione Solis, cum semidiameter ejus annuli sive semidiameter Terræ, a qua pendet inæqualitas actionis, multo majorem habeat rationem ad distantiam Lunæ a Terræ, quam ad distantiam Solis a Terræ, atque is excessus est tantus, ut actio Lunæ adhuc prævaleat, licet ejus massa sit tanto minor, quam massa Solis.

Ob eandem rationem inferius patebit etiam in altu maris orto a simili causa actionem lunarem prævalere solari.

Jam vero illud addit, Newtonum,

Hæc Cælo; decies quinis his namque videimus 405
 Omnia particulis revera quolibet anno
 Sidera ab ingressu veris, nodoque prioris
 Disjungi, & rubrum decedere semper in Ortum.
 Proin¹ modo ab antiquo diversus Signifer extat,
 A Tauroque Aries, Polluce, & Castore Taurus, 410
 Hi Cancro expulsi, & sic vellere denique Pisces
 Phryxæo; verùm constant, quæ tradita primùm
 Nomina sunt, Arietisque suis proin cornibus usque
 Ver aperit, proin Libra pares examinat horas
 Autumni; geminis annorum hæc millibus acta. 415
 Hac ratione itidem Cæli non partibus hæret,
 Queis quondam cardo, atque eadem non sidera signat.
 Et veniet tempus, quo jam polus ipse minorem
 Paulatim magis usque remotus deferat Ursam;
 Non tunc conspicienda sit ut Cynosura per æquor 420
 Amplius undisonum nocturno tempore nautis.
 Demum hæc cuncta loco referentur versa priori
 Post decies sena, & biscentum sæcula lapsa.
 Non² fat erat tamèn hos motus pro quolibet anno

Astro-

num, qui ad calculum revocavit utriusque luminaris effectum, invenisse per suam theoriam illa ipsa 50 secunda retrogressionis debita singulis annis, quæ habentur ex observationibus.

1 Inde deducit illam, quam Astronomi adhibent distinctionem Zodiaci in rationalem, & apparentem. Apparens Zodiacus, quem oculis cernimus est, qui constat stellis quibusdam, quarum congeries occupantes fasciam quandam cælestem divisam in partes 12 appellantur illis nominibus Aries, Taurus &c. quæ dicuntur signa Zodiaci, atque horum postremum est signum Piscium. Rationalis autem, quem tantum mente concipimus, eundem locum occupat totus, & totidem signa continet iisdem nominibus designata, sed divisionis initium fit ab ipsa sectione verna, seu puncto æquinoctiali

verno. Cum id punctum regrediantur in Occidentem illo lentissimo motu; omnia astra respectu ipsius progrediuntur in Orientem, & jam per bis mille annos, ex quo nomina sunt imposta, ita processerunt, ut Aries apparens sit in Tauro rationali, Taurus in Geminis, Gemini in Cancro, atque ita porro, Piscibus occupantibus præscam Arietis sedem. Inde autem & ipse polus, circa quem diurno motu videmus omnia converti astra, mutavit sedem; ac illud olim adveniet tempus, quo, quæ nunc est polaris stella in Ursæ minoris cauda, quam ideirco Cynosuram appellant, ab ipso polo recedat longissimè, nimirum ad 47 gradus post annorum circiter 13 millia, post 26 millia annorum omnibus ad priorem sedem regressis.

2 Attingit alterum motum, quem appellant nutationem axis, qui

Astrorum, medii qui sunt, reperisse, sed ipsa
 Vestiganda itidem discrimina cuncta, venient
 Quæ Sole obliquos Terræ flectente jugales,
 Et Luna flectente suos. Servare licebat
 Orbem Luniferum præsertim, cum suus ille
 Ascendens nodus, qui dicitur, utpote Luna
 Scandente in Boream, primi secat Arjetis astrum,
 Longius a Terra media, qua ducitur æquans,
 Flectere, decedat quam signifer orbis eadem,
 Quinos quippe gradus Zona a torrente remotum.
 Contra, idem tetigit cum Libræ examina nodus,
 A media propius Terra, quam signifer orbis,
 Abduci, quinos nimirum a limite Zonæ
 Interiore gradus distantem; ut proinde sit omne
 Discrimen minimi pariter, summique recessus
 Denorum graduum a media Tellure tumentis.
 His a diversis repetendo flexibus ergo,
 Mutaque signorum, & numerorum oracula movendo,
 Anni regressus censerier incipientis,
 Verus & inde potest servari, sidera fixa
 Qui desert, motus. Non scilicet illa moveri
 Apparent aliter, detectum quam fuit istis
 Revera numeris nota ob discrimina certis.
 Tam bene servatis oracula ea consona rebus.

425

430

435

440

445

O 4

Nunc

qui quidem potissimum pender ab
 inæqualitate præcessionis æquino-
 ctiorum. Nam æquator Terræ ad
 planum Ecclipticæ inclinatur in an-
 gulo fere constanti, qui nimirum
 paucis tantummodo secundis va-
 riatur. Hinc actio Solis in mate-
 riam redundantem ad æquatorem
 est fere semper eadem. At planum
 orbitæ lunaris ob motum nodo-
 rum perpetuo mutatur. Id inclinat
 proximè 5 gradibus ad planum
 Ecclipticæ, respectu cuius jam ca-
 dit ad partes æquatori contrarias,
 cum nimirum nodus ascendens est
 in principio Arietis, jam ad par-
 tes ipsius æquatoris, cum nimirum
 is est in principio Libræ, adeoque
 inclinatio ad æquatorem est minor
 in primo casu, major in secundo,

angulo ipsius orbitæ cum plano
 æquatoris majore in primo casu,
 quam in secundo 10 gradibus; In-
 de in primo casu actio Lunæ est
 multo major, quam in secundo.

Ex his principiis, ait molestissi-
 morum calculorum ope inquisitum
 esse in motus hosce, & omnia ob-
 servationibus inventa esse conformia.
 Prostat D' Alamberti opus de
 hoc argumento geometria sublimi,
 & calculis altissimis refertum; vidi
 autem & brevem summi Geome-
 træ tractatum de eodem argumento
 nondum editum, ubi formulæ New-
 toniana methodo erutæ ad Geome-
 triam accedente magis, cum Brad-
 leyianis observationibus mirum in
 modum consentiebant,

Nunc¹ locus est late undisonos maris ire per æstus,
 Oceanique statos immensi visere motus, 450
 Temporaque, & vires, & agentes æquora causas;
 Neve fluentibus, & refiuentibus avehar undis,
 Vestris me audentem manibus sustollite Musæ,
 Naturæ quæ jam mores didicistis, & artem.
 Æquoris æstus item causis quoque pendet ab isdem, 455
 Luna quibus turbatur. Uti non æqua moventem
 In Solèm gravitas Terræ, Lunæque meantum,
 Collatam Terræ Lunam turbare videtur;
 Sic & inæqualis gravitas, quam Terra recepit
 Partibus in variis non æque a Sole remotis 460
 Adducente, statum perturbat partium earum
 Inter se. Lunæ vires quoque viribus adde
 Phœbeis similes, sed plus turbare valentes,
 Utpote quæ Terram spectat vicina, facitque
 Intervallorum discrimina partibus ejus 465
 Majora. Hæ tollunt ergo a libramine vires
 Et Lunæ, & Solis concussas æquoris undas,
 Et motu impellunt vario, quem dicimus æstum.
 Sed² prius ad causas quam labar, dicere par est
 Quid fiat, motusque, ut sunt, evolvere cunctos, 470
 Et seriem veluti gestarum pandere rerum.
 Tunc effecta suis tribuentur cognita causis
 Perfacile: haud illas opus est finxisse, potentes
 Sed cognoscere & hic, quæ pluribus ante repertæ
 In rebus jam sunt nobis, variisque per artem 475
 Nexibus, & varia ratione aptare, modisque.
 Scilicet³ in partes ternas tribuenda putamus
 Effecta, in falsis quæ cernimus omnia campis.

Prima

1 Transit hic ad æstum maris, qui a gravitate itidem pendet, nimirum ab inæquali actione tam Solis, quam Lunæ in partes fluidi Terræ affusi, ut Solis actio inæqualis perturbat Lunæ motus; quin immo, ut supra innuimus, & Noster hic refert, multo plus Luna tanto propior, confert ad marinum æstum. Porro de hoc argumento agemus pluribus in supplementis de more,

2 Ordinem proponit hujus tractationis: primo loco nimirum promittit se prolaturum phænomena marini æstus, tum ipsas non confictas, sed veras phænomenorum causas expositurum.

3 Quod ad phænomena pertinet, ea partitur in tres classes, nimirum in diurna, mensura, annua, acturus de singulis.

Prima diurna feret pars, altera menstrua porro,
 Tertia postremo feret annua; qualibet illa 480
 Nempe die ut fiunt, vel quovis mense, vel anno.
 Quaque¹ die pelago bis crescens alta patenti
 Tollitur, & toties decrescens desilit unda.
 Cumque tumens crescit, non summo in culmine pendet
 Ante, orbem mediæ supera quam Luna diei, 485
 Aut subter mediæ noctis trajecerit orbem.
 Inque vicem cum descendit, non ante profundos
 Pervenit ad fines, eoa prodierit quam
 Luna, vel occidua sese demerferit ora.
 Temporis hoc itidem momentum pendet utrumque 490
 A positu Lunæ ad Solem. Intervalla necesse est
 Temporis, undarum quæ sunt interstita magnis
 Fluctibus, & minimis, nimirum cum meat ipsa
 Luna extra æquantem lucis cum noctibus orbem,
 Prorsum inter sese non esse æqualia; eoque 495
 Tempore præterea geminos neque surgere cursus
 Æquoris exundantis ad æquum culmen, at oras
 Integere impariles vario discrimine, ut illo,
 Abluit Europæ qui lambens littora, ponto
 Undas majori sit opus cumularier auctu, 500
 Nimirum cum Luna terens Borealia signa
 Conspicui sese per Cæli sustulit oras;
 Majorique itidem, pedibus contraria nostris
 Demisit cum se, & de parti claudicat Austri.
 Denique quaque die furgit velocius æquor 505
 Infilis, lapsis descendit lentius undis.

Men-

1 Exorsus a diurnis phænomenis statim proponit illud, singulis diebus mare bis attolli, bis deprimi, maximam aquæ elevationem haberi post appulsum Lunæ ad meridianum, sive supra, sive infra horizontem, maximam autem depressionem post eisdem Lunæ ortum, vel occasum: tempus ipsum maximi æstus pendere a positione Lunæ ad Solem, quod tamen ad menstrua phænomena reducitur, ut & id, quod sequitur, partim ad

diurna pertinet, partim ad menstrua: nimirum intervalla temporum inter maximam, & minimam aquæ altitudinem Luna extra æquatorem existente inæqualia esse, ut & illud, esse tam inæquales ipsos binos æstus ita, ut nobis in Boreali temperata zona sitis æstus, qui habetur Luna extante supra horizontem, sit major eo tempore, quo ipsa versatur in signis Borealibus, idem autem minor altero, qui sit Luna infra horizontem depressa,

Menstrua ¹ nunc quæ sint, genus hoc, effecta canamus.
 Primò Luna meat cum vel contraria Soli,
 Vel conjuncta, magis moti tolluntur aquarum
 Fluctus, quam loca si tranet transversa, tumorque 510
 Hoc minimus paulo post tempore, maximus illo est.
 Præterea magis alta tenet cum Luna recedens
 A Terra loca, (si consent æqualia circum
 Cætera) crescentes undæ minus inferviscunt,
 At mage, cum nobis loca per vicina vagatur, 515
 Et pariter magis, æquantem cum læta per orbem
 Exagitat bigas, quam cum extra excurrit utrinque.
 Porro intervallum, geminos quod temporis extat
 Inter eos, qui se succedunt mutuà, cursus
 Integram post quamque diem, fit majus, ubi illa 520
 Cæca silet, vel plena micat. Diuturnius ac tum
 Multo tempus erit pariter, quod fugerit, ex quo
 Illa altum ad mediæ lucis devenit orbem
 Scilicet, ad cursus primi, qui est maximus, horam.
 Postremo ² sunt hæc in moribus annua moti 525

Ocea-

pressa, ubi ea sit in hemisphærio australi. Demum addit & illud, singulis diebus generaliter velocius elevari aquas, quam deprimentur.

Porro hæc phænomena ita accidunt in aperto Oceano; & quidem æstus fit circiter binis horis, posteaquam Luna per meridianum transit, cum anticipatione quadam, vel posticipatione, quæ provenit a positione Lunæ ad Solem. In portibus Europæ hora est alibi alia, prout majore gyro, vel minore indiget unda, ut eo deveniat. Est autem quadam hora media ubique sua, & ubique deinde eadem ad sensum anticipatio, ac posticipatio pendens a positione Lunæ ad Solem, de qua hic aliquid in mensuris phænomenis, tum uberius in supplementis de more.

¹ Menstrua jam enumerat phænomena: Æstus maximi sunt circa syzygias, minimi circa quadraturas ita, ut paulo post syzygias

ipsas, vel quadraturas ad illud maximum, vel minimum deveniant: æstus majores sunt Luna Telluri proxima in perigeo, quam remota in apogeo: majores sunt Luna existente in æquatore, quam extra ipsum; quæ quidem tres causæ ubi simul convenient, æstus præter morem maximi fiunt.

Est & aliud phænomenum, quod supra innuimus, quod quidem miro consensu theoriæ cum phænomenis ad accuratum etiam calculum redactis, mirum in modum ipsam Newtonianam theoriam confirmat: nimirum intervallum inter binos æstus binorum dierum se immediatè consequentium est majus circa syzygias, minus circa quadraturas, & hæc anticipatio, vel posticipatio pendens a positione Lunæ ad Solem est illa, quæ ad calculum accuratè reducitur.

² Delabitur ad phænomena annua; maximos æstus esse in Novilu-

Oceani. Magis exfiliens turgefcit in illis
 Temporibus, lucas queis fiunt noctibus æquæ,
 Cynthia fi fratri conjuncta, oppoftave ftefat,
 Quam cum Sol tetigit Cæli vertentia figna.
 Tum quoque concuffum convexius infilit æquor 530
 Terra a Sole minus difcedente, atque remota,
 Quam cum fe in fpatia errando dimoverit alta.

Scilicet ¹ hæc fervata diu, longofque per annos
 Collecta, & certo demum firmata Virorum
 Judicio, motus qui magni exquirere nuper 535
 Oceani voluere, atque ejus nofcere mōres
 Inftabiles; varios proin portus, multaue ponti
 Littora lufratum flufus adiere fonoros.

Jam quoque præcipua his communibus adjice quædam;
 Nullis de genere hoc agitari fcilicet æquor 540
 Flufibus, exiguum quod fit, quod & undique claufum,
 Nullis atque lacus omnes quantumlibet amplus;
 Majores undas cumulari ad littora porro,
 Qua ruit augufto constrictus gurgite pontus,
 Euripifque furit, quam qua diftenditur ingens 545
 In pelagus; tum sæpe illic confurgere vifum
 Quinque pedes decies, & longo excurrere traftu
 In terram; locaque effe, anni ad quæ tempore certo
 Advenit undarum nullus tumor, advenit anni
 Tempore verum alio (Batfham dixere vocantes 550

Tou-

viluniis, ac Pleniluniis æquinoctia-
 libus: tum vero cæteris paribus
 majores effe Sole perigeo, quam
 apogeo.

¹ Hæc omnia, affirmat, diligen-
 ti navigantium obfervatione depre-
 henfa effe: generalia autem funt ead-
 em, quibus hic addit fingularia quæ-
 dam, quæ pertinent ad certas quaf-
 dam locorum constitutiones: maria
 exigua, & undique claufa, uti eff
 mare Cafpium, non habere hosce
 alternos æftus, uti nec lacus ut-
 cumque ingentes: majores haberi
 æftus in anguftis quibusdam fretis
 ad littora, quam in aperto Oceano,
 & quidem alicubi in ejuſmodi locis

ad quinquaginta etiam pedes ali-
 quando affurgere maria, & alicubi
 per plura millia paffuum excurrere
 in terras ultra confueta littora: effe
 loca, in quibus quodam anni tem-
 pore nullus habetur æftus, quodam
 alio habetur aliquis, ut in Ton-
 chinenſi portu Batfham, quem ip-
 fe Newtonus memorat, in pleni-
 luniis, & noviluniis æquinoctiali-
 bus nullus eff æftus: effe alia lo-
 ca, in quibus plures, quam bini,
 habeantur æftus diebus fingulis; ac
 demum ventos, & procellas per-
 turbare nonnihil æftuum tam ftata
 tempora, quam magnitudines.

Tonchini portum, quo non fluit æquor inundans,
 Æqualis cum lux sit noctibus alma diei,
 Non refluit, Luna opposita, aut loca versa terente
 Ad Solem): esse etiam portus, & littora multa,
 Quo veniunt plures, quam bini, abeuntque vicissim 555
 Fluctus quaque die, sine lege & tempore certo:
 Præterea ventos, tempestatesque fluentis
 Perturbare vices ponti; nam sæpe retardant,
 Sæpe moras adimunt, minuunt quoque sæpe, vel augment.
 Hæc¹ sunt, quæ Veteres Naturæ arcana putarunt 560
 Invia, quæ propter, si vera est fama, fluenti
 Mersit se Sapiens ponto, dum littora mæstus
 Lustrat ad Eubæam refluxo spumantia fluctu,
 Quem non perciperet prorsum, ut caperetur ab illo.
 Hic furor interdum sublimia pectora vexat, 565
 Ut, ni cuncta suæ possint supponere menti,
 Indignentur, uti rerum de jure suarum
 Depulsi. Cur non videant, quam parva supellex
 Perceptorum animo? quantis Natura per omnes
 Sit fecunda modis res undique, quas tamen ipsis 570
 Prorsum ignorandum est? quæ tanta insania notis
 Ut paucis prima in Naturæ fronte locatis
 Debere ignotum nobis nihil esse putemus?
 At multi causas tot rerum quærere nuper
 Tentarunt acri ingenio, plausumque repertis 575

Dein-

1 Phænomenis expositis gradum
 facit ad ipsorum causas, quas diu
 incognitas exitisse ait ita, ut hoc
 censeretur quoddam Naturæ arca-
 num humanis mentibus inaccessi-
 sum, ubi & illud commemorat,
 quod perhibere solent de Aristotele,
 qui cum videret aquam in Euri-
 po, celebri inter Aulidem, &
 Eubæam freto, septies fluere, &
 toties restuere; nec causam ejus
 reciprocationis excogitare posset,
 se ipsum demersisse, ut ab eo, quem
 mente non caperet, caperetur; ubi
 occasione arrepta invehitur in cæ-
 cam hominum superbiam, qui non
 videant, quam parum sciant de
 Natura, & scire possint; adhuc ta-

men, addit, postremis hisce tem-
 poribus majore contentione ita in
 Naturam ipsam inquisitum esse;
 ut multa deprehensa sint: fuisse,
 qui & ad æstum marinum expli-
 candum hypotheses confixerint, quæ
 tamen paullo post conciderint,
 (Cartesiana quidem & Galileana
 æstus marini explicatio jam om-
 nino concidit), sed Newtonum
 demum, qui tum multa per gra-
 vitatem suam generalem & in Ca-
 lo explicavit, & in Terra, nimirum
 Planetarum motus, ac Cometarum
 & Telluris figuram, ac motus axis
 varios, veram etiam inarini æstus
 causam protulisse.

Deinde suis hilares, frustra tamen, ingeminarunt;
 Instabili fundata solo nam machina, visu
 Quanquam pulchra, trahat rimas, casumque, necesse est.
 Denique qui reperit gravitatem, hic cuncta peregit
 Ut Cælo, Terraque, ita magni in gurgite ponti, 580
 Omnes undique res, hoc certo ut pondere, firmans.
 Scilicet ¹, ut supera docui, ut Sol ipse Sorori
 In Terram vires, gravitatemque auget, ubi illa
 E latere excurrit, minuitque exinde vaganti
 Duplo plus imos orbis, summosque per arcus; 585
 Sic etiam Terræ diversis accidit ipsis
 Partibus ob Solem pariter, Lunamque trahentem.
 Quæ Lunæ, aut Soli Telluris subjiciuntur
 Partes, averfa vel contra fronte latefcunt,
 Has partes, veluti Luna super ipse probavi 590
 Prætereunte sui hæc orbis loca, perdere oportet
 De gravitate aliquid, contraque acquirere, denis
 Hinc novies gradibus cum distant; proptereaque
 Ut librentur, eæ niti se tollere debent,
 Deprimere hæc; tum se quia vertit Terra rotatu 595
 Continuo, situs ad Solem, Lunamque trahentem
 Continuo mutatur; ea ratione fatendum est
 Nunc has, nunc illas liquidas confurgere circum
 Partes, & nunc has, & nunc demittier illas;

Lit-

¹ Causam ipsam sic expedit: ut in Luna supra vidimus, ejus gravitatem in Terram minui ab actione Solis in noviluniis, ac pleniluniis, in quibus ipsa vel versus Solem jacet, vel ad partes oppositas, augeri in quadraturis; ita itidem corporum supra centrum Terræ extantium gravitatem in Terram minui ab actione Lunæ, & Solis, ubi jacent in recta, quæ jungit id luminare cum ipso centro hinc, vel inde, & augeri circumquaque ad latus in distantia graduum 90. Quare dempto æquilibrio debent maria sub iis luminaribus attolli, ad latera deprimi, & cum diurna conversione jam alix marium partes eo loci appellant, jam alix; debebit in iisdem partibus haberi per diem

reciprocatio quædam elevationis, ac depressionis, quæ pariat æstum.

Eandem causam & aliter profert. Loca, quæ luminari obvertuntur, cum ab eo minus distent, trahuntur in ipsum plus, quam centrum: loca, quæ ad oppositam plagam sunt sita, cum distent magis, trahuntur minus, quam centrum ipsum. Quare illa conantur ipsum deserere, hæc ab ipso deseruntur; adeoque utrobique habetur recessus quidam a centro, sive tumor: at partes positæ circumquaque ad latera, obliquis attractæ viribus deprimuntur introrsus, & descendunt: hinc elevationis, ac depressionis vicissitudo, & æstus.

Littore proin uno non una stare fluentes 600
 Undas planitie; sed Terræ, unoque diei
 Circuitu, varias, summas percurrere, & imas,
 Allabique ideo pontum, contraque relabi.
 Quin alio hoc possis summatim noscere pacto.
 Telluris partes, queis Titan, Lunaque restâ 609
 Desuper impendet, plus, quam Terra ipsa, trahentur,
 Qua media est, & plus media hæc, quam denique partes
 Retrorsum positæ; proin debent anteriores
 Scilicet a media Tellure assurgere paulum
 Partes, posticis medium & deducere Terræ 610
 Paulum corpus ab his, proin tota tumescere utrinque.
 Quæ sunt ad latera, interius ratione prementur
 Obliqua partes; facient proin augmina primis.
 Ut¹ tamen has singillatim cognoscere causas,
 Atque minutatim possimus, percipe primum, 615
 Rebus in his fieri quid debeat, æthere sidys,
 Lunave, Solve, unum si fulgeat, ipsaque constet
 Circum tota liquens Tellus, & tempore puncto
 Possit ea fingi forma, quam postulat ipsum
 Libramen, possitque aliam quoque tempore puncto 620
 Induere, ut motus nil turbent ante recepti;
 Tunc adjuncto alio quid in istis accidat astro,
 Quid Terra partim solida constante, quid ipsis
 Undis ad primum subito haud parentibus ictum,
 Propter inertem vim, mutari quæque vetantem. 625
 Principio² Luna nitente adducere Terram,

Terra

¹ Ut singula ritè oculis proponantur, concipi jubet Terram, ut totam fluidam, & spoliatam vi inertiae nimirum ita, ut figuram, quam æquilibrium requirit, possit momento temporis acquirere, & mutare; nam si aliam ante acquisierit, aliam præsens virium constitutio requirit, tempore aliquo est opus, ut illam deponat, hanc induat: tum prius consideretur alterius tantummodo luminaris actio, ut Lunæ solius, ac deinde & alterius actio consideranda accedat.

² Primo quidem ob inæqualem actionem Lunæ Terra huiusmodi fluida, etiam si mente secludatur vis centrifuga diurnæ vertiginis, debet recedere a figura spherica, & induere figuram spheroidis productæ in ea diametro, quæ ad Lunam ipsam dirigitur, cuius spheroidis formam, affirmat, jam deprehensum debere esse ellipticam: id nimirum Mac-Laurinus demonstravit. Quamobrem intumescet fluidum ejusmodi, & elevabitur, ac maxima elevatio erit ibi, ubi Luna appellit ad Zenith, vel

Terra liquens possit non amplius esse rotunda,
 Longior hinc illinc sed se producet, ut ovum,
 Et Lunam, qua longa, videbit, scilicet illuc
 Longæ directo, quæcumque est, axe figuræ. 630
 Atque hujus jam certa per artem inventa figuræ
 Natura est, oritur quæ coni a segmine primo,
 Si vestigia linquat, ubi est super axe rotatum
 Majori circum. Quare pars altior illa est
 In Terra, summo cui supra in vertice Luna est, 635
 Inferius vel sub pedibus; depressior ora
 Illinc Telluris circum usque recedet utrinque.
 Illa aliis humilis magis erit quapropter, eo
 Quæ videt, occiduoque lavantem gurgite Lunam,
 Sic quoque, si Sol est, qui pertrahat, illa necesse est 640
 Longa sit in Solem simili conflata figura.
 Sed quia vis Solis longe longeque, remoti
 Vi Lunæ minor est propioris, sit licet ipsa
 Sole minor; tumor ille exortus Sole trahente,
 Quam quem Luna facit, multo minor extet, oportet. 645
 Denique¹ conjunctis amborum viribus unâ
 Quid fiet? partes si Terræ prorsus easdem
 Commoveant, aut oppositas; super axe tumescet
 Illas directo Terra, oppositæque per oras;
 Namque axes geminis prognati viribus illis 650
 Efficiunt unum, qui tanto est longior, axem.
 At cum axes utriusque obversi ad sideris oram
 Non jam conveniunt, verum inclinantur utrinque

Mutua

vel Nadir; tum in aliis locis altitudo eo erit minor, quæ ipsa loca inde magis distiterint, & maxima depressio habebitur, Luna in horizonte ipsorum sita. Actione Solis idem accidet in diametro obversa Soli; sed cum vis Solis tanto remotioris, quanquam & majoris, minor sit, uti diximus; minor erit elevatio sub Sole, & in parte averfa ab ipso.

¹ Hæc a separatis actionibus: quid autem a conjunctis? Si Luna, ac Sol in eadem jaceant recta linea cum centro Terræ, tum ve-

ro ut utriusque elevationis axes conveniunt, & fluidum maxime elevatur in binis punctis, nimirum in eo, quod luminaria directè respiciunt, & in eo, quod ab iis avertitur. Quod si axis directus ad Lunam non congruat cum axe directo ad Solem, sed obliqui sint, & angulos efficiant hinc acutos, & inde obtusos; tum intumescencia omnium maxima sub neutro erit, sed cadet in angulos eorum axium acutos, vicinior tamen lunari axi, quam solari. Hinc tres axes considerari jubet: axem Lu-
 næ

Mutua, & efficiunt sic quattuor inclinati
 Inter se flexus obliquos, proinde nec æquos; 655
 Maximus ille tumor flexus jacet inter acutos
 Undarum, at verso in Lunam vicinior axi,
 Fitque axis Terræ hac media regione tumentis.
 Tres igitur, genus hoc, axes distingue, vocaque
 Lunæ axem, Solisque axem, Terræque tumentis. 660
 Nunc illum Lunæ immotum confinge, tuaque
 Mente sequens alios circum, quocumque ferantur,
 Percipe, quos habeant & ad illum, & mutuâ circum
 Respectus, positusque, vices quæ cuique, modusque.
 Jam cum Luna filet, coeunt, ut diximus, omnes, 665
 Exinde immoto phœbeius axis ab axe
 Disjungi, & procul occiduas se ferre sub oras
 Continuo, donec rectâ ad latera ipsâ secentur;
 Axis ad occasum quoque Terræ avulsus abire
 Principio; sed cum discesserit intervallo 670
 Ægre aliquo, verùm haud longo (cum scilicet a se
 Multo phœbejus properans velocius axis
 Digressus sit quinque gradus, deciesque quaternos)
 Retrorsum sua facta modo in vestigia fertur,
 Et redit in Lunam, & Lunai jungitur axi 675
 Tum, cum transversi media phœbeius ille
 Se posuit regione loci; qua deinde relicta

Per-

næ, nimirum diametrum Terræ, quæ producta transfret per Lunam, axem Solis, & axem maximæ intumescentiæ ortæ ex communi actione utriusque, quem vocat axem Terræ: concipiatur primus immotus, dum secundo recedente a primo post novilunium, recedit & tertius, ac considerentur horum motus, & relatio ad se invicem, ac cum illo primo.

Hi axes in novilunio coeunt; uti diximus: post Novilunium axis Solis abit in Occidentem respectu axis Lunæ, donec in prima quadratura fiat ipsi perpendicularis, abeunte Luna in Orientem respectu Solis, donec ab eo distet per quadrantem. Axis Terræ initio qui-

dem & ipse in Occidentem recedit ab axe Lunæ, sed multo minus, quam axis Solis: maxima ejus elongatio ab axe Lunæ, sed adhuc exigua habetur, ubi axis Solis distet per 45 gradus ab ipso axe Terræ; tum retro regreditur, & in quadratura iterum congruit cum axe Lunæ: Continuante axe Solis motum suum usque ad plenilunium, quo motu prior ejus vertex pergit ultra quadrantem recedere a vertice axis Lunæ, sed alter ipsi oppositus sit ipsi propior; axis Terræ pergit moveri ultra axem Lunæ, & abit versus orientalem plagam, ac ubi ab eo discesserit, quantum descenderit ad Occidentem, retro iterum in plenilunio

Pergit ad oppositam quia Solis protinus axis,
 Ipse quoque a Luna rursus divulsus in ortum
 Progreditur; multum non longo at tramite; rursus 680
 Namque gradus relegit; cumque oram venerit ille
 Proflus ad oppositam, Lunæ hic componitur axi.
 Hæc redeunt quoque deinde vices, phæbejus in orbem
 Axis dum procedit, & altera dum loca visit
 E latere, atque ex his Lunæ dum transit ad axem. 685
 Adversa idcirco summi duo puncta tumoris
 Continuo huc illuc a Lunæ duplici puncto
 Subjecto oppositoque abeunt, redeuntque vicissim,
 Et citra excurrunt bis toto mense, bis ultra;
 Major & excursus tum fit, pollentior extat 690
 Cum Phæbi vis ad Lunæ collata vigorem;
 Ocyor atque locis idem est excursus in illis,
 Queis adversa meat Soli, conjunctaque Luna,
 Nec non & quarta queis orbis parte recedit;
 Proinde locis mediis, in parti scilicet orbis 695
 Qualibet octava, motus lentissimus exit.
 Jam ¹ manifesta vides, quare advolvantur aquarum
 Majores cumuli ad portus, longeque propellant
 Littoream multo venientes agmine arenam,
 Cum Soli conjuncta silet, vel splendida tota 700
 Cynthia nocte micat; fraternis viribus addit
 T.II. P Ipsa

nilunio cum eo congruit; quæ vices redeunt eodem pacto a plenilunio ad alteram quadraturam, & inde ad novilunium.

Hoc pacto habebuntur in singulis lunaribus mensibus binæ oscillationes binorum punctorum maximæ intumescentiæ hinc, & inde a binis punctis altero subjecto Lunæ, altero ipsi opposito: ferentur nimirum puncta maximæ intumescentiæ in Occidentem respectu ipsius circa syzygias, & in Orientem circa quadraturas. Elongatio autem ipsorum eo erit major, quo actio solaris respectu actionis lunaris major fuerit, & motus circa syzygias, & quadraturas erit velocis-

simus, circa octantes perquam exiguus.

Hæc omnem theoriam, & locum maximæ intumescentiæ exhibuit Daniel Bernoullius, elegantius, & expedita analyti in dissertatione, quæ inter premio donatas ab Acad. Paris. habetur ad an. 1740. Eiusdem solutionem geometricam & sanè simplicem, ac elegantem dedi ego in Romano Litteratorum diario, quam & hic in supplementis exhibebo.

¹ Inde ad plurimum phænomenorum explicationem gradum faciens, primo loco ponit illud: patere cur in noviluniis, & pleniluniis æstus sint maximi, & mini-
 mi

Ipsa suam quia vim validam, & situs axibus idem est.
 At minor æstus erit, medio cum sexta nitebit
 Corpore, ibi alter enim sustollit, ubi altera fluctus
 Deprimit, auget & hæc, ubi decutit ille vicissim, 705
 Mutuaque adversis pugnantes viribus obstant,
 Impediuntque; quod est discrimen, denique solum
 Apparet, quantum Phœbo pollentior ipsa est
 Nempe mari Luna in tollendo, æstuque ciendo.
 Sic gemini adversis venientes partibus arcto 710
 Tramite si currus neſuntur, & axibus hærent
 Impliciti extremis; sævi inſonuerè flagello
 Protinus aurigæ, & stimulant clamore jugales,
 Verberaque ingeminant, quippe æmulus ardor utrumque,
 Et furor exagitat; demum quo fortior urget 715
 Quadrupedum vis, itur, iterque id carpitur unâ
 Tantùm, quo superans vis fervida raptat equorum.

At¹ quia materies vi prædita semper inertis est
 Omnis, aqua in subitam nequeat se vertere formam,
 Quam possunt, rerum quæ sunt præsentia; motus 720
 Nam remanent prius impressi, turbantque recentem;
 Pendula virga velut vibrata haud silitur uno
 Desuper adveniens puncto, sed surgit in arcum
 Oppositum contra gravitatem, quo prior urget
 Impetus; usque recens gravitas demum addita vincet. 725
 Inde fit, ut motus, quos diximus ante, fluentis
 Omnes Oceani contingant serius, ipsæ
 Quam notæ possunt causæ, & discrimina quædam

Fræ-

mi in quadraturis. Nam in illis, congruentibus axibus Solis, & Lunæ eorum actiones conspirant, in his alterius actio alterius actionem impedit. Patet autem lunarem actionem esse majorem solari; cum, ubi penitus opponuntur, nimirum in quadraturis, Sole depressionem procurante ibi, ubi Luna elevationem imperat, Lunæ, non Soli pareat intumescencia, utut minor, quæ nimirum respondet soli differentiæ actionum.

1 Vim inertie hic considerat: cum maria non possint accipere momento temporis eam positio-

nem, quam æquilibrium requirit, sed motus ante impressi perseverent, aliquo tempore a novis viribus destruendi, ut penduli pondus ascendit velocitate jam concepta, licet gravitas per totum ascensum retro ipsum urgeat, donec omnem illam priorem velocitatem extinguat: hinc omnia illa phænomena, quæ ab æquilibrio exiguntur, serius accidunt, quam sine hac inertia vi acciderent. Sic ex: gr: æstus in ipsis syzygiis non advenit etiam in libero Oceano Luna appellente ad meridianum, sed una, alterave hora post.

Præterea irrepant, tibi quæ memorabimus infra.

Denique ¹ Terra liquens quamvis, ut finximus ante, 730

Undique jam non sit; dubitesne, ea fluvida partim

Cum sit, quin poscat librari, & proinde figuram

Induere hanc ipsam, quam circum tota subiret,

Si nihil officeret solidum, restansque superne?

Perfacile ² evolves jam tutemet, exque plicabis 735

Omnia rebus ab his memorata effecta, diurna,

Menstruaque, annuaque, his causas aptare repertas

Si tentes. Quid enim? non causis cernis ab istis,

Æstifer ut bis quaque die consurgere motus

Debeat in pelago, bis & idem ponere aperto? 740

Ut tumor adveniat, postquam orbem Luna diei

Transierit mediæ, mediæ infra noctis & orbem?

Ut mare demittat se contra, inviserit ortus

Postquam, obitusque eadem? momentum hoc pendet utrumq.

A positu Lunæ ad Solem variante; tumentis 745

Nam quoniam Terræ modo ad ortum seditur axis,

Et modo ad occasum; maturior accidit idem

Fluctus ad occasum, sed contra fluctus ad ortum

Serior; illud, ubi laterum ora enaverit; ast hoc,

Postquam delituit, vel Cynthia tota refulsit. 750

Non causis quoque cernis ab his cur debeat esse

Æstuum inæqualis geminorum motus, ab orbis

Finibus æquantis cum distat Luna? diurno

Tunc motu non Luna orbem contundit eundem,

P 2

Ac

¹ Licet Terra non sit tota fluida, affirmat, maria debere inducere eandem formam, quam induerent, si tota fluida esset. Id quidem verum est, si pars solida sit homogenea in se ipsa, & cum parte fluida, ac nihil, vel fere nihil emergat; nam nexus mutuus partium nihil æquilibrium turbat in partibus solutis. Partes, quæ emergunt, turbant nonnihil vires gravitatis, quas multo plus turbat heterogeneitas internarum partium, si qua sit: sed si adhuc curvatura æquilibrii, quæ haberetur sine hisce actionibus Solis, & Lunæ,

non multum differat a figura, quam homogeneitas requirit, differentia inducitur ab hisce actionibus in se perquam exiguæ nihil ad sensum different ab iis, quæ inducerentur in casu homogeneitatis: & si ea æquilibrii figura non multum differat a spherica, tumores erunt iidem, quos spherica figura requirit. Soliditas partium extantium aliam turbationem inducet impediendo propagationem promptam undarum, de quo inferius.

² Conglobationem hic explicat plurimorum phænomenorum incipiens a diurnis: patere, affirmat,

ex

Ac ipsi oppositum punctum, quo scilicet errat 755
 Ex ortu occasuque alias trans ætheris oras;
 Cunctisque ab Boream regionibus, ipsa Borea
 Si per signa meet, supra caput altius ibit,
 Oppositum id punctum quam porro scandere possit,
 Ipsa ubi se mediæ demisit noctis ad orbem; 760
 Ille tumor debet proin altior esse sequente.

Quid ¹ memorem, cur Luna ferat conjunctave Soli
 Majores æstus, oppositave, quam loca pergens
 Per laterum hinc illinc? & cur non maximus æstus
 Fiat tempore eo, sed qui post advenit, alter 765
 Vel post hunc, porro sive alter? tute quod ipse
 Percipias, si vim possis cognoscere inertem,
 Quæ vetat, ut subito causis obtemperet unda;
 Sic venit a mediæ quæ luce, calentior hora est,
 Plusque dies post solstitium infervescere fuerunt 770
 Æstivæ, plus post brumam crudescere noctes
 Hybernæ: medios prævertit causa tepores'.

An doceam, Luna a nobis abeunte remota
 In loca, cur æstus longe, longeque minores
 Procurrant? Spatio ignores decreescere vires? 775
 At

ex iis, quæ dicta sunt, cur maria
 singulis diebus bis intumescant,
 bis detumescant: cur maxima intumescencia
 haberi debeat aliquanto post appulsum
 Lunæ ad Meridianum supra, ac infra horizon-
 tem, maxima detumescencia aliquanto
 post ortum, & occasum: cur id ipsum
 momentum maximæ intumescencie pendeat
 a positione Lunæ ad Solem; ut nimirum
 a novilunio, & plenilunio usque ad
 quadraturam proximam, quo tempore
 axis maximæ intumescencie jacet respectu
 axis Lunæ ad occidentem, celerius res
 contingat, quam in syzygiis, & quadraturis,
 contra vero a quadraturis ad syzygiam
 proximam ob oppositam rationem ferias:
 cur inæquales debeant esse hi bini
 æstus Luna extra æquatorem sita; cum
 nimirum in eo casu Luna, & punctum ipsi

oppositum non pereurrant motu diurno eundem circulum, sed diversos, unde fit, ut Luna habente
 declinationem boream, magis accedat ad
 zenith ipsa, cum ad meridianum appellit
 supra horizontem, quam punctum ipsi
 oppositum, cum ea appellit ad meridianum
 infra horizontem; & idcirco prior æstus
 posteriore in eo casu sit major.

1 Ad menstrua phænomena transiens
 innuit tantummodo æstus majores in
 syzygiis, quam in quadraturis, quod
 paullo ante exposuerat, ut & illud a vi
 inertie repetit, cur maximi æstus non
 sint in syzygiis accurate, sed secundi,
 vel tertii post ipsas: tum & illud innuit,
 quod per se patet, æstus cæteris paribus
 majores fore Luna perigea, quam apogea.

At, cur progrediens æquantem Luna per orbem
 Majores fluctus extollat, & ardet inundans
 Littoreas nautis plusquam ullo tempore arenas,
 Protinus haud illo pateat, quo cætera, pacto.
 Est, super alterutro qui Lunam proinde polorum 780
 Cardine perstantem singat, mutarier undas
 Et cum percipiat tum non debere, tumorem
 Sed constare parem, qua Terræ ducitur axis,
 Cardine disjungit paulum, parvasque creare
 Tum noscit debere vices, nam parvus ibidem 785
 Cum Terra simul est tumidarum gyrus aquarum.
 Quapropter quo Luna polo vicinior uni est,
 Sive æquante magis quo deducetur ab orbe,
 Æquoreos æstus tanto vult esse minores.
 Verùm quantumvis mutari tum minus æquor 790
 Contingat; tamen esse loco haud quocumque minores
 Debebunt æstus. Æquantem quæ loca longe
 Prospiciunt orbem, veluti nos, maximus æstus
 Abluet haud alio nimirum tempore, quam quo
 Luna æquante procul tantundem abscesserit illo, 795
 Si queat, orbe; tumor nam tum, qui maximus, illinc

P 3

Præ-

Transit ad explicandum, cur cæteris paribus æstus majores sint Luna existente in æquatore, cujus phænomeni causam affirmat esse minus obviam, ac primo loco innuit, & rejicit explicationem datam a Bernoullio in memorata dissertatione, tum eam exhibet, quam ego, illa rejecta, in mea dissertatione de maris æstu exhibui.

Is concipit Lunam primo quidem in æquatore sitam, deinde abire paulatim ad unumvis polum. Mutatio, inquit, figuræ terrestris ex ejus motu debet fieri eo minor, quo ea ad polum ipsum accedit magis; nam ubi in ipsum definit, cessante penitus omni diurno motu, nulla habebitur figuræ mutatio, & nulla reciprocatio.

Verum quidem est, mutationem eo minorem fieri respectu totius

Terræ, quo Luna magis ad polum accedit, sed non respectu locorum quorundam particularium, in quibus adhuc & oritur, & occidit. Concipiamus Lunam ita recedentem versus polum boreum: ea accedet ad nostrum zenith, & ubi declinatio ejus fuerit æqualis nostræ latitudini geographica, transibit per ipsum zenith. Quare is æstus eo erit major respectu nostri, quo ea magis recesserit ab æquatore usque ad eum limitem; & quoniam tum quidem adhuc orietur, & occidet, nos eo tempore & maximam altitudinem, & maximam depressionem aquarum habebimus, adeoque maximam reciprocatioem, quanquam sequens æstus respondens Lunæ appellenti ad meridianum infra horizontem erit multo minor, puncto Lunæ oppo-

Præterit: at tumor hic certe haud pertinget eodem,
 Luna iter æquantis medium cum conteret orbis,
 Sed loca conradet supposita. Ergo incipit orbem
 Deserere æquantem si Luna, atque usque recedit, 800
 Æquoris unda loco debebit major eodem
 Surgere perpetuo, dum fiat maxima, Luna
 Æque dimota: plus ipsa abeunte, poloque
 Accedente uni, decrefcere, diminuique
 Paulatim, donec mutari desinat æquor, 805
 Nec subeat perstante vices in cardine Luna.

Concipe ^I propterea Lunam super orbè vagantem
 Æquante; in Terræ tunc oris omnibus æquum
 Temporis est spatium, quo Cynthia transit ab ortu
 Ad Cæli culmen medii, & quo volvitur ex hoc 810
 Culmine in occasum, seu supra, sive sit infra.
 Quare inter geminas refluentes, atque fluentes
 Undas, tempus item par intercurret in omnes
 Undique Terrarum tractus, & uterque sub uno
 Maximus undarum tumor accidat orbe, necesse est. 815
 At cum Luna terit dextros, lævosve meatus
 Orbe æquante procul, loca cuncta æquante remota
 Orbe procul pariter supero non æthere cernunt
 Æqua & supposito ducentem tempora; quare
 Æquoris unum inter cursum, geminosque recursus 820
 Tempus longius est, porro ocysus inter eisdem,
 Atque alium cursum: & qui maximus extat utrinque
 Præterea geminus tumor, infra nempe, supraque
 Consurgens, æquante æqualiter orbe remotus
 Atque hinc atque illinc, non tramite fertur eodem 825

Qua-

opposito distante plurimum a nostro zenith. Progrediente Luna versus polum perpetuo, etiam respectu nostri æstus decrefcet itidem perpetuo, & ipsa appellente ad polum, fiet nullus. Quare reciprocatio æstus respectu nostri in illo motu fictitio Lunæ ab æquatore usque ad polum non decrefcit perpetuo, sed debet crescere, donec Luna possit advenire ad nostrum zenith, tum decrefcere.

. I Hinc aliam hic exhibet explanationem illam meam. Nimirum Luna existente in æquatore, tam ipsa, quam punctum ipsi oppositum describunt eundem circulum, & pro quovis Terra loco ortus, & occasus æque distant ab utroque appulsu ad meridianum. Quare secundus tumor maximus eodem advenit, quo advenerat prior, & illi æqualis est, ac æquali intervallo temporis adveniunt maximæ depressiones post maximas elevationes,

Quaque die, sed diversos procurrit in orbes,
 Et loca continuo mutat; nec qua regione
 Fit prior, hac ipsa fieri queat alter in ora.
 Jam primum si post cursum, primumque tumorem
 Ex improvise Lunam cessare movere 830
 Conspingas maria, illa in se suspensa recumbent,
 Atque cadendo ultra procurrent impete cæpto,
 Et se demittent plus, quam libramina poscunt,
 Atque iterum exsurgent, iterum labentur eisdem
 Usque locis, & itus æquali tempore fient, 835
 Et reditus, & ubi est prior horum, ibi & alter, & alter:
 Sic etenim impressos conservat inertia motus.
 Porro suspensas æquante sub orbe moranti
 Redde suas Lunæ vires; bene congruat istis
 Vis, quæ servat iners motum, nam tempore, & orbe, 840
 Convenietque situ; proin incrementa sequentes
 Usque ferent primis vires; atque omnia reddent
 Majora. Æquantem at contra si Luna sit extra
 Orbem, quidquid erit post factum a viribus ejus,
 Vi pugnabit inertæ, ipsi non orbe, locoque, 845
 Tempore non concors; hinc cuncta minora, necesse est,
 Utpote turbata, & sese inter dissona, fiant.
 Summi non aliter pendentia culmine templi
 Ærea demisso cum pondera fune moventur,
 Ut populum festis ciant ad sacra diebus; 850
 Quique suo impulsus si tempore transmittantur,
 Nimirum nova vis cumulabitur usque priori,
 Quæ celeret lapsum, quæque altius efferat æra;
 Tempore sin alio, atque alia de parte lacerti

P 4

Impel-

tiones, & viceversa. Hinc oscillatio quædam marium instituitur, in qua conspirantibus actionibus cum motu jam impresso, quotidie crescit effectus. At Luna extra æquatorum sita, nec secundus tumor maximus advenit ad eundem locum, ad quem advenit primus, nec æqualibus temporis intervallis ii distant ab ortu, & occasu, adeoque a maximis detumescentiis; quamobrem motus undæ posterioris diversus admodum a

motu prioris, turbatur ab ejus continuatione orta a vi inertæ, & confunduntur invicem; adeoque decrevit totalis effectus. Sic in pullando are campano, si nova per funem impressio motus fiat, dum manubrium descendit, facile augetur, & conservatur oscillatio: sed si quis funem trahat, dum manubrium e contrario ascendit, oscillationem perturbat, & ipse plurimum defatigatur sine fructu.

Impellant, funemque trahant, licet usque valentes, 855
 Imminuunt motum tamen, excursumque, sonumque
 Impediunt; vires adversis viribus obstant.

È laterum¹ cum Luna locis movet æquoris undas,
 Tam certa adstricti non æstus lege videntur,
 Ut sunt, cum movet ex aliis, sublimibus, imis. 860
 Exlex ipsa etenim ferri illa Luna videtur
 Orbis parte sui magis, ulla quam regione.

Quare etiã antiquæ signantes cuncta tabellæ,
 Lunai quæ sunt variis in moribus, omnes
 Immane errabant, confectarentur in arcu 865
 Dum Lunam gemino hoc; alia regione nec omnes,
 Nec nimium, fraus forte illis tum siqua subesset.
 Porro plus debent sensum turbantia cuncta
 Afficere in parvis rebus, quam grandibus; illis
 Nam facile emineat, quod in his vanescat; in æstu 870
 Illa ideo apparent parvo, in majore latefcunt.

Tempore² quo Phryxi Vektor, vel Libra comantem
 Fert Solem, motum Luna a latitante fit æquor,
 Sive etiam tota a rutilante tumentius, ille
 Quam cum per Cancrum, perque Ægocerota vagatur; 875
 Tempore namque illo saltem vicina vagatur
 Luna tibi æquanti (ciet unde valentius) orbi;
 Ast alio procul excurrit quoque, signaque lustrat
 Hyberna, aut æstiva; ideo minus incitat undas.
 Attamen haud subito summi, vim propter inertem, 880
 Adveniunt æstus, minimive, ut diximus ante,
 Summus erit, minimusque sed alter deinde, vel alter.

Denique cognosces quoque fluctibus augmina reddi
 Illis temporibus multo majora, quibus Sol
 Aspicit oppositam sibi, conjunctamque sororem, 885
 Ipsi si Soli propior sit Terra; propinquo

Nam

¹ Hic exponit, cur extra syzygias æstus sint multo magis irregulares: quia nimirum extra ipsas multo magis irregulares sunt & motus Lunæ, uti diximus, cum de ipsa ageremus.

² Ad antiqua phænomena demum delapsus ostendit, cur in noviluniis, & pleniluniis æquinoctialibus majores sint æstus; quia nimirum tum &

Luna Soli conjuncta, vel opposita in ipso æquatore versatur: cur maximi æstus non sint æquinoctiales ipsi, sed posteriores, tertii, vel quarti, nimirum ob vim inertiae conservantem præcedentium impressionum effectum: cur Sole perigeo majores sint æstus syzygiarum, nimirum quia tum vires Solis conspirantis majores sunt.

Nam magis e spatio trahit ille, magisque valenti
 Tecum conspirat vi, Cynthia. Cætera solves
 His facile exemplis, his causis, siqua per annum
 Præterea sint, vel mensem servata, diemve.

890

At¹ non a causis his cernes, ocyus unda
 Cur saliat, quam desiliat; non pondus aquai
 Libratæ id peraget; per eisdem crescere namque
 Temporis ipsa gradus, per quos decrescere debet.
 Proinde maris vas est spectandum, atque ipsius ora,

895

Hoc ubi servatum est (illo nempe æquore, rauco
 Quod late Oceani perfundit gurgite Gallos).
 Unda fluens totum per Terræ vertitur orbem
 Semper in occasum; sed quæ pars tendit in Austrum
 Arentis Libyæ, cursum interrumpit ab Indis

900

Oceano venienti; ergo novus æstus, oportet,
 Post Lunam exoriaturo, quod nomine dicunt
 Atlantis, vasto in pelago, motumque sequatur,
 Quo rapit illa, sub occasum: sed sistitur æstus
 Finibus objectis Americæ, nec valet ultra

905

In mare porro aliud disclusus ab aggere Terræ
 Irruere; at retinetur, & omnia littora circum,
 Qua patet, inque tuas effusus Gallia latè
 Objectas oras, cessat descendere lentus

Tam subito, modo quam conscenderat altus inundans.

910

Æquora² parva quidem, vel quæ sunt clausa, lacusque
 Nullos ferre queunt procursum, atque recursus;
 Namque opus est, uno sese unda hic efferat, illic
 Tempore desiliat, simul utraque proinde receptet
 Longe diversas agitante a fidere vires.

915

Poscit at hoc tractum vastum maris, atque patentem;

Nam-

1 Quod alicubi, ut hic in Europa, observatum est in Gallia portibus, maria velocius ascendere, lentius descendere, id repetit a peculiari constitutione Continentis turbantis progressum undæ; cum nimirum Africa procurrens diu impediatur appulsu undæ oceani orientalis, qua circa ipsam maria elevat in occidentaliore oceano

interjecto Africa, & America, brevi tempore ad maximam intumescencia deveniatur; obstante vero progressui undæ America, diutius peritet ipsa intumescencia, quam perstaret, si unda progressum habente suum, pars aquarum aliqua in Occidentem exonerari posset.

2 Quod exigua maria clausa, & lacus non habeant æstum, inde

Namque brevis si sit, gravitas in finibus unis
 Decrescens, crescensve, in finibus æquoris æque
 Decrescet, crescetve aliis; discrimina nulla
 Proin suberunt, ut, aquis quæ sunt, libramina tollant. 920
 Æstuat¹ in cumulum majorem ad littora, & intra
 Euripos, lato exurgens quam gurgite fluctus;
 Advenientis enim tum sistitur, impetus undæ,
 Proptereaque prius quam sese victa resolvat,
 Accumulatur; ubi sed leni littora clivo 925
 Ascendunt, saliens late distenditur æquor
 Per Terræ spatia ampla, & rauco advolvit arenas
 Murmure; post labens per jugera multa resorbet
 Lævia saxa; novis albescunt littora spumis.
 Tum² quoque si scopulos circumflectatur oberrans 930
 Hinc atque hinc æstus, procurrunt frontibus undæ
 Adversis occurrantes, & murmura magna
 Edunt impulsu valido, ingeminantque tumores,
 Protinus & vasto labuntur pondere deorsum.
 Sic plerumque furit, qui te, ampla Britannia, pontus 935
 Distinet a Gallis; nautæ at sua tempora norunt.
 Hunc humiles tumidum Belgæ vidistis adire
 Vestras sæpe domos, fora reddere vasta, viasque
 Undique, sublimes immissum evertere muros,
 Naufragioque novo miseris involvere cives, 940
 Et

de id consequi docet, quia ad æstum requiritur inæqualitas virium in diversas fluidi partes impressarum, quod idcirco alibi plus, alibi minus ponderet; id autem requirit ingentem tractum; nam in exiguo tractu semper actio Lunæ æque ad sensum addit, vel demit gravitati omnium fluidi partium, quæ idcirco eodem semper plano horizontali terminantur.

1 Quod ad littora major sit aquarum motus, & ad angusta freta major etiam elevatio, quam in aperto mari, id repetit ab impedimento, quod ibi objicitur pro cursui aquarum, quæ dum sustinentur, debent elevari magis advenientibus novis cum impetu jam

concepto, nec extinguendo, nisi per vim gravitatis agentem in illa majore elevatione; ubi autem inclinatio camporum habeatur exigua ad horizontem, mare paucis etiam pedibus elevatum debet ad ingentem distantiam procurrere, & immani velocitate affluere, dum asurgit, ac item defluere, dum detumescit.

2 Ubi per plures vias allapsa unda quodammodo velut colliditur, sibi invicem occurrens, ibi elevationem, notat, debere haberi multo maximam: Hinc ingentem illam inter Belgium, & Britanniam elevationem marium, quæ in Continenti habente humilem camporum positionem, ubi aggeres aliquando evert-

Et pecora, & timidos fugientes ante colonos
Præripere, & vastas etiam prosternere silvas,
Et prædam omnigenam Neptuno inferre sonanti,
Ac dape squamiferis peregrina occurrere monstribus.

Accidit¹, ut certus Lunæ situs excitet undas, 945
Sustineatque; brevi cum scilicet altera cursu

Advenit, altera post mage longa ambage vagata,
Cum parat illa prior jamjamque recedere, præsens
Impedit, & retinet, proinde ut compareat undæ
Nullus itus, reditusque. Sed his nova deinde reperta 950
Est ratio multo solertior, unaque forsan

Vera; etenim rebus servatis congruit una.

Scilicet id pelagus, quod ab orbe æquante sub Arcton
Extensum est, duplo sed plus prope currit in Austrum,
Æstu inserviscit, boreali in margine, nullo, 955

Tempore nimirum, quo Luna æquante sub orbe est;
Magnus namque tumor qui tollitur, omnis in Austrum
Tunc effunditur; ex alia proin æqua manebunt
Æquora parte: situm sic illum scilicet esse

Tonchini referunt portum, quo tollitur ullus 960
Vix æstus, certos & norunt littora fines.

Sunt² alii portus, sunt littora multa, sinusque
Trans freta, trans scopulos positi, longeque remoti,
Pertingunt quo quaque die ternique, quaternique

Æstus,

evertit, immanes illas edidit strages
prorenfas ad multa passuum
millia, quas vulgo novimus.

¹ Ostendit hic, quo pacto fieri possit, ut certa Lunæ positio omnem alicubi æstum summoveat: si nimirum ex alia parte in eum locum mare affluat, & effluat ex alia, adveniat autem æstus diversis viis alia citius, alia tardius ita, ut dum effluit aqua, quæ priore via advenerat, affluat, quæ advenit via posteriore; tum altitudo erit in eo loco semper eadem. Hæc explicatio est Newtoni: ipsi aliam addit, quæ habetur apud Eulerum in dissertatione impressa itidem inter donatas premio anno 1740 deductam ex ipsa generali theoria. Is invenit in mari satis arcto, quod

dirigatur a Borea in Austrum, & duplo plus excurrat ab æquatore in Austrum, quam in Boream, Luna existente in æquatore nullum ad borealem marginem debere haberi æstum, sed tumorem, qui habetur in medio, debere effundi totum in Austrum: ejusmodi autem positio est ad sensum illa Tunchinensis portus. De hoc singulari phænomeno agemus itidem in supplementis.

² Causam hic profert plurium æstum, qui in quibusdam locis habentur eodem die. Id provenit ex eo, quod per diversos ductus eo adveniat unda æstus generalis, trans varias extantes insulas, & scopulos, vel per anfractus varios latentes intra ipsum mare.

Æstus, atque etiam septeni; pluribus illuc 965
 Diversis fluit unda viis non tempore eodem
 Insinuata; prior quare hinc transcurrit, at illinc
 Posterior, sequiturque alia, atque alia ordine certo.

Sunt ¹ etiam putei, sunt quædam flumina, constant
 Telluris queis secreti trans viscera ductus 970
 Ad mare, sæpe die quæ crescant, & minuantur,
 Atque fluant, ressuantque; at non stata tempora servant;
 Nam varii, per quos ea transit ab æquore causa,
 Calles sunt, variæque viæ, incertique meatus.

Æquore ² verum aliæ longe prope cardinis oras 975
 Sunt utriusque vices; ibi supra, infrave moratur
 Multos Luna dies semper; semel itque, reditque
 Proin mare quaque die: communi cætera deduc
 A causa, & supra positis rationibus apta.

Ast ³ illo magni fiunt quoque in æquore motus 980
 Propterea; quoniam sive acta sit æstibus unda,
 Seu ventis, leviterque polo propulsa propinquet,
 Continuo admota ad partes sese applicat illas,
 Queis minor in Terra se circa motus eunte est;
 Cumque suum servet motum, quem cœperat illo, 985
 Quo fuerat dimota, loco, transcurrit in ortum.
 At contra ex ipso venientes cardine fluctus,
 Partibus occurrunt quoniam velocius actis,
 Destituuntur ab his semper, retroque relictis
 Ire sub occasum comparent. Insula monte 990

990
 A gla-

¹ Æstus quidam puteorum, quorundam vel fluminum repetit a communicatione occultæ cum mari, qui etiam ob incertas, & maxime irregulares vias, per quas eiusmodi communicatio habetur, incerti sunt, & irregulares.

² Notat, longè alias debere esse leges æstuum prope polos, ubi cum Luna nec oritur, nec occidit, semel tantum debent maria intumescere, ac detumescere per diem: sic & alia, quæ ibi accidunt, deducenda esse, ait, ex communi causa superius exposita, ritè ad singulos casus applicata.

³ Alium aquarum motum, qui prope polos haberi debet, hic proponit, qui nimirum oritur ex inæqualitate motus diurni in diversis circulis parallelis. Dum enim exiguo etiam æstu, vel alia quavis de causa aquæ, & glaciæ ingentia frustra, a mari glaciali avulsa, non nihil discedunt a polo, delata ad circulos parallelos majores, in quibus velocitas motus diurni est multo major, qua velocitate carent ea aquæ, & ea frustra, antequam acquirant eam majorem velocitatem in Orientem, relinquuntur a reliquis partibus majore illa velocitate

A glaciali avulsa illic dum sæpe per undas
 Innatat, ad Zephyri sedem, seu flestit ad Euros.
 Equoreis¹ in aquis pariter quoque cernere sæpe est
 Cursus huc illuc diversos, flumina vel quod
 A Terra impellunt, vel ab imo orientia fundo, 995
 Concitus aut aer in ventos deluper ortos,
 Aut sub aquis etiam; nam quidam & ventus aquarum est,
 Ebullit per quem veluti, & versatur ab imo
 Despumans pelagus; terræ sit & unda tremore
 Ut tremat assimili violentis acta procellis, 1000
 Externo quas non agitari flamine cernas.
 Nunc² liquidas undis mecum te transfer ad auras
 A liquidis, æstumque hujus quoque nosce elementi
 Instabilis, quique a causa signatur eadem
 Aerio tumor in pelago circum undique fuso. 1005
 Aer cum fluidus sit, ut unda, quis, aera, pugnet,
 Æstum percipere ob causas gravitatis eandem
 Ne credas, similique huc illuc more cieri?
 Credidit atque aliquis, cum limphis esse videret
 Multo plus tenues auras, raræque, tumentis 1010
 Desuper attolli tanto plus gurgite tractas;
 Scilicet Oceani pedibus si libera denis
 Unda fluens se sustollit, debere fluentem
 Aera se pedibus decies attollere mille.
 At vera id nequeat ratio suadere profecto, 1015
 Quæ quanquam longa deducta ambage labori

Sub-

citare translatis, adeoque in Occidentem feruntur motu respectivo respectu circumjacentis regionis; contra vero si ad polum accedant, majore illa precedenti velocitate præcurrunt in Orientem. Is motus prope polum debet esse ingens, cum ibi paralleli circuli polum habentes proximum, si parum admodum etiam a se distent, rationem habeant anæqualitatis ingentem, secus ac in majore accidit distantia a polo.

¹ Plures alias marinarum motuum irregulares causas congerit, ex quibus sæpe oriuntur & illæ, quas dicimus *le courants*, fluxus vel extorsum

allapsos, vel ortos in ipso maris fundo, ventos vel itidem externos, vel sub ipsis aquis ortos, ab exhalationibus subterraneis, unde etiam aliquando & terremotus oriuntur, qui marium quoque æstum inducant, & motus varios.

² Ab æstu maris transit ad æstum atmosphæræ terrestris. Affirmat æstum quidem ibi haberi similem æstui maris, & ab eadem causa ortum. Commemorat id, quod Danieli Bernoullio viro plane summo, & de ipsa æstus marini theoria benemerentissimo excidit in illa Dissertatione anni 1740, quam

Subtrahitur nostro, ducique in carmina nescit,
 Certa tamen nihilo minus esse videbitur, illam
 Si bene pernoscas, & tutemet ipse revolvat:
 Monstrabit siquidem, nihil hic discriminis altis 1020
 Esse locis, tumeat sublata vel unda, vel aer;
 Nam si materia constaret Terra fluenti,
 Assimilique sui, velut aer, tota, & abiret,
 Quidquid præterea est, seseque reconderet imum
 In medium, in sese conducto corpore; corpus 1025
 Hoc ipsum conductum in se, in medioque receptum
 Gignendis faceret nihil æstibus, & variandis
 Aera per liquidum, nusquam velut esset; & illa
 Materies, quam tum, ut solam, perflare videbis,
 Æstiferis æque se motibus exagitabit, 1030
 Quantumvis densò constet, raroque vicissim
 Corpore, nimirum vel dissiluat unda, vel aura.
 Huc possit ratio, si certam evolvere calles,
 Ducere te; satis est regionem ostendere Veri
 Nam mihi, cum nostris loca sunt impervia musis. 1035
 Errat¹ præterea, qui hinc ventis construit alas,
 Exorietur enim tam parvus in aere motus
 Tam late aeris a parte patentibus omni
 In campis, nequeat qui nostrum impellere sensum.
 Nimirum ventis Sol causâ potentior auras 1040
 Discutiens radiis; stabili pater Æolus illinc

Lege

quam superius commemoravimus, ubi deduxit illud, eo majorem debere esse elevationem atmosphaerae ob ejus æstum, quo ipsa sit rarior, quam aqua, nimirum proximè millecuplo majorem, adeoque duorum miliariorum. Unde is illi error proflexerit, ostendi in dissertatione de æstu maris anno 1747, rem Noster affirmat esse imperviam ventibus; innuit tantummodo rationem, qua ad deprehendendum errorem deveniri possit. Nimirum, si totus Terræ globus reducatur ad eandem tenuitatem, quam habet aer, amandata in centrum reliqua omni materia, æstum fore eundem

ad sensum, qui debet haberi nunc in atmosphaera: eundem autem futurum ad sensum in ea hypothese, si haberetur, si illa materia aggesta in centro nulla esset; in hoc autem casu fore eundem æstum fluidi tenuissimi, qui esset utcumque densi. Verum de his omnibus plura, & accuratius de more in supplementis.

1 Addit & illud, non posse ab hoc æstu aeris desumi causam ventorum, cum ob adeo exiguam elevationem ejus æstus, nullus factis sensibilis possit oriri motus in aere. Potentior causam ventorum, eorum nimirum, qui peren-

nes

Lege movet turbam mira levitate valentem;
 Quam tibi postremo rationem carmine pandam,
 Prætereaque alias, propter quas aeris ingens
 Hoc liquidum variis mare curritur undique ventis. 1045

Jam¹ quia inæqualis gravitas ciet æquoris undas,
 Et ciet aerias; cur non & pondere vivum
 Comprimat argentum diverso, dum salit alte
 Longo suspensum in vitro? discrimina nempe
 Sunt tenuissima in hoc mutato pondere, totum 1050
 Scilicet ad pondus referas si corporis illa.

A Terræ gravitate etenim sic exsuperatur
 Hæc Solis, Lunæque trahentum, ut mille minorem
 Centenis decies repetitis partibus esse
 Dicendum sit; & hinc sursum quo scandere vivum 1055
 Debeat argentum, vel quo demittier infra,

Tam parvum constat spatium, ut nec cernere possis,
 Ulla nec ratione ullam sentire per artem.
 Nec maris æstus item revera perciperetur,
 Ni deberet in hanc extrinsecus unda figuram 1060

Verti, quam, si Terra liquefceret omnis, haberet,
 Dimidiæque tumor nisi respondere profundæ
 Deberet Terræ, & spatii pars tantula magni
 Esse, atque idcirco possit quæ magna videri.

In² Jove, qui Lunas circumfert quattuor, inque 1065
 Saturno, cui quinque adsunt, majoribus illud,

Si

nes sunt in aperto oceano, esse Solis radios aerem calefacientes; sed de hac & aliis ventorum causis, se inferius æturum pollicetur.

¹ Querit hic, cur inæqualitas illa gravitatis alibi auctæ, alibi imminutæ ab actione inæquali Solis, & Lunæ, quæ gignit æstum maris, & aeris, nullam mutationem pariat in barometris: causam profert, quia inæqualitas ponderis respectu ponderis totius est nimis exigua, ut idcirco inæqualitas altitudinis mercurii perquam exigua, respectu exiguæ altitudinis pollicum 27 sensum omnem effugiat. Intumescencia in æstu est sensibiliis, licet sit itidem perquam exigua respectu

semidiametri Terræ, quia ipsa semidiameter est ingens, adeoque id, quod est perquam exiguum respectu ipsius, potest non esse exiguum respectu nostri.

² Notat hic, quanto majores, & magis complicati esse debeant æstus in Jove, qui habet 4 Lunas, nimirum Satellites, & in Saturno, qui habet 5. Solis quidem actio in iis est multo minor, sed multo major, & multo magis varia in tam varia tot Satellitum positione, ipsorum actio. Quid verò in intimo Jovis Satellite, qui distat minus, quam tribus Jovis diametris a centro Jovis ipsius?

Si quod sit, vicibus diffusum exæstuat æquor.
 Languidior multo, quam nobis, Solis erit vis
 Longingui; sed tot Lunarum corpora, ab una
 Omnia præsertim fuerint cum parte locata, 1070
 Vel partim opposita, possint ut jungere vires
 Viribus, immanes cursus, pariterque recursus
 Undarum parient. Quanto Jovis intimus ille
 Desuper incumbet Comes impete, transitus ad quem
 Tam brevis est, Jovis ædifices ut si tria sursum 1075
 Corpora, transcurras! tum quot mutabitur æstus
 Et vicibus, cum sub Luna mare quaque tumescat!
 Multa¹ Jovem medium præcingens fascia semper
 Apparet: memorent distæa rupe latentem
 Hac cinxisse Deum Nymphas, quem lacte capella 1080
 Paverat implentem vagitibus aera blandis,
 Quos dirus Pater audisset, Matrique dedisset
 Æternum vulnus sub pectore, ni Curetes
 Armati in numerum pulsassent æribus æra,
 Magna & pernices plausissent voce choreas. 1085
 Continuo species mutatur, crebraque sæpe,
 Raraque fit, modo juncta, modo & divisa videtur
 Fascia; fors ejus quia labens littora fluctus
 Integit Oceani, retegitque exinde revertens,
 Et colles aperit submersos, testaque in auras 1090
 Insula multa redit, scopulique cacumina tollunt,
 Claudunturque lacus, & montes continuantur.
 Mutari² at species posse has Jovis aere verso
 Credibile est etiam. Terram velut obsidet aer,

Cur

1 De Jovis fasciis hic agit, quas longioribus telescopiis in eo intuentur jam plures, jam pauciores, quæ & formam mutant; ac in iis sunt partes quadam, quæ jam cum iis conjunguntur, jam separatæ cernuntur, ut quadam insulæ. Ejusmodi fascias docet repeti posse cum Astronomis pluribus ab ipso æstu, qui cum in Jove & major esse debeat, & tam varius; possunt ingentes ab ejus oceano jam occupari tractus, jam desereri; unde om-

nis illa variatio tanta oriri potest. Porro & fabella poetica Lectorem fellum demulcet ad hujusmodi fascias pertinente.

2 Facturus gradum ad agendum de atmosphæris caelestium corporum, hic illud affirmat primo loco, posse Jovis fascias provenire a nubibus etiam, quæ nostris analogæ in ipsa Jovis atmosphæra jam coalescant, jam dissipentur: analogiam nimirum Naturæ nos ducere a terrestri atmosphæra ad atmosphæ-

Cur non ipse Jovem, cur non convectiat astra
 Errabunda alia; & similem prætendat amictum?
 Scilicet in Mundo Natura haud protulit unam
 Usquam rem, nisi fors portenta informia quædam;
 Nulla avis est, similis cui non sit plurima, nullis
 Proinde suum phœnica vetus conspexerat ætas 1100
 In silvis, unum quem finxerat esse; nec ulla
 Est fera, non arbor usquam, non herba virefcit
 Una genus: Multi genus unum nos sumus omnes
 Inter nos similes, nisi Pyrrhæ ad sæcula scandas.
 Nostrium multiplicant distantia sidera Solem. 1105
 Unica cur igitur Tellus sit, & unicus aer
 Noster hic? assimilis non circum errantia fufus
 Cuncta sit astra? licet non inde laceffere nostros
 Ipse queat sensus, nihilo tamen at minus idem
 Indicium dat sæpe sui, sic candida visæ 1110
 Idaliæ Veneris turpantes ora, genasque
 Sunt maculæ quædam; quæsitæ deinde sed illo
 Sidereo in vultu nulla sunt arte repertæ;
 Hinc ortam potuere Viri neque cernere litem;
 Alter ob has visas etenim id se volvere sidus 1115
 Pugnabat tribus in sese, denisque bis horis:
 Alter quinque dies, & bis consumere denos
 Uno in circuitu; quoniam huic, quodcumque per unum
 Effet forte diem mutatum, non nisi gyri
 Esse videbatur tantum pars unius, illi 1120
 At post exactum alterius pars addita gyrum.
 Cur¹ non & Lunam quidam circumfluis aer

T.II.

Q

Ob-

mosphæras primariorum Planetarum, quæ quamvis ob immanem distantiam sub sensus nostros immediatè non cadant, indicia tamen sui exhibeant: atque hic occasione arrepta memorat maculas quasdam, quas in Venere deprehendit Joannes Dominicus Cassinus, & Blanchinus, ex quibus hic quidem 25 dierum conversionem etuit Veneris circa proprium axem, ille vero horarum 23, cum motum ab uno die observatum usque ad sequentem hic tribuerit toti illi ten-

pore, ille excessui supra integram conversionem. Videre est ejusmodi controversiam in Elementis Astronomiæ Jacobi Cassini.

1 De Lunæ atmosphæra hic agit, de qua ego fusiozem ante hos paucos annos dissertationem edidi & hic iterum dicam aliquid in supplementis: ex ea dissertatione huc præcipua quædam decerpta Noster transtulit; ac primo quidem innuit argumenta, quæ videantur probare ipsam Lunæ atmosphæram; nimirum quod aliquando videantur quidam

Obtegat? indicium dare quoddam errantia dicunt
 Sidera; visa suam nam sunt mutare figuram
 Interdum, pariterque suos mutare colores 1125
 Pallida, cum propius Lunæ accessere, latere
 Jamque parant; visa & contactum fixa sub illum
 Intremuisse etiam turbata sidera luce,
 Objecto velut ac tunc aere transpicerentur
 Incolumes ad nos radios transire vetante. 1130
 Præterea toto Phœbus cum deficit orbe
 Luna interjecta, qui tum illam lucidus ambit
 Annulus, aeriis progignier illius auris
 Creditur. At si vel longe tenuissimus illic
 Perpetuo circum amplexu diffunditur aer, 1135
 Cur vaga non semper mutant frontemque, coloremque
 Astra suum, cum sunt Lunæ propiora, magisque
 Multo etiam immutent, quam cum immutasse feruntur?
 Sidera cur paulum turbato lumine rarò
 Fixa tremant? porro non certo limite, uti nunc, 1140
 Finitam, ambiguo paulatim at lumine carpi
 Circum oras, sit opus, Lunam tuearis, & illic
 Paulatim, quæ sunt discrimina lucis & umbræ,
 Confundi, & crepera natura utramque subire,
 Cum tamen excipiant nitida umbras lumina densas. 1145
 De-

dam Planetæ, antequam a Luna eclipsim patiantur, prope ipsius limbum mutare figuram, & colorem, ac fixæ itidem stellæ in appulsu ad ejus limbum intremiscere, quibus addit anulum quendam lucidum, qui videri solet in solaribus eclipsibus circa Lunam obtegentem ipsum Solem.

Iis argumentis propositis contraria profert, vel quæ ipsorum etiam solutionem continent, vel ad eam sternunt viam: imprimis si aliqua esset perpetua Lunæ atmosphæra, quanquam etiam admodum tenuis, non aliquando tantummodo, sed omnino semper in appulsu ad Lunam Planetæ figuram mutarent, ac palleferent, & tremere Fixarum lumen; & tamen habetur immanis observationum numerus sine ulla

profsus mutatione, quæ sensu percipi potuerit.

Addit illud, si habeatur atmosphæra lunaris, in ipsius Lunæ disco a parte lucida ad obscuram debere haberi transitum per intermedium pallorem ortum a crepusculo quodam, cum e contrario intueamur longioribus etiam telescopiis finem inter partem umbrosam, & lucidam terminis distinctum, qui nullam sensibilem amplitudinem habeant; ut & cuspidès quædam emergunt e media umbra lucidissimæ.

Ut respondeat contrariis argumentis, affirmat, raram illam figuræ, ac coloris mutationem in Planetis, tremorem in Fixis posse tribui alteri cuiuspiam causæ, ut at-

mos-

Demum in sideribus, siquæ sunt forte colorum
 Servatæ, lucisque vices, non causâ valebit
 Eduxisse alia, ut Telluris protinus aer
 Mutatus circum, ut fallentia sæpe tuborum
 Vitrea septa? aer Solis quoque nonne nitentem 1150
 Concinnet, cum Sol obtesta luce laborat,
 Annulum, ut amissæ parva in solatia formæ?
 Et tamen (a vero quantum deducere possunt
 Jam præcepta animo, & temere insinuata volenti
 Judicia!) invenies, qui juret in aere Lunæ 1155
 Cernere se nubes, tempestatesque sonoras,
 Fulminaque, albensesque nives, & grandinis ictus;
 Mirum, si nequeant, quæ sunt majora, videre
 Idem illic, urbes, classes, hominesque, feraeque!
 Num¹ tamen idcirco privanda est tegmine prorsus 1160
 Luna suo, careatque fluenti ipsa unica amictu?
 Quin mage sese aliis pudibunda involvere quærit.
 Funditur haud certe circum illam, noster ut aer,
 At regit immensum late velut æquor aquarum,
 Paulatim quod non sursum tenuetur eundo, 1165
 Æque densata consurgat at undique mole,
 Et non ambiguo, sed certo limite constet.
 Scilicet in medio facies est aspera Lunæ,

Q 2

Lævis

mosphæræ nostræ, vel vitio cui-
 piam telescopii. Ego & illud ad-
 didi, fieri posse aliquando, ut in Lu-
 nam decidat pars quæpiam crailior
 atmosphæræ solaris illi analoga,
 quæ apud nos Auroras Boreales par-
 rit, uti supra diximus, quæ tum
 maxima in appulsu ad illam lim-
 bi partem addensata raros illos ef-
 fectus exhibeat. Annulum autem,
 qui apparet in solaribus eclipsibus,
 tribuit atmosphæræ Solis.

Demum illos carpit, qui censeant
 se in Luna tempore solaris eclipses,
 & procellas vidisse, ac fulgura, &
 fulmina, cujusmodi observationes
 nonnullas & Wolfius profert. Cum
 ista tanto minora sint, quam urbes,
 & silvæ; has prius, & alia ejus-
 modi iis telescopiis licuisset depre-

hendere, antequam fulgura, & ful-
 mina cerneremus in Luna. Nulla
 telescopiorum vis eo sanè pertingit,
 ut fulgura, & fulmina lunaria ex-
 hibere possit, licet ponantur ea ibi-
 dem existere.

1 Innuit hic meam itidem sen-
 tentiam de fluido quodam homo-
 geneo, & nostris aquis analogo,
 quod totum ambiat lunarem globum:
 profert autem unum e præcipuis ar-
 gumentis, quæ pro eo fluido protu-
 li, quod nimirum videamus limi-
 tem inter lucem, & umbram in
 Luna non plena semper scabrum
 admodum, & sinuosum, quæ lim-
 bi inæqualitas usque ad marginem
 protendatur; cum tamen Lunæ lim-
 bum in eclipsibus Solis videamus
 semper accuratè circularem sine ul-
 la

- Lævis at extremo comparet margine circum .
 Credere sed tantum non esse in margine scabram 1170
 Difficile est ; quare dicendum illa æquora densa
 Conspecta obliqua extremas ratione per oras ,
 Quidquid inæquale est , tegere , æqualique videri .
 Undique propterea finitam lumine Lunam ;
 Sic fundi asperitas , si nostra hæc æquora restâ 1175
 Despectes , apparet ; at asperitate carere
 Creditur extensum circum undique finibus æquis ,
 Obliqua pelagus si fors ratione tuaris .
 At ¹ tollas aliis , crinitis æra certe
 Tollere sideribus non possis , æra quorum 1180
 Crines constituunt ipsi , & coma lucida circum .
 Nudis hic oculis etiam dignoscitur aer ,
 Corpore qui , circa quod funditur , amplior esse
 Ter decies sæpe est conspectus ; cernimus ipsum
 Quin quod & in medio corpus , nucleumque Cometæ : 1185
 Dicimus , haud solidum est , at ut aer crassior extra
 Nec bene finitus , nebularum more , remotis
 Infedere procul quæ vallibus , altaque condunt
 Culmina villarum , & frondentes per juga silvas .
 Quapropter quoniam tam clarus conspicuusque est 1190
 Aer hic , Cælo cum lux est orta Cometæ ,
 Mirantum ut soleat convertere mentem oculosque ,
 Et terrere Virum , diro velut horribilique
 Spectaculo , propius quod nos contingere credant
 Mortales , ulus , exortus , & rationes 1195
 Edere , queis fiat novus hic , tantusque paratus ,
 Et

la scabritie . Idem accideret in nostro mari . Fundi scabritiem transpiceremus usque ad marginem velut depictam in superficie suprema , sed marginem maris in disco Solis sine ulla scabritie intueremur , si Tellus nobis extra ipsam positus pareret solarem eclipsim .

¹ Delabitur hic ad atmosphas Cometarum , excerpens inidem pleraque ex iis , quæ protuli in mea dissertatione de Cometis huc pertinentia . Crines , & cauda Cometarum in ipsos oculos incurrunt ; ipse nucleus per telescopia conside-

ratus ita nebulosus est , ut statim appareat id , quod cernimus , non esse accuratè solidum , sed esse nebulosum veri nuclei solidi tegumentum . Quoniam autem Cometarum crines , & caudæ usque adeo hominum oculos animosque percellunt ; de iis hic se uberius acturum profiretur : & quidem ipsæ atmosphas affusæ Planetis , & multo magis ipsæ Cometarum caudæ sunt quoddam consuetarium gravitatis generalis , de qua huc usque egerat , & cujus occasione ad hæc argumenta delapsus est .

Et longo par est per cuncta excurrere versu.

Permultis¹ suis hic Terræ datus usibus aer
Scilicet est, aliisque suis quoque proficit astris
Aer, si quis is est, errantibus: hæc sed ab illo

1200

Commoda percipimus nostræ non ultima vitæ,
Nobis distribuit quod lucem, quodque calorem
Undique, tamque bonas Terram res spargit in omnem.

Si radios aer, & spicula dia reflectens

Abforet, haud aditus, referataque septa domorum

1205

Vel mediæ lux alma diei transgrederetur,

Oppositus radios nisi Sol immitteret intro

Directos, nimiumque fugaces; cætera semper

Torperemus, uti tenebroso in carcere clausi.

Quidquid se radiis opponeret, ilicet umbras

1210

Cimmerias inferret, ut alti culmina collis,

Exigua ut nubes, paries, frondosaque silva.

Ex improvise tenebras offunderet atras

Horrida nox, vix Sol occumberet, ulla nec esset

Aurora ante ortus almæ prænuncia lucis;

1215

Sed subito foret a tenebris ad lumina clara

Migrandum. Tum quis vibratos luminis ictus

Nulla per aurarum defessi obstacula ferret?

Æstivos media ferinus vix luce calores,

Nam magis impellunt directius advenientes

1220

Ex alto radii; brevior via namque per auras

Tunc est obstantes, atque undique disjicientes:

At cum longior est, ut mane, aut luce cadente,

Aut etiam mediam per brumam, obtunditur illa

Q 3

Vis

¹ Primo loco hic proponit duos e præcipuis officiis, & usibus nostri aeris delectos ex aliis innumeris, quos is habet: is nimirum dividit lucem, & calorem; & illam ab uno loco ad alium, hunc & ab uno loco, & ab uno tempore ad alium transfert. Nisi adesset nostra atmosphaera radios luminis circumquaque reflectens, in omnibus iis locis, quæ non essent exposita directis Solis radiis, adessent horribiles tenebræ, ut intra domos, quæ illustrantur admissis

per fenestras radiis, qui reflectuntur ab atmosphaera terrestri. Nubes exigua atram pareret noctem, & in ipso Solis occallu nox nigerrima haberetur illico sine ullo crepusculo, quæ sine ulla aurora usque ad Solis ortum æque tenebrosa perduraret.

Ea ad lucem pertinent, sed & calor esset intolerabilis in ipsa directa luce Solis, ac intolerabile frigus in umbra, ut & frigus intolerabile per noctem; nisi aer radiorum solarium directorum vim retunderet, ac idem calefactus, & vici-

- Vis acris, longæque venit languentior ad nos. 1225
 Quanto percuteret proin impete jasta sine auris?
 Efflet & in quanto degendum frigore contra,
 Quo non lux Solis pertingeret? ipse calorem
 Aer servat enim nobis, quo vita fovetur. 1230
 Omnis nox igitur gelida magis algida nocte
 Brumali foret, atque domus foret omnis ut acri
 Condita de glacie. Nimum dum comprimit aer
 Luminis ardorem, bibit ipse, & servat eundem,
 Inque loca huc illuc, in egentia tempora defert
 Impediens, magno ne magna ad frigora ab æstu 1235
 Migremus subito, contraque a frigore ad æstum
 Immodicum nimio, mediis extremaque jungit.
 At ¹ quanto magis est distensa illa aura Cometis
 Utilis? immenso cum tractu a Sole recedunt,
 Ut fugiant nostros oculos, penitusque lateſcant, 1240
 Exciperent ² paucos, qui non dirumpere possent
 Noctem, tam longe radios, lumenque profusum
 Pertenuæ; idcirco ne commoda deficeret lux,
 Usus erat, partes circum dispersa per omnes
 Ut sit materies ea late vasta, potensque 1245
 Arripere, & radios deducere prætereuntes
 Tam magno in spatio, venarique undique lucem,
 Et distensa velut captare in retia raram.

Reve-

vicino aeri calorem communicans, eundem a Sole ad umbram, a die ad noctem traduceret. Sol in meridie per æstatem directo radiorum appulſu ingentem calorem parit, qui per lyemem, ac in ipsa æstate manet, & vespere calorem multo minorem gignit. Id discrimen inde provenit, quod radii, qui magis obliqui adveniunt, multo longius conficiunt iter per atmosphæram terrestrem, quæ idcirco unaximam illorum partem reflectens, reliquos, qui transmittuntur, plurimum debilitat. Si igitur nulla esset atmosphæra, quanto vehementius urent directi Solis radii, & nullis reflexionibus attenuati! Loca autem in umbra posita, & nullo fo-

ta calore acris, torperent immani frigore.

¹ Expositis hisce atmosphæaræ usibus, qui generales sunt pro omnibus Planetis, ostendit, quanta in Cometis necessitas fuerit tanto majoris atmosphæaræ, quam in Planetis ad eos ipsos usus; est autem in immentum major; dum enim atmosphæra terrestris est perquam exigua, & fere insensibilis respectu diametri Terrestris; atmosphæra Cometarum diametris nuclei multis vicibus majores sunt.

² Primum agit de iis, quæ pertinent ad lucem. Cum Cometæ usque adeo recedant a Sole, & Solis lux in recessu ab ipso attenuetur in ratione reciproca duplicata distan-

Reveraue illos per tractus aura Cometæ
 Ulla a parte premi nullo queat aere Solis; 1250
 Debet in immensum proin fundier, & capiendæ
 Tenuibus ut maculis fines distendere lucis.
 Inde fit, ut cæca pars nunquam nocte prematur
 Ulla; sed, ut Terræ, cum nubes lampada Solis
 Eripit ex oculis, non deficit ipsa profecto 1255
 Alma dies, quam tunc defert circumfusus aer,
 Jam non præstet idem longe vastissimus ille
 Nunquam luce carens aer? non arceat umbras?
 Nam, quanquam solidi pars corporis una Cometæ
 Solem habet aversum, lucem latere haurit ab omni 1260
 Nimirum immissam late cingentibus auris,
 Nullaque propterea noctis discrimina sentit.
 Hinc ratio patefit, cur non, ut Luna, Venusque,
 Apparent vario pariter sic ore Cometæ:
 Non horum faciem nos inspexisse queamus 1265
 Intestam densa semper caligine; verùm
 Illuc forte oculis nostris via siqua daretur,
 Haud equidem partem, quæ Soli obvertitur, esse
 Opposita multo magis claram perciperemus.
 Qui penetrant in eam recti trans nubila tanta, 1270
 Languentes radii nimium sunt, vincere longe
 Qui nequeant alios, qui per latera omnia fracti

Q 4

De-

distantiarum; ii multo magis indigent luce, quam atmosphæræ a deo vastæ contractæ, & ad nucleum reflexam augebunt, quæ quidem atmosphæræ in illa majore distantia dilatabantur adhuc magis liberatæ ab atmosphæra solari, quæ illas ibi non comprimet. Ex ea autem ingenti atmosphæra & illud acciderit in Cometis, ut nulla uspiam habeatur nox, ne in parte quidem averfa a Sole. Debet enim vividissimum, & perenne haberi quoddam crepusculum ubique, & quidem admodum exiguum debet esse discrimen inter intensitatem lucis in parte Soli obversa, ac in averfa; quæ ipsa etiam vera est causa, cur nullas in Cometis in-

tueamur phases, ut in Luna, & Venere; non autem quod Cometarum nucleus sit pellucidus, quod senserunt nonnulli, non perpendentes hoc tantum perenne crepusculum.

Ea tamen atmosphæræ commoda pertinentia ad distributionem æquiorum lucis pensari debent ingenti incommodo; quod nimirum Cometarum incolis, si qui sunt, ademptum est spectaculum omne Cæli, & Stellarum, quæ nimirum trans tantam nebulosæ atmosphæræ crassitudinem a Sole perpetuo illustratam transpici nequaquam poterunt: Solem ipsum vix, & quidem admodum pallentem, intuebuntur.

Detorquentur, & oppositæ dant lumina genti.
 Illic nulla quidem proin nox; at sidera nusquam
 Propterea populi poterunt nocturna tueri, 1275
 Clara neque his Mundi tam pulchri scena patebit.
 Aspiciant tantùm pallentis lampada Solis
 Unica de toto miseri spectacula Cælo.
 Solos in Mundo proin sese vivere credant,
 Ut Rex oceani divisum forte patentis 1280
 Qui scopulum incoletet, quo nunquam accesserit hospes,
 Non alias usquam sua classis adiverit oras,
 Solum se toto dominari audiret in Orbe.
 Cumⁱ nimium Phœbo admoti accessere Cometæ,
 Deberent lucis violento ardere furore, 1285
 Si non densus eos radios infringeret aer.
 Nonne vides, quantum primo Sol debilis ortu est?
 Longius illud enim paulo, atque implexius ad nos
 Tunc iter aerium¹ est; jam quid foret, hæc via mille
 Si spatiis plus, quam nunc est, productior esset? 1290
 Et tamen in multis tantundem est sæpe Cometis
 Hoc nostro protensior atque implexior aer.
 Horrendum ante alios nostri videre Parentes
 Usque adeo in Solem demitti, ut abesset ab ejus
 Biscentum spatiis minus, ac nos, impete flammæ; 1295
 Mille

¹ Multo major utilitas, & vero etiam necessitas extitit tantæ Cometarum atmosphæræ pro iis, quæ pertinent ad calorem. Cum ii tanto magis accedant ad Solem in perihelio, & usque adeo recedant in Aphelio, immane esset, & prorsus intolerabile discrimen in ordine ad calorem in hisce oppositis eorum constitutionibus. In Solis vicinia calor esset inmanis, nisi tam ampla, & crassa atmosphæra radios ad nucleum delatos debilitaret, & in distantibus illis ingentibus immanis torpor succederet, nisi atmosphæra in perihelio calefacta, calorem conservaret usque ad aphelia ob ipsam tantam suam molem, nam, quo majora sunt corpora, eo diutius calorem conceptum servant.

Quantum debeat conferre ad cohibendum calorem Solis tanta atmosphæra, patet vel ex eo, quod supra diximus, tanto discrimine caloris radiorum Solis per hyemem, & per æstatem, vel manè, & meridie. Si illa longitudo viæ radiorum per atmosphæram tantum debilitat eorum vim; quid præstabit via millecuplo longior, uti habetur in pluribus Cometis. Atque hinc Noster illud etiam affirmat, quod in illa disertatione exhibui, celebrem illum Cometam anni 1680, cujus cauda tertiam Cæli conspicui partem occupabat, non debuisse concipere immensum illum calorem, vel potius ardorem, quem ipsi Newtonus tribuit in multa secula conservandum. Is Coineta ad Solem ita accessit,

Mille quaterdecies proin partibus acrior illic,
 Quam regione hac in nostra, & ferventior esse
 Debebat splendor radiorum, quique rubentis
 Ferri ad fervorem tam sævas mille caloris
 Adjiceret vires, & mille iterumque, iterumque. 1300
 Hæc qui pervidit numeris, ratus ipse propinquo est
 Revera tantum Sole incaluisse Cometam,
 Exceptumque ideo semel illo in corpore magno
 Servari voluit per sæcula longa calorem.
 Omnis enim calor in majore tenacior auctu est. 1305
 At clypeum aurarum contra ictus luminis acres
 Non vidit, partim quæ sistunt lucida tela,
 Partim rejiciunt; ideo moderantior ille
 Debuit esse calor, neque tantas edere vires.
 Hic igitur calor e vicino Sole receptus 1310
 Servaturque diu, & defertur ab aere vasto
 Avia per loca, quo discedunt quippe Cometæ
 Protinus a medio fugientes Sole; sine ista
 Namque ope semoti a radiis & lumine amico
 Obtepti horribili frigerent denique bruma. 1315
 Temperat hinc hyemem reliquus calor aeris illam,
 Ut calefactus & hic per lucis tempora noster
 Aer egelidam noctem, & facit esse tepentem.

Qua-

cessit, ut ab ejus superficie distiterit sexta parte tantummodo solaris diametri; ac proinde ejus distantia a centro Solis erat circiter biscentum vicibus minor, quam nostra; & proinde radii Solis ibi debuerunt esse quadragies mille vicibus intensiores. Inde Newtonus intulit debuisse ejus Cometæ nucleum concipere calorem bis mille vicibus majorem calore ferri candentis. Id accideret fortasse, si nulla adesset, vel exigua atmosphæra: at ea ejusmodi effectum impedire debuit. Partes extremæ ejus atmosphære non possunt ita inflammari ob ipsam tenuitatem; nam cæteris paribus, quo tenuiora sunt corpora, eo minorem concipiunt caloris vim, adeoque illæ partes ex-

timæ, licet in tanta radiorum intensitate positæ sint, moderatum quendam calorem concipiunt; interea vero aliquam partem radiorum cohibent, & reflectunt: quo magis descenditur ad nucleum, eo magis crescit densitas, sed decrescit radiorum intensitas, eorum parte jam cohibita, vel reflexa, adeoque adhuc moderatus quidam ubique calor concipitur, donec ad nucleum deveniatur, quo radii jam multo languidiores, multo itidem minorem calorem inferunt.

Hoc pacto potest in tota illa massa ingenti concipi calor ubique moderatus, qui ob ejus immanem tractum diuicillimè perseveret usque ad Aphelia, & usque ad reditum, dempta illa ingenti inæqualitate, & il-

Quapropter denso protensoque aere, tarde
 Qui per vasta loca excurrunt, opus esse Cometis 1320
 Nonne vides, ut distribui bene luxque calorque
 In spatia, & longe distantia tempora possit?
 Quodque ^f vices redeundi, iterumque a Sole abeundi
 Ingentes peragunt, caudatos esse Cometas
 Dicemus, vicibusque carent quod cætera tantis 1325
 Astra vaga, haud ullis ea Cælum verrere caudis.
 Dum loca discedens Soli vicina relinquit
 Quisque Cometarum, & Phæbei trajicit auras
 Aeris, & tenuem semper magis æthera tranat;
 Ætheriæ partes, primo queis densior extat 1330
 Natura, atque aliæ porro, queis rarior ipsa est,
 Et magis atque magis superis subtilis in oris,
 Propter & incursum findentis ut æquora proræ,
 Et propter gravitatem in magni corporis augmen
 Prætereuntis, adhærescunt properantibus auris 1335
 Circum astrum affusis, facile illabuntur & Intro,
 Inmixtæque novi regni interiora pererrant.
 Hospes ibi assuescit paulatim moribus illis
 Materies; semperque magis fugiente Cometa
 Ob mitescentem fit ibidem densior æstum. 1340
 At diuturna ubi se porro fuga magna revolvit
 In Solem, & cœptant paulatim cuncta calere,
 Persentiscit & ipsè novam jam vim radiorum
 Aer; se partes evolvunt protinus, inque
 Antiquam redeunt molem, primasque figuras. 1345
 Quin propiora aliquæ Soli ad loca, quam quibus ante
 Intro

lo tanto ardore nuclei. Sic & nostra atmosphaera radiorum vim re-
 tundit per diem, uti vidimus, &
 teporem conservat per noctem.

ⁱ Exponit jam juxta meam ea
 de re sententiam, unde fiat, ut Co-
 metæ habeant caudas, quas Plane-
 tæ non habent. Nimirum id in
 illis provenire arbitror ex tanta
 mutatione distantia a Sole, quam
 distantiam Planetæ mutant admo-
 dum parum. Dum Cometa a per-
 helio tendit ad Aphelium, multæ

particulæ pertinentes ad atmosphae-
 ram Solis commiscuntur ipsius at-
 mosphaeræ tam ob attractionem
 gravitatis in Cometam, quam ob
 ipsum impulsus anterioris partis
 ipsius atmosphaeræ Cometicae pro-
 scindentis instar cujusdam proræ at-
 mosphaeram solarem, in qua colli-
 sione omnino debent partes extimæ
 commisceri invicem, & multæ par-
 ticulæ atmosphaeræ solaris ita com-
 mixtæ particulis atmosphaeræ co-
 meticae descendent etiam intra ip-
 sam,

Intro immigrarant, devertæ, se mage raro,
 Quam fuerint prius, in latera omnia corpore fundunt.
 Propterea Solis longe magis aera densum
 Se circa inveniunt, & vi majore valentem 1350
 Ejicere, & longe fursum protrudere viſtas.
 Hinc ergo ætheriis facile expelluntur ab auris,
 Et celeres ſaliunt fursum; velut aere noſtro
 Impulſi fursum fumi graviore feruntur.
 Idcirco oppoſita Solis de parte tuemur 1355
 Ducere fumantes tractus, caudamque Cometæ.
 Quo propius Soli accedunt, hoc longior exit
 Cauda minax, creſcit quoniam calor, & magis aer
 Denſus ibi eſt Solis; quapropter major earum
 Eſt numerus Solem fugientum particularum. 1360
 Cum porro incipiunt averti, & abire Cometæ,
 Ille tamen ſequitur fumus, quia protinus uno
 Non poſſunt omnes exire in tempore partes
 Inſinuatæ olim; velut igni admota propinquo
 Fumant ligna diu, neque tempore jaſtat in uno 1365
 Omnes ex ſeſe, quæ bulliat, unda vapores,
 In quos paulatim debet calefacta reſolvi.
 Verùm illi quanto in ſpatia ulteriora recedunt
 Decreſcente calore, & rareſcentibus auris
 Phœbeis circum, fumi minus effluet uſque, 1370
 Tractu & ſe brevior diſtendet cauda minori.
 Ergo alia altra carent caudis vaga, quod regione
 Aeris, in qua ſunt; phœbei ſemper in una
 Perſtant ſe circum volventia: materiemque

Illam

ſam, & inſinuabuntur. Cometa
 progrediente ad Aphelium, hæ ipſa
 frigefcentes magis addenſabun-
 tur etiam. Ubi is redire cœperit,
 & iterum incaleſcere magis, ead-
 em illa particulæ iterum ad ve-
 terem raritatem redigentur, ut, ubi
 ventum fuerit infra eam atmophæ-
 ræ ſolaris partem, ad quam perti-
 nebant, eſſuant, & prævalentē ejus
 gravitate in Solem intra ipſam
 aſcendant ad partes Soli oppoſitas,
 ut noſter fumus in noſtro aere aſcen-
 dit ad partes oppoſitas Terræ ob

prævalentem aeris gravitatem in
 Terram ipſam. Hinc etiam cau-
 dæ in perihelio ipſo excreſcunt
 plurimum.

In Planetis, qui diſtantiam a So-
 le parum admodum mutant, ſi
 quid unquam fuit, quod eo gra-
 du caloris, qui debetur ei diſtan-
 tiæ, poſſet attenuari ultra tenuita-
 tem atmophæ-ræ ſolaris in ea ip-
 ſa diſtantia, id omne debuit jam
 ab initio effluxiſſe per exhalationes.
 Hinc Planetæ caudam habebunt
 nullam, quam Cometæ habent.

Illam exhalantem si primitus insinuatam 1375
 Forte recepissent, atque illis rejicere oris
 Possent, a primo jamdudum tempore cunctant
 Ex se effudissent, prorsusque effœta recentem
 Non jam concipere, atque iterum profundere possent,
 Ut faciunt moti spatia in diversa Cometæ. 1380
 Jam ¹ positus repetas caudæ a rationibus istis;
 Quippe ejus positus diversos esse videmus,
 Diversoque vocamus eam proin nomine; caudam
 Præcipuè, insequitur cum caudæ more Cometam,
 Dicimus, at barbam, currit cum prima meatûs 1385
 Illius in partem, quo tenditur, anteriorem;
 Demum est cæsaries, cum circumfunditur, una
 Aut nimium est de parte brevis: tamen usque necesse est,
 Quo sit cumque loco, quod nomen cumque reposcat,
 Illa situ ad Solem, quo dixi, ut semper eodem 1390
 Perstet, ut oppositas nimirum pergat in oras.
 Barbigerum est igitur sidus, cum a Sole recedit,
 Caudatum, cum tendit in ipsum, denique crines
 Fundit, ubi aut tenuos curtatur fumus ob auras,
 Exiguumq. brevis fit ob æstum, aut nostra Cometam 1395
 Versatur Solemque inter cum Terra, vel ille
 Solem ultra eductus cum paulum de latere uno
 Flestit, ut & nobis fiat contraria cauda,
 Geu Soli, in medioque sit astri a corpore opaco
 Obstructa, aut nebulæ densa caligine tecta, 1400
 Postremo cum nos inter Solemque Cometa est,

Si

¹ Cometæ alii appellantur caudati, alii barbati, alii criniti: caudati dicuntur, cum ille vaporum tractus in longum protenditur ad eam plagam, quam Cometa motu proprio deserit, ipsum nucleum consequens; barbati, cum is tractus præit directus in eam plagam, in quam Cometa tendit; criniti cum circa nucleum vapores æque circumquaque diffunduntur in gyrum. Exponit hic unde proveniat id discrimen. Semper ille vaporum ascendentium tractus dirigitur ad partes Soli oppositas, uti diximus. Quare ubi Cometa ad Solem ten-

dit, is relinquatur post Cometam; & dicitur cauda; cum Cometa a Sole recedit, is præit, & dicitur barba; quod si moretur procul in parte atmosphæræ solaris nimis tenui, ut vapores intra ipsam non ascendant, vel si Cometa jaceat ad partes Soli oppositas, & respectu nostri etiam jaceat cauda ultra Cometæ caput, vel Cometa jaceat inter nos, & Solem, ac in eo situ adhuc videri possit, est crinitus, vel nullum vaporibus efformantibus lucidum longiorem tractum, vel tractu ipso effugiente oculos nostros, cum quibus in directum jaceret.

Si tamen inde queat nostros impellere visus.

Prorsus ¹ at oppositas Soli ne rere sub oras
 Directos longe caudam protendere tractus,
 Quin paulum declinet in illam plusve minusve 1405
 Nempe viæ partem, motu quam deserit astrum
 Obliquo, partemque itidem curvetur in illam,
 Plus, ubi proximior Phœbo via vertitur ejus,
 At minus, ut sese in longinqua loca abdere tentat.
 Thure age Panchæo fumantem percipe acerram. 1410
 Si stet, odoratam laquearia fundit ad alta
 Surgentem rectâ nubem; quæ & rectâ manebit,
 Illam si rectâ sursum deorsumque movebit
 Sacrificus; circum sed si celer egerit aram
 Obliquans, videas retro se extendere fumum; 1415
 Nam quævis saliens rectâ pars, desuper illi,
 Unde emissâ, loco impendet; locus ipse sed omnis
 Est aliusque aliusque; nec ædificata superne est
 Propterea pars una alii, retroque relinqui
 Plus opus est, quæ sit prior, & sublimior; & si 1420
 Longior est fumi species, curvabitur alte,
 Lentius exsurgunt quia primæ denique partes,
 Quam quæ sunt igni propiores; namque volando
 Altius inveniunt obstacula plura, morasque.
 Propterea remanent humiles magis, insiluissent 1425
 Quam si æquo semper motu. Tum curvus, oportet,
 Sit vapor ipse ferens sursum se, tergaque vertat
 In regionem illam, quo fumans fertur acerra.

Flexu

¹ Deviationem, & curvaturam caudæ hic explicat; ea enim non dirigitur accuratè in partes Soli oppositas, sed defectit nonnihil versus partes, quas nucleus relinquit, quæ deflexio prope perihelium est maxima, ubi etiam incurvatur ipsa cauda convexitate spectante eam plagam, in quam nucleus tendit. Phænomeni imaginem exhibet in ductu fumi ascendentis e thuribulo, qui ductus inclinatur, si thuribulum ipsum transferatur, & si motus etiam sit celerior aliquanto, incurvatur plurimum.

Phænomeni causa in promptu est. Dum vapores ascendunt rectâ, nucleus progreditur, adcoque vapores in summo ductu existentes non imminet ad perpendicularum illi loco, in quo est nucleus, sed in quo is fuit, quando ex eo egressi sunt. Hinc debet ductus ipse inclinari in partes relictas. Quod si motus sit celerior, ut inclinatio sit ingens, debet haberi & illa curvatura; nam nucleus progreditur motu ad sensum uniformi, dum vapores ob impedimenta, in quæ incurrunt, & minus ponderantem auram

- Flexu¹ ex hoc speres deprendere tempora, fumus
 Queis salit extremas solido de corpore ad oras; 1430
 Propterea expendens, quantum dimoverit illo
 Sidus se puncto, recta quod subjacet alto
 Caudæ apici, quantumque sit ista parte sit viai
 Temporis absumptum, credas ascensibus istum
 Non male fors tempus deberi conficiendis, 1435
 Impediat si nil nimirum, motus ut auræ
 Officere ætheriæ queat insitus, incitat illam
 Qui ferri in gyrum, velut astra errantia circum,
 Ambire & Solem; quoniam vel flexus ab isto
 Crescit ut a vento, adverso qui flamine spirat, 1440
 Vel decrescit, ubi puppim velut aura secundat.
 Illud² at hic falsa ferri ratione videtur,
 Quod perhibent, nempe avulsos a sidere fumos
 Impete phœbeæ transferri lucis ad oras
 Oppositas Solis; tenui lux corpore longe est, 1445
 Quamlibet atque leves res ullo haud concitet istu,
 Quid? dare perceleres in motus ut queat? illi
 Nam celeres constant fumi, cum nempe Cometis
 Vicini, nec adhuc sese inflexisse videntur.
 Nostri si tenues volitantes aere fumi 1450
 Percussi a radiis Sole exoriente profusis

Impul-

auram superiorem solaris atmos-
 phæræ, ascendunt motu retardato,
 ut & nostros fumos videmus in ip-
 so egressu moveri celerrime, tum
 sensim lentius, ac lentius. Hinc su-
 prema pars ejus ductus vaporum
 remanet minus alta, quam esset,
 si motu æquabili ascendisset cum
 ea velocitate, qua ascendit prope
 nucleum, adeoque debet incurvari
 ita, ut sit cavus versus partes re-
 lictas, & convexus versus eas, in
 quas tenditur.

¹ Ex ipsa inclinatione caudæ
 Newtonus docuit illud, quod hic
 Noster commemorat, posse defini-
 ri tempus, quo fumus ille ascen-
 dit; cum possit definiiri punctum
 orbitæ Cometicæ, cui ad perpen-
 diculum insistit, & inde distantia

puncti, in quo erat nucleus, cum
 ii vapores e nucleo ipso egressi sunt,
 a puncto, in quo tum est; adeo-
 que & tempus in eo arcu percur-
 rendo impensum a nucleo.

Verum illud notat Noster, quod
 in eadem illa disertatione propo-
 sui, fieri posse, ut motus aliquis
 intestinus atmosphæræ solaris, si-
 milis nostræ atmosphæræ ventis,
 rem perturbet, dimotis a loco suo
 vaporibus, & ipse motus atmos-
 phæræ solaris circa Solis axem, vel
 augeat inclinationem, vel minuat,
 translatis vaporibus, & secum ab-
 reptis, prout motus nuclej ipsi op-
 ponitur, vel cum eo conspirat.

² Sunt, qui censeant, oriri Co-
 metarum caudas ab impulsu ra-
 diorum Solis in particulas atmos-
 phæræ

Impulsus nequeunt ullos sentire, neque ullos,
 Quos videas, ire in motus; pernicious ire
 Cur poterunt illic, præsertim ubi vincere debent
 Oppositam quoque vim gravitatis abire vetantem? 1455
 Præterea cur non caudas errantibus astris
 Tunc adnectendum foret omnibus, ipsa vapores
 Cum queat illorum quoque lux jactare superne,
 Et secum abripere, & distendere per regiones
 Illas, quas cauda visus majore Cometa 1460
 Trajicere insignis, prælongo & verrere tractu.
 Postremo neque post tergum deslexa vaporum
 Illa columna foret, curvataque vertice celsò,
 Ut docui; abducti motu celerante volarent
 Quandoquidem fumi sursum, cum corripientis 1465
 Vis lucis non tam spatio decreveret illo,
 Quam gravitas contra officiens, caudæque cacumen
 Proin, æquo quam si motu irent, altius esset.
 Interdum ¹ caudis tractus nigrantior ire
 Longis, sulcus uti tenuis, filumve videtur: 1470
 Falleris, hunc ejus projectam corporis umbram
 Si credas, quoniam non tam queat illa videri
 Longa, sed a spatio semper subtilior esse,
 Et demum in puncti extremum finire cacumen;

Tum

phæræ Cometicæ, quas ii avulsas
 secum abripiant, quam causam,
 & Newtonus adjunxit alteri peti-
 tæ a præponderantia atmosphæræ so-
 laris: hanc hic impugnat, ut & ego
 impugnaveram, a nimia in primis
 tenuitate luminis, de qua tenui-
 tate ego quidem & separatam dif-
 fertationem edidi in Romano Lite-
 ratorum diario, cujus occurrit usus
 in supplementis tomi tertii. Secun-
 do loco eam sententiam impugnat
 ex eo, quod nostri fumi perculli in
 nostro libero aere a radiis solaribus,
 non abripiuntur ne in latum quidem
 motu horizontali in ortu Solis;
 quanto enim minus abripiendi erunt
 fumi Cometicæ prope nucleum, &
 protrudendi in partes Soli contra-
 rias, contra ipsam etiam gravita-

tem, qua in nucleum gravitant!
 Tertio loco ex eo, quod ea causa
 gigneret caudas etiam in Planetis,
 quarum atmosphæræ æque impetit
 solaris lux. Quarto demum, ex
 eo, quod si ea esset causa ascensus
 fumi Cometicæ in cauda; cauda ip-
 sa deberet habere curvaturam pro-
 fus oppositam; nam continuo im-
 pulsus novo radiorum, deberet a-
 scensus vaporum esse acceleratus;
 cum gravitas, quæ ascensui obstat,
 multo magis decreveret in recessu a
 nucleo, quam radiorum propellen-
 tium intensitas; a motu autem ac-
 celerato curvatura oriri deberet op-
 posita illi, quam observationibus
 conformem eruiimus e motu retar-
 dato.

¹ Agit hic de sulcis quibusdam,
 vcl

Tum quoque lucis eo fractæ vis atque reflexæ
 Aere, quæ sparso distinguat lumine fumos, 1475
 Omnes impediatur prorsus, dispellat & umbras.
 Præterea vel si non dispellatur, & ejus
 Jacta retrorsum illic sit corporis umbra, videri
 Attamen a nobis non jam queat, ire per axem 1480
 Quæ medium debet fumi, proinde condier ipsa
 Dispersa in cauda, & sepeliri in lumine circum:
 Denique non tractu distincta est simplice semper
 Cauda, at multiplici maculantur lumina fulco
 Interdum; tractus medio neque semper in axe 1485
 Ille oritur: varia vidi regione locorum
 Quaque die positus mutantem, tempore parvo
 Post etiam gemini conspecti, qui quoque lata
 Mutavere situs in cauda; denique Soli
 Cum jam vicinum caudam protenderet astrum 1490
 Prælongam, quini supera nigrescere visi,
 Hoc genus, & multo mage densa extendere fila
 Cum cauda flexu sese intorquentia eodem.
 Credibile est non hos loca luce carentia sulcos
 Esse, queant reliquo nam circum lumine vinci, 1495
 Et circumposito claro velamine condi,
 Sed plus fumantes, & nigros proinde vapores,

In

vel oblongis nigricantibus tractibus, qui aliquando apparuerunt in caudis. Hosce nonnulli tribuerunt umbræ nuclei. Hanc ipsam sententiam impugnat pariter primo ex eo, quod umbra nuclei, si qua sit, nec debeat esse tam longa, quam longi observari solent hi sulci, nec ejus formæ, nam debet in cuspidem definere; quod in hisce sulcis non accidit: Secundo, quod ob tot reflexiones radiatorum in tanta atmosphæra nulla debet esse umbra, uti nullam ibi noctem debere esse vidimus: Tertio, quia etiam si adsit ea umbra, nobis illa non appareret, nam responderet axi caudæ, quam nos dum conspiciamus, haberemus hinc, & inde ab illa tenui umbra ingentem fumi illuminati

tractum in ipsa ejus directione, qui eam elideret, & oculis nostris surriperet: Quarto, quia non unicus apparet aliquando is tractus, sed multiplex, nec in medio nucleo. Plures ego quidem vidi in Cometa anni 1743, & 1744: primo quidem unicum, sed quotidie mutantem positionem suam, tum duos, deinde ubi cauda maxime prope perihelium exerevit, & illuxit, vidimus quinque ejusmodi sulcos nigricantes, quos ego exhibui in schematis dissertationis meæ de Cometis.

Eos ego ibidem repetendos duxi non ab hiatus aliquo, & defectu materiæ reflectentis radios solares, qui nequaquam appareret, ob tantam crassitudinem reliqui fumi in eadem directione politi, & radios reflectentis,

In nos conversa qui caudæ a parte ferantur ;
 Pinguibus educti fors illi corporis ejus ,
 Aeris aut crassis surgunt regionibus imi . 1500
 Sic cum nostra furunt incendia , depopulantque
 Annosas silvas , piceo de cortice fumi
 Surgentes , flammæ inter lucemque , videntur ,
 Et nigro clarum conspergunt aera tractu .
 Plures sunt , cum plus Solis calor auctior urit . 1505
 At mutare situs quod cernimus , indicat esse
 Illorum prima impressos in origine motus ,
 Scilicet ipsos se volvi super axe Cometas ,
 Ut super axe suo sese vaga sidera volvunt .

Præterea ¹ exortam urentis prope lampada Solis 1510
 In loca mox caudam longe disjuncta abeuntem ,
 Quanquam eadem in speciem sit , at isdem partibus unam
 Ne perstare putes ; verum discindier usque ,
 Ut tractam per humum vestem , & dispergier auris
 Percipe phœbeis parte involventibus omni . 1515

Exhalans circumpositis nam rarior auris
 Est fumus , proprio proin quem cum sidere motum
 Percepit , sejunctus ab illo amittere debet
 Protinus ; ipse foret quin si quoque densus , ut aura est ,
 Perderet extemplo : clara ratione repertum 1520

T.II.

R

Est

stentis , sed esse partem ipsius caudæ nigricantiorem , & cum ineptam ad reflectendos radios suos , tum intercipientem radios reflexos a particulis post se positis , sitam prope anteriorem caudæ superficiem nobis obversam , & exhalatam fortasse a crassioribus , pinguioribusque nuclei partibus ; hinc eos ego sulcos notavi nigricantiores prope ipsum nucleum , & incurvatos cum reliquo ductu vaporum a nucleo egredientium , & abeuntium ab ipso ad plagas Soli oppositas .

Plures apparuerunt in perihelio , quia ibi vis caloris est major , & fumi sunt copiosiores ; motum autem tribui rotationi ipsius nuclei circa proprium axem , quo motu illa nuclei pars , quæ fumos ejus-

modi emittat , locum mutet respectu superficiei ejusdem nuclei , adeoque & ille ductus fumi , respectu superficiei caudæ , quod censéo esse unicum indicium conversionis Cometarum circa proprium axem analogæ conversioni , quam in pluribus Planetis observamus , in omnibus passim credimus .

¹ Impugnatur hic Newtoni locus , qui habetur in prop. 41 lib. 3 Princip. , in quo posteaquam protulit sententiam ex ascensu vaporum in majore vicinia Solis , ob prævalentem gravitatem atmosphæ- ræ solaris in Solem , & vim centrifugam vaporum Cometicorum a Sole ex motu , circa Solem cum nucleo , sic habet : *Hæ sunt causæ ascensus caudarum in vicinia Solis ,*
 ubi

Est liquidem, si forte globus moveatur in æque
 Densatis auris, alio aut quocumque liquore,
 Obsisti contra tantâ vi, decutere omnem
 Quæ motum queat hunc breviori tempore, quam quo
 Curritur id spatium, quo ter distendier auctus 1525
 Ille globi possit. Quare cum tantulus auctus
 Fumantum constet nimirum particularum,
 Omnem momento debent in temporis uno
 Perdere, quem motum per iter tenuere Cometæ,
 Et servare alium tantum, quo scandere pergunt, 1530
 Aurarum dum librentur cum pondere eodem.
 Vel si nulla forent aurarum obstacula circum,
 Et pacto incolumes possent quocumque vapores
 Exire, & sursum vacuis illabier oris,
 Tum gravitas cadere hos demum compelleret intro, 1535
 Et circumlabi, velut aer undique fulus,
 Longe & magnificam caudæ dissolvere formam,

Nam

ubi orbes curviores sunt, & Cometa intra densiorem, & ea ratione graviorem Solis atmosphæram consistunt, & caudas quamlongissimas mox emittunt. Nam caudæ, quæ tunc nascuntur, conservando motum suum, & interea versus Solem gravitando, movebuntur circa Solem in Ellipsisibus more capitum, & per motum illum capita semper comitabuntur, & iis liberrimè adhærebunt; tum pergit dicendo gravitatem ad sensum æqualem particularum caudæ, & nuclei in Solem effecturas, ut positionem mutuam a se invicem non mutant; ac concludit: Caudæ igitur, quæ in Cometarum periheliis nascuntur, in regiones longinquas cum eorum capitibus abibunt, & vel inde post longam annorum seriem cum iisdem ad nos redibunt, vel potius ibi rarefacta paulatim evanescent; novis nimirum, ut ipse ibi persequitur, breviusculis enatis iterum in regressu.

Hunc ego Newtoni locum semper plurimum miratus sum ob rationes, quas hic exposuit Noster,

Particulæ vaporum Cometicorum, ubi ascendunt intra densiorem atmosphæram Solis, debent utique statim amittere omnem tangentialem velocitatem, quam habebant una cum nucleo, ob resistantiam illius atmosphære utique densioris se; nam motus globi intra fluidum etiam æque densum amittitur totus ex resistantia tempore, quo is

globus percurreret spatium $\frac{8}{3}$ dia-

metri suæ, adeoque spatium minus tribus diametris; nam juxta schol. post prop. 36 lib. 2. ipsius Newtoni in casu resistantiæ omnium minimæ globus resistantiam patitur, quæ est ad vim, quæ totus ejus motus vel tolli possit vel generari, quo tempore motu illo uniformiter continuato partes 8 tertias diametri suæ describat, ut densitas medii ad densitatem globi. Igitur illa velocitas, quam habebant cum nucleo vapores Cometici, non potest efficere, ut ii describant motu libero orbitas æquales orbitæ ipsius

Nam pollens longe gravitas per inane Cometæ est.

Dicendum est igitur mutare, novosque Cometam

Induere ornatus caudæ, veteremque per auras 1540

Spargere phœbeas, nullam perstare, nec unquam

Desinere esse aliquam. Non Solis in aere debet

Materies ideo concrelescere major, & isti

Non aliis fumi accedent errantibus astris,

Molem ut paulatim majorem ea ducere possint, 1545

Namque ea materies est aere Solis ab ipso

Haulta, atque ex una quantum ejus parte Cometæ

Emittunt, alia tantundem a parte receptant;

Perpetuoque ita circuitu Natura gerit rem;

Haud secus ac alias gyro res cernimus isto 1550

Verfari, atque illinc reparari damna, profusæ

Sunt ubi opes; recipit, quos reddit Terra, vapores,

Æquora fluminibus non exsaturata redundant,

Illinc his quoniam vis suppetit omnium aquarum.

R 2

Qua-

sius Cometæ, & ob eam causam
ii vapores non possunt comitari Co-
metam ad Aphelium. Deinde omi-
sit hic Newtonus considerationem
gravitatis vaporum in Cometam,
fingamus caudam abiisse cum nu-
cleo procul extra omnem solarem
atmosphæram, & motu illo libero
comitari nucleum: gravitas mutua
ejus motus, & positionem mutuam
turbabit, ac efficiet, ut fluidum ca-
dat in nucleum, & ipsi circum af-
fundatur. Unietur igitur reliquæ at-
mosphæra Cometæ illa pars, quæ
caudam efformabat, nec conserva-
bit caudæ formam. Non igitur ab-
ire possunt caudæ cum nucleis ad A-
phelia servata mutua positione, &
multo minus inde redire possunt.

Accedit autem & illud: dum ii
vapores ascendunt in Apheliis, et-
iam si retineant velocitatem, quam
habebant cum nucleo, utique ipsam
componunt cum velocitate ascen-
sus in partes Soli contrarias, &
ex iis fit nova directio motus ad-
modum diversa a directione mo-
tus nucleï. Quare si seclusa omni

resistentia illæ particule vaporum
Cometicorum debeant vi gravitatis
in Solem describere orbitam elli-
pticam; describent, utique orbitam
diversissimam & longitudine, & po-
sitione ab orbita nucleï, nec serva-
bunt positionem, quam habent ad ip-
sum. Aut ego profusæ cæcutio, aut
Newtonus hic, re levissime inspe-
cta, humani aliquid est passus.

Quamobrem omnino dicendum
illud, vapores, qui Cometæ cau-
dam efformant ascensu suo, ibi dis-
sipari, & manere intra atmosphæ-
ram solarem, ubi emissi sunt, &
sursum protrusi ab hujus gravitate
majore, ac a novis semper vapo-
ribus oriri semper novam in regres-
su: haberi autem reciprocationem
quandam fluidi emissi, & absorpti,
qua reparatur id, quod fuerat emis-
sum, similem illi, quam videmus
ubique in Natura, ut vaporum,
qui in pluvias decidunt, & rursus
in nubes ascendunt, fluviorum, qui
aquam in mare ingerunt, quæ in-
de iterum vel per pluvias, vel et-
iam per filtrationem redeat quam-
piam ad fluvios efformandos.

Quapropter ¹ quid erit, cur credas, quod fuit olim 1555
 Vastam cooperiens, & mergens undique Terram
 Diluvium, ex propiore ortus traxisse Cometa,
 Qui dum transiret propter nos, liquerit unam
 Abreptam caudæ partem; bos linquit ademptam
 Interdum in spinis velut, aut in rupe capella, 1560
 Atque illam in magnos sese vertisse liquores
 Protinus, & Cælo Terram texisse cadente?
 Tantula res tantos possit progignere motus?
 Vel parva apparent trans magnam sidera caudam;
 Est opus, ut constet tenuissima proinde, nec ingens 1565
 Possit diluvium, fuit illud quale, creare.
 Sic quoque ne credas, ingens cum machina Mundi
 Debeat extremo flammæ perferre furentes
 Exitio, ex aliquo id propius veniente Cometa,
 Qualis ab igne rubens Solis redit, exoriturum; 1570
 Quandoquidem nimios radios arcere Cometam
 Diximus, ingenti quia circum est aere septus.
 Denique ne credas in dulcia pabula Soli
 Ob lucem effusam exhausto se ferre Cometas;
 Tam tenuis lux est, immentos ista per annos 1575
 Effusa ut lato minuat vix pollice Solem
 (Rem porro a veris repetam rationibus omnem),
 Proinde Cometarum quid opus tam corpore magno,

Tam

¹ Plures hic congerit, & refellit
 opiniones pertinentes ad Cometa-
 rum caudas, & Cometas ipsos:
 Primo eorum, qui repetunt Noemi-
 cum diluvium a transitu caudæ. Co-
 metæ cujuscumque prope Terram,
 quæ in eam decidens, inundatio-
 nem illam ingentem pepererit: hanc
 rejicit ob immanem tenuitatem
 materiæ caudæ efformantis, per
 quam tanta crassitudine præditam
 transparent Fixæ sine ulla sensibi-
 li refractione. Utique oportet tam
 raram esse eam materiam; ut id,
 quod in transitu vicino ita sentire
 possit gravitatem in Terram, ut in
 eam decidat, illud horrendum, ac
 mirum phenomenon parere omni-
 no non possit, quod præterea e sa-

cris litteris novimus longe alio mo-
 do accidisse.

Deinde refellit opinionem, vel
 commentum eorum, qui censent
 transitum Cometæ inflammati in
 vicinia Solis, combusturum olim
 Terram incendio illo, quod itidem
 futurum novimus e sacris litteris;
 nam supra ostensum est Cometas
 non exandescere in Solis vicinia ob
 atmosphæram ingentem, quæ calo-
 rem distribuit.

Præterea rejicit & Newtoni opi-
 nionem censentis, Cometas esse So-
 li pro pabulo ad reparandam ja-
 cturam factam emissionem continua
 luminis; Resistentia, quam pati-
 untur intra atmosphæram solarem,
 exigua quidem, sed tamen aliqua,
 minuit.

Tam lautis epulis, quid tanto denique sumptu?	
Vastus præterea suus aer undique lucem	1580
Colligit a stellis jactantibus æthere in omni,	
Abraditque vagis idem quoque plurima ab astris,	
Ipsum quæ recidunt in Solem, non secus ac quæ	
Sunt in eo maculæ, sorbentur ab illius æstu.	
Hac ratione tibi rerum stat summa perennis	1585
Partibus in magnis, nec eget, quæ corrigat, ulla	
Auxiliante manu, & deformia multa reformet:	
Nil ibi culpandum, nil est deforme, nec errans,	
Ut solet in multis, quæ nos compingimus, esse	
Molibus, atque ideo quæ poscunt sæpe refingi.	1590
Transitus ¹ at propior nobis cum forte Cometæ	
Accidere interdum possit, quoque multa venire	
Inde mala in Terras interdum posse videntur.	
Fumantis caudæ pars ejus in aera nostrum	
Insinuata, venenifero nos lædere possit	1595
Contractu, pestemque feram, atque immittere clades,	
Et fata conficere, & campos vastare feraces;	
Possit item contra succis vitalibus auras	
Replere, & longe mortis differre furores	
In viventia sæcla, atque herbis addere vires.	1600
Possit & hoc fieri, ut vicinus calle Cometa	
Defleat proprio, & faciat defletere Terram,	

R 3

Mutua

minui eorum vim projectilem ita, ut, orbita semper magis arctata, debeant demum incurrere in ipsum solare corpus. At Noster affirmat, non indigere Solem ejusmodi pabulo ob illam tantam luminis tenuitatem, quam ejusmodi esse ait, quod ego proposui in memorata dissertatione de luminis tenuitate, ac ipse alibi, nimirum sequenti tomo, se expositurum, ac demonstraturum pollicetur, ut quidquid luminis huc usque emisit Sol, longè minus materiæ contineat, quam unicus aquæ nostræ digitus: addit aliquid etiam ex lumine Fixarum incidere in immanem Solis atmosphæram, & per eam in Solem recidere, ac multa Planetarum effluvia immixta atmosphæra solari recidere itidem in ipsum Solem, ut ejus maculæ in ipsum recidunt, ac alias ejusmodi compensationes haberi debere, sine corporum primariorum destructione ejusmodi, quæ manum reformatricem requirat operis a tanto Artifice fabrefacti.

1 Persequitur hic ea, quæ a Cometa in nos derivari possint. Si Cometa nimis prope Tellurem transeat, potest pars aliqua ejus caudæ in Terram decidens, & insinuata intra atmosphæram nostram esse nobis vel venenifica, vel vitialis: fieri potest, ut Cometa transiens prope Terram ita mutua gravitate & suum, & ipsius motum perturbet, ut vel ipse fiat. Satellis

Mutuâ namque trahunt inter sese, atque trahuntur,
 Et faciat, Tellus ut se, vel ut ipse sequatur
 Tellurem Comes; & mutato protinus orbe. 1605
 Diversi procul abscedamus, circuitusque
 Æthera per magnum diuturnos conficiamus.
 Proinde Cometarum credunt de stirpe fuisse
 Nunc aliqui Lunam; & Saturnum quinque, Jovemque
 Quattuor observant famulo quæ sidera ritu, 1610
 Et temere excurrisse illac, pœnasque dedisse
 Protinus, ærata religata ut compede circum.
 Quia ex impulsu valido (& si vastior ipse
 Sit multo Terra; percussaque Terra resultat,
 Haud secus ac vitrum, vel ebur) sic crescere Terræ 1615
 Possit mobilitas, atque impetus exsiliens,
 Sidera fixa queat procul ire invisere ut hospes,
 Et contundat iter conide segmine forma
 In prima nimium gracili, seu forte secunda
 Semper hiante, magis vel ea, quæ tertia, hiante, 1620
 Ut nunquam ex illo redeat post exul hiatu
 In Solem, lucemque suam, neque nota revisat.
 Jam si in nos cursu directo impingeret alte
 Aveniens celeri, & prægrandi mole Cometa,
 Omnia conquassari in puncto tempore profus 1625
 Deberent, vasto tremere omnia vincta fragore,
 Omnia confringi, in montes maria insiluisse,

Cam-

Telluris, vel Terra ipsius Satelles, ac mutata orbita, longe alius sit nobis annus, longe alia omnia ab annuo, & vero etiam diurno motu pendencia phœnomena. Sic sunt, qui censent Saturnum 3, & Jovem 4 Cometas lucrantur suos effecisse Satellites, Terram minorem lucratam esse suam Lunam, quod postremum sacris litteris manifestè advertatur: posse ingenti impactu Cometæ cujuscumque in ipsam Terram mutari directionem ejus motus tangentialis ita, ut ex ea, & gravitate in Solem non debeat describi in posterum ellipsis circulo proxima, sed maxime oblonga, vel etiam parabola, vel hyperbola, ab-

cunte Terra ad Fixas, sine ullo regressu ad Solem: posse valido directo incurfu Cometæ tremorem oriri ingentem totius Terræ: conquassari omnia momento temporis, & confringi, ac contractis, & in cumulos temere congestis stratis ipsius Terræ; mutari positionem marium; & continentis, ac insularum; cujus rei specimen censent multi se videre in ipsis nostris montibus, in quibus apparent stratorum perforatorum frustra sibi invicem aggesta permixtis maris; ac Terræ productionibus admodum diversis ita temere, ut Telluris facies appareat alterius cujuscumque mundi contracti vestigium; non primi-

Campique in putres sese solviffe ruinas;
 Fragmina deciderent huc illuc undique multos
 Dispersa in cumulos temere; atque agnoscere multi 1630
 Nunc, genus hoc, rentur cumulos, latera ardua montis
 Cum videre, superque aliis consurgere stratis
 Strata alia aut lapidum, aut variantis plurima terræ
 Multis interrupta locis, productave flexu
 Incerto; non artis opus, sed fortis id esse 1635
 Ut videatur, & antiqui vestigia Mundi
 Diruta, & ingentes projectæ forte ruinæ.
 Possent ab impulsu Tellus super axe revolvi
 Tunc alio incipere, atque aliis infigere punctis
 Sorte polos, alia & converti mobilitate. 1640
 Fors ideo ad partes Americæ visitur illas,
 Quæ non plus Austro, quam Galli, sive Britanni
 Accedunt Boreæ, queis non rigidissimus aer,
 Horribili glacie cumulata, adstrictaque multa
 Insula; & ipsa ideo per regna Japonia, dicunt, 1645
 A torrente plaga quanquam distantia paulum,
 Frigora crudescunt scythicas imitantia brumas.
 Nempe putant Terram per sæcula longa propinquis
 Se vertisse polis; proin sic induruit olim
 Nixque geluque illic, mutato ut cardine porro 1650
 Ponere naturam nondum gelida ora priorem
 Quiverit, & magnos nivium demittere montes.

R 4

Possit

primigenius textus: posse & axem
 rotationis diurnæ ex eo impactu mu-
 tari, mutato polorum situ, quo
 pacto, quæ loca nunc in Zona tem-
 perata sunt, posse abire in Torri-
 dam, vel Frigidam, & viceversa,
 mutata omni rerum, & locorum
 constitutione, quod, sunt, qui &
 olim accidisse suspicentur, & per-
 petuis nivibus, ac glacialibus mas-
 sis ad veteres polos aggestis, ac non-
 dum solutis tribuant illud, quod
 propè Australem Americam occur-
 rant in mari in ipsa temperata Zo-
 na glaciales insulæ, & frigora in
 immensum intensiora ibi sint in lo-
 cis pluribus, quam ipsa constitu-
 tio locorum petat; sic autem e con-

traria Telluris parte in Japonia, &
 proximis locis frigora multo inten-
 siora sunt, quam ferat exigua eor-
 um distantia a Zona torrida: pos-
 se demum eo impulsu dirigi mo-
 tum nostrum in Solem, in quem
 si recideremus, horribili incendio
 periret momento fere temporis to-
 ta Tellus.

Porro illud addit, si ab ullo alio
 Cometa ejusmodi quidpiam time-
 ri possit, id posse ab eo, qui anno
 1680 tantus apparuit; qui quidem
 nodum habet orbitæ Telluris satis
 proximam, in quo ipso nodo si fuisset
 tum, cum ex ea parte erat
 Tellus, multo propius ad eandem
 accessisset; at ea metutè insaniam
 redar.

Possit item fieri, ut dimoti præcipitemus
 Directa regione viæ, Solemque petamus,
 Absumatque sua nos flammâ voragine volvens. 1655
 Si cladis, genus hoc, ærumnarumque timendum
 Nobis est; aliis plus omnibus ille minari
 Vifus erat, speciem horribilem qui protulit olim
 Terris (bis septem prope lustrâ abiere) Cometa;
 Nam Terræ prope iter non tum illa parte vagantis 1660
 Contigerat; quanto subito turbata tumultu
 Tellus, isset ea si tum regione, fuisset!

Crede verum illinc Terris, venisse ruinas,
 Aut instare noxas, venturaque fingere corde
 Sollicito, nimis & tam rara, timere pericla, 1665
 Desipere est, instent cum tot propiora, premantque
 Undique Mortales. Novit, cum condidit orbem,
 Ille Opifex rerum, Mundi suprema Potestas,
 Facto quid sit opus, bene uti partita vicissim,
 Maxima sint, quæ sese huc illuc corpora volvunt; 1670
 Quodque sua, alterius sine noxa, ut lege teneri,
 Atque loco possit, tantosque innectere motus.
 Hinc videas, quare cum sex errantia circum
 Sidera depropèrent, orbem prope quodque per æquum,
 Una & planitie pariter prope cuncta locentur; 1675
 In spatia errantes adeo diversa Cometæ
 Dispersi varium percurrant undique Cælum;
 Nam cum circuitu bis in omni semper ad æquos
 Perveniant tractus spatiorum a Sole, profecto
 Difficile esset, uti semper vitare valerent 1680

Incur-

redarguit, & Auctorem Naturæ
 affirmat, ea omnia prævidisse, adeo
 que potuisse ita cûrsu singulorum
 corporum dirigere, ut nihil eorum
 accideret, quod & credibile sit, pro-
 videntissimum, ac nostri amantis-
 simum Conditorum Mundi præsti-
 tisse. Hinc cum Planetæ primarii,
 qui ob orbitas fere circulares ad
 se invicem ita accedere non pos-
 sunt, ut se plus æquo perturbent;
 motus suos perficiant in planis ad
 se invicem parum admodum incli-
 natis, nam eodem continentur Zo-

diaco; Cometarum orbitæ habent
 plana in omnes Mundi plagas di-
 recta, alia alias, ut nimirum ubi
 Cometæ ipsi in Apheliis plurimum
 a Sole recedentes, imminuta gra-
 vitate in eum, possent plurimum
 se invicem turbare gravitate mu-
 tua, recedant a se invicem in im-
 mensum, nec in se possint incur-
 rere, nec ad se invicem accede-
 re, quod in tanto Cometarum nu-
 mero difficiliter præstari potuissent,
 si eorum omnium orbitæ in eodem
 jacerent plano; nam orbis ipsi, quo-
 rum

Incursum inter se gemini, cujusque nisi esset
 Orbis planities alia regione locata,
 Atque alii inclinata nimis cuicumque; per æquor
 Unum nam si omnes irent (nisi forsitan orbis
 Orbem alium cingens prorsus concluderet intra), 1685
 In geminis punctis orbis quicumque secaret
 Orbem alium; quare toties totiesque secando
 Multiplices per circuitus occurreret astro
 Perfacile astrum aliud, perturbaretque, vicissim
 Turbaretur item, atque illata incommoda ferret. 1690
 Quapropter tantum cum distent avia longe
 Per loca dimoti, dispersique undique Cælo,
 Scire licet sic Naturam vitare tumultus
 Horrendos, atque insontes voluisse Cometas
 Labi, & civili non astra involvere bello. 1695

Postquam¹ per Cælum sumus, & per multa vagati
 Sidera, nec multas non Terræ & adivimus oras,
 Cunctaque diffusam gravitatem in corpora vulgo,
 Queis sint cumque locis, invenimus, & sua jura
 Fiximus, & mores, & qua quid lege geratur, 1700
 Quod superest, quamvis lustrantem talia mecum
 Te reor ambigua non jam consistere mente,
 Certa solo stabili tua sed vestigia figi;
 Attamen haud operæ pretium non esse putarim
 Multa refellere, quæ positis rationibus ante, 1705
 Et nostræ possint gravitati obstare videri;
 Deque via veluti spinas excindere cunctas,
 Vel paulum ne te properantem forte morentur.

Illa

rum alter in altero non penitus
 inclusi essent, ut sanè non essent
 orbis adeo oblongi, se invicem
 bini quique in binis secarent no-
 dis, & aliquis simultaneus appul-
 sus binorum ad nodum suum ha-
 beri deberet demum post ingentem
 feriem conversionum, cum collisio-
 ne, & contractione, ac horrendis
 illis effectibus, quos vidimus.

1 Posteaquam omnia gravitatis
 consuetaria persecutus est Noster
 tam fuscè per libros fere integros
 quinque, & per eam tot cælestia,

ac terrestria phænomena explica-
 vit, demum hic solutionem aggred-
 ditur eorum, quæ solent objici con-
 tra ipsam Newtonianam gravita-
 tem. Horum aliqua jam a se dis-
 soluta esse affirmat, ubi se occa-
 sio opportuna præbuit, ut illud, cur
 Planetæ licet in perihelio majorem
 habeant vim gravitatis, quam in
 Aphelio; tamen non pergant acce-
 dere ad Solem, ut ibi, sed recedant,
 quod quidem exposuit lib. 1
 a vers. 193; & lib. 4 a vers. 851 cur
 licet lapides etiam in parietem gra-
 vitent;

Illa quidem magicis velut artibus edita constant
 Omnia; namq. procul prospecta, haud vana videntur, 1710
 Et terrent animos simulacris grandibus; at, si
 Accedat propius ratio, evanescere debent.
 Jamque horum quædam ante mihi dimota profecto
 Sunt, ubi visa fuit res poscere; nempe ubi dixi;
 Ad loca cur Soli veniens vicina trahenti 1715
 Astrum, vi quamvis illic majore trahatur,
 Debeat incipere in regiones ire remotas;
 Corpora cur gravia, a vicino parjete quamvis,
 Cum prope lapsa cadunt, raptentur, non tamen imam
 Terram non feriant, ut; non raptata, ferirent; 1720
 Atque alia e genere hoc, quæ sunt permulta, videbis
 Esse suis prolata locis, penitusque repulsa:
 Porro quæ superant, imbellia multa videntur
 Partim tela, neque hoc certamine digna retundi;
 Id ¹ genus est, audis sæpe harum vociferari 1725
 Quod rerum ignaros, Lunam, dum transmeat inter
 Tellurem Solemque, ubi plus raptatur in istum,
 Quam contra in Terras, in eum debere trahentem
 Aut cadere, aut ibi plus a Terra abscedere multo,
 Quam cum se prorsus loca per contraria volvit, 1730
 Ducit ubi simul ad Terram Sol, Terraque raptans.
 Hoc fiat, nisi se cum Terra Luna quotannis
 Convertat circa Solem, proin vim fugientem
 Ipsa habeat, qua vi Terram non deserit, atque.

Non

vitent; tamen in Terram decidunt,
 non in ipsum, quod exposuit lib. 4
 a versu 1638, atque alia ejusmodi.
 Addit esse alia multa, quæ ab im-
 oeritis hominibus objiciantur tan-
 quam validissima argumenta, quæ
 tamen omni vi ita destituta sunt,
 ut longa, & peculiari confutatio-
 ne non indigeant.

¹ Hujusmodi esse affirmat illud,
 quod ajunt, ubi Luna versatur in-
 ter Solem, & Terram in Novilu-
 niis, inito calculo gravitare plus
 in ipsum Solem, quam in Ter-
 ram; ac proinde debere vel in So-
 lem cadere, vel magis removeri a

Terra, quam in Plenilunio, ubi
 ejus gravitas in Solem conspirat
 cum gravitate in Terram. Id qui-
 dem, affirmat, futurum omnino,
 nisi Luna gyraret simul cum Ter-
 ra circa Solem motu annuo, ex
 quo motu concipit vim centrifugam
 a Sole, quæ elidit ejus gravitatem
 in ipsum Solem ita, ut remaneat
 inæqualitas illa tantummodo actio-
 num, quæ perturbat motum respec-
 tivum Lunæ respectu Terræ, est
 enim in Novilunio vis centrifuga
 a Sole paullo minor, quam gra-
 vitas in ipsum, in plenilunio ipsa
 paullo major, quam gravitas in
 Solem,

Non ruit in Solem. Tantùm, cum prima vagatur 1735

Per loca Luna, fugam gravitas ea vincere paulum

In Solem debet, fuga vincere sed gravitatem

Paulum, ex opposita cum fertur parte; fit ergo,

Quod supera docui, gravitas ut utroque locorum

Sit paulo minor in Terram, quam debeat esse. 1740

Id¹ genus est etiam, quod jactant, nostra trahentem

Si maria in Lunam tollantur, cum ciet æstus,

Attolli debere magis, magis usque, trahenti

Accedunt quoniam Lunæ sublata, suasque

Percipiunt vires majores, donec in ipsam 1745

Demum abeant: id fiat item, nisi Terra trahendi

Prædita majori sit vi, quam Luna, nec unquam

Attolli possint maria, a gravitate nisi illa

In Terram valida, vi raptans Luna minori,

Demat in his, aliisque aliquid regionibus addat, 1750

Ut proin librari non æquo pondere possint;

Idcirco tollantur & hic, labantur & illic,

Ponderis haud æqui donec discrimina pensent.

Partim² at sunt potiora alia, & rem credita totam

Conficere, & magnam valida vi vertere molem: 1755

Quippe putant, gravitas si sit per corpora late

Diffusa, atque ad se pellantur cuncta vicissim

Undique, perpetuisque accedere nisibus instent,

Omnia conjungi, & confundi fixa trahendo

Debere inter se, & cum nostro sidera Sole. 1760

Verùm

Solem, adeoque in utroque casu ejusmodi differentia tendit ad distrahendum Lunam a Terra, & imminuit gravitatem in Terram.

1 Eodem profus redire, affirmat, & illud, quod obijciunt ex elevatione nostrorum marium in Lunam, in quam putant debere demum ipsa recidere, si gravitas in accessu ad ipsam, quæ sit per intumescentiam, semper crescat in ratione nimirum reciproca duplicata distantiarum. Id quidem accideret, nisi gravitas in Terram prævaleret. Cum trahantur maria obversa Lunæ magis, quam cen-

trum Terræ, & averfa minus; differentia virium sola agit ad mutandum statum respectivum, & imminuit nonnihil gravitatem in Terram, quæ augetur ad latera ob directionem obliquam gravitatis in Lunam; & sublato æquilibrio elevantur ibi maria, hic deprimuntur, non nisi, quantum est satis ad compensandam majore elevatione gravitatem minorem in Terram, & minore majorem.

2 Proponit jam, & dissolvit objectionem aliam, quam graviorem esse dicit, seu solidiorem; neque enim profluit e sola ignorantia theo-

Verùm hac absistant ratione, immania quam sint
 Si videant spatia illa, a se queis fixa recedunt
 Sidera, & a nostro queis absunt edita Sole.
 Sunt ideo forsàn vasta in regione locata,
 Ne gravitas facile arripere, atque adducere possit. 1765
 Per spatia hæc gravitas nam cum decreseat, uti lux,
 Par si forte habeant ea pòndus sidera Soli,
 Vis inter Solem, quodvis & mutua fidus
 Vi tanto Terræ in Solem minor esset (at ista
 Quam longe constat tenuissima præ gravitate, 1770
 Scilicet in Terram, qua nostra hic corpora aguntur!),
 Quanto phœbea lux tenuior illius extat
 Sideris. Immensum nonne hinc discrimen habebis?
 Quandoquidem gravitas si cuncta hic corpora cogit
 Per ter quinque pedes labi, quo tempore vibrat 1775
 Vivida sese agitans nostra uno arteria pulsu,
 Jam quot erunt anni, quot sæcula, mutua queis nos
 Hæc cum sideribus gravitas compelleret ire
 Per ter quinque pedes? Et si contracta fuissent
 Jam spatia hæc per tot, quot constant millia Solem 1780
 Inter nosque, tamen non percepisse queamus;
 Ingens nam Terræ, quo magnum obit annua Solem,
 Circuitus quid jam est ad sidera fixa relatus,
 Cum nequeant positu illa suo mutata videri?
 Adjice, sublato quod vultu, nocte serena, 1785
 Igni-

theoriæ; est autem hujusmodi. Si gravitas esset generalis, omnes Fixæ ad se invicem, & ad nostrum solare systema perpetuo accederent in unicam aliquando massam coituræ.

Respondet primo, motam ejusmodi fore prorsus insensibilem, ob immånem Fixarum distantiam. Gravitas cum decreseat in ratione reciproca duplicata distantiarum, decrescit eodem modo, quo lux. Quare uti est lux cujuspiam Fixæ ad lucem Solis hic apud nos; ita est vis illius in nos & Solem ad vim nostræ gravitatis in Solem, quæ est multo minor nostra gravitate in Terram: ea ratio est in immensum exigua. Porro nostræ

gravitatis vi descendunt corpora uno secundo horario per pedes 15; quam longo igitur tempore opus erit ad hoc, ut illa adeo exigua vi percurrantur pedes 15? Quid vero, ut percurratur spatium, quod possit in tanta distantia cadere sub nostros sensus? Nam tota diameter orbis annui Terræ circa Solem 40 millium semidiametrorum terrestrium, eoque major, est instar puncti respectu distantie a nobis Fixarum etiam proximarum.

Accedit, quod tam multas stellas videmus in celo circumquaque, & per telescopia immensum earum numerum, eoque majorem, quo longiora telescopia sunt; unde patet

Ignibus innumeris tibi Cæli fulgurat ardens
 Scena; sed excrescit numerus, si vitrea septa
 In longo conclusa tubo obvertamus; & ille est
 Major adhuc numerus, si moles vitrea multo
 Apta magis; quin innumeras superare necesse est, 1790
 Quæ nullis oculis valeant, nulla arte videri,
 Per Cælum stellas spatio majore remotas.
 Quare conspiciamus quæ jam nos sidera cumque,
 His alia ulteriora putes consurgere, rursus
 Ulteriora aliis alia, & sic ordine longo 1795
 Præterea spatiis majoribus usque remota.
 Idcirco oppositas hinc illinc cuncta trahentur
 In partes; vires ideo elidantur, oportet,
 Oppositæ inter se gravitatum, immotaque prorsus
 Sidera sint. Tantùm quæ Mundi in finibus ardent 1800
 Extremis, paulum medio accessisse necesse est;
 Sed neque sidera nos datur hæc, neque cernere motum.
 Cum ¹ nequeant multi gravitatem in corpora fusam
 Omnia percipere, & quid constet, cum fateantur
 A se non penitus cognosci posse, neque unde 1805
 Adveniat, rerum a numero secludere certant;
 Præsertim quoniam spatio discurrere inani,
 Nulla & re media, distantia nectere cuncta
 Corpora non possit, nisi que agitare valenti;
 Cum, nisi permultis rerum contactibus, ullæ 1810

Trans-

ret adhuc majorem latere numerum
 innumerabilem remotiorum stella-
 rum per telescopia adhuc longiora
 videndarum. Quare singulæ earum,
 quas cernimus, habent ingentem nu-
 merum earundem circumquaque,
 quarum vires oppositæ se mutuo
 elidunt, & motus aliquis haberi
 deberet tantummodo in margina-
 libus illis, quæ sub nostros oculos
 non cadunt, & de quibus ignora-
 mus illud ipsum, an habeant mo-
 tus quospiam, qui mutua gravita-
 tis effectus elidant.

Hæc quidem in communi New-
 tonianorum sententia, quibus gravi-
 tas decrevit accuratè in ratione re-
 ciprocâ duplicata distantiarum: at

in mea theoria ejusmodi gravitas
 in distantiiis Planetarum, & Come-
 tarum eam rationem sequitur tan-
 tum proximè, a qua in minimis
 distantiiis recedit plurimum. Fieri
 sanè posset, ut & in maximis Fi-
 xarum distantiiis ab ea recederet,
 & migraret alicubi etiam iterum
 in repulsivam, quo casu fieri pos-
 set, ut Fixæ omnes inter se essent
 in limitibus quibusdam attractio-
 num, vel repulsionum, & positio-
 nem, quam habent, tenacissimè con-
 servarent, qua de re iterum aliquid
 in tomo 4.

1 Aliam hic difficultatem dissol-
 vit eorum, qui invehuntur in gra-
 vitatis theoriam, quod ejus causam,
 & ori-

Transmitti nequeant disjuncta in corpora vires .

Ergo qua tot res peragi , tantasque per omnem

Undique materiam clara ratione probatum est ,

Ipsa tamen gravitas nobis erit inficienda

Propterea , quoniam ejusdem natura latescit ,

1815

Ac si res extent ideo , quia novimus ipsi ?

Num bene naturæ ratio non reddita rerum

Idcirco , quia cum gravitatem denique ventum

Est ad communem , gravitatis reddita non sit

Ipsius ratio ? Nili fons inavus solim ,

1820

Ignotusque fuit ; Nilo quis proinde feraces

Non retulit terras Ægypti , ipsumque fluentem

Ullis ire locis , ulloque subire negavit ,

Qui subit obstantem septeno gurgite pontum ?

Tempora signantem molem noctuque diuque

1825

Cum quis nosse cupit , quæ sese ob pondera versat

Suspensa , aut chalybem contortum , ubi noverit intus

Volventum gyros numerumque , modumque rotarum ,

Si non præterea naturam ponderis ipsam

Aut evolventis se vires exque plicantis

1830

Pertingat chalybis , se cætera scire , movetur

Dædala queis moles , aut inficiabitur artem ?

Etsi non videas medios in corpora funes

Distendi a gravitate , quibus disjuncta trahantur ,

At non propterea nequeat tamén insinuari

1835

Per-

& originem ignorent ; dicunt nimirum necessarios esse funes quospiam , quibus se trahant mutuo corpora , & cum actio in distans exerceri non possit , non debere admitti remotorum corporum attractionem mutuam sine ullo intermedio quodam actionis tanquam vehiculo .

Responder , debere admitti , quidquid positivis rationibus , vel immediatis argumentis probatur existere ; licet ejus intrinseca natura , & causa ignoretur . Stultum futurum fuisse , qui negasset Nilum existere , Nilum esse causam immediatam tantæ fecunditatis Ægypti , atque id idcirco , quod ipsius Nili fons nondum esset detectus : ubi

reddenda est ratio motuum horologii , bene ipsorum rationem reddi deveniendo ad pondus , vel elasticam laminam , a quibus primæ rotæ motum accipiant , quem certa lege transferant ad reliquas ; nec cum redargui posse idcirco , quod ipsius ponderis , seu gravitatis , vel quod elasticitatis naturam non explicet , & causam non assignet .

Hæc indirecta est responsio ; deinde directè respondet dicendo , nihil esse opus actione in distans ; posse hanc ipsam esse naturam materiæ , & unam ex essentialibus ejus proprietatibus , ut binæ quævis ejus particulae ad se invicem tendant vi pendente a distantis , adeoque non per

Perfacile hoc animo, jamdudum ad prodita nobis
 Munera corporeæ naturæ accedere munus
 Possè modo inventum hoc, ut tendat in altera quodque
 Corpora corpus, iners quanquam, atque his jungier usque
 Nitatur, sed non ingratis, vique coactum; 1840
 Ut faceret, si vel funes, vel sentiat ictus;
 At veluti sponte, atque illectum ut amore, volensque;
 Sponte quoque extendi veluti vult, nec penetrari,
 Motibus & nullis, nulli pugnare figuræ.
 Sin gravitatem & adhuc tamen ipse hoc ordine perstas 1845
 Velle movere, locoque jubes decedere primo;
 At saltem gradibus consistere posse secundis
 Quis vetet, hisque pares quis census abnuat olli?
 Nempe illam proprium si corporis esse repugnes
 Munus; at esse putes in res extrinsecus omnes 1850
 Inductam summi arbitrio, imperioque potenti
 Artificis, talem voluit qui cadere Mundum,
 Qualis is est, & non alia ratione ciere
 Auspicatos motus, quam qua vis illa reposcit.
 An pudeat diam hinc pro causa adsciscere legem? 1855
 At quocumque velis alio dissolvere pacto
 Naturam, venies ad quosdam denique fines
 Extremos, queis consultas, ut reddier ulla
 Non queat ulterius ratio, nisi sola voluntas.
 Sic & ab impulsu peragi qui singula rentur, 1860
 Si

per vim attractæ, sed sponte quodammodo in se ipsas agendo singulæ, accedant ad se invicem. Quod si hæc sententia non placeat, posse rem repeti a libera lege Conditoris Naturæ juxta sententiam causarum occasionalium. Potuit is eam sancire legem, & motum deinde producere ex occasione tantæ distantia proportionalè reciprocè quadrato ipsius; nec illi sanè facilius fuit assumere pro occasione producendi motus, quod in ea sententia admittitur, in collisione corporum distantiam nullam, quam in theoria gravitatis in quavis distantia determinata assumere distantiam illam ipsam quancumque.

Et quidem rem illustrat exemplo petito ab ipsa collisione facta juxta communem sententiam per immediatum impactum. Cur motus quiescenti globo communicatur ab alio globo incurrente? Nihil sanè responderi poterit, nisi impenetrabilitatem in causa esse, cur eorum corporum status immutari debeat, cum sine immutatione necessario debeant compenetrari. Si ulterius progrediamur interrogando, quid sit impenetrabilitas ipsa, & unde ortum ducat; dicetur profecto, vel eam esse ipsam corporum naturam, vel esse liberam legem Conditoris Naturæ. Idem igitur de gravitate dicendum erit; vel est sita in ipsa natu-

Si causas iterumque roges, iterumque priores,
Tandem pervenient, ut non penetrabile corpus
Dicant esse, unoque simul non posse teneri
Bina loco; sed & hujus item si exordia quæras
Officii, quo confugient? ad corporis ipsam 1865
Naturam nempe, ad Domini vel iussa potentis.

At ¹ cur astra, obeunt quæ Cælo errantia Solem,
Perpetuos glomerent sua per vestigia gyros,
Nec fluidus, per quem nant, æther denique longos
Carpendo motus paulatim extinguere possit? 1870

Nimirum spatii nihil usquam prorsus inanis
Si foret in rebus, stipata sed undique in æquis
Materies spatiis consisteret omnibus æque,
Æquaque iners itidem vis omni in corpore inesset,
Quis tum vel gigni motus, vel, si editus, idem 1875
Non cito compesci, penitusque perire valebit?

Ejaculata cavo vix glans erumperet ære,
Protinus effuso loca per circumscita motu
Imbellis caderet; longoque ex tempore gyros
Sic etiam, incæptos vix primitus, astra fuissent, 1880

Quæ vaga sunt, oblita; sed & gignuntur, & orti
Perstant sæpe diu motus, seque æthere volvunt
Præsertim vasto incolumes, nihil inde videre
Scilicet ut longa decerptum ætate queamus;
Corporibus debes proin mixtum agnoscere inane 1885

Esse

natura corporum, vel pendet a libera Conditoris supremi lege, Atque hæc ego quidem omnia persecutus sum & in Dissertatione de Viribus Vivis, & in recenti opere de Philosophiæ Naturalis Theoria:

1 Potest & illud, de quo hic agit Noster, reduci ad classem eorum, quæ contra theoriam Newtonianam obijci solent; quod nimirum medii ætherici resistentia deberet motum paulatim minuere, ac demum etiam elidere totum, ac extinguere. Respondet, id quidem debere accidere, & brevissimo tempore, si totum spatium esset plenum materia; quo casu & Planetarum, & multo magis nostrorum projecti-

lium motus cessaret omni brevissimo tempore. At si ingens sit vacui spatii quantitas immixta ita, ut medii densitas respectu densitatis corporum, quibus motus imprimitur, sit ad sensum nulla; nulla itidem ad sensum erit & resistentia. Cum verò resistentiam per multa sæcula vel nullam experiamur, vel fere nullam; fieri utique debet id ipsum; ut nimirum tenuissimum sit, ingenti copia vacui spatii immixta, æthereum fluidum, in quo Comætarum motus peraguntur.

Sunt e nostri ævi Astronomis, qui comparando vetustissimas observationes cum recentissimis censeant, deprehendi aliquem resistentiæ effectum

Esse; atque ætheriis magna vi fundier oris,
 Astra pati offensus ubi non deprendimus ullos;
 Alma licet lux, & phœbeius imbuat aer
 Illa loca; usque adeo tenuis natura utriusque est,
 Distare a spatio nihil ut videatur inani. 1890

Sed ¹ qui corporibus late spatia omnia complent,
 Et spatii rentur naturam, & corporis unam,
 Idem multiplici cunctas res vortice volvunt,
 Et causam gravitatis in his, motusque vagantum
 Turbinibus statuunt astrorum, & quidquid ubique est. 1895
 Sed, genus hoc, vortex nec jam queat esse, nec, esse
 Si possit, longos valeat durare per annos,
 Nec, si duret, erit, notis ut deserat astra
 Legibus. En bellum transfertur in hostica castra,
 Dum procul a nostris inimica avertimus arma 1900
 Finibus. In rebus primò ² locus esse videtur
 Nullus vorticibus, circum quibus astra ferantur
 Errabunda; etenim non possint ire Cometæ
 In partes, ut eunt, omnes, latera omnia Mundi,
 Nec minus & contra, quam Cæli signa secundum, 1905
 Trans & utrumque polum: in regiones sæpe vagantum
 Astrorum veniunt, transcurrunt sæpe vel infra;
 Proin si turbineis vaga motibus astra ferantur,
 Hi quoque turbineo motu raptentur, oportet;
 Non igitur possint concepto pergere cursu; 1910

T.II.

S

1910

Ra-

etum quamvis perquam exiguum; qua de re nihil arbitror satis certo constare. Sed & hic fortasse haberi posset compensatio aliqua, qua ejusdem resistentiæ effectus impediretur, ut Mundus suis legibus, quibus est conditus, sine manu reparatrice diutissime durare possit, quarum compensationum plures indicari etiam hic possent, nisi nimis in longum res abiret.

¹ De gravitate agens delabitur ad vortices Cartesianos, a quibus ipse Cartesius gravitatis causam repetebat, in quorum impugnatione habet multa ex iis, quæ proposui in mea disquisitione in Universam

Astronomiam. Affirmat autem hæc tria, quæ deinde probat: vortices, quales Cartesiani voluerunt, non posse existere; si existant, non posse durare diu; si durent, non posse satisfacere legibus motuum celestium.

² Probat vortices existere non posse ex libero Cometarum motu in omnem plagam. Ii quidem etiam in Planetarum regionem descendunt, & eorum multi feruntur etiam contra ordinem signorum: ii utique abriperentur cum Planetis, & in suis motibus perturbarentur ab iisdem vorticibus, si ii vortices existerent, & Planetas circumferrent.

Raptatosque illos cogi, quo turbinis urget
 Vis ea, deducique suo de tramite cernas;
 Cum tamen usque suo properent impune meatu.
 Quod si quemque velis penetrari vorticis æstum
 Vorticibus variis, & turbine semper in uno 1915
 Pluribus esse locum: proin turbine quemque Cometam
 Ire suo; tam diversos involvere motus
 In spatii isdem atque una regione quis ausit,
 Tantùm nempe sua fretus ratione? quis omnes
 Certos in cæco versari posse tumultu 1920
 Asserat, atque uno pariter debere, suoque
 De tot vorticibus pulsari quemque Cometam,
 Deduci & proprio nusquam, & deflectere cursu?
 Nonne hoc a vera demum ratione remotum est
 Haud minus, in nostro pariter quam si aere singas 1925
 Flumina materiæ totidem procurrere, quot sunt
 Diversi rerum projectarum aere motus?
 Cumque lubet lapidem varianti emittere nisu
 E funda, magis ut procurrat sæpe, minusve,
 Præsto materiem tibi protinus esse ferentem, 1930
 Partitis velut officii, non quamlibet, at quæ
 Id peragat tantùm, quod ea ratione jubetur
 Non alia, solumque illum quæ deferat istum?
 Sed ¹ jam, si libeat, constantem concipe summam
 Vorticibus totidem, quot toto sidera Cælo 1935
 Fixa micant, proprio & dominari in vortice Solem.
 Cur sibi non fuerint damno, exitioque vicissim
 Tam varii motus? turbarier, inque pediri

De-

ferrent in gyrum. Quod si quis dicat vortices esse plures, quorum alii alios penetrent, & per ipsos ferantur, ac singuli Planetas singulos, & Cometas circumferant; id, affirmat, fore æque ridiculum, ac si quis in aere sibi coningat tot parabolicos vortices, quot sunt projecta, quæ gravitatis vi parabolas describunt.

¹ Existant jam, inquit Noster, ii vortices ita, ut Fixa quævis habeat suum, & suum itidem Sol: ii deberent se invicem turbare ibi,

ubi se contingunt, & in unicum demum generalem abire vorticem: is autem ipse deberet paullatim semper magis de suo motu deperdere aliquid, ob ipsum aliquem incursum mutuum suarum partium, & aliquam materiæ tenacitatem, cujus actione ea semper ad quietem vergit. Accedit multo major difficultas persistendi pro minoribus vorticibus in majore conclusis, ut vortice Saturni, Jovis, Terræ, in vortice Solis. In his minoribus vorticibus cum partes e diametro oppo-

Debebant occurrantes in finibus altis
 Paulatim, multique a multis vincier, atque 1940
 Confundi, fieri junctis & ab omnibus unus?
 Ultimus hic perstare diu tamen haud potuisset;
 Nam per se confusus, & in sua concitus esset
 Pernix exitia: adversis offensibus inter
 Se partes aliquid de motu amittere primo, 1945
 Et detorqueri varie, & conflagere semper;
 Crescere perniciēs paulatim, & in intima labi,
 Demum magna quies, & iners stipata jacere
 Materies. Porro quam non diuturna fuisset
 Vorticibus parvis in magno vortice clausis 1950
 Ætas, ut Jovis, & Saturni creditur esse,
 Et Terræ vortex in magno vortice Solis!
 Nam cum in circuitus alienos ire necesse
 Sit, retro quæ sunt partes, subterque locatæ,
 Inveniunt propriis obstacula motibus extræ; 1955
 Ergo aut sistuntur, vel quo non convenit ire,
 Concitæ eunt, aliasque suo immiscere tumultu
 Gaudent, & varia pellunt regione, feruntque:
 Sic in fluminibus quoque reddi his parva secundis
 Tempora vorticibus, præsertim ubi flectitur alveus, 1960
 Cernimus; intereunt vix orti, impletque cavatos
 Protinus unda sinus, quos fecerat ante retorta.
 Præterea vortex aliquod consistere tempus
 Possit, si libeat, qui se æquos flectit in orbes;
 At compressus ab hac, & ab illa parte tumescens 1965
 Quid dubites, quin se cito per se destruat ipsum
 Nestens ipse moras, & miscens cuncta tumultu?

oppositæ, nimirum quæ interiores Solem spectant, & quæ exteriores ab eo avertuntur, debeant moveri directione contraria, debet eorum motus in altero locorum esse contrarius motui vortices solaris, adeoque ibi debet haberi collisio quadam, & impedimentum progressui motus illius; quæ brevi vorticem ipsum minorem extinguant. Sic in fluviis, præsertim ubi alveus inflectitur, videmus

ejusmodi vorticulos, qui pariter intereunt vix exorti. Demum utcumque aliquandiu durare possit vortex circularis; is, qui pluribus in locis comprimatur, quemadmodum suos vortices Cartesiani volunt comprimere, ut Planetarum ellipticos inducant motus, durare omnino non poterit, ea vi destruentem vorticem, quæ creditur ipsum comprimere.

Demum ¹ turbineos ut jam & consistere motus
 Largiar, & longos convolvi posse per annos;
 Num tibi propterea his peragetur, quidquid ubique 1970
 Conspicimus fieri Terram Cælumque per omne?
 Ut diversa forent, quam nunc sunt, omnia vulgo?
 Principio vortex si deorsum corpora cogit
 Delabi gravia in Terram, & subtilis eodem
 Pellit materies, quæ circa vertitur axem, 1975
 Cur sunt in punctum medium directæ, nec ipsum
 Terræ pulsa petunt axem propiore meatu
 Omnia? Cur pelagi se flectunt æquora in orbem,
 Æque obeunt axem nec circum quasque per oras,
 Ex una planam faciunt neque parte figuram, 1980
 Scilicet in Boream Tellus qua tendit ab Austro?
 Quandoquidem corpus, quod circumfertur, ab orbis
 Quodque sui medio tentat fugere, atque repellit
 Introrsum, quæ sunt conatu versa minori.
 Hoc videas, hæc structa tibi si machina constet. 1985
 Vitreus aptatur globus, ut super axe revolvi
 Te versante queat, lympa tamen ante repletus;
 Frustraque, quæ possint extare natantia, rerum
 Clauduntur, fucata tamen, ne mersa latefcant.
 Immoto hoc vitro super undam educta natabunt; 1990
 Non ita, si celeres cœptes agitare per orbis;
 Descendentia paulatim coguntur in axem

Nam

¹ Demum probat illud, vortices ipsos, etiamsi existant, & durent, non esse pares præstandis iis motibus, qui in Planetis observantur.

Atque hic primo loco ostendit a vorticibus non posse repeti causam gravitatis corporum terrestrium in Terram, uti Cartesiani voluerunt. Vis centrifuga orta ex conversione materiæ vorticis debet ea, quæ minore sunt prædita motu centrifugo, urgere versus centrum motus circularis; ac centrum motus circularis particularum vorticis, non est unicum aliquod rotius vorticis centrum, sed sunt omnia

puncta axis. Hinc gravia extra æquatoream sita non deberent niti versus centrum Terræ, sed versus axem, & figura marium non deberet esse spherica, sed cylindrica. Et quidem id ipsum experimento confirmatur subjiciente rem ipsis oculis. Impleatur aqua globus vitreus, in qua innarent frustula levioris materiæ, sed colorata, ut videri possint. Dum vas quietis, ea colliguntur in summo vase ob minorem illam gravitatem suam; si autem ipsum vas motu veloci agatur in gyrum, tum illa frusta a prævalente vi centrifuga particularum aquæ trudentur versus axem, & ibi

Nam medium, non in formam stipata pilai,
 Sed ducentia se in longam, teretemque figuram.
 Præterea ¹ hic mirus, qui Terram circuit æther, 1995
 Unde venit rebus gravitas, ut corpora deorsum
 Possit trudere agens, debet majore profecto
 Mobilitate rapi, quam qua se Terra revolvit
 Axe super; super & Terra volvante locatum
 Corpus de medio conatum profugiendi 2000
 Concipit, exiguum præ nisibus at gravitatis,
 Nam prope tercentum decedit partibus ille.
 Ergo hic ut fugiens gravitatem exæquet eandem
 Conatus, sese convertere corpus in orbem
 Debebit circum Tellurem mobilitate, 2005
 Quæ bis ob octonum velocior incrementum
 Scilicet est illa, qua sese corpora volvunt
 Illic in Terra, quo latior ambitus extat.
 Proin & adhuc æther majori mobilitate
 Se convertere debet; at his conatibus ipse, 2010
 Dum fugit a medio, si corpora deprimat intro,
 Et cadere in Terram cogat, quanto magis illa
 Trudat agens secum, directoque impete raptet?
 Impete quo silvas, turres, & celsa domorum
 Culmina humi, totas etiam prosternat & urbes; 2015
 Omnia quin avulsa tero tum flamine secum
 Corripiat. Fors propterea sed flamine ab isto

S 3

Inte-

& ibi non quidem in spheram, sed in cylindrum conformantur. Quæcumque contra hanc rationem proposita sunt a Cartesiano, nullam sanè vim habent, quorum aliqua proponemus in supplementis.

1 Alium hic validissimum proponit argumentum petitum a velocitate materiæ vorticis necessaria ad generandam gravitatis vim. Ea velocitas, quam habent ex motu diurno corpora terrestria in ipso æquatore, generat vim centrifugam multo minorem vi gravitatis; est enim vis gravitatis, quam experimur, excessus gravitatis, ut vocant, primitivæ supra vim centri-

fugam ipsam, qui quidem excessus ad eam vim centrifugam juxta Newtonum propos. 13 lib. 3 Principiorum est proximè, ut 288 ad 1, adeoque tota gravitas ad eam vim, ut 289 ad 1, sive, ut Noëster exprimit, prope tercentum partibus major. Hinc in materia vorticis ad generandam eam vim requireretur velocitas multo major; sunt enim juxta num. 265. supplementi 1 vires, ut quadrata velocitatum divisa per radios, adeoque velocitas illa deberet esse 17 vicibus major, quam velocitas motus diurni, & excessus velocitatis, sive velocitas respectiva fluidi respectu

Interius prorsum penetrari corpora dicant,
 Sentiri ætherius ne impulsus possit, & ingens¹⁰
 Plaga, nec avelli quidquam; raptumque moveri. 2020
 Verùm quæ projecta cadunt, deorsumque revertunt,
 Cur ea non penetret quoque tunc, adeatque sine ictu?
 Cur latere hoc tantùm, cur hac regione resistat
 Materies? Mireris aquam, quæ pondera ligni
 Vi depressa vomit sursum, levioraque rerum 2025
 Cætera, ni videas prono quoque flumine ferre,
 Aut ea, præcipiti quanquam amne, immota natate.
 Utque hæc materies cogit deflectere Lunam
 Circum, cur etiam non circum hæc corpora pellat?
 Vel cur non Lunam deorsum deturbet, ut illa? 2030
 Demum¹, quod superest, totus cum vorticis æstus,
 In quo versatur medius Sol, & vaga circum
 Sidera, converti super uno debeat axe
 Illo ipso, Solem qui trajicit, omnia certè
 Sex vaga debebunt quoque circa hunc sidera volvi; 2035
 Cur igitur vario declinant omnia flexu?
 De mediique abeunt, quo vis properantior, orbis
 Æquore, & huc illuc tentant diversa meatus?
 Præterea qua tum poterit ratione figuram
 Astrum unumquodvis de coni segmine primam 2040
 Signare, & facere, ut respondeat area semper

Tem-

pectu velocitatis motus diurni 16 vicibus major ipso diurno motu, qua respectiva velocitate id fluidum incurreret in nostras turres, & corpora reliqua extantia in superficie Terræ. Ea tam immanis est, ut debeat momento temporis evertere omnia, & abripere; mirum enim, quam in immensum superat velocitatem venti cujusvis validissimi.

Nec reponi potest id non accidere, quia materia vorticis penetrans intimos quosque poros resistentiam non patitur, nec tantum impulsus gignit: si enim id ita sit, multo minus per simplicem pressionem ageret, adeoque nec tantam gravitatis vim gigneret, quæ immanem labentium ex alto rupium ve-

locitatem parit, nec Lunam abriperet in gyrum motu suo. Quæ ad ea præstanda tantum potest, everteret utique & turres, ac motu præcipiti, quæcunque in superficie Terræ sunt sita, secum abrepta longissimè asportaret. Idem est sanè tantam tribuere ei materiæ vim ad premendum deorsum, & nullam ad impellendum vehementissimo incursu; ac dicere, posse lignum aquatum gravitate prævalente sursum protrudi, sed deinde in medio præcipiti cursu fluvii cuiuspiam posse immotum & quietum innatare.

1 Proponit hic demum Nolter ea, quæ ex Planetarum motu contraria sunt theoriæ vorticum. Primo quidem illud. Vortex solaris uni-

Temporibus? Qui propterea vult ire fluentem
 Sic in vorticibus stipatam materiæ vim,
 Scilicet, ut, quidquid clausum quocumque sub arcu est,
 Directosque inter geminis a finibus arcuum 2045
 Ad Solem, & medio coeuntes Sole meatus,
 Par & semper idem sit, porro quamlibet arcus
 Mutetur, siquidem si fiat hic amplior, atque
 Ad Solem flexus tanto diductior, unâ
 Curtari laterum debet femita duplex, 2050
 Quantum opus est; contra his protensis longius, arcus
 Fit brevior, flexusque adstrictior, area semper
 Constet uti sibi par; procul a ratione vagatur,
 Talia qui fieri putat, inquam, posse: quis æquo,
 Materiæ dedit, ut partiri limite campos 2055
 Inter se valeat? Se, quo monstrante, peritam,
 Mentis inops cum sit, tam doctæ reddidit artis?
 Scilicet impulsu id solo, plagaque geratur?
 Tum, si vicini sic possit motus & orbis
 Mercurii, qui non turbatur ab interjecto 2060
 Astro alio, constare, queant consistere motus
 Altrorum, quæ sunt porro superedita, & orbis?
 Materies defert quæ Martem, extenditur ipsum
 Non usque ad Solem, sed Terræ clauditur inter
 Atque Jovis fines; jam si par area Martis 2065

S 4

In

unicum axem deberet habere totus, adeoque Planetæ non possent constanter deferri in planis se mutuo interfecantibus, sed in eodem plano æquatoris solaris, in quo motus vorticis est velocissimus.

Tum illud, non posse conciliari vortices cum forma elliptica, & arcis temporibus proportionalibus, ubi impugnat illud, quod Jacobus Cassinus ad vortices tuendos olim proposuerat, quod nimirum cum materia vorticis ex uno sectore in alium translata eadem sit, idem etiam spatium continere debeat; unde æqualitas arearum proficiscatur. Nam in primis unde fit id ipsum, ut quæ materia quodam tempore in uno sectore simul fuit, ea-

dem simul sit deinde in alio? Id est contra naturam vorticis; nam requireret, ut quæ fluidi particule in una recta tendente ad Solem sint semel, semper itidem sint in una pariter recta ad Solem tendente, dum e contrario in vortice eæ, quæ remotiores sunt, minorem habent angularem motum. Deinde utcumque id pro Mercurio inservire possit, non potest sanè pro aliis superioribus Planetis; nam materia, quæ Martem ex. gr. defert, non extenditur usque ad Solem, sed clauditur inter orbis Terræ, & Jovis, & arearum frustra hæc orbibus finita, non sunt æqualia, sed totæ areæ usque ad Solem. Hinc motus vorticis aptatus uni Plane-
 ræ

In Solem protensa sibi sit semper in æquo
 Tempore, non poterit Terræ par esse, neque almæ
 Quæ teritur Veneris curru, aut pernicibus alis
 Mercurii: aptatum sic astrum cætera ob unum 2070
 Turbentur; properent plus, quam properare videmus
 Sæpe ea, vel cunctentur, ubi est mora nulla citatis.

At ¹ quidam in pelago voluit primùm esse locatum
 Astrum ibi turbineo, gravitas ubi particularum
 Extiterit minor; illud enim conscendere sursum 2075
 Debuit, atque suos celerans transcurrere fines,
 Seque in particulas graviores mergere porro;
 Tum cogetur ab his, advenerat unde, reverti
 Compulsum; rursus salit, & descendit, ut ante,
 Post etiam rursus; sic pausa est nulla meandi, 2080
 Has sine fine vias relegit, semperque revolvit.
 Interea in gyros circumvolventibus ibit
 Flexum a particulis; tum si, quo tempore gyrum
 Conficit, hoc & itus etiam persolvat, & illos
 Reflexum reditus, signare videbitur ovi 2085
 Ductum iter in speciem, per idem & se volvere semper.
 Tempus at id gyri brevius si constat, id ipsum
 Ire iter antrorsum spectabitur, ire retrorsum,
 Si contra gyri tempus diuturnius exit.
 Tanto sed quid agit rerum molimine? semper 2090
 Labendique vices, saliendique esse necesse est,
 Nec minui, neque postremo finire fluenti

Illà

tæ non respondet aliorum motibus,
 & eorum areas constantes evertit,
 ac eam, quam in iis observamus,
 velocitatem penitus tollit.

¹ Hic aliam impugnat Bernoul-
 lianam conciliationem vorticum
 cum forma orbis elliptici. Is in dis-
 sertatione, quæ habetur inter præ-
 mio donatas ab Academia Parisien-
 si anno 1738, sic rem expedit.
 Concipiatur Planeta positus in su-
 periore parte vorticis, in qua non
 æquilibretur cum ipsa materia vor-
 ticis, sed debeat descendere, dum
 in gyrum abripitur ab ea ipsa ma-
 teria: is descendet infra locum æ-

quilibrii, tum ascendet, & oscil-
 labit; ac si una oscillatio absolva-
 tur eo tempore, quo absolvitur
 unus circuitus, habebitur motus el-
 lipticus.

At in primis ille oscillatorius
 motus ascendendi, ac descendendi
 intra illud fluidum deberet utique
 ob resistantiam ipsius fluidi paul-
 latim minui, ac demum extinguì,
 ut extinguatur motus oscillatorius
 penduli in aere, & multo citius in
 aqua: deinde quam multas oport-
 tebit arbitrarias hypotheses excogi-
 tare, & confingere, & quam va-
 rias sine ulla certa lege densitates,
 ac in-

Illa in materie, quæ quiddam e motibus aufert
 Continuo obfistens? veluti vibrata per auras
 Virga fuos demum procurfus pendula fiftit. 2095
 Accidet & porro, furfum deorfumque meantis,
 Propter denfatas non æque in vortice partes,
 Aftri ut non aliter varientur mobilitates,
 Quam res pofcat, uti respondeat area femper
 Temporibus, conique e fegmine conficiantur 2100
 Tantùm orbes primo? neque quidquam motibus ulla
 Obftet parte ratis, aut exeat ordine certo?
 Nonne vides quantas fingendo cudere leges
 Mens debet, varie queis denfæ fint celeresque
 Pro fpatiis partes, afthro & pro quoque novatæ 2105
 Diverfo? varie commutat quodlibet aftrum
 Nam fpatia, a Solis quibus imo limite diftat.

Aftrorum¹ inter fe varios jam confer & orbes,
 Scilicet efficies nunquam hïc, ut tempora confent,
 Et fpatia inter fe, ut debent confare viciffim, 2110
 In fe fe repetita ut tempora nempe referri
 Poffint in fe itidem fpatia ad repetita bis, ante
 Ut docui; quoniam ut quævis diverfa fluentis
 Crufta velut, quæ fe circumfert, materiai
 Tali lege queat flexos finire meatus, 2115
 Eft opus, in fe fe repetitæ mobilitates
 Pro fpatiis ut decrefcant crefcentibus ipsis.
 At cum particulæ confent in vortice quæque
 Natura fimili, quam longe mobilitates

Ordî-

ac inter fe pugnantes velocitates fluidi illius ad hoc, ut motus ofcillatorius combinetur cum circulari ita, ut pro fingulis Planetis illa fua determinata obveniat Elliptis, & quidem cum arcis aequalibus?

1 Addit hïc tertiam Kepleri regulam, quæ cum vorticum fyftemate conciliari non potest. Quadrata temporum proportionalia cubis diftantiarum requirunt velocitates medias Planetarum tales, ut earum quadrata fint eo majora, quo minores funt diftantie, nimirum fint in harum ratione reciproca. Porro in vortice ejuſmodi con-

ſtante materia homogenea celeritates debent eſſe in longe alia ratione. Noſter hïc innuit tantummodo methodum, qua in ejuſmodi velocitarum rationem inquiretur, concipiendo nimirum quemvis orbem ſphæricum tenuiſſimum, & confiderando illud ipſum ab inferiore magis veloci debere accelerari tantum, quantum a ſuperiore minus veloci retardatur. Porro que huc pertinent, & Noſter affirmat tantum, exponemus, & demonſtrabimus in ſupplementis de more.

Ordine pro spatii diverso progredientur ! 2120
 Progressus erit hos reperire, ubi quamque fluentis
 Materiæ crustam subtilem finxeris esse,
 Interior celerans tantum quam crusta propellet,
 Quantum a contigua tardabitur ipsa superna.
 Ut ¹ Faber occurrit lapsuris ædibus, atque 2125
 Testa novat, mutatque trabes, lapidesque revulsos
 Inferit, & ferri nedit laxa omnia nodis;
 Sic fabrefactum opus hoc, qua parte est rima reperta,
 Cura Virum reficit, sed inanis; plurima mutant
 Nequidquam, quoniam faciendos omnis inepta est 2130
 Materies prorsum audificos ad vorticis æstus.
 Jam cum consimili a natura particularum
 Vortex consieri non possit, qualis egemus,
 Dissimiles ad particulas tum protinus itur,
 Quæ nequeant æque densariæ, & celerare. 2135
 Densior in spatio est Soli propiore locanda
 Materies; quod qui possit? cum densior omnis
 Majores medio fugiendi a vortice nisus
 Concipiat, rarasque loco deturbet ab alto,
 Et sese statuat per se in regione superna. 2140
 Præterea loca cuncta vacant quia prorsus inani,
 Turbineo prius quod ab æstu Fictor abegit,
 Jam quid densius esse potest, quid rarius illic?
 Omnia sunt stipata æque, majorque minorque
 Particula esse potest, at non quæ densior extet 2145
 Materies alia, neque contra rarior ulla.

Sic

1 Posteaquam innotuit vortices, ut a Cartesio fuerant propositi, pugnare cum hac tertia lege Kepleri, alii alias reformationes ejus hypotheseos adhibuerunt, quos hic Noster respicit. Inter hos Bernoullius ad diversam confugit densitatem fluidi in vorticem abrepti. Is tamen, ut in supplementis videbimus, invenit ejusmodi progressionem densitatis necessariam esse ad habenda quadrata temporum proportionalia cubis distantiarum, ut ipsa densitas major sit in minore distantia a Sole. Id ipsum jam repugnat; nam densior materia ob

majorem centrifugam vim semper ab axe vorticis recedit magis; rariore ad ipsum detrusa, uti & experimento superius memorato sit manifestum. Præterea cum per Cartesianos nullum sit vacuum, nullum in vorticoso fluido densitatis discrimen esse potest.

Hæc Noster: accedit autem & illud, quod, quæ ratio velocitatum angularium in motu fluidi est necessaria ad quadrata temporum proportionalia cubis distantiarum, eadem est contraria æqualitati arrearum, & viceversa, quæ omnia itidem in supplementis videbimus.

Sic ¹ male compacti primùm, licet ipsa favere
 Visa fuit fortuna novis, post sæpe recusi,
 Primùm & tentati leviter, sed deinde inimica
 Sæpe laceffiti, & quassati vi rationis, 2150
 Denique turbinei prorsus cecidere tumultus.
 Jam quid materia est subtilis, & ætheris aura
 Illa levis, quæ trans impervia cuncta meabat,
 Impulluque potens cuncta omniparente struebat?
 Quid tria sunt elementa illa, unde exorta putatum est 2155
 Omnia, scobs, agilesque globi, molesque striata?
 Scilicet in putres resoluta abiere ruinas,
 Et speciem præbent magnam, ut Cartaginis altæ
 Illa diu per humum vestigia visa; vigentis
 Urbis enim motus, populique ferocia bella, 2160
 Et vires, & opes repetebat mente viator,
 Orbis & imperium jam totius affectatum.
 Successit Gravititas, submitit & omnia victrix
 Protinus, atque alte Cælo sublata refulsit
 Sola potens ima, & media, & conjungere summa, 2165
 Iam quibus ipsa ratis immensum temperat orbem
 Legibus, exterius nobis non invida claram
 Extulit in lucem, communia fœdera pandens;
 Nec levia inducit nos per vestigia tantùm,
 Magnarum defert sed prorsus in intima rerum, 2170
 Et, quæ nativa sunt obsita nocte, recludit
 Funditus, & tenui dat quæque evolvere filo,

Con-

¹ Hisce argumentis impetitam vorticum theoriam, affirmat, demum penitus concidisse, licet hæc hypothesis cum tanto plausu excepta fuerit in ipso primo exortu suo: cum vorticibus autem concidisse simul totum Cartesianum systema trium elementorum, quod videbatur esse quædam veluti clavis ad omnes Naturæ aditus referandos: ei systemati collapsæ gravitatem successisse, quæ tot phænomenorum rationem reddat non vagam illam quidem, & indefinitam, ac confusam, sed distinctam, sed singularia quæque per accuratos calculos exhibentem.

Hic autem occasione arrepta epifodum finale adornat poetico lepore, ac venustate summa exponens, ac celebrans aliam quandam vim analogam illi generaliori, cuius gravitas, juxta ea, quæ dicentur libro 10, est quidam veluti ramus, sed analogam tantummodo, non ejusdem generis, non materialem, quæ agat in Brutorum animas, & illum pariat, quem dicimus instinctum, quin etiam in animos nostros, quos inclinet, & pertrahat, quamvis arbitrii libertatem, & potestatem obsistendi relinquat.

PHILOSOPHIÆ

Contemptimque finit nil jam transcurrere, fidens
 Scilicet ipsa sibi, & rerum secura suarum.
 Humanæ non hæc simulacrum, ut plurima, mentis, 2175
 Ingenioque refert sua non exordia nostro,
 Inventa est nobis, non edita, rebus ab ipsis,
 Quas agitat, versatque, educta est scilicet, atque
 Proditæ, & hinc cupidas in meates insinuata.
 Procedit velata caput, vultusque nitorem 2180
 Obtegit, & nostris animorum obtutibus arcet;
 Vim tamen esse suam monstrat, propriumque vigorem,
 Quo procul inter se distantia corpora nescit.
 Sed ¹ num cuncta sibi subdat, dominetur & una
 In rebus? cieat, quotquot sunt, undique motus 2185
 Sola omnes, nihil ut constet jam denique quovis
 Vel tenui in spatio mutatum, in corpore quovis,
 Quod non ipsa sua moderatrix conficiat vi?
 An potius vires diversa a stirpe receptans
 Sit veluti quidam diffusus in ardua ramus 2190
 Sidera, præterea tamen ut se multa propagent
 Radice hinc illinc ramorum brachia ab una?
 Quæque suas referant vires, disjunctaque præstent
 Officia, unde in res varii sint germina motus,
 Et varii pariter nexùs, ut denique possit 2195
 Multiplex adeo consurgere, certus & ordo
 In magnis, minimisque, & grandia, parvaque prenda.
 Stipite nimirum vis diffundatur ab uno
 Irorans veluti vitalibus omnia succis,
 Rebus & auctificos motus dans, exagitanque, 2200
 Adducens, removensque, ligans, solvensque vicissim,
 Non

¹ Newtoniani gravitatis legem extendunt plerumque ad omnes distantias tam ingentes, quam exiguas, ubique decreascentem in ratione reciproca duplicata distantiarum. Juxta meam theoriam, quam Noster exponet lib. 10, lex virium in majoribus distantis accedit quamproximè ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, sed in minimis ab eadem recedit in immensum, ac exponitur per curvam quandam, cujus postremum crus acce-

dit ad curvam gravitatis Newtonianæ quamproximè, in minoribus autem distantis contorquetur circa axem, & in minimis exhibet repulsionem auctas in infinitum, ubi in infinitum distantie decreascent. Hinc in ea sententia gravitas est tantummodo quidam ramus legis generalis virium, a qua unica generali lege ego repeto omnia Naturæ phænomena, & omnes motus. Huc respicit hic Nostri locus.

Non temere, at legum ratio velut ipsa reposcit
In paucis nota, in cunctis certissima rebus.

Jam tu, quæcumque es, quæ vires una profundis
Tam varias, tanquam fœtus, Vis alma, feraces, 2205

Salve mira opifex Mundi, o communis origo
Fœderis, omniparens & amor, rerumque voluptas,

O elementorum Venus, o Natura capaci
Cuncta sinu capiens, vel quo tu nomine dici
Cumque velis alio, non grandibus impare factis. 2210

Nos¹ tibi subjicimus sed inertia corpora tantum,
Et Mundum hunc spatii distensum, dispositumque.
Tu ne te Mundo longe meliore regendo

Immiscere velis; mentes contingere nostras
Interius nequeas, animi tua jussa recusant. 2215

Attamen est aliquis quoque mentibus imperus, & vis
Indita, non qualis late per corpora fusa est,
At certa tamen insistenti ratione, agitantisque

Interius nostros animos, ut protinus inde
Possint tam varii gigni sub pectore motus: 2220

Sed penetrare animis animorum impervia nondum
Contigit, & feriem arcanam cognoscere morum,
Excutere & latebras omnes, motusque repostos.

Tempora forte manent nostros ea fausta Nepotes.
Se produnt aliqua, at longe modo tenuia nobis 2225

Indicia; ista sequi, quæsisse & proderit olim
Plurima; nunc sat erunt faciendo in postera sæcla
Augurio, & tanta spe mentibus alliciendis.

Principio² si mens animantium bruta videtur

Esse

¹ Hic eidem vi suos designat limites: ea est mutua inter omnia materiae puncta, & ad sensibilem Mundum pertinet, nam ab ea pendet in mea theoria impenetrabilitas, cohesio, gravitas, quin immo omnis sensibilitas ipsa, nullum autem in animas jus habet, sive earum Brutorum animæ sint minus perfectæ, sive nostræ spirituales, ac perfectiores animi. Addit tamen esse & aliam viam alterius generis, nimirum non materialem, quæ in animos quoque possit; ac certis qui-

busdam legibus agens, eos insistentat, & varios motus excitet, eos nimirum, quos in nobis ipsis indeliberatos experimur quamplurimos. Eas leges, ait nunc quidem incognitas esse nobis, quas olim fortasse posteritas deteget, uti nimirum & gravitatis lex usque ad Newtonum fuit prorsus incognita.

² Primo quidem hic a Brutis exordium ducit, quæ animam habere inquit a materia distinctam, & ipsa materia nobiliorem. De ea egi ego quidem in adnotationibus, & sup-

Esse aliquid majus, quam quod de corpore ducit 2230
 Exortum, vires sentire ad multa trahentes
 Quis dubitat? propriæ quærunt cur commoda stirpis?
 Quid teneram matris compellit ad ubera prolem?
 Implumes avium quid hiare coegit ad escam
 In nidis fœtus, quid matrem ferre labores, 2235
 Inque fovere diu, blandirier, atque tueri?
 Verna parat feri cum primùm mater hirundo,
 Fistile sub trabibus sibi par sobolique ferendæ
 Condit opus; condunt de spinis undique lectis
 Alcyones, scopulisque infigunt tecta sub altis 2240
 Utique adeo mira compagine nexa, resolvit
 Ut nequeant undis, nec adiri; condit & altis
 In ramis Philomela suos de cœpitate nidos.
 Has artes sub quo primùm didicere magistro?
 Unde & inexpertæ norunt, quid postulat usus? 2245
 Cur similes faciunt, quas jam fecere parentes,
 Atque pares operas? non hæc vis insita quædam est,
 Ultro quæ trahat huc indocta atque inscia corda?
 Mutat avis peregrina plagas, quærîtque tepentes
 E gelidis oras regionibus, æque tepore 2250
 Immodico fugit in desertos ante recessus.

Dum

& supplementis lib. I: eam Scholastici omnes per tot sæcula censuerunt nec materiam esse, nec spiritum, sed substantiam incompletam materialem, quæ posset cognoscere, & spontaneas etiam operationes exercere, dependenter tamen a materia ita, ut pereunte corpore perirent & ipsa, nec sine illa determinata materiæ conformatione, quæ ad corpus organicum requiritur, ejusmodi operationes animales exercere posset, posset autem cum ea: alii autem e Recentioribus plerique eandem appellat spirituales substantiam, sed nostra imperfectiorem; nec præter Cartesianos solos ulla alia, quod sciam, Philosophorum secta aliquod animæ genus denegavit Brutis a materia distinctum.

Hiç autem illud tantummodo monendum censeo, ineptum sanè fore illum, qui censeat confundi posse hæc duo: esse materiam, & esse substantiam in operando, ac existendo dependentem a materia: ut & hæc duo: agere dependenter a materia, & actionem esse puram combinationem materiæ. Omnis fere Scholasticorum Catholicorum multitudo, inter quos tam multi primæ notæ, & summæ auctoritatis Theologi, admiserunt in Brutis animam in hoc sensu materialem, & admiserunt illud, Bruta exercere operationes suas, ac determinate hoc ipsum, cognoscere, & sponte agere, dependenter a materia, quin iidem admiserint quoque, cognitionem esse puram materiæ combinationem, qui quidem mul-
to mi-

Dum migrat, pulchrum liquido deducitur agmen
 Aere, ne nimium venti, nubesque morentur.
 Quis docuit Mensor pulchras aptalque figuras,
 Excepisse quibus ventos & nubila possent? 2255
 Quis Terræ faciem in tabula depinxit, ut illinc
 Opportuna sibi legerent loca tramite certo?
 Quidam quo raptat vigor intus, pergitur illuc
 Scilicet, & varios tentant exinde volatus.
 Inspice pulvereos per campos ordine longo 2260
 Formicarum acies; segetem festantur in arvis,
 Atque onera important scrobibus, prædamque cavatis;
 Fervet opus, releguntque viam, repetuntque laborem.
 Sed tanto fera parva quid efficit utile nisu?
 Prospicit illa hyemi, longum qua languida torpet, 2265
 Plurima cum nullas hyemes, neque viderit ulla
 Frigora? Nimirum sibi longo accommoda somno
 Testa parat, segetemque locat, quam corpora possit
 Sternere parva inter, brumam & defendere membris.
 Neu tumeat faciles terra seges abdita in herbas 2270
 Eruptura, illa corrodit parte, futuræ
 Prodiret species qua parvo a semine aristæ.
 Hæc tu scire putes animantem, & noscere cuncta

Mensur-

to minus aut metuerunt, aut etiam censuerunt metui posse, ne inde deduceretur, cogitationes animæ nostræ tanto perfectioris, & independentis a materia in existendo nihil esse aliud, nisi puras materiæ combinationes, quæ est impia Materialistarum opinio.

Porro hic Noster ostendit illam vim, quam suscepit celebrandam, agere in hæc Brutorum animas, & eum in iis parere, quem appellamus instinctum. Hujus generis operationes hic plures congerit sanè miras, & ad probandum id, quod sibi proposuit, perquam idoneas; nimirum eas, quæ pertinent ad speciei propagationem, ubi admirabilem nidorum textum commemorat, nullo magistro fabricatorum: eas, quæ pertinent ad avium transmigrationes in plagas diversis anni tempestatibus accommoda-

tas, nulla duce Geographia, & in hiisce ipsis transmigrationibus ordines in volatu ad aerem profcindendum aptissimos: tum formicarum providentiam, & æstivos labores pro frumento in hyemem præparando, quo se foveant tum, cum maxime torpent, & diutissime quodam veluti somno obruuntur; quæ quidem præstant etiam ante, quam ullam hyemem viderint; si enim recens exortæ formicæ a senioribus separentur; adhuc tamen eidem labori dant operam: ubi illud mirum, quod frumenti punctum germinans arrodunt, ne sepultum granulum fecundetur, & radices agat.

Hæc omnia, cum non sit, unde ea formicæ possint addiscere, fiant, oportet, instinctu quodam, nimirum quadam interna vi, quæ eo impellat ipsas earum animas,

Mensibus aut paucis prognatam¹, aut forte diebus?
 Nempe rapit quidam has, & quo rapit impetus, itur. 2275
 Quæ¹ vomit e parvo, net aranea, corpore fila.
 Retiaque intexit liquidis pendentia in auris.
 Hinc illinc videas affixo ut fune teneri
 Saxa inter ramosque leves; velut alta tenetur
 Ad scopulos puppis circum religata manentes; 2280
 Artis opus miræ; circumplicat orbibus orbes,
 Alligat &, radiis ex omni parte profusis
 Ante, tenax filum, extremis rarefcit in oris
 Densior in medio, pellucida quæ plaga confit,
 Sed duri mage sunt in summo fine rudentes. 2285
 Expectat sic densa leves in retia muscas.
 Piscibus exemplum capiendis unde, ferisque
 Silvicolis, avibusque homines nos hausimus ipsi.
 Illa sed unde hausit? proprio talem extudit artem
 Ingenio? an potius quidam ingens impetus intus, 2290
 Quod facit, id cogit facere, impellitque sequentem?
 Non ego præteream, qui nobis serica fila
 Donant, & pulchra faciunt in veste nitere,
 Innocuos vermes, teneris qui cura puellis
 Præcipua, inde sibi ut pepulum, pallamque receperunt. 2295
 Tempus ut advenit, cibus & maturuit aptum
 In succum interius, splendentia corpora densis
 Attollunt ramis; illuc namque impetus ire est;

Orz.

1 Multo magis me quidem semper in admirationem rapuit illa fanè admirabilis velut architectura, quam hic exponit, qua araneæ suas telas contextunt. Nam est quidem in iis quædam constans structura; sed & ingens observatur varietas respondens loco, cui tela affigitur, ductis transversis velut funibus ad sustinendam, ac a ventorum impetu tuendam molem, ubi omnino notatu digna & varia filorum crassitudo pro loco, in quo adhibentur, & eorum ordo, ac dispositio omnis admodum mira, ac ad muscas capiendas ita idonea, ut inde homines videantur didicisse re-

tium usum in aucupio, & in piscatu. Acutissimam ea quidem ingenii vim quandam requirerent, & mentis aciem perspicacissimam, nisi a cæco instinctu, nimirum interna quadam impellente, ac determinante vi provenirent; nam quævis aranea statim etiam post exortum suum ab aliis segregata eandem eodem ordine telas contextit ad eundem usum.

Porro illud apposuit: *Quæ vomit a parvo, net aranea, corpore fila;* nimirum per minutissima quædam foraminula, quorum immanis est in quibusdam veluti pilis numerus, emittit succum quandam aranea, qui

Oraque multiplici convertere ut ebria gyro
 Incipiunt; quaque ora feruntur, succus in auris 2300
 Fila in tenuia flavescens deducitur; ulstro
 Paulatim in tereti concluditur ipse sepulchro,
 Et clausus quoque pergit opus, dum scilicet omnent
 Evomuit succum, atque exanguia membra reliquit
 Acceptura novam porro rediviva figuram. 2305
 Quæ¹ facitis ceras, & mella liquentia, parvæ,
 Vos ego, apes, fileam? quando divinius esse
 Ingenium, & rerum fato prudentia major
 Creditur in vobis. Plebs duro nata labori est
 Atque operis, sexuque caret; stirps mascula, fuci, 2310
 Rarior est, multo sed femina rarior, una
 Sæpe genus magno in populo: Rex credita priscis
 Hæc fuit agricolis; Reginæ nomine verum
 Dignanda est mater; regnum hoc muliebri feratur.
 Nullum fervet opus sine matre, aut publica tangunt 2315
 Commoda; projiciunt ingratham tum quoque vitam;
 Ipsa movet, regit ipsa & pacis & arbitra belli.
 Mel de flore legunt, scrutari florea norunt
 Septa, ubi congesti succi, dulcemque liquorem
 Protinus educunt sugentes, oraque complent; 2320
 Cereus, & norunt, quo florum stamine pulvis
 Hæreat, his ergo se deluper applicat ales
 Staminibus, circum & se pulvere tingit odoro,

T.II.

T

Accu-

qui in filum concrevit tenuiorem, vel crassiorum, prout e paucioribus, vel pluribus tenuissimis filis ad singula foraminula pertinentibus coalescit.

Araneæ autem addit bombyces, quorum itidem admirabilis est instinctus ille, quo fila sua e simili educunt succo, ut sibi sepulchrum simul construant, & cunas sub nova inde forma redituris ad vitam.

1 Quod in apibus observatur, & hic commemorat Noster, id quidem reliqua omnia huc usque exposita longissime superat: tota enim illius cujusdam ordinatissimæ veluti Reipublicæ forma, atque omnis in-

dustria, & ædificationis ratio in summam Naturæ Contemplatores admirationem rapit. Potiora, quæ huc pertinent, decerpit ex immortalis opere Reaumuri de Insectis: primo quidem tres apum species commemorat, plebem operi destinatam, & omni carentem sexu, cujus maxima est multitudo: mares pauciores numero, laboris expertes, & soli generationi destinatos, quos, ubi rem suam peregerint, singulis annis plebs mactet omnes, atque hos, corpore nimirum grandiores, & inertes, Fucos appellat Noster: feminas demum omnium mole maximas, ac paucissimas, qua-

rum

Accumulatque, impletque sinus per crura cavatos,
 Sæpe init & bellum pugnax genus; aspera retro 2325
 Pro cauda est acies, jacet unde in vulnere virus.
 Hanc etiam in fucos vertunt, ut inutile cœptant
 Hi genus esse suo genitâli munere functi,
 Fundendoque petunt fraterno a sanguine laudem.
 Jura vetant nil proficere, atque labore alieno 2330
 Pâsci, & non partis per sese accumbere mensis.
 Arte favus mira compingitur, & licet ollis
 Haud ulla artifici tractetur regula dextra,
 Appositos tamen & flexus novere, modosque
 Senorum laterum; spatia implent cuncta, caventque, 2335
 Nusquam ne constet ceræ parcissimus usus.
 Tum quoque pro vario cunabula femine condunt;
 Plurima, parva tamen, queis sexûs nescia multa
 Excludatur apes; magis ampla & rara virili
 Pro stirpe; angusta surgunt rarissima mole, 2340
 Parvula queis mulier, soboles regalis, alatur.
 Scit mater, nunquam confundit provida cunas.
 Vere novo incipiet sedes animantibus arcta
 Esse, neque immensas capiet domus; ergo colonos
 Decernunt alias quæsitum emittere sedes. 2345
 Tunc subito possis magnum exaudire tumultum
 Exortum; erumpunt densæ plaudentibus alis

Unam

rum sæpe unicam totum alveare
 habet, eamque ut Reginam obser-
 vat. Mira celebrat sub ejus mu-
 liebri velut regimine plebis opera,
 miram industriam in colligenda c
 floribus, ac seorsum seponenda,
 & deportanda domum mellis, ac
 ceræ materia: tum bella, quæ qui-
 dem potissimum pro Regina inter
 plures feminas deligenda, ac toti
 alveari destinanda fieri solent, ex
 hujus regiminis occasione commemo-
 rat, atque illam ipsam totius
 masculini inertissimi generis cædem:
 deinde mirum exponit in cellulis
 construendis artificium, in quo
 quidem duo sunt notatu digna,
 alterum, quod exagona figura utan-

tur, quæ pari perimetro est om-
 nium capacissima, quod & Ve-
 teres novere, & idcirco apes geo-
 metras appellarunt; alterum hoc
 nostro sæculo observatum, quod
 suarum cellularum cuspides tribus
 terminent rhombis in angulum so-
 lidum cocuntibus, ea existentē ip-
 sorum rhomborum figura, sive iis
 eorum planis angulis, ut cum eadē
 cellularum capacitate mini-
 ma, quæ possit, omnium impen-
 datur quantitas ceræ, cui maximè
 parcunt, cum eandem multo ma-
 jore labore e pulvere dissoluto ad
 tenacitatem, & ductilitatem per-
 ducant. Hofce angulos, qui tam
 appoliti sunt ad illud minimum obri-

Unam observantes, quæ sæcundissima, matrem;
 Non odio huc, vel amore, sed utilitate trahuntur.
 Omnia quæ peragi si docta mente fateris,
 Et populo quæcumque alia admiramur in illo,
 2350
 Falleris; impellunt constanti lege valentes
 Interius vires, quas nobis noscere non est,
 Impulsus illæ excipiunt, utroque sequuntur.
 Quid ¹ jam aliud vulpis dolus, insidiæque luporum,
 2355
 Quidve canum furor in cervos, cervique timores,
 In teneram accipitris quid mens inimica columbam?
 In nemora ire mihi nec jam vacat, inque profunda
 Oceani, & quæ vos agitis, spectare leones,
 2360
 Ursique, tigresque, & corpora vasta elephantum,
 Et mutæ Protei pecudes & squamea sæcla,
 Vos rhombi, vos delphines, vos grandia cete;
 Quam varias vires in vobis, quam simulantes
 Optima consilia, & rationes esse viderem!
 Exuere aut omni non vos tamen hic ratione
 2365
 Consilioque ausim, dum pelli viribus istis
 Suspicio ignotis; quoniam cum viribus istis
 Et ratio queat esse aliqua, & mens sponte receptans
 Impulsus, ferrique videns, quo fertur, & optans.
 Quis ² neget igniculos nobis rationis inesse?
 2370
 Et tamen impulsi trahimur persæpe valenti,

T 2

Dum

obtinendum innuit Noster per illud *Appositos tamen & flexus novere*, ac pro hexagonis addit, *modosque senorum laterum*. De his uberius in supplementis.

Addit destinationem cellularum diversæ magnitudinis pro diversis speciebus, respondentem singularum multitudini, vel paucitati, in quibus Regina, tanquam ovi pariendi conscia, sine ullo errore singularis debita deponat ova: ac demum coloniarum deductionem adjicit crescente plus æquo novis fertibus multitudine.

Hæc, inquit, videntur mente peragi, atque consilio; at multo est verosimilius, rem pendere ab

internis quibusdam, & nobis adhuc incognitis viribus, quæ eorum animas certa lege ad hæc opera ipsa determinent.

¹ Congerit hic alia multa pertinentia ad alia animalia, quæ, nec in infinitum res abeat, vix innuit: mira autem sunt, & fere incredibilia, quæ ipse quidem longiore carmine fuerat persecutus, sed cum in immensum res abiret, contraxit, & paucis adumbravit solum, omisis etiam prorsus quamplurimis. Hæc autem omnia itidem non consilio quodam peragi, affirmat, sed interna illa nobis incognita determinante vi.

² Jam ad homines gradum facit,

Dum, bona quæ remur, sequimur; cum scilicet illuc
Experiamur agi ut naturæ a pondere quodam.

Has primum ingenitas in nostris mentibus intus
Sentimus vires; inde esse, & vivere quemque 2375.

Allicit; & miseram quanquam, duramque trahamus
In luctu vitam, tamen esse, & vivere dulce est.
Notitiis trahimur rerum quoque, veraque nostri
Exoptant animi, & dulcedine tangimur horum
Mira, nescio qua; de veris exoriuntur 2380

Vera alia, & cupido se nexu in pectore jungunt.
Excolere in tacita res longum, & volvere mente
Ignotas, non sit propius propiusque locare,
Ut possint a mente rapi, junctæque teneri?

Porro ob conjunctas majorem extendere nisum 2385
Possumus, atque alias adducere longius, atque
Porro alias, semperque novas adjungere vires.

Quæ

cit, in quibus negari omnino non
potest esse rationem, esse ani-
mum a materia prorsus distinctum,
& idcirco a materialibus viribus,
ac materiali agendi modo immu-
nem. Et tamen nos etiam homi-
nes experimur internæ cujusdam
vis impulsus admodum validos, &
indeliberatos motus in nobis ipsis;
quod inculcat, ut probet illud,
quod assumpserat, esse quoddam
aliud virium genus a viribus illis
inter materiæ puncta mutuis lon-
ge diversum, & nobilius, quod
certis quibusdam legibus agat in
nobiliorem substantiam.

Hujusmodi impulsuum ejus in-
ternæ vis commemorat plura ge-
nera. In primis, bonum appeti-
mus in genere, & voluntas nostrâ
interna vi, quodam velut pondere,
fertur in bonum sub ratione boni:
ex hac generali inclinatione ad id,
quod nobis apparet sub ratione boni,
deducit appetitus omnes ejus, quod
nobis censemus utile, quod nimi-
rum respicimus, ut bonum nobis:
hinc nimirum nos, utilissimam no-
bis amare vitæ nostræ conserva-

tionem, utut laboriosam, & mise-
ram; & is vitæ conservandæ appe-
titus in nobis ab intima quadam
vi oritur, ac naturæ nostræ determi-
natione penitus indeliberata.

Bonum ad voluntatem pertinet, at
verum, de quo deinde agit Noster,
ad intellectum, qui non nisi ad ve-
ritatem tendit, nec assentitur, ni-
si illi, quod ipsi apparet verum,
ubi & nexus est admirabilis vero-
rum cum aliis veris, ex quo ne-
xu omnis ratiocinatio, deductionis
vis, & syllogizzandi ars consequi-
tur. Nec intellectus tantummodo
in verum tendit, sed & voluntas;
nam ea veri assequendi cupiditatem
innatam sentit, & ipsius notitiam
consecuta voluptate percellitur. Hic
autem analogiam quandam attingit
inter hæc vires, & mate-
riales illas. Ut ibi gravitas in mi-
nore distantia majorem exercet
nisum; ita hic videmur quodam-
modo, dum mente sistimus tan-
quam præsentem veritates quasdam,
id agere, ut majorem exerant
vim, & alterius veri, nimirum con-
clusionis, notitiam post se trahant;
noti-

Quæ¹ semel arripuere animi, retinere tenaces
 Contendant; exin fiunt constantia quædam
 Rerum judicia, & fluxerunt protinus usus, 2390
 Et varii mores: ea si quis vellere tentat
 Ex animis, vitam prorsum ipsam evertere ab imo,
 Naturamque aliò convertere velle videtur.
 Ordinis hinc animis, Pulchrique, Bonique cupido est
 Indita, justitiæ vel corda injusta leporem 2395
 Agnoscunt; Virtus fert laudem, & honesta probantur.
 Ipsæ² etiam mentes inter se nonne trahuntur
 Mutua? Cur igitur solas tam tædeat esse?
 Cur sociale genus sumus haud deserta per arva
 Dispersum, vel per silvas, vacuosque recessus? 2400
 Unde tot in populos, tantisque coivimus urbes?
 Unica non homines junxerunt mutua vitæ
 Subsidia inter se, neque magni commoda cætus;
 At quoque posse loqui, atque aliis exponere sensa,

T 3

Atque

notitiis autem aliis adjectis post alias, ad ulteriora detegenda majore vi progredimur, ut in gravitate vis ipsa respondet massæ, & adjectis materiæ particulis, una cum iisdem augetur.

1 Pergit in deducendis consecrariis ejus intimæ vis, & inclinationis animorum: inde nimirum consequi certum consensum in illis, quæ prima principia dicimus, quod pertinet ad intellectum, & amorem pulchri, ac boni, quod pertinet ad voluntatem, quæ ita sunt omnibus communia, ut de axiomatis dubitare, virtutis amorem non sentire homines, ne inviti quidem, possint; quod si facerent, humanam exuisse naturam dicerentur.

2 Hic jam in ea vi mutuam quandam animorum attractionem agnoscit; ex qua nimirum una ille oritur innatus in nobis amor vitæ socialis, qui homines in populos coadunavit. Sunt quidem & silvestrium hominum genera quadam inter barbaros, verum & ibi minus frequentes utique, sed tamen

habentur societates aliquæ, saltem familiarum; & silvestres ipsi Americani barbari suas habent respublicas, & federatos ab hostibus discernunt. Societatem autem inter homines, jure affirmat, non oriri tantummodo ab utilitate, quam inde trahunt, sed etiam ab instinctu quodam, & impulsu interno Naturæ, quo fit, ut amemus communicationem interiorum animi sensuum, & utcumque omnibus affluentes commodis, ac deliciis ad perpetuam solitudinem condemnati, angere debeamus, & vera, ac stabili voluptate carere.

Commemorat autem ea, quæ in sociali vita maxime appetimus, ut solatia, quæ ab amicis recipimus, dum ea, quibus angimur, enarramus, & in eorum sinu effundimus curas internas: addit amorem laudis, & ambitionem, quibus usque adeo ducuntur homines, quæ sine societate nulla essent, cum nec regni, nec primatus, & prælatio- nis idea haberi possit sine idea multitudinis, vel plurium.

Atque aliorum etiam cognoscere, & inde moveri. 1405
 Finge aliquem solam placidi inter veris honores,
 Et melicos inter cantus producere vitam,
 Mollibus in stratis jucundos carpere somnos,
 Auratamque domum, laxosque habitare penates,
 Affluere atque esca regali, deliciisque; 2410
 Num minus exagitet quædam vis insita mentem,
 Et faciat, vitam socialem ut protinus illis
 Præferat? haud ulla est sociis sine pura voluptas;
 Crescunt, cum sociis partimur gaudia nostra,
 Curaque dividitur narrata, minusque dolores 2415
 Sævire, inque animos incumbere mœror & angor.
 Præterea & laudem, & famam captare, decusque
 Unde sit? ex ipso vitæ socialis amore
 Non fluat? ambitio non vires exerat illinc,
 Qua primi in rebus contendimus omnibus esse, 1420
 Et præferri aliis, regnare, atque esse potentes,
 Quod solis petere haud unquam, neque nosse liceret.
 Postremo¹ nexus inter corpusque animamque
 Cernimus esse aliquos, & mutua fœdera quædam.
 Ulla neque apparet, potuit quæ jungere causa 2425
 Naturas tam dissimiles; id præstet utrinque
 Inditus, hinc animis in consona corpora quidam,
 Illinc corporibus quidam conatus in illas,
 Ut vita, atque omnis quoque vitæ hinc prodeat usus.
 Jam quid opus tam distantes contingere sese 2430
 Naturas? per vim sine tactu mutua possunt
 Officia exercere suam, & communia quæque
 Efficere. At², genus id, multas cognoscere vires,

Quot-

¹ Postremo loco innuit corporis unionem cum anima, quod quidem tam admirabile inter adeo dissimiles naturas commercium vi quadam fit, non utique per pressionem aliquam ex contactu, vel per contactum ipsum, per quæ plures Philosophi cohesionem materiæ corporeæ explicare conati sunt, sed alio aliquo modo admodum diverso, per miram quandam, & nobis incognitam vim, quæ in ani-

mos ipsos agere possit, & reipsa agat. Ego quidem nec corporum cohesionem desumo a pressione, & contactu: at in quo eam reponam, & quantum ea distet ab unione inter animam, & corpus, ut & quam variæ sint hujusce unionis leges, quæ præcipuæ earum classes, luculenter exposui in mea recenti theoria Physicæ Generalis, de qua hic etiam aliquid in supplementis.

² Has vires, quæ in animos nos-

tros;

Quotquot sunt, ullas & earum prendere leges
 Non opis est nostræ forsan, præsentia quamvis 2435
 Omnia sint, atque intra nos peragantur, & ipsum
 Afficiant sensum; neque jam deprendere motus,
 Id quoque si liceat, sat erit, qui scilicet omnes
 Interius varia in nobis ratione geruntur,
 Cum volumus, cupimus, gaudemus, percipimusque; 2440
 Compositi nimium motus sunt; proinde necesse
 Hos foret in motus alios iterumque, iterumque,
 Inque alios motus dissolvere, donec ad ipsa
 Prima retexendo sit ventum elementa; vicissim
 Tum conferre elementa inter se, quoque geratur 2445
 Ordine quid rerum, qua quid quoque lege, videre;

T 4

Nec

stros agant, quanquam in nobis ip-
 sis insint, nobis, ait, esse inco-
 gnitas ita, ut earum numerum,
 si non ad unicam omnes rami, ve-
 lut arborem, reducantur, & singu-
 larum leges ignoremus: atque id
 in primis, quod, nec omnes mo-
 tus, qui ex iis in nobis ipsis conse-
 quuntur, deprehendimus, multi e-
 nim fiunt sine reflexione ulla; nec,
 si omnes etiam ejusmodi motus de-
 prehendamus, qui fiunt, *Cum vo-
 lumus, cupimus, gaudemus, perci-
 pimusque*, adhuc ita facilis inde ad
 legem virium deprehendam est
 transitus. Nimis enim compositi
 sunt ii motus ipsi, & nimis mul-
 ti. Oporteret uti resolutione qua-
 dam motuum, ac virium in alia
 simpliciora; donec demum ad pri-
 ma, & simplicissima elementa de-
 veniretur.

Eodem sanè pacto & Astrorum
 motus per tot sæcula fuerunt cog-
 niti, incognita penitus illa lege,
 qua eos unica gravitas efficit, quam
 Newtonus deprehendit; & quidem
 in eam Newtonus ipse incidit id-
 circo, quod Primarii Planetæ So-
 lis fere unius adeo majoris viribus
 parent: si planetarium systema con-
 stitisset corporibus fere aequalibus,

ita implexi fuissent illorum motus,
 ut nulla ingenii vi eos licuisset
 dissolvere, & ad gravitatis princi-
 pium devenire agentis in ratione
 reciproca duplicata distantiarum,
 ut nec cum sublimioris Geome-
 triæ & infinitesimalis calculi tan-
 to præsidio, adhuc motus defini-
 vimus, qui ex gravitatis nota le-
 ge debeant consequi in massis et-
 iam tribus tantummodo inter se
 parum inæqualibus, & quacumque
 data directione, & velocitate un-
 decumque projectis. Multitudo ele-
 mentorum materiæ, & mutuarum
 relationum, quæ inde oriuntur, ac
 virium, quæ singulis relationibus
 respondent, in causa est, cur, li-
 cet ego arbitrer, ab unica, & ge-
 nerali lege, & omnibus punctis
 communi pendere omnes omnium
 materiæ punctorum motus, adhuc
 tamen omnino mihi persuadeam,
 in immensum supra nostræ men-
 tis vim positam esse evolutionem
 singulorum motuum, ac omnium
 virium resolutionem, vel e contra-
 rio compositionem, per quam nec
 ad unius frondis constructionem in-
 telligendam devenire unquam pos-
 simus. Idem accidat, oportet, & in
 tam multis, tam variis animorum

Nec ¹ tamen interea nostræ, quæ libera, mentis
 Vim secludere ab his, dominam aut adfiscere talem,
 Arbitrio mens ipsa suo ut quascumque movere
 Se queat in partes, & quolibet edere motus; 2450
 Texere post contra, ad motusque redire priores
 Esset opus, quales nos intra percipiuntur.
 Ipse sequens at se sensus fugit, undique nodos
 Nestens difficiles, magnoque volumine rerum
 Implicat, ut proprias nequeat cognoscere vires. 2455
 Nobis ² hunc tenuem nostrum lustrare profecto
 Difficile est mundum, &, quid simus, scire; videmus
 Cætera, sunt oculis at nostra impervia nostris.
 Non ideo tamen est, ut vitæ debeat omnis
 Cursus forte regi, &, quocumque impellimur, ire. 2460
 Vis

nostrorum motibus, in tam varia, & multiplici relatione nostra ad tot externa objecta tot generum inter se discrepantium; ut nimirum neque a datis motibus per tam multiplicem resolutionem ad vires, neque a datis viribus ad motus adeo complicatos per tam implexam compositionem humana usque adeo imbecilla mens possit pervadere.

¹ Inculcat hic illud: quod in toto hoc episodio apprime notandum est, & sanam, ac sobriam, & revelatis principiis conformissimam simul, ac solidissimam philosophandi rationem commendat plurimum; inter vires illas, quæ in nobis agunt, & quæ internos nostros motus determinat, arbitrii libertatem numerandam esse, quæ nos supra inertem, & suis semper penitus determinatam viribus ad certos motus Brutorum animam altissimè attollat; quin etiam, quæ ipsa nos juxta præcedentem theoriam a brutis animantibus discriminet, a suo illo interno instinctu ad illas operationes individuas sine mente, & consilio determinatis.

Hanc sanè in nobis ipsis experimur ita, & ita videmus intimo

sensu, ac conscientia, eam in nobis inesse, nec in eo nos falli, ut de eo dubitare nulli mortalium liceat; nec vero quisquam contrarium sibi ita persuadere potest, ut serio rem credat. Eam etiam nobis indicat tanto major, & principiis liberæ determinationis conformior varietas in nostris operibus, circumstantiis parum admodum commutatis, quam quæ in Brutis ipsis animantibus apparcat.

Verùm hæc ipsa liberi arbitrii facultas investigationes illarum virium impedit plurimum, ac perturbat. Nam cum ea non agat semper, & necessario certo quodam modo; sed ubi etiam indeliberatorum impulsuum æquilibrium habetur quoddam, vel etiam prævalens vis, possit pro libera sua voluntate utrumvis terminum eligere, fieri potest, ut quandoque eligat illud, ad quod æquè, vel etiam minus inclinatur viribus, quas sentit; unde fit, ut a motibus, qui consequuntur, virium impellentium nisum, & certam illam, ac stabilem legem deducere non possimus.

² Ex hisce omnibus concludit, nostrum internum hunc Mundum, quam-

Vis etiam in nobis (Rationem dicere fuemus)
 Quædam se prodit moderandæ aptissima vitæ ;
 Humani hæc veluti currus Auriga videtur
 Fræna regens , & , recta , movens , qua semita ducit .
 Illius impulsus aliis fecernere oportet 2465
 Motibus , atque sequi solos ; properare secundis
 Scilicet his liceat , spatiumque excurrere iusto
 Securos ; aliter transverso obstacula calle
 Grassantur , longæque moræ , certisque periculis
 Obsita sunt loca ; quam triste & quam lugubre nostri 2470
 Spectaculum tum fiat , ubi , cum maximus Orbis
 Consonet , hic tenuis discors , exlexque feratur !

SUP-

quamvis hoc exteriore usque adeo
 magis præsentem nobismetipsis ,
 multo adhuc magis incognitum no-
 bis esse ; ubi illud accidit nostræ
 menti , quod oculo , ut externa vi-
 deat , se ipsum intueri non possit .

Addit tamen , quod & in præ-
 cedenti tomo inculcaverat , qui ve-
 rus esse debet , & solidus sanæ Phi-
 losophiæ fructus , habere nos inter
 tot ambiguos , & cæcos animorum
 nostrorum impulsus , ac nisus du-
 cem fati certam , & opportunam
 Rationem nobis inditam , qua ve-
 rum a falso , bonum , & honestum
 a malo , & inhonesto discernamus ,
 quam unam ut infallibilem regu-
 lam sequi debemus , cui si fideri-
 mus uni , recto incedemus itinere ,

nunquam ab æstuante cupiditatum
 inordinatarum turba , & pravæ vo-
 luptatis vi multiplici in transversum
 acti . Id vero nobis præstandum ac-
 curatissimè etiam idcirco , ne , dum
 hic materialis Mundus exterior mo-
 tus omnes suos tam ordinatè pera-
 gat , & leges a summo sibi Condi-
 tore impressas exactè seruet , noster hic
 interior , & tanto nobilior Mundus ,
 præscriptum sibi ad eodem Divi-
 no Opifice modulum negligat , &
 violatis sanctissimis ejus legibus ,
 abjectis rectæ rationis monitis , hu-
 mana omnia , ac divina jura com-
 misceat , & non ordinato operi ,
 sed implicatissimo cuidam , ac con-
 fuso , & penitus inordinato chaos
 respondeat .



SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUARTUM

§. I. Ad notas in vers. 100 &c.

DE MUNDI SYSTEMATE ASTRONOMICO.

1 **A** Versu 100 ad 672 ea Noster vel pertractat, vel attingit, quæ pertinent ad Astronomicum Mundi systema, quæ sunt quædam veluti basis, & fundamentum totius Newtonianæ cælestis Physicæ. Multa eodem pertinentia innui in adnotationibus pluribus, & in hac in versum 100 attingi ordinem, quo a determinationibus terrestrium intervallorum Astronomi ad cælestium corporum distantias, magnitudines, motus progressi sunt; in adnotatione autem ad vers. 115, & 307 promisi uberiores notitiam totius Mundani systematis, de quo in sequentibus Noster agit singillatim.

2 Si hoc argumentum pro dignitate pertractari deberet, plura jussæ molis volumina requirerentur. Quamobrem hic summa tantummodo quædam capita percurram, & ea illustrabo potissimum, quæ ad Nostrium rite intelligendum necessaria sunt. Longe autem alio ordine progrediar, ut brevitati studeam, quantum licuerit: proponam nimirum primo loco, qualem Astronomiam habeam nunc ab omnibus Astronomis passim admissam, & cum observationibus demum consentientem vel accuratè, vel satis proximè, ad quam non nisi per longas ambages, & post longos tot sæculorum errores, ac correctiones positionibus assumptis sensim adhibitæ deventum est. Nulla enim adest, ne nunc quidem, directa methodus, qua satis tuto, & accurate per observationes, ac directa earum consecutaria eruta ope Geometriæ, & calculi possimus immediate deprehendere cælestium corporum distantias, magnitudines, motus, sine ulla suppositione physica, & sine crassioribus theoriis sensim, & per gradus corrigendis, perpelliendisque: ubi illud prorsus accidit, quod de universa evolutione Naturæ diximus tomo 1 in adnotatione ad vers. 1222, hanc rem peragi eodem modo, quo in enucleatione epistolæ arcanis notis conscriptæ; ut nimirum per crebras positiones, & positionum factarum correctiones deveniatur demum ad eam consecutum, qui evincat veram clavim detectam esse. Accessit autem & instrumentorum ratio, quæ sero tandem, nec nisi diu post inventa telescopia, & horologia oscillatoria eo deducta est, unde progredi vix possit; & Geometriæ vis, quæ post infinitesimales methodos excultas eo devenit, quo nemo Mortalium eam olim deventuram credidisset.

3 Ponam igitur primo loco Mundi systema, ut in se est: tum ut e Tellure spectantibus apparet, ubi, quæcunque de motu Telluris dixero, intelligenda sunt juxta ea, quæ proposui in supplementis ad tomm 1 §. 13.

4 Duo sunt cælestium corporum classes: Stellæ fixæ, & errantes, quarum priores dicimus absolutè Fixas, posteriores dividimus in Planetas, & Cometas.

5 Fixæ sunt numero innumerabili, & quocunque telescopia in Cælum dirig-

riginus, ubique immanem earum vim cernimus, eo autem plures videmus; quo longiora, & perfectiora sunt *telescopia*. Caillius incredibili labore, & diligentia, dum ante hos aliquot annos esset ad promontorium Bonæ Spei, definivit loca decem millium Fixarum, quæ bipedali telescopio videri facile possint, conclusarum tropico Capricorni. Longioribus telescopiis in immensum plures apparent ubique, potissimum in ea, quam Galaxiam, seu Viam Lacteam appellant.

6 Eæ positæ sunt ad distantiam a nobis adeo immanem, ut quæcunque mensuræ nobis cognitæ sint impares eidem definiendæ. Ipsa distantia Terræ a Sole respectu ejus distantia est instar puncti. Hinc veri earum motus, vel nulli sunt, vel respectu distantia a nobis fere nulli: & idcirco hinc a nobis vise positionem ad se invicem saltem ad sensum eandem servant nunc, quam ante duo annorum millia habuerant. Habent illæ quidem quosdam motus nobis apparentes, de quibus infra, quorum leges demum ita detectæ sunt, ut jam intra unum, vel alterum secundum Fixæ cujusvis locum apparentem ad datum tempus definire liceat: habent itidem earum nonnullæ & veros motus alios, sed perquam exiguos, & qui nonnisi longioribus telescopiis deprehendantur. Censetur autem in immenso spatio ad sensum vacuo dispersæ in immanibus itidem a se invicem distantiss.

7 Luce propria omnino fulgent, ut Sol, qui censetur, ex earum numero esse ita, ut eæ idcirco tantummodo adeo minores, & minus lucidæ appareant, quod a nobis in immensum magis distent. De vera earum magnitudine nihil omnino novimus. Admodum probabile censo, alias ex iis esse Sole nostro majores, alias minores, & quidem nullo certo nexu inter veram magnitudinem, distantiam, intensitatem luminis partium superficiei æqualium, & magnitudinem nobis apparentem. Et quoniam inde consequitur, aliquas ex iis, quæ minutissimæ apparent, esse Sole ipso majores, & lucidiores, major erit ratio distantia ipsarum a nobis ad distantiam a Sole, quam sit subduplicata luminis Solis ad ipsarum lumen; lumen enim dum propagatur, minuit intensitatem suam in ratione reciproca duplicata distantiarum. Porro, quam immensa sit ea ratio, satis patet.

8 Inter Fixas sunt aliquæ, quæ dicuntur nebulosæ, quod tenuem quandam lucem, ut nebulam circa se habeant: sunt nonnullæ, quæ vel apparent, & evanescent stans temporibus, vel lumen suum minuunt, & augent per vices; aliz, quæ de novo apparuerunt per exiguum tempus, & deinde evanuerunt, ut illa celeberrima, quæ Tychonis tempore in cathedra Cassiopeæ per aliquot menses reliquas omnes Fixas fulgore suo superavit, tum paulatim evanuit; quæ mutationes esse possunt non tantummodo apparentes nobis, sed etiam reales. Neque enim credibile mihi est id provenire ex accessu ad Terram, & recessu; cum enim nullus fere sensibilis habeatur inter Fixas motus in latus, qui apparentem ipsarum distantiam mutet a se invicem, deberent fieri tantummodo in recta, quæ huc tendit, mutationes distantiarum, quæ ad totas distantias tantam rationem habeant. Quare huc eæ mutationes pertinent, verè nimirum, non tantummodo apparentes, quæ quidem provenire possunt etiam a maculis, quæ analogæ sint maculis solaribus, sed multo majores, plures, ac diuturniores, & fortasse conjunctæ cum aliquo

aliquo ipsarum motu circa proprium axem, quæ quidem innuisse sit satis.

9 Planetæ alii dicuntur Primarii, alii Secundarii. Primarii præter Solem, qui etiam Fixis adscribitur, numerantur sex. Mercurius, Venus, Terra, Mars, Jupiter, Saturnus, qui quidem circa Solem gyraunt, hoc eodem ordine ab eo distantes, priores minus, posteriores vero magis. Secundarii sunt 10. Luna satelles, seu comes Terræ, quatuor Jovis satellites, & quinque Saturni, gyrautes circa ipsos. Accedit annulus circa Saturni globum tenuis, & latus ab eodem circumquaque disjunctus.

10 Cometæ, huc usque rite ab Astronomis observati, sunt 45, vel revera 41, nam 4 ex iis sunt idem Cometa, quorum postremus, dum hæc scribimus Junio mense anni 1759 nuper videri desit. Eos distinguit a Planetis immanis atmosphæra, quæ ut quidam sumus nucleum ad distantiam multis vicibus majorem ejus diametro ambit, ac in quandam longiorem ductum protenditur ad partes Soli oppositas, qui ubi e Tellure cernitur ita productus, appellatur barba, vel cauda, prout ad eam partem protenditur, ad quam Cometa tendit, vel ad oppositam, qui si lateat cum ipso & oculo in directum jacens, crinitus dicitur Cometa.

11 Planetæ omnes, & Cometæ a Sole lumen accipiunt, & reflectunt. Admodum probabile est eosdem habere figuram proximè sphericam, quod de Planetis fere omnibus est omnino certum. Jupiter tamen, uti dictum est in adnotatione ad versum 1962, habet figuram sphaeroidis non ita parum compressæ, nam axis ad diametrum æquatoris est in eo proximè ut 12 ad 13.

Diametri veræ Planetarum posita diametro Solis partium 10000, sunt proximè Saturni 792, Jovis 1000, Martis 95, Telluris, & Veneris 109, Mercurii 41. Et quidem reliquæ intra limites satis proximis certæ; sed Telluris diameter adhuc subdubia, ut infra patebit. Est autem diameter Lunæ ad diametrum Terræ proxime ut 21 ad 78.

12 Convertuntur Planetæ circa proprium axem, quæ conversio per observationes definita est in Sole dierum $25 \frac{1}{2}$ in Jove hor. 10. 50', in Marte hor. 24. 40', in Terra hor. 23. 56'. 4'', in Venere hor. 23. 20', Luna autem mensuræ motu circa suum axem convertitur.

13 Motus Planetarum Primariorum fiunt omnes in Orientem circa Solem, in planis proximè immobilibus, ad se invicem nonnihil inclinatis in spatio nihil, vel fere nihil resistente. Illud, in quo movetur Tellus vel potius centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ, dicitur planum Eclipticæ: reliquorum plana inclinantur ad hoc planum in sequentibus angulis: planum orbitæ Saturni gr. 2. 30'. 36''; Jovis 1. 19'. 30''; Martis 1. 50'. 54''; Veneris 3. 23'. 20''; Mercurii 7. 0'. 0''. Illa puncta, in quibus ex orbitæ secant planum Eclipticæ, dicuntur nodi: nodus ascendens is, in quo transitur ab hemisphærio australi ad boreale, alter vero nodus descendens.

14 Orbitæ eorum motuum habent formam proximè ellipticam ita, ut alterum singularum ellipsium focum Sol occupet. Ea est una e tribus conicis sectionibus, de quibus egimus tomo 1 in supplem. ad lib. 2 §. 6. Illustranda sunt hæc schematis, quæ Noster de illa & reliquis binis exhibet a versu 443.

15 Exhibet in fig. 1 *ABPD* perimetrum ellipseos, *C* centrum, *AP* axem P. 1 transversum longiorem, *BD* axem conjugatum breviorum. In axe longiore

AP sunt bina puncta S , F æque distantia hinc, & inde a centro, quæ dicuntur foci, & habent hæcæ duas admodum insignes proprietates. Si ex iis ducantur ad quodvis perimetri punctum binæ rectæ SE , FE ; ambæ simul æquantur axi transverso AP : eadem autem ad ipsam perimetrum ita æque inclinantur, ut si per E ducatur recta perimetrum contingens, eadem hinc cum altera ex iis angulum contineat æqualem illi, quem inde continet cum altera.

16 Posterior ex iis proprietatibus dedit nomen ipsis focus: cum enim radii luminis reflectantur ad angulos æquales; omnes radii profecti ex altero foco S , & incurrentes in quodvis punctum E perimetri ellipticæ reflectentis debent abire in F , & ibi colligi, ac ignem etiam excitare, si satis vivida sit radiorum origo in S . Prior autem proprietates exhibet constructionem ellipseos admodum expeditam. Sumatur filum ejusdem longitudinis, cujus est axis AP , quod traducatur per foramen acus cujuscumque, & ejus bina capita defigantur in binis punctis S , F æque remotis hinc, & inde a medio C ; tum circumducatur acus ex P per E in A ita, ut distentum teneat filum, & describetur perimenter ellipseos: nam semper binæ rectæ ES , EF simul æquales erunt longitudini fili, adeoque axi AP . Patet autem ex hac ipsa constructione, si foci S , F coeant in C , haberi circulum; iis autem a se invicem recedentibus attenuari ellipsim perpetuo, cum datâ SB debeat eo minor esse CB , quo major est CS . Quod si dentur bini axes AP , QB cujuscumque magnitudinis, facile inveniuntur foci ad eam describendam idonei, cum satis sit, facto centro in vertice B axis conjugati, intervallo CP invenire bina puncta S , F in axe transverso AP .

17 Ellipsis, producta prius in immensum, abit in Parabolam habentem unicum ramum infinitum, tum in Hyperbolam habentem binos ramos itidem infinitos. Id expositum est tomo 1 in supplem. ad lib 2 §.6, ubi ostensum est id accidere conversione continua plani secantis conum, & ellipseos in immensum productas nihil ad sensum differre in sua origine ab arcu Parabolæ. Hic addendum id, quod pertinet ad earum focos, quod quidem hic Nolter proposuit.

- 18 Arcum Parabolæ QPR exhibet fig. 2, cujus axis PSM in infinitum producitur. Ea habet unicum focum S , cujus ea inter cæteras est proprietates, ut radii omnes NE , qui adveniunt paralleli axi MP , debeant post reflexionem abire in ipsum focum S . Binos hyperbolæ ramos QPR , qAr exhibet fig. 3. In ea axis transversus est AP , centrum C , bini foci in ipso axe producto S , F , quorum prior solus S continetur intra ramum QPR , alter vero F extra ipsum, sed intra ramum oppositum qAr . Porro ea est focorum proprietates in hyperbola, ut differentia rectarum FE , SE sit constanter æqualis axi AP ; radii autem NE , qui incurant in perimetrum cavam in E directionibus convergentibus ad focum ulteriorem F , debeant post reflexionem convergere ad citiorem S .

- 19 Jam vero orbitæ Planetarum Primariorum habent formam fig. 1, occupante Sole focum alterum S . Punctum P , in quo habetur distantia minima a Sole, dicitur Perihelium, vel Apsis ima; punctum A , in quo habetur distantia maxima, Aphelium, vel Apsis summa; unde etiam axis major dicitur linea Apsidum, quas quidem Apsides etiam Auges appellare solent. CP est

est distantia media, quæ nimirum æquatur semiaxi transverso: CS distantia foci a centro dicitur Eccentricitas. Quando autem Terra respectu Solis est in Perihelio, vel Aphelio, Sol dicitur esse in Perigeo, vel Apogeo.

20 Et hæc quidem pertinent ad primam e tribus Kepleri legibus, de quibus egimus in adnotationibus ad vers. 415, 443, 514. Pertinet autem ad secundam motus ipse per ejusmodi orbitam, qui non est æquabilis, sed ita attenuatus, ut area PSE clausa arcu PE percursu quopiam tempore, & binis rectis PS, ES ab ejus extremo utroque ductis ad focum S, sit proportionalis ipsi tempori, ut nimirum sit sector ellipticus PSE ad totius ellipseos aream, uti est tempus, quo percurritur arcus PE, ad tempus integræ conversionis. De hac proportionalitate arearum egimus tomo 1 in supplem. ad lib. 1. §. 18. Dicitur autem ea a Keplero arca, quam vertit radius vector; nam ipse concepiebat Planetas tanquam vectos circa Solem a Solis radio, & radius is recta pertingens a Sole ad Planetam, si concipiatur ut rigida quadam virga, perradit, & quodammodo everrit illam aream.

21 Porro ex hac motus lege facile patet, nec celeritatem linearem veri motus, nec conversionem angularem circa punctum S centrum arearum æqualium, fore æquabilem. Ad hoc ut sector ellipticus tempusculis æqualibus sit ejusdem semper magnitudinis, debet celeritas esse major, ubi distantia est minor, & accuratam rationem ejus celeritatis exposuimus in supplem. tom. 1, a num. 249. Quod autem pertinet ad motum angularem, id facile definitur, ac demonstratur. Nimirum celeritas motus angularis circa centrum arearum æqualium est in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso foco. Nam sectores elliptici infinitesimi possunt considerari, ut exigui sectores circulares. Sectores autem circulares habent aream proportionalem angulo, & quadrato radii conjunctim, ut facile demonstratur; unde sit, ut si area sit constans, debeat esse angulus in ratione reciproca quadratæ radii.

22 Motus igitur spectatus ex ipso etiam foco S, qui æstimatur ab angulo, quem continent directiones inde tendentes ad bina loca Mobilis, non erit æquabilis, sed eo celerior, quo quadratum distantie est minus. Nimirum ubi Planeta discedet ab Aphelio A per ABEP, accelerabitur perpetuo motus ejus angularis, tum a Perihelio ad Aphelium retardabitur tantundem, & inæqualitatis quantitas pendebit a distantia Planetæ ab Aphelio. Hinc apud Astronomos angulus ASE, quem continet recta ducta ad Planetam cum recta ducta ad Aphelium, dicitur *Anomalia*. Porro concipitur alius Planeta, qui circa ipsum punctum S moveatur motu angulari æquabili, eodem autem tempore integram conversionem absolvat, cujus motus dicitur respectu prioris motus medius. Angulus, quem efficit recta ducta a foco S ad cum Planetam situm cum recta SA tendente ad Aphelium computatus ab hac recta usque ad illam secundum directionem motus ipsius Planetæ, dicitur *Anomalia media*: angulus autem ille, quem efficit recta SE tendens ad verum Planetam cum eadem recta SA, dicitur *Anomalia vera*; differentia autem eorum angulorum dicitur *Æquatio*. Porro data specie ellipseos, sive data ratione semiaxis transversi ad eccentricitatem, invenitur ope Geometriæ, & calculi pro quavis anomalia media anomalia vera, & viceversa; invenitur locus, in quo

in quo æquatio est maxima, & data æquatione maxima invenitur species elliptica, sive eccentricitas, quæ quidem conducunt ad computandos veros Planetarum motus, & invenienda eorundem loca *Heliocentrica*, nimirum loca, in quibus apparent spectati e Sole, ac ad eruendas ex observationibus species orbitarum.

23 Hæc pertinent ad motum cujusvis Planetæ in orbita sua circa Solem; at tertia Kepleri lex confert motum unius Planetæ in orbita sua, cum motu cujusvis alterius in sua. Sunt nimirum quadrata temporum periodicorum, ut cubi distantiarum mediarum. Hanc legem exposuimus satis luculenter hic in annotatione ad versum 514, ubi etiam crassioribus numeris usi proposuimus exemplum Martis cum Mercurio comparati. Accuratiores numeros hic proponam decerptos ex Lectionibus Astronomicis Caillii num. 170, unde & superiora decerpsi plura, & alia decerptam inferius. Hosce numeros ipse calculo eruit e Cassinianis tabulis, quanquam & hi correctiunculis adhuc indigent, sed exiguis. Ponam autem primo loco tempus periodicum pro quovis Planetæ, tum axem majorem, cujus dimidium est distantia media, addito axe minore, & eccentricitate, ut forma orbitæ, ac distantia maxima, & minima inde facile eruantur. Ut autem formæ orbium unico intuitu melius inter se comparentur, ponam postremo loco eccentricitatem in iis partibus, quarum semiaxis major continet 1000000. Ea continentur in sequenti tabella.

Pro	Tempus periodicum	Axis major	Axis minor	Eccentricitas in suisd. parti.	Eccentric. in diversis
	dies horæ				
Saturno	10579. 8	190758	190448	5430	56982
Jove	4332.12	100420	103899	2505	48128
Marte	686.23.30. $\frac{1}{2}$	30474	30342	1415	93134
Terra	365. 6. 9. $\frac{1}{4}$	20000	19997	168	16881
Venere	224.16.48. $\frac{1}{3}$	14466	14465	52	7141
Mercurio	87.23.15. $\frac{1}{2}$	7742	7570	810	211165

24 In hac tabella si assumantur duo Planetæ quicumque, & reducantur ad unam mensuram duo eorum tempora, ut ad minuta, ac fiat, ut cubus axis majoris primi Planetæ ad cubum axis majoris secundi Planetæ, ita quadratum temporis primi Planetæ, ad numerum quendam, tum extrahatur ex hoc numero invento radix quadrata, invenietur ea radix quamproximè æqualis tempori secundi Planetæ.

25 Ad hoc, ut ex hisce elementis inveniri posset locus heliocentricus cujusvis Planetæ, oporteret addere & positionem aphelii, & positionem nordi, & tempus aliquod transitus per aphelium, vel anomaliam pro aliquo tempore dato; sed ea non sunt hujus loci. Hic tantummodo illud addendum est, ipsa aphelia, & nodos non penitus quiescere, sed moveri motu lentissimo, qui nondum apud Astronomos satis certo constat: apponam ex ipso

Gaillio tabellam horum motuum juxta Callini, & Halleyi opinionem, ubi signum + significat motum fieri in Orientem, signum — in Occidentem,

Pro	Motus Aphelii		Motus nodi	
	ex Callino	ex Halleyo	ex Callino	ex Halleyo
Saturno	+ 2 ^{''}	+ 30 ^{''}	+ 6 ^{''}	— 32
Jove	+ 6	+ 12	— 27	0
Marte	+ 21	+ 20	— 17	— 12
Venere	+ 35	+ 6	— 17	— 19
Mercurio	+ 29	+ 2	0	0

26 Terra nodos non habet, motus autem ejus aphelii est + 18^{''}. Porro ex hoc apheliorum, & nodorum motu profluxit discrimen inter tria genera conversionum, quas in Planetis Astronomi considerant. Conversio periodica est ea, qua Planeta regreditur ad eandem positionem respectu Fixarum; conversio anomalistica, qua regreditur ad eandem positionem respectu aphelii, sive ad eandem anomaliam, & conversio synodica, qua regreditur ad eandem positionem respectu nodi ascendentis; quanquam in Luna synodicam conversionem communius appellant eam, qua regreditur ad eandem positionem respectu Solis, ut a Novilunio ad Novilunium.

27 Utrumque autem his etiam motibus adhibitis ad calculum reducuntur Planetarum loca, adhuc exiguae quaedam differentiae inveniuntur inter loca calculo eruta, & observata, quarum nonnullae ad certas leges deductae sunt postremis haece annis, sed nondum penitus omnes, nec ex observationibus, nec ex theoria ad certas leges deduci potuerunt.

28 Haec de Primariis Planetis: jam vero Luna, & Terra circa commune illarum gravitatis centrum convertuntur pariter in ellipsis inclinatis itidem ad Eclipticam in angulo per 18 minuta variato, cujus medium est graduum 5, min. 9, Ejus distantia a Terra est semidiametrorum terrestrium ex Gaillio maxima $64 \frac{2}{3}$, media $60 \frac{1}{5}$, minima $55 \frac{3}{4}$. Sed forma ipsius orbitae, & magnitudo mutatur perpetuo, ut & apogeum ipsius, & nodi moventur motu ingenti: tempora conversionum integrarum, & verus motus in orbita, & inclinatio orbitae ad eclipticam patiuntur inaequalitates plurimas; quae quidem in sygygiis, sive novilunio, & plenilunio sunt multo minores, quam alibi. Linea apsidum facit revolutionem integram respectu Fixarum in orientem intra annos 8, dies 310, horas 10, minuta 58; linea nodorum in occidentem intra annos 18, dies 210, horas 8, min. 48. Lunae autem conversio media respectu Fixarum fit diebus 27 horis 7, 43', 12'', respectu nodi utriuslibet diebus 27, horis 5, 5', 35'', respectu apogei diebus 27, horis 13, 18', 34''.

29 Satellites Jovis circa Jovem, & Saturni circa Saturnum, vel potius circa commune centrum gravitatis ipsorum, & sui Primarii, moventur motu quamproximè aequabili in orbibus quamproximè circularibus inclinatis ad planum orbitae sui Primarii. Eorum tempora periodica, & distantiae a

centro sui Primarii computatæ in semidiametris ipsius Primarii continentur sequenti tabella, ex quibus numeris facile deducitur esse quamproximè quadrata eorum temporum, ut cubos earum distantiarum.

		Tempora periodicæ	distantiæ
Saturni	1	di. 1, hor. 20, 32'	8. $\frac{7}{8}$
	2	2, 16, 34	11. $\frac{1}{4}$
	3	4, 10, 36	15.
	4	15, 16, 9	36.
	5	78, 8, 45	108.
Jovis	1	1, 18, 27	5 $\frac{2}{3}$
	2	3, 13, 14	9.
	3	7, 3, 35	14. $\frac{1}{2}$
	4	16, 15, 55	25. $\frac{1}{3}$

30 Cometæ feruntur circa Solem in foco positum in orbibus ellipticis ita oblongis, ut pro parabolicis assumi possint arcus perihelio proximi. Eam orbium formam exhibet fig. 1. Areas describunt terminatas ad S temporum proportionales: quadrata temporum, quibus ab iis describuntur areæ similes PSE , sunt, ut cubi distantiarum homologarum, ut SP , & sive compareret celeritas ejusdem Cometæ in uno loco cum celeritate in alio, sive celeritas unius in uno loco cum celeritate cujusvis alterius in quovis alio, in quo adhuc sit conspicuus, velocitates sunt in ratione reciproca subduplicata distantiarum.

31 Ipsorum orbitæ ad planum Eclipticæ inclinantur in angulis admodum diversis, quorum alii sunt multo minores, alii multo majores semirecto ita, ut non solum in 24 orbitis ab Halleyo definitis, sed in omnibus 45 huc usque observatis media inclinatio est graduum 45; unde constat ab inclinatione 0 ad inclinationem perpendicularem temere, & sine ullo certo vinculo dispersas jacere ejusmodi orbitas. Nodi, & Aphelia sine ulla itidem certa lege in omnes Cæli plagas diriguntur. Distantiæ itidem periheliæ admodum diversæ sunt. Cometa anni 1680, & 1681 ad Solem ita in perihelio accessit, ut vix sexta parte ejus diametri ab eo distiterit: at contra Cometa anni 1729 in ipso perihelio distabat a Sole quadruplo plus, quam Terra. Puncta, in quibus orbitæ per planum Eclipticæ transeunt, sunt admodum diversa, nec ullum in orbitam Terræ accuratè incurrit, sunt tamen nonnulla satis proxima. E Cometis 45 observatis, 23 retrogradum habuerunt motum in Occidentem, 22 directum in Orientem.

32 Elementa ipsorum orbitæ parabolicæ sunt, inclinatio orbitæ, locus nodi ascendens, locus perihelii, distantia perihelia, tempus appulsus ad perihelium, & directio motus; & apud Caillium num. 571 videre est hæc elementa pro Cometis 43, accessit in scheda adjecta editioni Viennensi alius, & postremus per hosce dies, ut supra diximus, videri desit, qui tamen est idem cum aliis tribus Halleyanis, & habet elementa orbitæ parum admodum immutata, quæ proferemus inferius, ubi de Cometis.

33 Magnitudo Cometae incerta est, cum ipsum nucleum solidum nunquam accuratè videre liceat, sed ad summum densiorem ejus atmosphæram instar albicantis nuclei. Atmosphæra autem etiam illa, quæ ad caput pertinet circa ipsum diffusa, multis vicibus superat & ipsorum nucleum, & Terræ diametrum: in Cometa anni 1744 ego ipsius diametrum diametro Terræ triginta etiam vicibus majorem reperi.

34 Hæc pertinent ad motus, & magnitudines, ut sunt in se: dicendum nunc de iis, ut e Terra spectantur. In primis dum nos e Tellure Cælum inspicimus, nec ullum videmus objectorum cælestium terminum, confingimus nobis immensam spheram Telluri concentricam, & cum ipsa translata, ad cujus superficiem referimus omnia objecta cælestia, & locum verum geocentricum objecti cælestis dicimus illud ejus punctum, ad quod tendit recta a centro Terræ ducta per ipsum objectum. In hac superficie confingunt Astronomi depictas figuras quasdam plerumque petitas a Veterum mythologia, ad quas pertineant Fixæ, quæ in earum spatia cadant, quæ figuræ dicuntur constellationes, & inter eas sunt illa 12 signa Zodiaci, sive fasciæ cujusdam, quæ hinc & inde ab Ecliptica æque protenditur, & dicuntur Aries, Taurus &c. Ea fasciæ determinat locum, extra quem Planetæ e Tellure visi nunquam egrediuntur. licet intra eam evagari possint alii magis, alii minus ab Ecliptica discendo.

35 Bayerus Fixas magis conspicuas, incipiendo a lucidioribus, græcis plerumque litteris designavit, quæ designatio adhuc in usu est, & is Zodiaco 16 gradus latitudinis attribuit. Fixæ, quæ extra ejusmodi constellationum formas apparent in Cælo, dicuntur informes.

36 Locum objecti cælestis geocentricum nobis in superficie Terræ sitis, & cum ipsa translatis tria perturbant: parallaxis, refraction, & Bradleyana luminis aberratio.

37 Sit in fig. 4. C centrum Terræ, A locus Observatoris, cujus punctum E verticale Z dicitur Zenith, B sit objectum quoddam: ducta recta CBD usque ad illam immensæ spheræ superficiem, D est ejus locus geocentricus: at recta AB ab oculo Spectatoris ducta per ipsum B refert illud ad aliud punctum ejus superficiem E . Angulus ABC dicitur parallaxis, & si spheræ concipiatur immensa, ejus mensura est DE . Distantia vera a Zenith est angulus ZCB , distantia apparens ex parallaxi est angulus ZAB . Circa hanc parallaxim habentur plurima theoremata, quorum usus occurrit sæpe.

38 Parallaxis objectum deprimit in plano verticali removens ipsum a Zenith, & minuens altitudinem ipsius supra horizontem. Cum autem sit, ut distantia CB objecti a centro Terræ ad CA semidiametrum Terræ, ita sinus CAB , vel ZAB ad sinum ABC , habebitur hujusmodi theoremata: est distantia a centro Terræ ad semidiametrum Terra, ut sinus distantia apparentis a zenith, ad sinum parallaxeos. Atque hinc facile deducitur, manente distantia, & semidiametro, fore sinum parallaxeos, vel, si ea sit exigua, ipsam parallaxim, uti est sinus distantie apparentis a zenith. Inde autem deducitur, ubi objectum existens in I appareat in ipso zenith, parallaxim esse nullam: tum eo majorem fore, quo magis distet ab ipso zenith locus visus, & existente objecto in ipso horizonte AFH in F , parallaxim ejusmodi horizontalem fore maximam. In eo autem casu ob angulum

CA rectum, theorema evadet hujusmodi: *Distantia objecti a centro Terræ ad semidiametrum ipsius Terræ est, ut radius ad sinum parallaxeos: ac per superiora theoremata patet determinata quavis parallaxi, inveniri horizontalem, inventa hac, & data semidiametro Terræ, inveniri distantiam: parallaxim quancumque ceteris paribus in superficie Terræ non spherica fore, uti est semidiameter Terræ pertinens ad locum Observatoris.*

39 Si radius lucis recta deveniret ad oculum quiescentem in *A*, sola parallaxis turbaret locum geocentricum; at ipse radius *BA* rectus non advenit, sed prope superficiem Terræ invenit atmosphæram terrestrem, a qua incurvatur, & oculus quiescens æstimat directionem loci objecti a directione postrema radii in ipsum oculum incidentis. Exprimat in fig. 5 *MIN* atmosphæram terrestrem. Radius, qui ex objecto *B* advenit ad oculum *A*, percurrit usque ad summitatem atmosphære ipsius rectam lineam *BI*, tum perpetuo densiora atmosphære strata inveniens incurvat motum suum accedendo perpetuo ad perpendicularum per curvam *IA*. Si *AL* sit recta tangens ejusmodi curvam in *A*, oculus quiescens objectum videt directione *AL*, & angulus *LAB* est error ortus a refractione.

40 Porro patet, refractionem elevare objectum in plano verticali, adeoque præstare effectum parallaxi contrarium. Jam constat apud Astronomos refractionem omnium Planetarum, Cometarum, Fixarum eandem esse, eadem apparenti altitudine, pari atmosphære constitutione, nisi quod puncto *B* recedente in recta *IB*, recta *AB* inclinatur tantillo magis, manente *AL*, sed refractione eo modo definita evadit major; at ob exiguam inclinationem, & distantiam rectarum *IB*, *AB*, & ingentem omnium cælestium objectorum distantiam id discrimen nusquam sub sensum cadit. Itidem constat, refractionem haberi ubique, etiam in minimis distantii a zenith: in iis est admodum regularis, & uniformis, ac constans ad sensum, & usque ad 42 gradus distantia a zenith uno minuto minor, vix ullam a mutatione atmosphære sensibilem mutationem patitur. In primis 6 gradibus distantia a zenith æquabiliter crescit usque ad 7 secunda, quæ debentur distantia graduum 6; nec ibi ullam sensibilem mutationem patitur a mutatione ipsa atmosphære. Prope ipsum horizontem plurimum incerta est, & varia, ac ultra semiminutum protenditur; ubi idcirco perquam exigui usus sunt observationes pleræque. Habemus autem recens editam a Caillio tabellam refractionum adjiciendam ejus fundamentis Astronomiz, in qua pro varia altitudine mercurii in barometro, & vario gradu caloris in thermometro Reaumuriano assignatur pars proportionalis, qua refractione assignata in tabella augeri debet, vel minui; sed ea correctio refractiones penitus exactas non reddet, nisi in minoribus distantii a zenith, ubi exiguæ sunt refractiones ipsæ, & proinde correctiones exiguæ.

41 Directio postrema radii subeuntis oculum determinat locum visum objecti, si oculus quiescat: at si oculus moveatur, propagatio luminis successiva jam dudum ab Astronomis deprehensa combinata cum ipso oculi motu, erroneam visionem reddit. Feratur in fig. 6 radius ad *A* directione *LPA*, dum oculus fertur per *BAC*, & sit *BA* ad *AP*, uti est celeritas oculi ad celeritatem luminis: si tubulus *BP*, simul cum oculo transferatur in *AQ*, particula luminis ingressa medium tubulum in *P*, semper erit in axe ipsius tubuli

buli promoti, & ad oculum deveniet in A egressa ex ipso medio tubuli axe. Spectator autem æstimabit positionem objecti ex directione tubuli per AQO , pro APL . Distantia directionis veræ radii a directione visa erit angulus LAO , qui dicitur aberratio luminis. Patet eam fieri in plano motus oculi, & radii in eam plagam, in quam oculus tendit: erit autem ut AP ad PQ æqualem AB ita sinus anguli AQP æqualis angulo QAC ad sinum aberrationis QAP . Nimirum ut celeritas radii ad celeritatem oculi, ita sinus anguli, quem directio apparens objecti continet cum via radii, ad sinum aberrationis.

42 Immensa luminis celeritas illud efficit, ut ea aberratio in motibus, quibus nos in superficie Terræ mutamus locum, sit ad sensum prorius nulla. At celeritas motus annui Terræ circa Solem tanta est, ut sensibilem aberrationem pariat. Ubi angulus ille CAO est rectus, ea aberratio ad 20 secunda pertingit; atque inde pendet primus e binis Fixarum motibus apparentibus a Bradleyo detectis, qui hanc ejus theoriam prodidit cum phænomenis consentientem mirum in modum. Is autem & Fixas, & Planetas afficit omnes.

43 Ex propagatione successiva luminis, & illud oritur, quod locus objecti caelestis correctus etiam per parallaxim, refractionem, aberrationem luminis, non sit locus ipsi debitus momento temporis, quo ipsum oculus videt, sed momento temporis, quo ab objecto prodiit radius. Inde alia correctio oritur loci visi necessaria pro iis objectis, quæ moventur celeritate habente aliquam rationem sensibilem ad celeritatem luminis. In stellis Fixis ea correctio nulla est, licet ab iis lumen, quod a Sole huc devenit post horæ semiquadrantem, deveniat inde post plures annos, & ab earum nonnullis, ut ego quidem arbitror, post plura annorum millia; nam eundem occupant locum, cum lumen ad oculum appellit, quem occupabant, cum ab iis discessit. Illud autem notatu dignum, aberrationem, quæ inde oritur in loco viso objectorum, quæ in superficie Terræ cernimus, semper ad sensum accurate compensari a priore illa Bradleyana luminis aberratione, uti demonstravi jam olim in mea dissertatione de annuis Fixarum aberrationibus; quæ quidem errores & in Luna fere penitus se mutuo destruant. In motibus quos habent objecta terrestria respectu superficiæ Terræ ob exiguam eorum velocitatem, hæc secunda aberratio est ad sensum nulla.

44 Hæc pertinent ad errorem admissum in determinando loco geocentrico objecti a parallaxi, a refractione, a propagatione successiva luminis combinata cum motu vel oculi, vel objecti: iis correctis habetur locus verus geocentricus objecti in illa immensa sphaera, quam nobis confiniximus. Ex mutatione hujus loci oritur is, quem dicimus apparentem objecti caelestis motum: ea mutatio haberi potest, vel ex motu objecti, vel ex motu Terræ, vel ex motu utriusque simul composito. Motus apparens proveniens etiam ex vero motu objecti diversus est ab ipso. Si objectum illud recta tendat ad Terram, vel ab illa recedat, & ipsa etiam quiescat, motus apparens erit nullus. Angulus, quem faciunt rectæ tendentes ad bina loca ejusdem objecti, sive arcus, quem in superficie illius sphaeræ percurrit objecti locus, exhibet ejus apparentem motum.

45 Quoniam Terra multos habet motus, quorum præcipuos exposuimus,

omnes si inducunt motum in Fixas, Planetas, Cometas. Omnium maximus, & maxime notabilis est is, qui oritur a motu diurno Terræ. Eo motu movetur Terra in Orientem circa proprium axem tempore horarum 23, 56¹, 4¹. Hinc omnia extra Tellurem sita apparent motu contrario translata ab Oriente in Occidentem circa eundem axem continuatum usque ad illius inmensæ spheræ superficiem, qui axis cum sit inclinatus ad planum Eclipticæ, alia omnia diurno motu apparent translata ab Oriente in Occidentem in circulis inter se parallelis, sed inclinatis ad planum Eclipticæ. Inde omnes fere circuli spheræ armillaris ortum ducunt, quos in primis confingimus in illa cælesti superficie, ut effectum hujus diurni motus exponamus. Poli Æquatoris sunt ibi, ubi is axis ad illam superficiem terminatur, Æquator ab utroque polo æque distans est circulus maximus, qui Eclipticam secat in duobus punctis, quorum alterum appellatur sectio autumnalis, alterum sectio verna, & ab hac cælestium motuum initium desumi solet, ut & Zodiaci rationalis initium, adeoque ibidem est principium Arietis rationale. Is autem circulus ad Eclipticam inclinatur nunc quidem in angulo graduum proxime $23 \frac{1}{2}$.

46 Confectaria hujus diurni astrotum motus traduntur, ubi de spheræ armillari agitur: hic notanda quædam, quæ ad ipsum pertinet. Hic motus censetur prorsus æquabilis, & est ad sensum saltem intra eundem annum, & exiguum annorum numerum; nam fieri posset, ut longo sæculorum cursu mutaret celeritatem etiam, ut alias plures mutationes subit. Axis, circa quem is motus fit respectu Terræ, intra eundem annum, & intra paucos annos nullam mutationem subit, quæ sensu percipi possit, ut idcirco poli, & meridiani terrestres, qui per ipsos ducuntur, nullam respectu superficiæ Telluris mutationem patiantur. An etiam post longam annorum, & potissimum sæculorum seriem, mutationem nullam patiatur ea positio terrestris axis, nondum ex observationibus satis certo constat. Pyramides Ægyptiæ, quarum latera etiam nunc post terna circiter annorum millia meridianæ lineæ directionem accuratè servant, suadent positionem eo temporis intervallo conservatam potius, quam casu quodam accuratè restitutam; meridianam autem Tychoonis lineam, quæ Uranoburgi inventa est a vera positione pluribus minutis aberrans, oppositum indicat. Sed, si Astronomia sequentibus sæculis æque exulta fuerit, ac nunc excolitur, id maxime patebit ex accurata determinatione altitudinum poli, quas nunc intra pauca secunda obtinemus. Has enim mutari necesse est, si poli terrestres in superficie Terræ locum mutant, adeoque ab aliis locis recedant accedentes ad alia.

47 Plures tamen mutationes sensibiles inventæ sunt in iis, quæ pertinent ad diurnum motum. Ejus axis, quæ respectu Terræ idem manet saltem eodem anno, & exiguo annorum intervallo, Tellure translata non progreditur motu uniformi, sed inclinatione ad planum Eclipticæ satis proxime servata, convertitur circa ipsius Eclipticæ axem; ex qua conversione illud fit, ut poli Æquatoris circa polos Eclipticæ respectu Fixarum describant circulum ad distantiam graduum $23 \frac{1}{2}$ circiter, unde fit, ut & puncta æquinoctialia, in quibus æquator eclipticam secat, regrediantur in Occidentem contra signorum ordinem. Hinc eo motu fit, ut omnia objecta cælestia motum habeant nobis apparentem per circulos Eclipticæ parallelis in Orientem, & alia Fixæ post alias ad polos Æquatoris accedant, ac ad sectionem

Ætionem vernam appellat Terra, & æquinoctium vernum celebret ante, quam integram conversionem absolvat. Idcirco is motus dicitur *Præcessio æquinoctiorum*.

48. Eo motu factum est, ut signa Zodiaci apparentis distinguantur a signis Zodiaci rationalis. Divisio Zodiaci rationalis incipit ab ipsa sectione ver-
na, & totum circulum partitur in duodecim partes æquales, quæ dicuntur Aries, Taurus &c. In iis olim erant stellæ, quæ pertinent ad constellationem Arietis, Tauri &c. Sed nunc ita progressæ sunt post annorum circiter duo millia, ut in Tauro rationali jam sit is apprensus Aries, Taurus in Geminis, & ita porro. Duobus circiter annorum millibus per unius rationalis signi spatium progressæ sunt signa apparentia, quia is motus est lentissimus. Singulis annis eo motu percurruntur secunda $50 \frac{1}{7}$, adeoque is non absolvitur, nisi post annorum fere 26 millia; & eo singula alia promoventur in Orientem respectu principii Arietis, quo nomine intelligi semper solet ab Astronomis principium Arietis rationalis, sive illa mobilis verna sectio, per secunda $50 \frac{1}{7}$ in longitudinem, latitudine nihil mutata.

49. Porro is motus, qui olim ab Astronomis credebatur æquabilis, in-
qualitates habet quasdam, ut & inclinatio axis Æquatoris ad planum Eclipticæ variatur nonnihil, & ex utraque variatione simul oritur motus, quem dicunt Astronomi nutationem axis, quem itidem motum, ejusque leges invenit Bradleyus. Is absolvitur spatio fere 19 annorum, nimirum eodem tempore, quo Lunæ nodi respectu principii Arietis unam conversionem absolvent; nimirum post annos 18, dies 224, horas 5, 5^h, 35^m. Concipitur quidam locus medius poli Æquatoris, qui lentissimo illo motu circulum describat circa polum Eclipticæ: circa eum locum medium Bradleyus concepit circellum, cujus semidiameter secundorum 9, per quem ita ferretur locus verus, ut semper occuparet ejus punctum per gradus 90 orientalius eo puncto, quod nodus ascendens Lunæ occupat in Ecliptica. Observationes accuratiores ostenderunt postea, phænomenis magis consentire ellipsim, cujus axis major secundorum 18 sit is, qui ad polum Eclipticæ dirigitur, jacens in coluro solstitorum, alter vero axis sit aliquanto minor. D'Alambertus eum ex gravitatis theoria deduxit secundorum fere 14, in quo & cum Eulero consentit.

50. An hic ipse medius poli locus eandem semper distantiam servet a polo Eclipticæ, & cujusmodi mutationes subeat ea distantia, nondum satis comper-
tum est apud Astronomos. Eques de Louville censuit eam distantiam, & proinde inclinationem Æquatoris ad Eclipticam imminui singulis sæculis per singula minuta prima. Caillius illam ponit pro an. 1750 incunte gr. 23, 28', 19^{''}, & singulis annis putat imminui per $\frac{44}{100}$ unius secundi. Exigua est sane muta-
tio pro exiguo annorum numero, & rem accuratius determinabit posteritas.

51. Hi motus omnes oriuntur ex mutatione parallelismi, quem Tellus in motu suo, quo ejus centrum progreditur, non accurate servat. Ex ipsa translatione centri oriuntur alii motus apparentes in Planetis, & Cometis. Censuerunt Astronomi nonnulli superiore sæculo, & initio hujus, oriri ex translatione annua Telluris circa Solem correctis etiam mutationibus loci
inductis a mutatione parallelismi, motum quandam exiguum in Fixis, quem

appellarunt annuam Fixarum parallaxim. Sed jam constat ejusmodi parallaxim Fixarum ob immanem illarum distantiam esse minorem, quam ut ullo sensu percipi possit. Loca Fixarum deducta per solos motus superius expositos jam intra unum, vel alterum secundum cum observationibus ita congruunt, ut satis certo constet nullis aliis motibus generaliter Fixas affici, & proinde nullam esse ad sensum annuam illam parallaxim.

52 Ex motu Terræ circa Solem annuo oritur in primis annuus apparens motus Solis. Ejus locus geocentricus est semper prorsus oppositus nostro loco heliocentrico, sive loco, quem Terra occupat e Sole visa. Hinc ut annuo motu hic locus mutatur, ita pariter mutatur & ille, ac Sol nobis appareret describere ellipsim æqualem illi, quam Terra describit circa Solem, positam situ contrario illi, quem occupat ellipsis descripta a Terra circa Solem.

53 Elementa ejus theoriæ aliquanto accuratiora, quam quæ num. 23 proposuimus, exhibet Caillius ex accuratioribus observationibus, & calculis a num. 481. Ponit ejus conversionem annuam periodicam respectu Fixarum fieri diebus 365, horis 6, 8', 58": Conversionem anomalisticam, qua regreditur ad eandem positionem respectu Apogæi, & quæ (ob motum ipsius Apogæi, exiguum quidem, sed non nullum in Orientem nimirum secundorum proxime 17 in singulos annos) est tantillo longior, dierum 365, hor. 6, 16', 0": Conversionem tropicam, qua nimirum Sol regreditur ad eundem punctum Eclipticæ computatum ab initio Arietis, ut ad eundem Tropicum, vel ad Æquatorem, quæ ob regressum annuum punctorum æquinoctialium, est aliquanto brevior conversione periodica, dierum 365, hor. 5, 48', 23": æquationem maximam ponit gr. 1, 55', 36" $\frac{1}{2}$, & inde eccentricitatem 16814 in partibus, quarum semiaxis major continet 1000000; appulsus autem ad Apogæum invenit pro tempore medio Parisiensis meridiani ex suis observationibus habitis ad caput Bonæ Spei anno 1751, Junii die 30 hor. 11, 40', 52", existente Apogæo in fig. 3, gr. 8, 39', 12"; quod simul, & loci medii, & Apogæi Epocham exhibet.

54 Ob hanc annuam translationem Terræ, & motum Solis progredientis per Eclipticam inde ortum fit illud, ut dies considerati ab altero appulsu Solis ad meridianum ad alterum appulsu longiores sint conversione diurna tanto intervallo, quantum requiritur, ut interea sub meridiano transeat is arcus Eclipticæ, quem Sol eo die descripsit; qui quidem arcus, cum ob inæqualitatem motus terrestris, vel solaris sit alio anni tempore alius, & præterea non eandem positionem habeat semper ad æquatorem, dies computati per illos appulsus Solis inæquales sunt; unde oritur discrimen inter tempus inæquale, quod appellant Astronomi verum, vel apparens, & tempus æquabile, quod concipiunt, & medium vocant: Hinc divisa die media in horas 24, Fixarum diurna conversio orta e rotatione æquali Terræ est hor. 23, 56', 4".

55 Ex hac eadem translatione Terræ circa Solem fit, ut motus Cometarum, & Planetarum appareant nobis admodum irregulares, & Planetæ quidem jam directi, jam ad sensum stationarii, jam retrogradi, licet revera sint omnes semper directi, & circa Solem in Orientem ferantur. Pendet id
a conu-

a combinatione motus apparentis, qui resultat ab eorum translatione circa Solem, & motu, qui resultat a translatione Telluris circa ipsum Solem; ac ideo Astronomi ad inveniendum eorum locum geocentricum ex ipsorum theoria, prius determinant locum heliocentricum tam Planetæ, quam Terræ, & utriusque distantiam a Sole, tum considerato triangulo, quod terminatur in Sole, Planetæ, ac Terræ, ex dato angulo ad Solem, & binis lateribus, inveniunt angulum ad Terram, & distantiam a Terra, ex quibus prodit ipsius Planetæ locus respectu Terræ.

56 Hoc motu Luna comitatur Terram circa Solem, qui proinde quantum cum ipso motu Terræ conspirat, in Luna non deprehenditur: at motus, quem Luna, & Terra circa communem gravitatis centrum habent mensurum, totus a nobis Lunæ tribuitur, tanquam si Terra quiescente ipsa Luna circa Terram converteretur in ellipsi habente focum in ipsa Terra. Elementa præcipua hujusce motus proposui supra num. 28, hæc addendæ duæ aliæ conversiones, quæ in ea considerari possunt, quarum altera est tropica, sive respectu principii Arietis regredientis, dierum 27, hor. 7, 43', 12'', altera synodica respectu Solis, quæ ad conjunctionem, vel oppositionem redit cum Sole, sive ad Novilunium, vel Plenilunium, est dierum 29 hor. 12, 44', 3'', quæ quidem periodi sunt mediæ, nam eadem ob inæqualitatem motuum lunarium sunt admodum inæquales; & de pluribus Lunæ inæqualitatibus dicemus aliquid inferius, ubi de ejus theoria.

57 Hic motus Terræ circa commune centrum gravitatis cum Luna inducit motum apparentem paucorum admodum secundorum in Solem, & viciniore Planetas. Ejus rationem jam incipiunt habere Astronomi, & in tabulis ad theoriæ Solis pertinentibus, quas Cællius edidit addendas suis Astronomiæ fundamentis, adjecit tabellam eo etiam pertinentem, ut & aberrationes motus Solis oriundos ab actione Jovis, & Veneris in ipsum, & Tellurem. Sed hæc singillatim persequi non vacat.

58 Ex iis, quæ dicta sunt, constat Fixas habere 4 illos motus apparentes, de quibus egimus in adnotatione ad versum 322, motum diurnum, de quo hic num. 45, motum præcessionis, de quo hic num. 48, motum nutationis axis, de quo hic num. 49, & motum ex aberratione luminis, de quo hic num. 41. Constat itidem, quos motus habeant, & quas distantias Planetæ, & Cometæ, de quibus egimus in adnotationibus pluribus, ut ad vers. 330, 354, 363: expositæ sunt etiam Keplerianæ leges a num. 14, de quibus egimus in adnotatione ad vers. 415, 443, 514, 597. Innimis etiam inæquales esse Lunæ motus, & adhuc in Planetis aberrationes quasdam superesse, postea quam omnium expositorum motuum ratio est habita, quantum pleræque nondum ad certas leges redactæ sunt, ut nec omnes inæqualitates lunares, licet harum plures sint jam satis cognitæ, & in tabulas astronomicas redactæ, de quibus egimus in adnotatione ad vers. 608.

59 Nunc de distantis, & magnitudinibus astrorum apparentibus dicendum aliquid. Distantia apprens binorum astrorum est arcus circuli maximi ejus immensæ spheræ, ad quam ea referimus, qui interfacet inter bina loca in eadem superficie ab ipsis occupata, quem determinant binæ rectæ a centro Terræ ductæ per bina eorum centra; & ideo Fixarum distantias a se invicem metimur gradibus, & minutis.

60 Semidiameter apparens aſtri dicitur angulus, quem continent in oculo binæ rectæ, quarum altera tendat ad centrum aſtri, altera ejus ſuperficiem contingat; ut in fig. 6, ſi oculus ſit in *C*, angulus *FCD* dicitur ſemidiameter apparens, quia iſ determinat arcum *AG* circuli immenſæ illius ſphæræ, quem occupat ſemidiameter vera *FD* ſpectata ex ipſius ſphæræ centro *C*. Diameter autem apparens eſt *EG* dupla ipſius *AG*.

61 Cum angulus *CDF* ſit rectus, facile patet, fore *CF* ad *FD*, ut eſt radius ad ſinum anguli *FCD*. Quare habetur hujusmodi theoremata: *Eſt radius ad ſinum ſemidiametri apparentis, ut eſt diſtantia vera aſtri ab Observatore ad ſemidiametrum veram*. Inde autem deducitur fore ſinum ſemidiametri apparentis, vel, ſi exigua ſit, ipſam ſemidiametrum, ac diametrum, directè, ut eſt ſemidiameter vera, & reciproçè, ut diſtantia conjunctum; & in eodem aſtro, in quo diameter vera eſt ſemper eadem, fore ſinum ſemidiametri apparentis, vel ipſam ſemidiametrum, aut diametrum in ſola ratione reciproca diſtantiarum. Datis autem binis ex illis tribus, diametro vera, diametro apparente, & diſtantia, invenitur ſtatim tertium ope expoſiti theorematis.

62 Notandum & illud, parallaxim horizontalem aſtri nihil eſſe aliud, niſi ſemidiameter apparentem Telluris ſpectatæ e centro illius aſtri, quod patet in fig. 4, in qua parallaxis horizontalis aſtri *F* eſt angulus *AFC*, quem continet recta *FC* tendens ad centrum Terræ cum recta *FA* tangente ejus ſuperficiem. Eſt autem in fig. 4 *AF*, in fig. 6 *CF* diſtantia oculi a centro aſtri, & ea aſſumpta pro radio eſt ibi ſemidiameter Terræ *AC* tangens parallaxeos horizontalis, hic ſemidiameter aſtri *FD* ſinus ſemidiametri apparentis. Quare habetur hujusmodi theoremata: *Eſt ſemidiameter Terra ad ſemidiametrum veram aſtri, vel diameter ad diametrum, ut tangens parallaxeos horizontalis ad ſinum ſemidiametri apparentis, vel, ubi ii anguli ſint ſatis exigui, ut ea parallaxis ad ſemidiametrum apparentem, ac idcirco hæc ultima ratio eſt proximè conſtans in omnibus Planetis, in quibus nimirum ii anguli exigui ſunt*.

63 Hoc eſt quoddam breve ſpecimen theoriz corporum cæleſtium, ad quam demum alicubi fermè accuratè, ut in Fixis, & in Planetis pluribus, ac Cometis, alicubi ſatis proximè cum obſervationibus conſentientem devenimus poſt longum tot ſæculorum laborem, & ambages admodum implexas. Porro in eo, quod pertinet ad obſervationes, inſtrumenta, & methodi, quæ hodie adhibentur ad incredibilem itidem ſubtilitatem devenerunt, ut idcirco exigui etiam diſſenſus theoriz ab obſervationibus tuto deprehendi poſſint. Veterum & inſtrumenta, & methodi erant admodum craſſa, quæ obſervationum ruditas, atque craſſities diu etiam poſt reſtauratum ſæculo xv Aſtronomiam perduravit ita, ut plures Aſtronomi tum demum ſibi multum profeciſſe viderentur, cum errores obſervationum infra ſextantes graduum deprimerent. Nunc autem ad ſecunda minuta devenitur, & multa ex iis, quæ immediatè exhibentur ab inſtrumentis, intra unum, vel alterum ſecundum ſatis certo determinantur.

64 Hujusmodi inſtrumenta ſunt in primis horologium oſcillatorium, & teleſcopium. Teleſcopio additur micrometrum ad exiguas apparentes diſtantias, & ad apparentes diametros determinandas, ſive id ſit internum, con-

constans filig tenuissimis vel fixis rite dispositis, vel mobilibus in foco objectivæ lentis, sive externum constans chochlea totum telescopium promovente, sive id, quod nuper inventum dicitur objectivum micrometrum, & constat objectiva lente bifariam secta partibus ita a se invicem diductis, ut binas cujusvis objecti imagines exhibeat, quarum distantiam distantia partium ipsarum promotarum determinet. Telescopium autem ipsum additum quadrantibus, atque sectoribus, dioptris, & pinnulis antea adhiberi solitis successit cum incredibili lucro ob tanto majorem distinctionem, & auzam objectorum apparentem diametrum, atque id vel unicum uni lateri affixum cum filo penduli suspensio e centro altitudines apparentes supra horizontem definit, vel duplex, alterum fixum, alterum mobile circa quadrantis centrum angulos exhibet, sive apparentes distantias, quæ multo facilius, & accuratius definiuntur per recentissimum itidem instrumentum, quod quadrantem reflexionis appellat, in quo per unicum telescopium collimatur simul in bina objecta, quorum distantia apparens queritur, in alterum quidem per radios directos, in alterum vero per radios reflexos a speculo rite disposito. Telescopio autem immoto, vel in gyrum ducto per quadrantem muro meridiano affixum, & horologio adhibito, determinatur tempus, quod intercedit inter binos appulsus binorum astrorum ad filum rite in ipso telescopio dispositum, & per ipsum quanto alterius locus alterius loco orientalius sit, quin ex differentia temporis effluentis inter appulsus ad diversa micrometri fila rite itidem disposita deducitur etiam, quantum alterum altero borealius sit, & respectiva astrorum omnium positio ad se invicem definitur.

65 Hic jam indicandum illud, quo ordine eo devenitum sit, & per quas ambages, erroresque. Motus diurnus omnium corporum cælestium primus innotuit, ut & discrimen inter Fixas mutua positionem servantes, ac Planetas libere evagantes. & quidem motus diurnus ipse habitus est pro accuratè æquabili; at diu ignoratum illud, quantum loca, quæ inde eruantur, mutantur per diurnam parallaxim, & refractionem. Ex motu diurno plures eruntur methodi pro determinando effectu conjuncto utriusque, quarum altera deprimit, altera attollit, uti diximus, objecta visa; sed ne hæc quidem erant satis exactæ ante inventum horologium oscillatorium, quod exhiberet accuratam mensuram temporis. Hinc diutissimè circa effectum etiam conjunctum erratum est, & multo magis in dividendo alterius effectu ab altera; ac refractionis quidem diu neglecta penitus ab Astronomis, diu per erroneas theorias ex paucis observationibus quaesita. Tycho primus de refractionibus determinandis cogitavit; sed idem eas, & fere omnes ejus ætatis, ac plerimi etiam posteriores, & ipse Ricciolus censuerunt alias esse pro Fixis, alias pro Planetis aliis, quas deinde deprehensum est, & ex theoria, & ex observationum consensu debere esse ferè accuratè communes omnibus cælestibus corporibus in eadem apparenti altitudine: easdem diu creditum fieri in sola suprema superficie atmospheræ, & ultra quadragesimum quintum altitudinis gradum nullas esse: exculta paullatim theoria ipsa refractionum repetitarum a suis causis, & cum observationibus comparata, demum innotuit incurvari perpetuo radium, & refractiones usque ad zenith haberi ubique.

66 Parallaxim ab effectu conjuncto ingentem in Planetis, adhuc satis magnam in ipsis Fixis detrahendam censuerunt ab effectu conjuncto utriusque,

cum multo minorem distantiam conferent astrorum a Terra, quam deinde inventa sit: & quidem nonnulli superioris sæculi Astronomi etiam uno minuto majorem Fixarum parallaxim censuerunt, Tycho vero ipse 15 secundorum, quam quidem Ricciolus ad secundum unicum depressit, qui tamen adhuc ingens discrimen admisit inter refractiones Planetarum diversorum, ac Fixarum. Posteaquam tum alia argumenta, tum aberratio illa luminis adeo cum phænomenis consentiens Terram circumduxit circa Solem, loca Fixarum computata per illos 4 motus, quos num. 58 recensuimus, cum observatis intra unum etiam, vel alterum secundum conformia demonstrant orbis anni parallaxim pro Fixis non esse uno secundo majorem; adeoque diurnam parallaxim in immensum adhuc uno secundo minorem esse.

67 Igitur definito demum post multa tentamina, refractiones astris omnibus communes esse, parallaxim diurnam Fixarum esse nullam, assumptoque diurno motu ut æquabili saltem intra eundem diem, refractionum tabulæ ex observationibus deductæ sunt, computata altitudine debita horis datis, & collatæ cum theoria petita a constitutione atmosphæræ, & generali natura refractionis luminis, ac per eam expositæ, exhibuerunt refractiones ipsas pro omnibus cælestibus corporibus, satis jam tutas saltem supra quadragesimum quintum altitudinis gradum, per quas corrigantur observata loca. Ea vero & parallaxibus investigandis per immediatas observationes locum reliquerunt.

68 Verum ad investigandas parallaxes Planetarum viam stravit vel ipsa sola æqualitas refractionum pertinentium ad Fixas, & ad Planetas, ac immensa distantia Fixarum parallaxi carentium; comparando enim locum Planetæ visi simul e duobus Terræ locis satis remotis cum Fixa quæpiam ipsius loco apparenti proxima, differentia distantiarum ab eadem parallaxim exhibet, nullo ad refractiones respectu habito, quæ eundem effectum præstant in loco Fixæ, & Planetæ. Joannes autem Dominicus Cassinus methodum tradidit determinandi parallaxim ex observationibus in eodem loco habitis Planetæ cum eadem Fixa comparati bis prope horizontem, & circa meridianum, comparando utrobique ejus locum cum loco Fixæ, quæ quidem methodus post inventum micrometrum objectivum multo majoris usus esse potest.

69 Parallaxi determinata facile deducitur distantia a Terra ope theorematum expositorum num. 38; determinata autem distantia, & loco viso, sive directione, in qua objectum jacet, determinatur verus locus, ac per plura ejusmodi vera loca definita progredi licet ad motus ipsos veros determinandos. Determinata autem diametro apparente præter distantiam, vera etiam magnitudo definitur per theoremata num. 61. Diameterum vero apparentium ratio saltem rationem distantiarum exhibet ab Observatore juxta num. 61, ex qua, & loco viso in orbium species inquiri possit.

70 Verum parallaxis ita exigua in Planetis omnibus præter Lunam inventa est, ut ea ad mutationes distantiarum definiendas, & formam orbium nulli usui esse possit, quæ quidem etiam pro lunari orbe definiendo non multum conducit, nisi bini Observatores simul in ingenti distantia satis diu multas contemporaneas observationes inire possint, nam ipsa Cassini methodus, ac alix ad parallaxim definiendam excogitatæ ab inæqualibus Lunæ moti-

motibus plurimum perturbantur. Veteres autem ne hæc quidem pro Planctis methodos habuerunt parallaxeos investigandæ. Quæsierunt diu Solis parallaxim per eclipsum theoriam, ex magnitudine umbræ terrestris in Luna, quæ ob ejsdem parallaxeos nimis exiguam quantitatem, & ob plurima admodum incerta, quæ assumenda iis erant ad eandem umbram determinandam, prodixit semper mirum in modum erronea. Constat nunc deum metodo, quam infra indicabimus, parallaxim horizontalem Solis non esse nisi secundorum $10\frac{1}{2}$, quam ipse & Tycho, & Copernicus in distantia media tribus minutis majorem esse censuerunt.

71 Cum Planetarum parallaxes ignorariunt Astronomi vetustiores, eorum distantias quoque a Terra ignorarint, necesse est. Lunæ quidem distantiam a Terra minus erroneam prodiderunt ob parallaxim ipsius aliquando etiam uno gradu majorem. Quoniam ex parallaxi eruitur juxta num. 38 ratio distantie astri ad semidiametrum Terræ, patet, quo pacto a mensura diametri terrestris potuerint Astronomi assurgere ad determinandam distantiam Lunæ a Terra, quod hic illustrandum reliquimus in adnotatione ad vers. 100; quanquam etiam idem ope diametrorum apparentium fieri potest, methodo, quam in adnotatione ad versum 157 reliquimus itidem hic illustrandam, & exponemus paullo inferius; quo autem pacto ipsam diametrum Telluris invenerint, quod ibidem est propositum, patebit in supplementis ad lib. 5, ubi fusius agitur de figura, & magnitudine Telluris: Parallaxim Lunæ horizontalem inveniunt nunc Astronomi in distantia ejus media a Terra circiter minorum 57, $6''$ & factis ut sinus $57', 6'' \approx 1661$ ad radium 100000 ita 1 ad quartum, prodit $60\frac{340}{1661}$, sive quamproximè $60\frac{1}{2}$, uti numero 28 posuimus. Porro e vetustissimis, & vetustioribus Astronomis Ptolemeus quidem parallaxim horizontalem mediam in quadraturis posuit immanem minorum 89, utut in syzygiis tolerabiliorem 38; Tycho utrobique nimiam 60, Copernicus tamen veræ proximam 57, aut alii alias admodum diversas.

72 Quod ad diametros apparentes pertinet, eas pro Sole, & Luna, ubi majores sunt, utcumque definiebant, quanquam id ipsum determinatione admodum crassa; ac pro cæteris astris nulla fuit methodus ante inventa, & exulta telescopia, nec ulla satis accurata ante inventum micrometrum, qua diametri apparentes desiniri possent. Fixarum, quas primæ magnitudinis dicimus, diametrum apparentem Tycho censuit unius minuti: eadem Ricciolius ipse telescopia usus ad 18 secunda protendit; ac melioribus telescopiis adhibitis, innotuit illam apparentem magnitudinem provenire a solis radiis intra oculum aberrantibus, quo enim longiora, & melioris notæ sunt telescopia, eo magis instar puncti apparere fixas omnino jam constat, ac pluribus methodis eadem jam infra tertium, ac quartum minutum deprimuntur. Hinc Fixarum magnitudines apparentes non ab apparenti diametro metimur, sed a vi luminis, qua oculos percellunt, a qua itidem pender, ut majores etiam nudo oculo spectate appareant, cum quo vividius est earum lumen, eo ad majorem distantiam a medio aberrantes radii sensu percipiuntur. Septem autem magnitudinis hujus apparentis gradus Astronomi passim

partim distinguunt, & minoris luminis Fixas appellant telescopicas, quod nuda oculorum aciem effugiant.

73 Planetarum quoque omnium apparentes diametros crassis admodum methodis definitas & Tycho, & omnes integro post Tychonem seculo Astronomi erroneas admodum prodiderunt, quas non nisi ex longissimorum telescopiorum usu aliquanto accuratiores demum habuimus; sed earum usus in definiendis Planetariorum orbium speciebus, si Solem, ac Lunam demas, nullus esse potest ob ipsam exiguitatem earundem. Ipsi diametris apparentibus innititur methodus illa determinandi distantiam Lunæ a Terra, quam in ea adnotatione ad vers. 147 proposuimus. Si micrometro definiatur diameter Lunæ apparens prope horizontem, tum prope zenith, invenitur sexagesima circiter sui parte major in secundo casu, quam in primo. Hinc Noster deducit, semidiametrum Terræ esse proximè partem sexagesimam distantie ipsius Lunæ a Terra. Id demonstratur hoc pacto. Quoniam juxta num. 38 diametri apparentes sunt in ratione reciproca distantiarum, erit in *fig. 4* AF ad AI proximè ut 60 ad 59: est autem AF satis proximè æqualis CF ; nam in triangulo rectangulo, in quo unum latus est admodum exiguum respectu alterius, facile demonstratur differentiam baseos a latere longiore esse perquam exiguam etiam respectu lateris minoris, & CF est proximè æqualis CI , cum Luna distantiam a Terra parum admodum mutet paucarum horarum tempore. Igitur est CI ad AI , ut 60 ad 59, & CA pars sexagesima distantie CI .

74 Ut hæc methodus reddatur accurata, oportet determinare in ipso horizonte diametrum horizontalem, non verticalem: nam hanc differentia refractionis in summa, & in ima diametri parte multo breviorē reddit, ut idcirco & Sol, & Luna prope horizontem appareat plerumque ovalis, diametro nimirum verticali multum imminuta, diametro vero horizontali manente ad sensum eadem. Præterea cum distantia mutetur nonnihil, oportet iterum sequenti die diametrum Lunæ prope horizontem metiri, & factis, ut totum tempus inter primam, & tertiam observationem ad tempus inter primam, & secundam, ita differentia inventa inter primam, & tertiam diametrum ad correctionem adhibendam secundæ, ut habeatur illa, quæ haberetur, si nulla mutatio ex distantia mutata adfuisset; nam intra unum diem & distantia a centro, & diameter apparens ei distantie debita, mutantur ad sensum æquabiliter; & ad sensum æquabilis mutatio inde inducitur in diametrum visam ex A . Eadem autem simili pacto definiendi etiam accuratius correctio posset, si tertia observatio post minus temporis intervallum fieret Luna ad horizontem accedente iterum in occasu. Demum facta $CF = CI = x$, $CA = 1$, fieret $AI = 1 - x$, & $AF = \sqrt{xx - 1}$. Positis autem diametris observatis m , & n , esset $n : m :: \sqrt{xx - 1} : 1 - x$, & $nm : mm :: xx - 1 : 1 - 2x + xx$, unde æquatio proveniret secundi gradus exhibens accuratius valorem questum.

75 Quod si in binis quibusvis altitudinibus apparentibus supra horizontem proximè definitis, definirentur accuratè diametri apparentes, & posterior ex his superiore methodo corrigeretur a mutatione, quam interea inducit mutatio distantie a centro; haberi posset distantia hoc pacto. Dicitur

tur AB in prima observatione x , erit eadem in secunda $\frac{mx}{n}$. Dicatur cossinus distantiae a zenith, sive anguli IAB in prima a , in secunda B , & concipiatur BL perpendicularis in CI , & erit AL in primo casu $= ax$, in secundo $\frac{bmx}{n}$. Est autem $CB^2 = CA^2 + AB^2 + 2CA \times AL$, Quare posito $CA = 1$, erit CB^2 in primo casu $= 1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$, & in secundo $= 1 + \frac{m^2x^2}{n^2} + \frac{2bmx}{n}$, quibus valoribus æquatis, divisione instituta per x , & transpositione facta habetur $x = \frac{m^2x}{n^2} = \frac{2bm}{n} - \frac{2am}{n}$, adeoque $x = \frac{2mn}{n^2 - m^2} \times (b - a)$, quo valore invento obtinetur etiam CB per utrumlibet e binis valoribus ejus quadrati, ut $1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$. Verum ad majorem accurationem melius erit observatas altitudines a refractione liberare.

76 Hoc pacto, ex continua diametrorum apparentium observatione facile in singulas Lunæ distantias liceret inquirere, adeoque orbitam respectivam, quam circa Terram describit, ex observationibus immediatè deducere. Eadem autem methodus pro Sole adhiberi non potest, cum in eo semidiameter Terræ respectu distantiae sit fere nihil, adeoque mutatio diametri apparentis insensibilis. Eadem tamen methodus etiam pro lunari distantia est multo minus accurata, quam methodus parallaxium: Parallaxis enim, quæ tota exhibet distantiam, est minorum 57 in media distantia, ubi error 2 secundorum inducit in distantiam errorem $\frac{1}{1710}$ totius; at diameter apprens est circiter 32', cujus sexagesima pars est 32 secundorum, adeoque error 2'' inducit in distantiam, a qua pendet, errorem $\frac{1}{16}$ partis centuplo majorem priore illo. Quamobrem distantia aliqua ex observationibus per parallaxim potius inveniendâ cum diametro apparente, quæ tum illi respondeat, ac deinde distantiae reliquæ per solam diametri apparentis observationem inventientur per theoremata num. 38, & forma orbis lunaris, ac ejus inæqualitates per distantias, & loca apparentia definientur.

77 In eadem illa adnotatione ad versum 100 diximus, Astronomos a Luna fecisse gradum ad Solem. Id præstiterunt omnes Astronomi usque ad Tychonem ope Eclipsium, sed methodo erroribus obnoxia maxime, ut idcirco vetustissimi quique, ut Ptolemeus, & vetustiores plurimi, ut Tycho, Copernicus, & Galilæus ipse iis posterior, ac alii plerique vix Solem ultra 1000 Terræ semidiametros in altum evexerint, quem ultra 20000 semidiametrorum terrestrium distare jam certo constat. Tycho per dichotomiam Lunæ, sive per eam phasim ipsius, in qua ea videtur semiplena, sive in qua limes inter partem obscuram, & lucidam apparet rectilineus, in eandem distantiam inquisivit sine successu, quam ea methodo diu, & cum omni ea diligentia, quam ipsa methodus paritur, investigavit Ricciolius, & Solem amandavit aliquanto ultra 7000 semidiametrorum terrestrium, quem Venedelinus eorundem imprimis ope duplo remotiorem reddidit.

78 En autem ejusdem methodum. Sit in fig. 7 T Terra, S Sol, L Luna F. 7 dichotoma, Oportebit angulum TLS tum esse rectum, nam recta, quæ
duci-

ducitur a centro Solis ad centrum Lunæ debet esse perpendicularis plano circuli terminantis illuminationem, assumpta figura Lunæ pro spherica, & in eo plano debet jacere Terra, ut is terminus appareat rectilineus. Quod si igitur determinetur angulus LTS , quem efficiunt rectæ tendentes ad Solem, & Lunam, habebitur in triangulo rectangulo ratio distantia TL ad TS , ut est cosinus ejus anguli LTS ad radium, & data distantia TL Lunæ a Terra, obtinebitur distantia TS Solis a Terra. Angulum autem LTS desinebant a differentia temporis inter Lunam dichotomam, & quadraturam Lunæ, in qua Luna appellit ad rectam TQ perpendicularem TS , eruendo angulum QTL ex motu Lunæ debito illi exiguo tempore, qui motus ex tabulis satis proxime eruitur pro exiguo illo tempore, qui angulus est complementum anguli LTS .

79 Ea tamen methodus fallax esse debuit ex ipso tempore quadraturæ eructo per tabulas, quæ pro Lunæ motibus satis accuratæ potissimum extra syzygias sero demum sunt habitæ, & ne nunc quidem habentur penitus accuratæ. Ei malo mederi licet determinando quadraturam per ipsam observationem loci Lunæ comparati cum Fixis, sed maxima difficultas superest in definiendo momento dichotomiæ potissimum idcirco, quod Lunæ scabrities undantem exhibet illuminationis limitem. Tempus autem inter dichotomiam, & quadraturam est exiguum, quod nimirum Ricciolius censuit unius circiter horæ, unde angulus QTL , qui æquatur angulo S , & ejus errori est proximè proportionalis error distantia, prodit circiter dimidii gradus. Porro longe ultra semihoram incertum est tempus dichotomiæ, quod Ricciolii quoque tempore plures subodorarunt vix a tempore quadraturæ discerni posse, & patet ex ipso errore Ricciolii tantam in eo adhibentis industriam; nam eorum temporum discrimen triplo minus deprehenditur ex ea distantia Solis, quam nunc habemus longe accuratioribus methodis definitam per parallaxes. Adhuc tamen ei methodo debemus Solem primo elatum longe ultra nimis humilem sedem ipsi attributam ab ipsis Astronomiæ Restauratoribus ante hæc duo sæcula, & patet, quo pacto a Luna gradus ad Solem sit factus, quod hic Noster expressit.

80 In eadem adnotatione ad versum 100 innuimus cum Nostro a Sole ad cætera cælestia corpora progressum paruisse; id quidem nunc post telescopia inventa pluribus modis utcumque etiam immediatè præstari potest potissimum pro Jove, & Saturno per eorum satellites, pro Venere, & Mercurio, & vero etiam pro Marte per eorum phases.

E. 8 81 Sit in fig. 8 Sol in S , Terra in T , Planeta in P , & notetur ope horologii tempus, quod satelles impendit a media eclipsi in A ad conjunctionem superiorem cum Planeta in B , quæ parum ab ea distat, vel viceversa, & tempus integræ revolutionis synodicæ a conjunctione præcedenti ad sequentem. Ex iis deducetur angulus APB , habito motu satellitis pro æquabili, adeoque angulus TPS , nam recta SP producta pergit ad mediam umbra in A . Observato igitur angulo ad T , qui obtineri potest definiendo per observationem immediatam loco Planetæ, & computato loco Solis, habentur omnes anguli in triangulo TSP , adeoque ratio distantia ST Solis a Terra ad distantiam SP Planetæ a Sole, vel TP distantiam a Terra.

F. 9 82 Pro determinatione per phases, sit in fig. 9 Sol in S , Terra in T ,
10 cœn-

centrum Planetæ in P , $DACB$ sectio globi Planetæ per planum SPT , & in eo EPF perpendicularis ad SP , quæ definit terminum hemisphærii illuminati, APB perpendicularis ad TP , quæ definit terminum hemisphærii e Terra visî, ac recta TEH abscindet partem diametri BH , quam Spectator e T videt illuminatam, quæ quidem ob diametrum apparentem nimis exiguam erit ad sensum parallela TP , & perpendicularis ad AB . Quare si in fig. 10 AMB exhibeat discum apparentem Planetæ, MHN partem ejus illustratam a Sole, MHN obscuram, erit BH eadem in utraque figura, & licebit per micrometrum, potissimum objectivam, & aptatam telescopio præbenti ingens objecti augmentum, definire rationem MN ad BH , adeoque & PM , quæ est prioris dimidia, ad PH differentiam inter dimidiam priorem, & totam posteriorem. Est autem PM figuræ 10 eadem, ac PE figuræ 9, & in ipsa fig. 9 PE ad PH , ut radius ad cosinum anguli HPE , qui ob APC , EPG rectos æquatur angulo CPG , sive TPS . Determinato igitur, ut prius, etiam angulo TSP aquiruntur distantiæ SP , TP a Sole, & a Terra.

83 Quoniam vero & anguli ad T , S simul definiuntur, habentur simul etiam positiones Planetæ respectu Terræ, & Solis, & potest ex iis facile innotescere, motum circa Terram esse admodum irregularem, motum autem circa Solem multo magis regularem esse; ac si phasis in hac posteriore methodo, & tempus inter conjunctionem, ac mediam eclipsim satis accuratè definiiri possent: orbium forma, & motus in iis accuratè definiretur, sed obstat nimis exigua diametrorum apparentium magnitudo, & in Marte præterea nimis exigua differentia BH a tota diametro BA , ubi angulus ad T non sit quadranti proximus: difficultas autem observandi satis accuratè differentiam temporis in priorè methodo inter conjunctionem, & mediam eclipsim una cum exiguitate ejus temporis, potissimum nisi angulus icidem ad T parum a quadrante differat, hæc etiam methodos reddit admodum crassas, & tamen iis ipsis caruerunt Veteres omnes, & Recentiores etiam usque ad detecta telescopia, & micrometra.

84 Et vero nulla adest, ne nunc quidem, directa methodus, qua satis accuratè determinari possint per immediatas observâtionem distantiæ respectivæ Planetarum a Sole & a Terra, ut ex iis, & distantia ipsius Terræ absoluta ab aliquo eorum semel cognita, reliquæ deducantur; sed recurrendum est ad theorias orbitalium, & motuum, quibus & Veteres sunt usi, atque ipsi primi Restauratores Astronomiæ cum successu, ex quibus paullatim excultis, & expolitis, ac perenni consensu cum phænomenis quandam certitudinis vim adeptis, definiantur semper accuratius & distantiæ, & motus.

85 Quod autem pertinet ad theorias ipsas, primò quidem cum Planetas viderent mutare locum respectu Fixarum cum velocitatibus, & directionibus admodum variis, & jam directos, jam stationarios, jam retrogrados, censuerunt Observatores antiquissimi eosdem libero cursu evagari, & nulla certa lege, qua liberet, moveri, quam ipsam ob causam eos appellarunt *Planetas*, sive *Errones*. Tum paullatim accuratiori observatione deprehensum est, & ipsos suis adstrictos legibus esse, inter quas illa ante omnes deprehensa, eosdem non egredi extra fasciam illam, quam Zodiacum appellarunt: notatum est icidem eorum motum plerumque in Orientem di-

rigi, & post certum annorum numerum in aliis alium ad caput redire, retrogradationes autem, & stationes, ac permutationes velocitatum illas tantas, esse anomalias quasdam, pro quibus explicandis plures hypotheses excogitarunt adjectis aliis, posteaquam priora non sufficere deprehensum est.

86 At Solem quidem statim apparuit motum habere magis regularem, & & per circulum sphaerae caelestis maximum ferri inclinatum ad aequatorem, atque ideo eadem Fixas singulis diebus serius ad meridianum pervenire. Initio quidem est creditum, eum motum aequabilem esse; sed tum ex ipsis Fixarum phaenomenis, tum ex eo, quod ab aequinoctio verno ad autumnale plures sint dies, quam ab hoc ad aequinoctium vernum, tum adultiore jam Astronomia ex ipsis locis Solis observatis constitit, eum motum non esse aequabilem circa Terram, ut & ex diametrorum apparentium differentia innotuit distantiam a Terra non esse semper eandem.

¶ 11 87 Ad hasce inaequalitates explicandas primo quidem excogitati sunt circuli eccentrici. In fig. 11 T est locus Terrae, C centrum eccentrici PSA , in quo TC eccentricitas, P perigeum, A apogaeum, S quivis locus Solis. AGS anomalia media posito motu aequabili per circulum ASP , ATS anomalia vera, & ideo TSC earum anomaliarum differentia, sive aequatio. Ex hac hypothese observatis aliquot locis veris, quae respondeant totidem datis temporibus, habentur plures methodi, quibus eorum ope definiatur & positio apogaei, & eccentricitas; & inde obtinentur loca debita pro quovis alio tempore. Sic ex. gr. si inveniantur bina anni tempora, quibus motus e Tellure visus sit aequae celer, ut videlicet eidem numero dierum idem numerus graduum, & minorum respondeat, constat apogaeum, vel perigeum esse in medio, adeoque invenitur positio lineae apsidum AP . Ea inventa, & invento toto tempore periodico per reditam ad eundem locum, invenitur anomalia media pro quovis dato tempore, factis, ut tempus integre conversionis ad tempus inter appulsum ad aphelium, & tempus datae observationis, ita gradus 360 ad anomaliam mediani quaesitam. Sit ea AGS . Observato loco astri, & cognito loco apogaei invenitur angulus ATS , nimirum anomalia vera, adeoque & earum differentia, sive aequatio TSC . Inde jam in triangulo STC habetur eccentricitas in partibus radii eccentrici, cum sit eccentricitas CT ad eum radii CS , ut est sinus aequationis TSC ad sinum anomaliam mediani STC . Inventa autem semel eccentricitate, jam habetur pro quovis alio casu STC aequatio pro quavis anomalia media, cum in triangulo eodem STC dentur latera TC , CS , & angulus ad C . Inde autem inventa ex motu aequabili anomalia media pro quovis dato tempore, & ex calculo aequationi ipsi respondente, invenitur anomalia vera, & locus verus; & potest comparari theoria cum observationibus ad videndum, an consentiant.

88 Et quidem motus apparens Solis non ita multum ab ea hypothese dissentit, atque ideo non solum a Ptolemaeo, sed a Tycho, & aliis plurimis post ipsum ea est adhibita ad motus solares computandos, dissensu exiguo attributo observationibus, & crassioribus usque ad ea tempora instrumentis, ac methodis. At jam ab ipso initio constitit, per solum eccentricum non posse explicari anomalias Planetarum; nam inter caetera illud statim incurrit in oculos, motum in eccentrico aequabilem, debere apparere jam

jam magis, jam minus celerem, sed debere fieri semper in eandem plagam, adeoque nullum esse retrogradationibus, & stationibus locum. Hinc jam a Ptolemæi temporibus inducitur sunt epicycli. Si centro P assumpto in peripheria eccentrici concipiatur alius circulus DEG , cujus centrum concipiatur moveri per ipsam peripheriam eccentrici, dum Planeta in ejus peripheria movetur; is dicitur epicyclus, & ille eccentricus dicitur circulus deferens.

89 Variata eccentricitate deferentis, positione ejus apogei, radio epicycli, positione ejus centri, tempore periodico centri epicycli in peripheria eccentrici, & tempore eccentrici in peripheria epicycli multo plures combinationes oriuntur, adeoque multo pluribus inæqualitatibus explicandis applicari potest theoria. Ea applicata innotuit adhuc nimis loca observata differre ab iis, quæ theoria exposcebat etiam apud Veteres illos, quorum observationes erant admodum crassæ. Hinc jam ab ipso Ptolemæi tempore alius in theoriam Planetarum eccentricus est inductus, qui dicitur æquans. Eius centrum est H , peripheria LMI , quæ rectæ HS occurrit in M . Ponebant TC , & CH æquales, motum autem centri epicycli inæqualem ita, ut recta ad ipsum ducta e centro æquantis H abscinderet arcus temporibus proportionales, attributo motu æquabili illi puncto M , peripheriæ æquantis, in quo ea recta ipsi occurreret. Hac nova inæqualitas prioribus adjecta, satisfecit Astronomis diu, ob eorum observationes usque ad Copernicum, & Tychonem nimis crassas, & idcirco usque ad ipsos viguit systema Mundi Ptolemæicum, quo ponebatur, motus omnium Planetarum fieri circa Tellurem, cui Luna esset proxima, tum Mercurius, Venus, Mars, Sol cum aliquo discrimine ordinis inter hosce quatuor Planetas, ac demum Jupiter, & Saturnus.

90 At restaurata sæculo decimo sexto Astronomia, & aliquanto accuratioribus observationibus institutis, innotuit, ejusmodi theoriam cum phænomenis conciliari nullo modo posse. Hinc Copernicus tentavit illud, an, si poneretur Planetas Primarios una cum ipsa Terra circa Solem converti in circulis vel concentricis, vel ad summum eccentricis, res melius procederet. Eodem autem & Aristarchi, & Veterum Pythagoreorum opinio ipsum impellebat; nam ii ex longiore fortasse accuratiorum observationum periodo, quæ ante & Chaldæos, & Ægyptios fortasse initæ, ad nostram notitiam non devenerunt, Terram Planetis adscripserant. At Tycho retento motu 5 Primariorum Planetarum circa Solem, posuit Solem ipsum moveri circa Terram, & secum traducere motu parallelo orbitas Planetarum eorundem, qui præterea diurnum motum debuit & Planetis omnibus tribuere, & Fixis, quem Copernicus tribuebat conversioni Terræ circa proprium axem.

91 Posito quod motus Planetarum fiant circa Solem in orbitis ad circulares accedentibus, & sint proximè æquabiles, facile fuit & rationem distantiarum a Sole verè proximam definire, & investigare, an observationes theoriæ responderent, & quantum ab ea recederent. Nam in primis ex pluribus oppositionibus, vel conjunctionibus, in quibus locus e Sole visus est idem, vel oppositus loco e Terra viso, obtinetur facile tempus, quo Planeta respectu Solis integram conversionem absolvit, potissimum conferendo inter se observationes admodum remotas, & a vetustissima antiquitate petitas. Tandem habito motu circa Solem pro æquabili, facile est computare locum he-

liocentriam; Habito itidem loco Telluris heliocentrico, qui oppositus est loco geocentrico Solis, habetur eorum differentia, & inde in triangulo TPS fig. 8, eruitur angulus TSP , & quoniam angulus T innotescit per immediatam observationem habitam in Terra, habetur & tertius angulus, adeoque ratio distantiae Terræ a Sole ad distantiam Planetæ a Sole.

92 Plures alii habentur methodi investigandi easdem distantiarum rationes ex eadem hypothese; ut pro Planetis inferioribus ex maxima elongatione a Sole. Sic enim in fig. 12 S locus Solis, T locus Terræ, $ADCEP$ orbita Planetæ inferioris, qui in P , & A sit in conjunctione inferiore, vel superiore cum Sole, quo tempore & is, & Sol appareat in F ; dum idem est in D , vel E , apparet in G elongatus a Sole per arcum EG , quæ elongatio sit maxima, ubi Planetæ sit in C in recta TCH tangente orbitam. Si igitur notatis pluribus elongationibus a Sole inveniatur maxima, quæ exhibeat angulum STC , cum angulus in contactu ad C sit rectus, jam habebitur species trianguli TCS , & ratio TS ad SC , quæ erit, ut radius ad sinum maximæ elongationis. Sic in Venere elongatio maxima invenitur graduum circiter 56, vel 57, & ideo distantia Terræ a Sole ad distantiam Veneris ab eodem est circiter ut 100 ad 72.

93 Ratio distantiarum in omnibus ex eadem hypothese erui potest etiam ex celeritate motus e Terra apparentis in diversis positionibus a Sole, ex distantia stationum, in quibus motus incipit esse retrogradus a conjunctione, vel oppositione cum Sole, ac post detecta telescopia etiam ex ratione diametrorum apparentium, quæ observentur potissimum circa conjunctiones, & oppositiones; sed magis generalis, & usus continui est methodus expostita num. 91.

94 Ejusmodi methodo statim consistit tam in Copernicana, quam in Tychonica hypothese, Mercurium esse Soli proximum, tum Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, ut & illud, multo magis cum ejusmodi hypothese observationes congruere, quam cum hypothesebus Ptolemaicis; & motum inferiorum Planetarum circa Solem prorsus demonstrarunt ipsorum phases a Galilæo detectæ per telescopium, cum nimirum Mercurius, & Venus jam pleno orbe appareant, jam dimidiato, jam falcato, ut Luna, pro varia positione ad Solem. Inde factum est, ut nemo deinde Ptolemaicum systema sit amplexus, sed vel Copernicanum, vel Tychonicum, mutatis ad summum iis, quæ ad Jovis & Saturni orbes pertinent per alia intermedia systemata, quæ tamen ipsa cito exciderunt, & systema Copernicanum tum quidem sola sua majore simplicitate quadam commendabatur.

95 Verum computatis ex ea hypothese Planetarum locis, & collatis cum observationibus, quod ubi cum Sole conjunguntur, vel illi opponuntur, immediatè sit, in aliis autem casibus facile obtinetur opè illius ipsius trianguli TPS figur. 8, innotuit motus non fieri in circulis habentibus Solem pro centro, quod quidem & analogia orbitæ Terræ circa Solem, vel Solis circa Terram, abunde innuebat. Hinc Astronomi retinuerunt aliquandiu orbitas circulares, & motum in iis æquabilem, sed eccentricos circulos adhibuerunt; & quidem adsunt methodi plures determinandi eccentricitatem, & positionem aphelii in circulo, posito motu æquabili, ex aliquot observationibus, quæ duo ipsa facile definiuntur per tres solas observationes factas
in con-

in conjunctionibus, vel oppositionibus, in quibus ex dato loco geocentrico datur immedate locus heliocentricus.

96 Methodus est admodum expedita. Sit in fig. 13 Sol in S , centrum F . 13 eccentrici BED in C , adeoque linea apsidum $ACSP$. Datis tribus locis heliocentricis dantur tres directiones SE , SB , SD , & datis tribus observationum momentis dantur bina temporum intervalla, quibus ob motum circa C æquabilem respondent anguli ECB , BCD . Quare si fiat circulus centro C radio arbitrario, tum in ejus peripheria assumantur arcus EB , BD respondententes datis temporibus: deinde supra chordas BE , BD describantur arcus circularum, qui contineant angulos respondententes observatis BSE , BSD ; eorum concursus in S determinabit punctum S , adeoque eccentricitatem CS , & positionem lineæ apsidum AP . Et hic quidem accepimus motum Planetæ tanquam factum in ecliptica, & temporis solaris fluxum, ut æquabilem, verum inclinatio orbitæ, & inæqualitas temporis aliquod exiguum discrimen inducit, cujus determinatio aliis methodis investigata, & definita theoriam perficit semper magis.

97 In motu Solis circa Terram, & in motu plurium Planetarum theoria eo deducta exhibebat loca observata satis proxima computatis; at in aliis Planetis, ut in Marte potissimum, adhuc discrimen erat nimis magnum, quam ut in observationes rejici posset. In theoria autem motus solaris licet loca observata cum illa consentire viderentur saltem, quantum eorum temporum observationes paterentur; adhuc tamen orbita inde eruta cum diametris apparentibus nequaquam consentiebat. Nam in quavis hypothese Solis progredientis in orbita PSA fig. 11 diameter apparet in perihelio P ad diametrum apparentem in aphelio A debet esse, ut distantia TA ad distantiam TP per num. 60; adeoque si C sit in media PA , debet esse AC ad eccentricitatem TC , ut semilumina earundem diametrorum apparentium ad earum semidifferentiam. Porro eccentricitas inde eruta proveniebat duplo minor, quam ea, quæ ab æquatione maxima, sive ab angulo TSC , & a reliquis æquationibus deducebatur in hypothese motus æquabilis facti in circulo eccentrico PSA . Quin immo sola etiam celeritas motus apparentis in perigeo P , & apogeo A collata cum diametris apparentibus satis ostendebat motum in eo eccentrico non esse æquabilem. Nam si motus ipsa æquabilis esset, deberet tota inæqualitas esse pure optica, nimirum proveniens ab inæqualitate distantiarum, & in eo casu motus apparet debitus dato tempore exiguo, ut uni diei in perihelio, & aphelio deberet esse in ratione reciproca simplici distantiarum, nimirum in ea eadem, in qua sunt diametri apparentes; & tamen observationes ostendunt differentiam celeritatum apparentium respectu totius esse proxime duplo majorem, quam differentiam diametrorum apparentium, unde constat præter inæqualitatem opticam, haberi etiam inæqualitatem physicam motus, qui in perihelio sit velocior, quam in aphelio.

98 In se facile fuit progredi ad introducendum in ipsam etiam theoriam Solis æquantem illum, quem Veteres pro Planetis Primariis adhibuerant, & ideo bissecandam eccentricitatem illam, quam æquatio maxima, & ratio celeritatum, exhiberet. Assumpta igitur TH pro eccentricitate inventa ex priorè suppositione motus æquabilis in unico eccentrico, & ea bisaria

secta in C , centro C intervallo CS descriptus est circulus PSA , in quo appareret, Solem moveri circa Terram, sed id inæquali velocitate, ut nimirum angulus ad H æquabiliter mutaretur, sive ut descripto æquante LKl ejus punctum M pertinens ad rectam HS moveretur æquabiliter per ejus peripheriam. Eo pacto diametri apparentes, & loca per theoriam definita multo magis, & fere accuratè inter se congruebant, quantum nimirum observationum, & instrumentorum ratio permetteret. Et quidem de æquante in theoriam Solis inducendo ipse Tycho cogitaverat, sed nihil addere constituerat: at id præstitit Keplerus, Tychonianarum observationum hæres, inductus potissimum a ratione diametrorum apparentium non respondente inæqualitati motus tantummodo opticæ, quam alii plures superioris sæculi Astronomi secuti sunt.

99 Inde autem pronum fuit eandem eccentricitatis bisectionem, & motum æquabilem non circa centrum, sed circa punctum positum in eadem distantia ultra centrum, in qua esset Sol citra ipsum, transferre ad theorias Planetarum Primariorum circa Solem. Et ea re peracta obvenerunt loca eruta ex theoria multo magis proxima observatis, & quidem ita proxima in Planetis plerisque, ut nihil tum quidem ulterius desiderari posse videretur. At in Marte res adhuc minus succedebat, & æquationes proveniebant ex observatione adhuc majores, quam ex theoria, angulo TSH majore, quam circularis distantia æqualis a puncto C requireret, quod ipsum indicio fuit puncta S orbitæ esse propiora rectæ TH , quam ratio circuli posceret, & figuram orbitæ inter perihelium, & aphelium esse compressam. Id quidem in Marte potissimum animadvertit Keplerus; nam, ut constat ex postrema columna num. 23, ejus eccentricitas est multo major, quam ullius alterius Planetæ, dempto Mercurio. Nam e 1000 partibus distantie mediæ Venus vix habet 7, Terra 17, Jupiter 48, Saturnus 57, cum habeat Mars 93, Mercurius autem 211. Hinc reliquæ orbitæ multo minus a circulo differunt, quam hæ postremæ, & hi duo postremi Planetæ sunt reliquis omnibus aptiores ad detegendam compressionem illam orbitæ. Et quidem ratione ipsius compressionis orbita Mercurii esset omnium aptissima; sed quoniam is raro admodum observari poterat potissimum ante inventa telescopia; ideo Mars, cujus plurimas observationes Keplerus habuerat, omnium reliquorum erat aptissimus ad hanc compressionem indicandam.

100 Inventa compressione, & habitis ob oculos binis illis punctis T , & H sitis ad eandem distantiam hinc, & inde a centro, pronum fuit recurrere ad ellipsim, quæ habet binos focos ad eandem a centro distantiam sitos hinc, & inde, & collocare Solem in altero foco T , quod quidem Keplerus præstitit. Quamobrem ipsa eccentricitatis bisectione adhibita jam olim a Ptolemæo, & Veteribus plerisque, & iterum revocata a Keplero, ellipticam ipsi formam suggestit; verum Ricciolius censet, occasionem adhibendi ellipsim Keplero dedisse Reinholdum, qui in fine theoricarum Purbachii pro orbita Lunæ ovalem figuram descriperat, quam cum Keplerus viderit, eandem pro sua sagacitate ad Planetas Primarios transtulisse.

101 Ex natura æquantis, & eccentricitatis bifariam sectæ pronum erat conservare motum æquabilem circa focum alterum, qua hypothese conjuncta cum elliptica forma usi sunt nonnulli Astronomi; at ex ea ipsa facile erat
decla-

delabi ad arearum æqualium theoriam; nam in ellipfi parum abludente a circulo motus angularis æquabilis circa alterum focum secum trahit quamproximè æquabilem descriptionem arcæ sectoris terminati ad alterum focum, quod sic hand difficulter demonstratur. Sit in fig. 14 semiellipfis PSA , focus T , H , & centro C , ac semicirculus PDA . Sit autem quævis ordinata BSD ad idem axis punctum B , & ex natura ellipseos, ac ejus elementis constat tangentes per D , & S ductas debere convergere ad idem punctum axis F , quarum posterior si occurrat ei semicirculo in E , fore CE parallelam HS , & TE perpendiculararem eidem; fore demum BS ad BD in constanti ratione, adeoque & aream ellipticam PBS ad circulearem PBD fore in eadem ratione illa constanti, in qua ratione cum sit etiam triangulum TBS ad triangulum TBD , erit & sector ellipticus PTS ad sectorem circulearem PTD in eadem illa ratione constanti, adeoque erit sector PTS ad aream totius ellipseos, ut sector PTD ad aream totius circuli.

102 Porro sector circularis PTD erit proximè æqualis sectori circulari PCE , in ellipfi non multum abludente a circulo. In ea enim ellipfi erit SD exigua respectu DF , adeoque SF , DF parum a parallelismo abludent; cumque sit TE perpendicularis priori, & CD posteriori, parum hæc etiam a parallelismo abludent, & proinde habito exiguo arcu ED pro recta linea, erant proximè æqualia triangula TDE , TCE habentia basim communem TE , & adjecta communi area PTE , erit sector PTD æqualis proximè sectori PCE , adeoque erit sector ellipticus PTS ad totius ellipseos aream proximè ut sector circularis PCE ad aream totius circuli, sive ut angulus PCE in centro constitutus, vel angulus PHS ipsi æqualis ad 4 rectos; ac proinde si angularis motus rectæ SH circa H æquabilis sit, etiam fluxus arcæ sectoris PTS erit æquabilis; unde patet transitus facilis ab altera hypothese ad alteram.

103 Hanc igitur posteriorem hypothese arearum æqualium circa Solem substituit Keplerus illi æquabili descriptioni anguli circa imaginarium illud punctum, nimirum circa alterum focum, quo pacto lex inæqualitatum non ab imaginario quodam puncto, sed a Solis loco penderet, in quo & causa ejusmodi legis exquiri posset. In ea autem hypothese invenit rationem satis expeditam ex anomalia vera deducendi mediam, sive ex angulo ATS deducendi aream sectoris ATS respondentem anomaliæ mediæ æquabiliter crescenti, sed nullam is quidem invenit directam methodum immediate ex anomalia mediæ deducendi veram; nam id problema requirit Geometriam sublimiorem ea, quæ tum erat cognita, & infinitesimales methodos, ac series infinitas. Adhuc tamen invenit indirectam methodum id præstandi, & tabulas computavit, per quas liceret in ejusmodi hypothese ex data ellipfi computare loca Planetarum ad datum tempus, ut & illud, ex quibusdam observationibus datis inventiendi speciem, & positionem ellipseos descriptæ, quæ methodi deinde a posterioribus Geometris semper magis excoltæ sunt, & expolitæ, ac ad faciliorem usum deductæ ita, ut nunc quidem innotescat ratio, qua ex datis tribus heliocentricis Planetæ locis ad data tempora, inveniat Planetæ ipsius orbita, quæ quidem loca ex observationibus e Tellure factis circa conjunctiones, vel oppositiones facile deducuntur, ut innuimus num. 95.

104 Statim innouit loca in ejusmodi hypothese computata miram in mo-

dum consentire cum observatis, qui consensus eo major extitit; quo plures observationes institutæ sunt, & accuratioribus instrumentis, unde illud effectum est, ut Astronomi posteriores plerique in ejus sententiam abierint, quæ jam fere communis erat, cum Newtonus philosophari cæpit. Porro ex eadem theoria definitis etiam axibus ellipsium Planetarum reliquorum respectu axis ellipseos Terræ circa Solem, deprehendit illam aliam legem Keplerus ipse pertinentem ad tempora periodica, & distantias medias, sive semiaxes, quod nimirum illorum quadrata sint, ut harum cubi; unde factum est, ut distantiam a Sole, vel a Terra Planetæ cujusvis debitam cuius momento temporis, liceat comparare cum distantia media, vel cum distantia debita cuius alteri momento Planetæ alterius cujusvis, quo pacto ratio distantiarum, sive distantiarum respectivarum status innotescit.

105 Inde autem est factum, ut unica distantia unius cujusvis Planetæ inventa pro dato tempore per ejus parallaxim illi tempori debitam, exhibeat distantias, & parallaxes Planetarum omnium Primariorum tam pro distantiis mediis, quam pro aliis quibuscumque. Mars perigeus, & Venus, ubi itidem ad Terram accedit magis, sunt altra omnium aptissima ad aliquam eorum parallaxim determinandam: hinc ea provincia commissæ fuit Caillio ante hosce decem annos profecto ad promontorium Bonæ spei, ubi ipse ex Martis observationibus potissimum comparatis cum observationibus habitis Berolini, deduxit horizontalem Solis parallaxim secundorum $10\frac{1}{2}$, ex qua reliquæ omnes proficiscuntur, quæ jam multo tutius ex distantiis per Kepleri leges definitis eruuntur, quam ex iis erui possint distantiæ. Sed anno 1761 expectatur transitus Veneris sub Sole, ex quo multo certius, & accuratius parallaxis ipsa Solis, & ex ea cæteræ parallaxes, ac distantiæ absolutæ, & veræ magnitudines eruentur.

106 Ingens consensus observationum cum Keplerianis regulis Astronomos eo impulit, ut jam non pro hypothesi, sed pro detecta veritate ejus theoriam respiciant, quæ communis persuasio in immensum est aucta, posteaquam ex ejus legibus Newtonus causas cælestium motuum derivavit, & ex iis causis derivatæ sunt pleræque ex inæqualitatibus, quæ utcumque multo minores adhuc supererant, & adhuc multo magis crevit ipsa theoriæ æstimatio, ubi Cometarum orbitæ ex iisdem principiis computatæ, cum phænomenis apprimè consenserunt, & ubi inæqualitates lunares, quæ longo tot sæculorum labore ad nullas certas leges reduci potuerant extra syzygias, ex iisdem causis derivatæ cum phænomenis consenserunt; accedentibus præterea aliis, quæ in adnotatione ad versum 635 innuimus, & quæ ex iisdem causis derivata sunt.

107 Hinc autem & Telluris translatio circa Solem, quam Keplerus adhibuit, & cui Newtoniana theoria inñitur, in Astronomia passim recepta jam est, quæ quo pacto cum absoluta ejus immobilitate conciliari debeat, innuimus jam supra num. 3. Hæc autem translatio ad illam immensam distantiam amandavit Fixas. Cum enim ex translatione Telluris annua circa Solem nulla oriatur parallaxis in ipsis Fixis, sed earum loca accuratissimè inveniuntur per solos 4 motus ipsarum expositos num. 58, constat diametrum orbis annui esse instar puncti respectu distantie ipsarum, nimirum esse ejusmodi,

modi, ut distantia Terræ a Sole ne unum quidem secundum subtendat visæ & Fixis proximis, quod distantiam ipsarum ad limitem reducit, quo ea minor non sit.

108 Porro consensus theoriæ cum observationibus per accurata instrumenta habitis, theoriæ ipsam directe non demonstrat, quam directam demonstrationem nullam haberi pro Astronomia constituenda jam ab initio diximus; ac eam indirecte validissime probat, ut illa epistolæ arcanis notis conscriptæ enucleatio ejusmodi, per quam sensus habeatur continuus, & negotiis, quæ pertractantur, respondens. Posset etiam in gradum probabilitatis, sive certitudinis cujusdam morales inquiri, inquirendo in discrimina, quæ adhuc inveniuntur, & definiendo eorum rationem ad ea tanto majora, quæ haberi possent, si theoria esset falsa, & ea discrimina non provenirent ab iis, quæ nondum circa ipsam theoriæ accuratè demonstrata sunt; ac probabilitas veritatis ad probabilitatem falsitatis esset, ut numerus discriminum illorum possibilium, ad numerum horum, qui habentur, & calculo inito immensa quædam probabilitas inveniretur.

Verum longissimo huic paragrapho imponendus est demum finis, monendo illud tantummodo, contineri hoc paragrapho illustrationem eorum omnium, quæ proposita sunt in adnotationibus ad ipsius paragraphi titulum pertinentibus. Nunc progrediendum ad ulteriora, in quorum gratiam hæc præmissimus.

§.2. Ad notas in vers. 171. &c.

DE GRAVITATIS GENERALIS THEORIA DEDUCENDA EX ASTRONOMICO MUNDI SYSTEMATE.

109 **H**IC usum habent maximum ea, quæ demonstrata sunt tomo 1 §. 19 supplementorum lib. 1, potissimum illud, quod habetur num. 264 de vi centrali: *vis in circulo erit, ut quadratum velocitatis directæ, & diameter, seu radius reciproce: motu autem uniformiter accelerato per quartam diametri partem ea vi, quæ habetur in motu circulari, acquireretur velocitas, cum qua motus in circulo fit.*

110 Primo loco occurrit deductio gravitatis Lunæ in Terram, a qua Newtonus totam hanc Naturæ analysim inchoavit. Sit orbita lunaris *AFE* in fig. 15 circa Terram centro *C*, quæ orbita pro hac prima crassiore investi- F. 15 gatione sumatur, ut circularis, cum parum a circulo abluat, & motus proportionabili. In motu circulari æquabili arcus describuntur æquales circa centrum circuli, adeoque Luna præter vim inertię, qua perpetuo conatur abire per tangentem, debet, per num. 242 tom. 1, habere aliam vim directam ad centrum ipsius circuli: nimirum si arcus *AF* sit perquam exiguus, *FD* ipsius sinus, & *ABFD* parallelogrammum, Luna nititur in *A* abire per tangentem *AB*, & vi centrali per *AD* determinatur ad arcum *AF*.

111 Exemplum adhibet Noster gravium terrestrium, quæ, si projiciantur cum debita velocitate, debent itidem gyrare perpetuo circa Terram. Quoniam ipsa gravia in Terram perpetuo gravitant, patet, si obliquè projiciantur.

clantur utæunque, ea debere describere curvam quandam per num. 219 tom. 1, & per num. 274 ea curva erit circulus, si directio projectionis sit perpendicularis rectæ tendenti ad centrum, velocitas autem sit ea, quæ acquireretur motu uniformiter accelerato ea vi per dimidium distantia a centro, sive per quartam partem diametri.

112 Quanta sit ejusmodi velocitas, facile definitur, si habeatur effectus gravitatis in Terram, & semidiameter Terræ, quæ duo elementa necessariæ sunt ad ejusmodi determinationem. Sunt enim per num. 166 tom. 1 in motu uniformiter accelerato quadrata celeritatum, ut spatia, & per num. 169 corpus eodem tempore, quo motu uniformiter accelerato delabitur, percurreret motu uniformi cum finali velocitate duplum. ejus spatii, quod percurrit. Quare si pro velocitatis mensura assumatur id spatium, quod ea velocitate motu uniformi percurritur uno minuto secundo temporis, duplum spatii, quod gravia libere descendendo vi gravitatis percurreunt, exprimet velocitatem acquisitam in casu per id spatium, & si fiat, ut id spatium ad quartam partem diametri Terræ, ita quadratum ejus dupli ad quartum; hujus radix quadrata exhibebit celeritatem quæsitam.

113 Sit nimirum semidiameter Terræ r , spatium vi gravitatis uno secundo percursum g , celeritas necessaria ad revolvendum in circulo circa Terram c ; erit $g \cdot \frac{1}{2} r$; $4gg \cdot cc = 2gr$; adeoque $c = \sqrt{2gr}$. Quod si etiam requiratur tempus ejusmodi conversionis; id facile obtinebitur, si posita i ad p ratione radii ad circumferentiam, ut sit $p = \frac{710}{113}$ quamproximè, unde habetur circumferentia $= pr$, ea dividatur per valorem celeritatis; nam expressio inde orta $\frac{pr}{\sqrt{2gr}}$ exhibebit id tempus in minutis secundis, quod si dicatur t , erit $t^2 = \frac{p^2 r^2}{2gr} = \frac{p^2 r}{2g}$, ex quibus formulis facile eruentur valores c , & t datis r , & g , potillimum si logarithmi adhibeantur.

114 Eorum determinatio pendet ab iis, quæ habebimus infra; valor r determinabitur, ubi agemus de figura Telluris: pro valore g ex longitudine penduli oscillantis ad singula minuta secunda sub Æquatore definita a Bouguerio pedum Paris. 3 lin. 7 $\frac{21}{100}$, invenimus num. 633 tom. 1, gravia cadendo sub æquatore conficere pedes 15, lin. 7. 42; accuratior autem est numerus pedum 15 lin. 7. 41, sive linearum 2167. 41. Sed ille casus oritur a gravitate impedita per vim centrifugam: inveniemus infra suo loco ejus effectum esse linearum 7. 5309 ex radio æquatoris pedum 19668203. Hinc effectus gravitatis totius esset linearum 2174. 94, sive pedum 15. 104. Inde autem ea semidiametro æquatoris adhibita obtinetur e superioribus formulis $c = 24375$, ac $t = 5070''$. Nimirum si ex aliquo æquatoris puncto proficiatur grave directione horizontali in ipso æquatoris plano cum ea celeritate, qua singulis secundis horariis possint percurrì pedes Parisienses 24375, sive passus 4875; seclusa resistantia aeris describet circa Terram circulum evadendo quidam veluti Planeta satelles Terræ, ac tempus conversionis erit secundorum 5070 sive horæ 1 min. 23 $\frac{1}{2}$.

115 Porro diximus debere projici in æquatore Terræ; quia si projiciatur alibi, directione perpendiculari ad rectam tendentem ad centrum Terræ, incurret in materiam sub æquatore elevatam ob figuram spheroidalem, & adjectum projici debere in plano æquatoris, nam si projectio fiat extra id planum, gravitas ob ipsam figuram spheroidalem non erit semper ejusdem magnitudinis, & non dirigetur ad centrum, adeoque motus non erit circularis. Quod si concipiatur sphaera æqualis terrestri sphaeroidi, inveniemus infra pro ejus radio posse assumi pedes 19641762, & pro effectu gravitatis in ejus superficie pedes 15.067. Inde oritur celeritas corporis gyrantis circa eam spheram prope superficiem pedum 24329, sive 46 pedibus minor, & tempus 5072¹/₁₀, 68, tribus fere secundis majus.

116 Velocitas inventa est immanis, qua nimirum fiant fere quinque miliaria Parisiensis pedis singulis secundis, fere 20 vicibus major, quam sit velocitas, qua sonus propagatur. Velocitati inventæ addenda est velocitas motus diurni sub æquatore, si projectio fiat in Occidentem, demenda, si fiat in Orientem, ut habeatur velocitas imprimenda gravi jam abrepto motu diurno in Orientem: ea velocitas est in æquatore pedum 1417, in superficie sphaeræ æqualis 1414. Adhuc remanet, dempta etiam ea diurni motus velocitate, velocitas immanis, quæ velocitates a nobis expressas nimis excedit. Idecirco nostrorum tormentorum globi cito in Terram decidunt.

117 Si projectio, quavis alia directione fiat, & Terra habeatur pro spherica, nostra gravia projecta directione quacunq; seclusa aeris resistentia, describunt ellipsim circa focum positum in centro Terræ; sed ob exiguam projectionis velocitatem ea ellipsis est plurimum contracta, ut idcirco arcus, qui percurritur, ante quam recidant in Terram gravia, sit ad sensum parabolicus. Pro vera parabola requireretur velocitas projectionis æqualis ei, quæ acquireretur cadendo usque ad centrum juxta num. 274 tom. 1, quæ ad velocitatem inventam est, ut $\sqrt{2}$ ad 1, juxta num. 166 ejusdem, velocitate majori describeretur hyperbola, minori ellipsis, quæcunq; directio sit; & si moles Terræ non obstaret, sed ea tota conciperetur compenetrata in centro, quodvis grave, utcunq; projectum evaderet in hoc postremo casu Planeta quidam. Sed ejus motus perturbaretur a Sole, ut motus Lunæ perturbatur, si aliquanto magis a Terra recederet. Motus autem gravium projectorum perturbantur etiam plurimum ab inæqualitatibus, quæ habentur in superficie Terræ, quæ quidem gravitatis vim exigua, sed admodum irregulari mutatione perturbant, quæ tamen conducunt plurimum ad illustrandam continuitatem virium corporis transeuntis a spatio extra tellurem sito, ad spatium intra ipsam, quam innuimus in adnotatione in versum 875, & illustrabimus intra §.5 ad id destinato.

118 Hæc quidem pertinent ad adnotationes in versum 171, & 202, nunc comparanda est vis Lunæ in Terram, cum vi nostrorum corporum, quod pertinet ad adnotationem in versum 239. Ut eam instituamus crassiore methodo, habeatur ejus orbita pro circulari, & motus pro æquabili, ac distantia a Terra fiat semidiametrorum terrestrium 60; inveniendum erit spatium AD posito, quod AF sit arcus a Luna descriptus, & comparandum cum illo spatio g , quo gravia libere cadendo descendunt uno secundo.

119 Si fiat ut tempus lunaris periodi minorum primorum (ut eruitur ex num. 28) 39343.2 ad 1, ita gradus 360 ad quartum, invenitur motus Lunæ debitus uni minuto primo, qui est secundorum 32.941, sive proxime 32. Ex tabulis sinuum radius ad sinum versum $33''$ est, ut 100000000000 ad 12798. Quare ea erit ratio radii orbitæ lunaris *CA* ad effectum *AD* vis eam retinentis in orbita debitum uni minuto primo. Sumatur pro radio orbitæ numerus vero proximus semidiametrorum terrestrium 60, sive retinendo ex num. 15 radii sphaeræ æqualis Telluri pedum 19641762, sumantur pedes 1178505720, & adhibita superiore ratione proveniunt pedes 15.081. Effectus gravitatis uno secundo juxta eundem numerum 115 erat pedum 15.067, qui ne una quidem millesima sui parte differt ab eodem 15.081; is autem auctus in ratione 1 ad 60×60 exhibet effectum debitum uni minuto primo, cum spatia quadratis temporum proportionalia sint in descensu gravium uniformiter accelerato. Igitur vis nostrorum gravium ad vim, quæ Lunam in orbita retinet, est, ut 60×60 ad 1, sive ut quadratum distantiae Lunæ a centro Terræ ad distantiam nostrorum gravium ab eodem.

120 Hæc prima fuit deductio Newtoni gravitatis decrefcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum; quam proposuit prop. 4 lib. 3 Principiorum, fere eadem methodo sed paullum diversis numeris adhibitis; licet ibidem prop. 3 ex motu exiguo apogei Lunæ idem deducat, quod argumentum ibi prius propositum innititur iis, quæ ipse postea invenit, ubi ipsam ejusmodi gravitatis vim aliquanto magis excoluit. At methodus hic adhibita, ut reddatur exactior, requirit plures correctiones, quas ipse persequitur coroll. 7 prop. 37 ejusdem lib. 3, quæ tamen ipsæ ejus correctiones correctionibus indigent, nec de tota hac re judicium proferri potest, nisi post Lunarem theoriam aliquanto magis exultam.

121 In primis Luna non convertitur in circulo, sed in ellipsi: deinde non convertitur circa Terram, sed circa commune gravitatis centrum una cum ipsa Terra; quamobrem etiam si in circulo converteretur, non esset radius orbitæ ipsa distantia a Terra, sed eadem imminuta in ratione summæ massarum Lunæ, & Terræ ad massam Terræ, cum per num. 612 tomi 1, sint distantia a communi centro gravitatis in ratione reciproca corporum. Demum Luna non movetur in orbita vi tota gravitatis in Terram, sed vi eadem perturbata ab actione Solis. Ea omnia superiorem perquisitionem perturbant. Præterea determinatio distantiae Lunæ pendet a parallaxi Lunæ, quæ quidem non nisi intra aliquot secundæ definiri posset, etiam si hinc Observatores in eodem prorsus meridiano siti eam observarent, capiendo distantiam ejus limbi a parallelo alicujus Fixæ, cum lumen erraticum disci lunaris varium pro varia oculorum, & telescopiorum constitutione errorculos aliquos inducat; quod ipsum cum nusquam accidat, sed Observatores in diversis meridianis siti observent, reducenda sunt loca Lunæ ad eundem meridianum, quod requirit theoriam Irregularitatum Lunarum nondum penitus compertam, & eandem requirit methodus inquirendi in parallaxim Lunæ per occultationes Fixarum ab ipsa Luna. Deinde ipsa parallaxis definiri ex observationibus non potest, nisi pro illis individuis observationum temporibus, ex quibus si ad alla tempora debeant observatæ parallaxes, vel ex his deduc-

deductæ distantia transferri, iterum opus est adhibere lunarem theoriam nondum penitus definitam: porro exigua mutatio in distantia assumpta rationem gravitatum perturbat plurimum.

122 Hinc potius ex lege gravitatis per crassiorem consensum jam stabilitæ determinanda est accuratius distantia, & parallaxis; quam ex parallaxi, & distantia ex observationibus eruta accuratior gravitatis lex. Quæri nimirum potest, quæ deberet esse distantia Lunæ a Terra, in qua ipsa Luna converti possit in circulo per suam gravitatem in Terram imminutam ab actione solari, considerando actionem ipsam, quæ revera est inæqualis, ut æquabilem, assumendo nimirum eam, quæ si æquabilis esset, summa ejus actionum æqualium sit eadem, ac summa inæqualium actionum, quæ revera habentur. Id erit idem, ac illud, quod appellant mediam distantiam, & ex ea parallaxim querere. Hæc solutionem exhibebimus generalem per analyticos valores adhibendam inferius, ubi determinata fuerit actio solaris, & in rationem massarum fuerit inquisitum.

123 Sit summa massarum ad massam Terræ ut 1 ad m ; radius spheræ æqualis spheroidi terrestris r ; actio gravitatis in ejus superficie ælimata a spatio, per quod gravia totali gravitate libere descenderent, g ; distantia Lunæ a Terra x ; ratio vis mediæ, qua solaris actio Lunam a Terra distrahit, ad gravitatem Lunæ in Terram n ad 1; ratio radii ad sinum versus motus mediæ lunaris respondentis uni secundo s , tempus periodicum Lunæ redactum ad minuta secunda t . Erit primo ut 1 ad m , ita x ad mx radium orbitæ lunaris: tum 1, s : : mx , msx effectum vis retinentis Lunam in orbita. Ex alia parte xx . rr : : g , $\frac{rrg}{xx}$ effectum respondentem soli gravitati in Terram; tum 1, n : : $\frac{rrg}{xx}$. $\frac{rrrg}{xx}$, effectum vis solaris. Quare vis Lunam retinens in orbita erit $\frac{rrg}{xx} \times (1-n)$, quæ si fiat = msx expressioni priori, habetur $x^3 = \frac{1-n}{m s} \times rrg$, & si queratur sola ratio distantia ad semidiametrum Terræ, fiet $\frac{x^3}{r^3} = \frac{(1-n)g}{m s r}$ formula, in qua per logarithmos ex datis n , g , m , s , r facile admodum eruetur valor $\frac{x}{r}$, sive distantia ejusmodi, in qua ratio visum gravitatis sit accurate reciproca duplicata distantiarum. Numeris substitutis inferius, ubi egerimus de valoribus m , & n , invenimus $\frac{x}{r} = 60.24$, & assumpto pro r radio æquatoris 60.16, inter quos numeros cadit 60.20 distantia semidiametrorum terrestrium 60 $\frac{1}{4}$, quam posuimus n. 28.

124 A Luna pergendum ad Planetas Primarios; & primo loco e tertia Kepleri lege, quod quadrata temporum sint, ut cubi distantiarum, habitis orbibus Planetarum pro circularibus, & motu pro uniformi, eruitur gravitas ipsorum in Solem decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum, quod ostendimus in adnot. ad vers. 701 hic illustrandum. Patet autem: nam in ejusmodi motu circulari, & uniformi debet haberi vis directa ad Solem, ut de vi Lunæ directa ad Terram diximus hic num. 110. Deinde como 1 num. 267 demonstratum est illud: si fuerint quadrata temporum perio-

periodicorum, ut cubi distantiarum; erunt vires in ratione reciproca duplicata distantiarum, quod rem conficit, & quidem ibi demonstratur ex ipso illo generali theoremate numeris 264, quem in hac adnotatione nominavimus.

125 Sed cum alia via id ipsum Noster demonstrat, in primis deducenda sunt ex eo num. 264 tom. 1 ea bina theoremata, quibus utitur Noster, & quæ proposuimus in hac adnotatione. Generale illud theoremata est: *esse vires in circulo, directe, ut quadratum velocitatis, & reciproce, ut radius circuli.* Primum e binis theorematis, quibus hic Noster utitur, est: *si duo corpora describant binos circulos eodem tempore, vires, quibus urgentur in centrum, erunt ut circulorum radii:* secundum est hujusmodi: *si in circulo eodem diversis temporibus ferantur, vires erunt reciproce, ut quadrata temporum.* Ut hæc deducantur ex illo, ponatur radius $\equiv R$, celeritas $\equiv C$, tempus $\equiv T$, vis $\equiv V$: erit ex generali theoremate $V \equiv \frac{CC}{R}$. Porro celeritas est, ut spatium divisum per tempus in motu æquabili per num. 72. tom. 1, & spatium, sive circumferentia circuli descripti, est ut radius R . Igitur erit $C \equiv \frac{R}{T}$, adeoque $V \equiv \frac{RR}{RTT}$, sive $\equiv \frac{R}{TT}$; ut eruimus num. 265 tom. 1; unde ibidem profluxit hoc theoremata: *vis est directe, ut radius, & reciproce, ut quadratum temporis periodici.* Si igitur tempus sit idem, vis erit directe ut radius, quod erat primum: & si radius circuli sit idem, vis erit reciproce, ut quadratum temporis, quod erat alterum.

126 Ex hisce binis theorematis sic Noster progreditur. Assumit duos Planetas, ut Martem, & Mercurium, ac concepit tertium corpus, quod describat circulum eundem, quem describit primus Planeta, sed tempore, quo secundus describit suum. Dicantur duorum Planetarum distantie, sive radii, R , & r , tempora T , & t . Erit ob circulum communem ex theoremate primo vis primi Planetæ ad vim corporis concepti, ut t^2 ad T^2 , sive ob quadrata temporum proportionalia cubis distantiarum, ut r^3 ad R^3 , & ex theoremate secundo erit ob tempus commune vis corporis concepti ad vim secundi Planetæ, ut R ad r . Igitur conjunctis rationibus vis primi ad vim tertii, ut r^3R ad R^3r ; sive dividendo per rR , ut r^2 ad R^2 in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut oportebat.

127 Id autem immediate profluit e formula $V \equiv \frac{R}{TT}$, in qua cum supranatur $TT \equiv R^3$, fit $V \equiv \frac{R}{R^3} \equiv \frac{1}{R^2}$, vis in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut hac ipsa methodo in illo num. 267.

128 Exemplum hujus rationis hic Noster exhibuit in Marte, & Mercurio adhibitis crassioribus numeris; id ipsum facile desumi potest cum accuratioribus numeris exceptis ex tabella num. 23. Distantia media est semiaxis major, qui pro Marte est 15237, pro Mercurio 3821; tempora autem redacta ad minuta prima sunt ibidem $989250 \frac{1}{2}$, & $126675 \frac{1}{2}$. Exponens rationis 15237 ad 3821 est 3.937, cujus cubus 61.023 neglectis ulterioribus

bus fractionibus; exponens autem rationis $989250 \frac{1}{2}$ ad $126675 \frac{1}{2}$ est 7. § 12, cujus quadratum 61.027 discrimine exiguo in postrema nota ob ultiores fractiones neglectas in exponentibus rationum.

Progrediendo ad orbitas accuratius consideratas, ut recedentes a circulo ex lege 1 Kepleriana arearum æqualium terminatarum in Solem, deducit Noster vires Planetarum dirigi ad ipsum Solem, quod pertinet ad adnotationem in vers. 757. Ejus deductionis demonstratio habetur num. 242 tom. 1.

129 Pergit Noster ad deductionem legis hujusmodi virium decreescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro a forma orbis elliptici, & centro virium existente in foco, quod pertinet ad adnotationem in versum 781. Demonstrationem versibus imperviam omittit, & innuit methodum hujusmodi eam investigandi. Sit in fig. 16 curva quævis *ABCF* descri- F. 16
pta viribus tendentibus ad punctum *S*, & concipiatur arcus infinitesimus *AB* constanti quodam tempusculo descriptus, tum sector *ASB*, qui ob areas constantes erit itidem magnitudinis constantis. Sit *AE* tangens, & *AEBD* parallelogramma; ac lineola *EB* æqualis nimirum lineolæ *AD* metitur vim, qua mobile a puncto tangentis *E* ad arcum curvæ deprimitur ad *B*.

130 His expositis addit Noster primo, si capiantur bini arcus ab eodem Planeta descripti in eadem ellipsi, cujus focus sit *S*, æqualibus tempusculis, ut *AB*, *CF*, ubi sectores *ASB*, *CSF* æquales erunt, lineolæ *AD*, *CH*, sive *EB*, *GF*, quæ vires exprimunt, erunt reciproce, ut quadrata distantiarum *SA*, *SF*. Addit secundo, si considerentur bini ejusmodi arcus contemporanei pertinentes ad diversos Planetas, adhuc illas lineolas fore inter se in ratione reciproca duplicata distantiarum a communi foco *S*. Porro in iis sectores illi elliptici terminati ad *S* non erunt æquales, sed erunt directe, ut areæ totarum ellipsium, & reciproce, ut tempora periodica, cum debeant habere ad areas totas eam rationem, quam habet idem illud tempusculum ad tota tempora. Jam vero areæ ellipsium sunt ex conicis, ut rectangula sub semiaxibus, adeoque quadrata earum arearum, ut quadrata semiaxium utrorumque; quadrata autem temporum ponuntur, ut cubi distantiarum mediarum. Quare quadrata illorum sectorum elisa ratione directa, & reciproca duplicata axium transversorum, sunt, ut semiaxes transversi directe, & ut quadrata semiaxium conjugatorum reciproce, nimirum reciproce ut latera recta principalia, quæ æquantur quadratis axium conjugatorum divis per transversos.

131 Quod illa lineola sit semper in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco communi *S* in ellipsis quibuscumque, dummodo areola ad ipsum focum terminata assumatur in eadem ellipsi constans, in diversis, reciproce proportionalis lateri recto principali, id demonstratum est tom. 1, ubi generaliter ostensum est num. 253 hoc theorema: *vis* (nimirum illa lineola) *ubicumque in curvis quibuscumque est in ratione composita ex directa duplicata area dato quovis tempore descripta, simplici directa distantia a centro virium, reciproca triplicata perpendiculari demissa e centro in tangentem, reciproca simplici radii circuli osculatoris.* Deinde id theorema a num. 269 applicatur ellipsis circa focum descriptis colligendo ex natura ellipticos singulas ejusmodi rationes, & num. 271 sic concluditur: *hu*
omni-

omnibus ellipsis, vires directæ ad focum sunt in ratione composita ex directâ triplicata semiaxium transversorum, reciproca duplicata temporum periodicorum, & reciproca duplicata distantiarum; in eadem ellipsi semiaxes & tempora periodica sunt eadem, in diversis ponitur ratio directâ triplicata semiaxium transversorum eadem, ac directâ duplicata temporum, adeoque directe reciprocam triplicatam eorundem. Quare utrobique relinquitur sola ratio reciproca duplicata distantiarum.

132 In eadem adnotatione facta est mentio & inversi theorematis, quod nimirum, si vires sint in ratione reciproca duplicata distantiarum, describantur conicæ sectiones circa focum, quæ si fuerint ellipses, erunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi semiaxium transversorum, & ejusmodi inversum theorema Noster proposuit a versu 802, ejus demonstrationem generalem huc reservavimus etiam num. 288 tomi I deducendam ex theoremate directo virium centralium. Quod in quavis sectione conica vis de crescat in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco, id expresse deductum est num. 269 tom. I. Si vero comparentur inter se binæ quævis sectiones conicæ, & areæ æqualibus temporibus descriptæ sint in ratione subduplicata laterum rectorum principalium, adhuc vires ad focum directæ erunt in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam in ea ratione fore in ellipsis, si areæ sint in ratione subduplicata laterum rectorum principalium, patet ex eo, quod si quadrata temporum periodicorum sint, ut cubi distantiarum mediarum, inferatur ea virium ratio, & inferatur ea ratio arearum juxta num. 130. Porro juxta generales leges transformationis locorum geometricorum, quas persecutus sum in dissertatione adjuncta ad calcem sectionum conicarum tomo 3 elementorum, id ab ellipsi ad parabolam, & hyperbolam transferri debet; cum lineolæ interceptæ inter tangentem, & curvam, areæ terminatæ ad focum, distantia a foco, & latera recta principalia maneant in omnibus transformationibus analogæ. Quin immo idem debet transferri ad casum, quo ramus ulterior hyperbolæ describatur circa focum ceteriorem, quo tamen casu cum ipsi foco obvertatur ejus curvæ convexitas, vires non tendent ad ipsum focum, sed ab ipso foco repellent mobile juxta num. 248 tom. I.

E.17 133 Ut autem sternamus viam ad inversum theorema, sint in fig. 17 puncta S, D, A, E, B eadem ac in fig. 16, sit autem axis transversus GH , in quo centrum C , focus alter F , LC semidiameter conjugata diametri ACK , cui occurrat AS in P , occurrente DB ipsi AK in O , sumaturque AI versus S æqualis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per vim, quæ habetur in D , acquireretur velocitas tangentialis, quæ ibidem habetur, ac AM ad partes oppositas æqualis AF . Ex conicis notæ sunt sequentes proprietates, quibus adscribam numeros pertinentes ad mea elementa ipsarum, & easdem continentes. Est $AP = CG$ (n. 194) $GH = (\text{num. } 92) SA = AF = SM$; $CL^2 = SA \times AF$ (num. 483); $CA^2, CL^2 :: AO \times OK$. OB^2 (num. 351); unde facile deducitur esse AO infinitesimam respectu OB infinitesimæ, adeoque DO , quæ ad ipsam AO habet rationem finitam PC ad CA , esse itidem infinitesimam respectu OB , & DB, OB sumi posse pro æqualibus, ut & potiore jure OK, AK .

134 Fiat igitur $CA^2 \cdot CL^2 : AO \times OK = AO \times AK = 2AO \times AC$.
 $OB^2 = DB^2 = \frac{2AO \times CL^2}{CA} = \frac{2AO \times SA \times AF}{AC}$, cumque sit $AP = CG$, $AC \cdot$
 $AD \cdot AO = \frac{AC \times AD}{CG}$, eo valore substituto fiet $DB^2 = \frac{2AD \times SA \times AF}{CG}$.

Ex alia parte cum velocitate finali acquisita in I per motum uniformiter acceleratum percurreretur motu uniformi (num. 169 tom. 1) eodem tempore descensus per AI duplum ipsius AI , & cum eadem illa velocitate percurreretur $AE = DB$ motu uniformi eo tempusculo, quo per illum eundem motum uniformiter acceleratum percurreretur AD , & spatia in motu uniformi cum eadem velocitate sunt, ut tempora (num. 75 tom. 1), spatia vero in motu uniformiter accelerato sunt (num. 166 tom. 1) ut quadrata temporum. Erit igitur $AI \cdot AD : 4AI^2 \cdot DB^2 = 4AI \times AD$. Idem valor fuerat $\frac{2AD \times SA \times AF}{CG}$. Igitur dividendo per $\frac{2AD}{CG}$ fiet $SA \times AF = 2CG \times AI = SM \times AI$, unde provenit $SM \cdot AF = MA : SA \cdot AI$, & per conversionem rationis $SM \cdot SA : SA \cdot SI$. Nimirum si sumatur AI versus S æqualis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per vim, quæ habetur in A , acquireretur velocitas tangentialis habita ibidem, & sumatur SI tertia continue proportionalis post SI , SA , ea erit æqualis axi transverso. Quoniam autem cocurrentibus focus F , S cum centro C habetur circulus, in quo altitudo illa AI æquatur dimidio radio (num. 274 to. 1), adeoque in ipso SI , & SM cadunt ad eandem partes SA ; disjunctis utrunque focus, ut fiat ellipsis, cadet semper utraque ad eandem partem, & ubi ellipsis abierit in parabolam, factò axe SM infinito, evanescet SI , & abeunte in hyperbolam axe SM negativo ad partes oppositas post transitum per infinitum, abibit itidem SI post transitum per ∞ . Sed in hyperbolæ ramo ceteriore debet vi directionem habente contrariam abire AI ad partes oppositas S , adeoque SI erit semper positiva, & major, quam SA ; ac proinde SM positiva itidem, sed minor.

135 Hæc ad directum pertinent virium centralium theorema; ut autem inde gradus fiat ad demonstrationem theorematum inversi, notandum in primis illud: data quavis directione, & velocitate projectionis, data vi initiali in datum centrum, & data lege virium utcumque pendentium a distantis, determinatur curva describenda, per num. 227 tomi 1, cujus tangens in puncto projectionis est ipsa projectionis directio juxta num. 221 tomi ejusdem; ac proinde non nisi unica curva cum iis conditionibus describi potest. Si igitur data quavis tangente, & velocitate tangentiali, ac puncto contactus, & distantia a foco, ac vi in ipsum focum in ipso puncto contactus, inveniatur sectio conica habens illum focum, transiens per illud punctum, ac habens eam directionem, & motus in ea talis, ut velocitas tangentialis ibidem sit æqualis datæ; jam patebit projectione facta per illam tangentem cum illis conditionibus debere describi illam ipsam sectionem conicam, & proinde inversum illud theorema demonstrari. At id problema, quo ejusmodi sectio conica quærat, utique solvi potest ope eorum, quæ num. 134 demonstravimus.

136 Sit enim S centrum virium, & corpus ex quovis puncto A projiciatur directione quavis AN , sit autem vis in A magnitudinis cuiuscumque, &

decreseat in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro. Inveniat^r (num. 43; tom. 1) illa altitudo, ex qua motu uniformiter accelerato acquireretur velocitas illa data projectionis, & capiatur AI ipsi æqualis versus S , vel ad partes ipsi oppositas; prout vis fuerit attractiva in S , vel repulsiva. Si I cadat in S in priore casu foco S describatur parabola, quæ transeat per punctum A , & habeat pro tangente AN , quod facile præstabitur; F.18 si enim in fig. 18 puncta S , A , & recta NA sint eadem, ac in fig. 17, ducatur ST perpendicularum in tangentem, producat^rque tantundem in V , ac ducta AV , & ipsi perpendiculari VX , eæ erit directrix, quod satis patet, & facile deducitur ex num. 65 meorum Conicorum, qua data una cum foco F facile describetur quæsitæ parabola per num. 126. At in reliquis casibus omnibus, facta SM in fig. 17 ad partes SI tertia post SI , & SA , ductaque F.17 MN perpendiculari in tangentem, & tantundem producã in F , erit F alter focus sectionis conicæ describendæ, quod patet ex æqualitate rectarum AM , AF in ea figura; & focus S , F , axe transverso æquali SM describatur, ubi I ceciderit inter S , & A , ellipsis, ubi extra ad partem utramlibet, hyperbola, (num. 124, & 125 Conicorum), quæ erit quæsitæ sectio conica.

137 Porro hujusmodi conica sectio describi potest vi quavis existente in A , & projectione facta per tangentem AN cum quavis velocitate (num. 264 tom. 1); & ex directo theoremate vis in eâ erit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quare cum unica curva describi possit iis datis; illa ipsa, quæ constructa est, conica sectio describetur; adeoque quæcumque fuerit directio, & velocitas projectionis, ac vis initialis; si vires decreverint in ratione reciproca duplicata distantiarum, describetur sectio conica, & ad hoc ut in diversis etiam ellipsis sint vires in ratione reciproca duplicata distantiarum, oportebit, sint quadrata temporum, ut cubi distantiarum mediarum, sive semiaxium transversorum, quod itidem patet ex primo theoremate.

138 Hoc pacto per Geometriam demonstratum est accuratissimè, licet indirectè, inversum theoremata virium centralium decreescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad quod directè eruendum ex constructione generali posita num. 282 tom. 1, requiritur infinitesimalis calculus, a quo hæc ubicumque licet, abstinemus. Ejus demonstrationem directam sublimiore infinitesimali geometriâ adhibita exhibui etiam in dissertatione de motu corporis attracti in centrum immobiliæ viribus decreescentibus in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ etiam in Actis Bononiensibus prostat tomo 2; sed operosior est methodus; ac ad communem captum est multo aptior hæc indirecta, quam hæc proposui.

139 Ibidem autem primum comperi, & edidi in dissertatione de motu corporis attracti in centrum immobile viribus decreescentibus in ratione reciproca duplicata distantiarum plura corollaria, quæ in hac adnotatione proposui, quæ quidem ex hac constructione sponte consequuntur; quam ipsam constructionem simplicissimam sanè primum protuli in dissertatione de invenienda orbita Planetæ ope catoptricæ, in quam nimirum incidi in contemplatione quadam simplicissimi catoptrici problematis. Sunt autem ea corollaria hujusmodi. *Quæcumque sit projectionis distantia, & directio non tran-*

transiens per centrum virium, si vires fuerint attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro, describitur ellipsis, parabola, vel ramus hyperbolæ ceterior, prout illa altitudo, per quam motu uniformiter accelerato vi, quæ habetur in puncto projectionis, acquireretur velocitas projectionis ipsius, fuerit minor, æqualis, vel major, respectu distantia puncti projectionis a centro; si vires fuerint repulsivæ, & in ea ratione decrescant, describetur semper ramus hyperbolæ ulterior. Hæc satis per se patent ex ipsa constructione exhibita; illa vero facillime inde deducuntur, si directio projectionis fuerit perpendicularis rectæ tendenti ad centrum virium, fore punctum projectionis verticem alterum axis transversi: nam e rectis per focos transeuntibus solus axis transversus transiens per utrumque focus est perpendicularis tangenti, quod eruitur facile e num. 181 Conicorum; & ubi describitur ellipsis, centrum virium erit focus ulterior, ad quod mobile statim incipiet accedere, vel erit centrum circuli, in quod coeuntibus focus abibit ellipsis, circulo eandem distantiam retinente perpetuo ab ipso centro, vel erit focus ceterior, a quo mobile statim incipiet recedere, prout illa altitudo fuerit minor, æqualis, vel major respectu dimidiæ distantia puncti projectionis ab ipso centro virium; quod quidem facile eruitur ex ipsa constructione, cum AM debeat esse major, æqualis, vel minor respectu dimidiæ SM , nimirum dimidii axis transversi, prout SI fuerit major, æqualis, vel minor respectu dimidiæ distantia SA , adeoque e contrario AI minor, æqualis, vel major, & quod de accessu, ac recessu est dictum, pendet ab iis, quæ de maximo, & minimo foci radio demonstrata sunt in Conicis num. 38. Sed de his jam satis.

140 Quæ dicta sunt de vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, eruta ex orbita elliptica, locum habent etiam in gravitate Lunæ versus Terram, cum ejus quoque orbita sit elliptica, licet admodum perturbata. Quod dictum est de eadem eruta ex quadratis temporum proportionalibus cubis distantiarum, habet locum etiam in vi satellitum, quæ in suos Primarios gravitant, cum & in iis tertia Kepleri lex locum habeat. Idem habere potest locum in comparanda etiam vi Lunæ cum nostris gravibus, si consideretur, ut satelles quidam, illud grave, quod num. 114 concepimus ita projectum, ut in circulum debeat abire, factus quidam velut Planeta. Nam quadratum temporis periodici Lunæ minorum primorum 39343 (num. 119) ad quadratum temporis ejus gravis gyrantis $83\frac{1}{2}$, ut eruitur ex num. 14, est proximè, ut cubus distantia Lunarum, ad cubum radii sphaeræ æqualis Terræ, sive, juxta num. 123, ut cubus numeri 60. 24 ad 1. Sed revera non sunt accuratè proportionales ii numeri; nam illud grave gyraret circa centrum Terræ quamproxime, & insensibilem profus haberet perturbationem a Sole, Lunæ vero gyrat circa centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ non ita parum distans a centro Terræ, & sensibilem patitur perturbationem. Ad accuratam rationem inveniendam oporteret prius imminuere tempus periodicum Lunæ in ratione subduplicata vis non perturbatæ ad perturbatam, tum in ratione simplici summæ massarum ad massam Terræ, sive distantia a Terra ad distantiam a centro orbitæ, cum vires in eodem circulo sint in ratione duplicata reciproca temporum periodicorum,

& vires eodem periodico tempore directè, ut radii circularum (num. 125). Eo pacto inveniretur tempus Lunæ periodicum in ratione sesquuplicata distantia ad tempus gravis gyrantis, & accuratius haberet locum applicatio legis tertiæ K plerî.

141 Hisce demonstratis, jam habetur satis ampla inductio investigationi ulteriori accommodatissima, gravitatis in toto Planetario systemate decreſcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, a qua aperitur transitus ad Cometas, qui eandem vim sentire debent, & per eam conicas sectiones describere, quas si & ii describant, mirum in modum confirmari debet illa eadem gravitatis lex. Quamobrem hîc jam ad eos transibimus; sed illud monendum superest de iis, quæ Noster tantummodo innuit a versu 608, & 635, quæ per theoriam ejusdem generalis gravitatis explicantur, nos inferius acturos, ubi & Noster de eorum explicatione agit.

§. 3. Ad notas in versu 875 &c.

DE COMETIS.

142 **H**IC illustrabimus ea, quæ ad Cometas pertinentia Noster fuscè persequitur ab hoc versu 875 ad 1266; sed quæ ad ipsorum caudas pertinent, habebuntur inferius lib. 6. Ac primo quidem diversa Cometarum genera, in quo convenient cum Planetis, & cum stellis novis, in quo discrepent, exposuimus in adnotatione in versum 911. Ibidem innuimus zodiacum quendam, quem Cometis assignaverat Cassinus; is continetur illis binis veluti versibus *Antinous, Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion, Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus*: Addidimus ibidem falsum esse hæc limitibus Cometarum orbitas contineri, quæ juxta num. 31 liberrime quaquaversus diriguntur aliæ alio. Et quidem in Cometa hujus anni 1759, qui dum hæc scribimus, jam videri desit, satis manifesto apparuit hæc ipsa falsitas; is enim ab omnibus ejusmodi signis ita recessit, ut ad polum australem accesserit, progressus ultra circulum nunquam apparentium, & circa 26 Aprilis per plures dies perpetuo infra nostrum Romanum horizontem depressus. Id nimirum accidit hypothesebus falsis, quas posteriores observationes plerumque solent evertere, dum veras semper magis confirmat consensus eorum, quæ consequuntur, cum iis, quæ ex theoria deducuntur.

143 Vanos pseudophilosophorum terrores ex Cometarum apparitione exposuimus in adnot. in versum 925, consutavimus in adn. in versum 945 errores eorum, qui Cometas censuerant Telluri proximos, ortos ex ipsius Telluris exhalationibus, in quo errore & Gallæus fuit, ejus omnis theoria de Cometarum natura, & orbitis erronea fuit, & statim concidit. Diximus ibidem ex diurnæ parallaxeos defectu innotuisse jam olim ipsi Keplero ingentem distantiam Cometarum a Terra. Quid sit parallaxis, exposuimus num. 37. Patet autem ex theoremate proposito num. 38 parallaxim horizontalem unius integri gradus habere objectum, quod distet per semidiametros Terræ plures, quam 57; & media Lunæ parallaxis est minuto-

rum proxime 57. Parallaxis autem in Cometis plerumque nulla ad sensum deprehenditur; quod evincit illos longissime ultra Lunam sitos esse. Posset quidem Cometa aliquis ita ad Terram accedere, ut ingens etiam parallaxis oriretur, sed nullus e Cometis huc usque observatis evasis propior, quam Luna. Postremus Cometa hujus anni circa 26 Aprilis ita ad Terram accessit, ut parallaxim horizontalem habere debuerit multo majorem uno minuto primo, quæ ideoque observari, & definiti potuisset, si in Australi hemisphærio adfuissent Observatores; & quidem Cometæ satis accedentis ad Terram occasio esset admodum opportuna pro determinanda parallaxi diurna, & distantia a Terra ipsius, & per eam Solis, ac Planetarum reliquorum, qui minus accedant ad Terram, quam ipsi.

144 In adnotatione ad vers. 958, satis probatum est ipsos Cometæ non oriri ab exhalationibus Planetarum etiam ex eo, quod videri incipient plurimi Cometæ in maxima distantia a Planetis omnibus. Id ex historia Cometarum satis constat; nam plures primo apparuerunt, & procul a Planetis omnibus, & procul etiam a Zodiaco; quod autem in adn. ad vers. 971 est dictum ab eorum orbita everti sententiam, quæ ipsos a solaribus exhalationibus repetat, id habet vim post eorum demonstrationem, quæ superiore § posuimus. Nam ex num. 139 constat corpus ubicunque projectum debere describere conicam sectionem transeuntem per punctum projectionis; si Cometæ essent exhalationes a Sole emissæ vi quacumque, deberent arcus, in quibus eos observamus, pertinere ad sectionem conicam transeuntem per ipsum Solem. Porro inter omnes 41 Cometæ hæcenus ita observatos, ut definitus sit ductus eorum orbitæ, nullius orbita per Solem transit, unicus, nimirum Cometæ anni 1680, ad Solem satis prope accessit: postremi Cometæ orbita in ipso Perihelio, ad quod is die 12 Martii debuit appellere, distabat a Sole plus quam per dimidiam Terræ a Sole distantiam.

145 Cometæ esse sydera Mundo cœva conclusimus in adn. ad vers. 975 confutatis nimirum reliquis sententiis. Opiniones Veterum omnium, & sub 2vi Philosophorum de Cometis eruditissime, ut solet, congestit Ricciolius Almagesti tomo 2 lib. 8, sectione 1, cap. 4; quæ jam obsoleverunt omnes. Quod Cometæ sint sydera Mundo cœva, id satis jam persuasum erat Astronomis omnibus post ingentem consensum theoriæ Cometarum analogæ theoriæ Planetarum cum observationibus tum in 24 Cometis Halleyanis, quorum 3 fuerint idem Cometa, tum in reliquis 20 postea observatis, de quo consensu egimus in adnotat. ad vers. 1235. Sed ejus argumenti vis mirum quantum est aucta reditu postremi Cometæ hujusce anni, quem ipse Halleyus prædixerat. Sed de eo paullo inferius. Interea notandum illud, hanc sententiam de Cometis Mundo cœvis etiam apud Veteres plurimos viguisse ita, ut apud eos non desint, qui affirmant, eorum reditus a Chaldæis prænunciatos fuisse, de quibus Veterum sententiis plurima lectu dignissima eodem capite congestit Ricciolius, ubi maxime notatu digna sunt plura egregia Senecæ loca de Cometis, quos & is censuit, esse sydera Mundo cœva, quæ tum demum apparere incipiunt, cum ad nos accedunt propius. Sed cum eos Aristoteles censuerit esse sublunaria quædam metheora, & Peripateticorum doctrina per tot consecuta sæcula vigeret sola, ea etiam sententia oppressa, & conspuita deluit.

donec Astronomia renascente in publicam iterum lucem est educta, & ad summum jam demum certitudinis gradum evecta.

146 Stabilito etiam, quod Cometæ sint quædam Sydera Mundo cœva, supersunt plures theoriæ ipsorum falsæ refellendæ. Contra Cartesii opinionem abunde est, quod diximus in adnotatione ad vers. 978, & Hypothesis Jacobi Bernoullii, quam innuimus in adnot. ad vers. 995, ita statim concidit, ut eam fusius exponere non sit operæ pretium: facile est eandem videre inter opera ipsius Bernoullii simul impressa. Omnes subsecuti Cometæ hypothesein deseruerunt.

147 In adnotatione ad versum 1011 egimus de theoria Cassini, & problemate Newtoni pertinente ad motum Cometæ, ut rectilineum, & æquabilem respectu Telluris consideratæ, ut immotæ. Cassini theoria non exhibebat distantiam Cometæ, sed tantummodo motum apparentem, quem ex tribus observationibus definiabat admodum facile hoc pacto. Sic in fig. 19 recta AB , per quam Cometa feratur motu æquabili. Spectanti e centro C spheræ celestis apparebit ejus motus in quodam circulo maximo, qui sit intersectio plani ACB cum ejus spheræ superficie, in quo circulo data longitudine, & latitudine binorum punctorum D , & F facile est invenire ipsius circuli positionem, nimirum intersectiones cum Ecliptica, sive nodos, & inclinationem. Datis autem per tres observationes ejus circuli punctis tribus D , E , F , dabuntur positiones rectarum CD , CE , CF , in quas alicubi incidet recta AB in G , H , I . Concipiatur GN parallela CI , occurrens ipsi CF in I , & quoniam ex observatione dantur anguli GCN , NCI , sive CNG in I , dabitur ratio CG ad CN ; quæ est inter sinum posterioris, & sinum prioris. Ratio autem GN ad CI eadem ac GH ad HI datur, cum ob motum æquabilem sint ut tempora inter observationes elapsa. Igitur datur etiam ratio CG ad CI ex iis rationibus composita, ex qua, & angulo GCI observato invenietur angulus CGI , sive inclinatio rectæ AB ad rectam CD datam.

148 Hoc angulo invento, si concipiatur perpendicularum CK , dabitur ratio GC ad GK , & cum in triangulo GIC specie dato detur etiam ratio GI ad GC ; dabitur ratio GI ad GK , sive ratio temporis inter extremas observationes, & appulsus ad minimam distantiam in K . Dato autem quovis alio tempore, quo Cometa appellat ad L , dabitur ratio GK ad KL eadem; quæ est inter tempora per ipsas impensa, & eâ est ratio tangentis anguli GCK ad tangentem KCL , quæ dabitur, cum detur angulus GCK complementum inventi CGK ; nimirum pro quovis alio tempore datur locus M circuli maximi ejus orbitam experimentis, in quo Cometa apparere debet. Et hæc quidem ad apparentem motum sufficiunt; verus autem cum verâ distantia ex eâ theoria definiri non potest; quia si recta AB concipiatur translata motu parallelo utcumque ita, ut accedat ad C , vel inde recedat utcumque, ratio rectarum, quæ sola datur, manet omnino eadem.

149 Ubi Cometæ a Perihelio satis distant, ut arcus Parabolæ, quam describunt, satis accedat ad rectam, & motus ad æquabilem, hæc theoria exhibet loca non multum erronea. Hinc res Cassino utcumque successit; ac prima ea fuit methodus, qua ex aliquot observationibus cum successu aliquo inquisitum est in motum apparentem, & reliquum Cometarum cursum nondum observatum.

150 Ex eadem hypothefi motus rectilinei, & uniformis inquifivit Newtonus in orbitas Cometarum per quatuor obfervationes, arbitratus, poffe ita & diftantiam, & pofitionem orbitæ definiri, ac ea methodo inquiri in diftantiam Cometæ veræ proximam faltem, ubi ipfe fatis diftat a perihelio, quam methodum, & ad id ipfum adhibendam propofuit David Gregorius, & irrito conatu Aftronomi nonnulli adhibuerunt. Problema autem eft hujusmodi. Datis pofitione 4 rectis invenire aliam, quæ ipfas fecet ita, ut tria illa fegmenta intercepta fint in ratione data. Id problema applicatur Cometis in ea hypothefi accipiendo pro 4 rectis datis, quatuor rectas tendentes a 4 locis Terræ ad quatuor loca Cometæ redacta ad Eclipticam, & fumendo pro ratione data trium fegmentorum rectæ quæfitæ tria intervalla temporum inter illas quatuor obfervationes. Ejus problematis folutionem & Wrennius, & Vallifius dedit, & Newtonus folutionem ejus exhibuit in Arithmetica Univerfali prop 56, & ipfum binis aliis methodis folvit in corollario lem. 27 lib. 1. Omnes quidem pro ejus folutione inveniunt neceffarium illud, ut illæ quatuor rectæ per idem punctum non tranfeant; quo cafu vel impoffibile problema eft; vel infinitas folutiones admittit; fi enim fint 4 rectæ datæ CD , CE , CF , CM , & inventa direktionem rectæ AB per fola intervalla GH , HI , obvenerit forte etiam tertium intervallum IL in eadem illa ratione data ad præcedentes; quæcumque recta ejufdem direktionis utcumque diftans habebit tria illa fegmenta in eadem illa ratione data inter fe, ac folutiones erunt infinitæ; fecus vero illud problema erit impoffibile.

151 Si verò illæ quatuor rectæ per idem punctum non tranfeant; folutiones exhibitæ determinabant diftantiam per valores datos ita, ut videretur femper problema effe determinatum; & unicam folutionem admittere. At ego quidem inveni, & facile demonftravi in mea difsertatione de Cometis, effe cafum, in quo problema indeterminatum remaneat, & nihil prorsus de diftantia, & pofitione rectæ quæfitæ definire poffit; & quidem is cafus eft ille ipfe, qui occurrit in applicatione ad Cometæ. Is cafus habetur quotiefcunque binæ rectæ inter fe non parallelæ habeant terna fegmenta fingulæ, quæ ad fe invicem fint in eadem ratione, & per extrema respondentium fegmentorum puncta agantur 4 rectæ, quæ quidem ad idem punctum non concurrunt, ut facile demonftrari poteft. Porro in eo cafu, fi accipiatur in quavis ex iis 4 rectis punctum ad arbitrium, poteft femper, ut ibidem demonftravi, duci per id recta, cujus tria fegmenta fint in eadem illa ratione inter fe; in qua funt binarum affumptarum fegmenta; unde confequitur datis illis 4 rectis, & illa fegmentorum ratione, non poffe definiri diftantiam, & pofitionem rectæ quæfitæ, fed problema indeterminatum effe, & infinitas folutiones admittere. Porro cum ipfum cafum occurrere in applicatione ad Cometæ patet ex eo, quod ad ipfam applicationem oportet affumere arcum Cometæ non ingentem, qui haberi poffit pro rectilineo, & motus in eo pro uniformi: inde autem fit, ut & arcus eodem tempore a Terrâ defcriptus pro rectilineo haberi debeat, & motus pro uniformi; ac proinde 4 rectæ, quæ a 4 Terræ locis duentur in plano Eclipticæ per 4 loca Cometæ, habent jam interceptas binas rectas, nimirum viam Terræ, & viam Cometæ, habentes fegmenta rationis ejufdem definitæ a temporum intervallis, & problema indeterminatum relinquunt.

152 Id quidem ibi a me demonstratum, an alii adverterint, ignoro sane. Sed id in causa est, cur ejusmodi problema adhiberi non possit ad investigandas distantias ne veris quidem proximas. Si motus Cometarum esset revera rectilineus, & æquabilis, & observationes assumerentur ita remotæ, ut arcus orbitæ terrestris plurimum a recta linea recederet, nam motus ejus ab æquabilitate semper parum admodum recedit, usum haberet aliquem problema ipsum; sed motus Cometarum non fieri in rectis lineis vel ex eo innuit, quod in ea hypothese non possunt integrum semicirculum percurrere, nec ad eclipticam devenire, nisi in unico puncto, cum tamen Cometæ plures percurrerint plusquam semicirculum, ut & hic postremus hoc anno, & per nodum utrumque transferint in eadem apparitione. Patet autem idem ex eo etiam, quod cum versentur in regione Planetarum, debeant vi gravitatis in Solem detorqueri ad conicam sectionem. Idcirco applicatio ejus problematis ad Cometæ requirit exiguum arcum, qui pro rectilineo assumi possit: eo assumpto problema remanet adhuc determinatum idcirco, quod arcus uterque Terræ, & Cometæ a recta linea, & motus ab æquabili abludit. At quoniam ex aberrationes in motu Cometæ remouent simul conditiones a conditionibus problematis, & ipsæ fere solæ determinationem perficiunt; idcirco solutio exhibere debet plerunque errores immanes. Et ideo Eustachio Zannoni viro Astronomicarum rerum peritissimo hoc Gregorianum præceptum reducenti ad praxin in Cometa anni 1739 positio orbitæ Cometæ per ejus problematis solutionem determinata obvenit profus contraria ei, quæ debuerat obvenire, ut nimirum cum Cometa versus Solem apparuerit, rejeñsus fuerit a solutione problematis ad partes Soli oppositas.

153 Eodem vitio laborare ibidem demonstravi aliam Methodum a Bouguerio prolatam in Commentariis Acad. Parisiensis ad annum 1733, in qua, assumpto exiguo arcu a Cometa descripto pro rectilineo, per tres observationes proximas definit, ad quam sectionem conicam legibus Keplerianis descriptam is pertinet; quam ob causam orbitam Cometæ anni 1730 pro ad sensum parabolica, uti revera extitit, invenit hyperbolicam, & quidem remotissimam; errore totam investigationem evertente, quod probe notandum est in solutionibus problematum, in quibus non raro incidit in hujusmodi casus, in quibus problematum solutiones exhibentur ab iis tantummodo, quibus vera problematis data discrepant ab assumptis, quæ accipiuntur pro iisdem, ut ipsi proxima.

154 Ut a falsis theoriis delabamur ad veram, vidimus in adnot. ad verum 1038 pro fundamento investigandæ theoriæ ipsius, Cometæ descendere inter Planetas, unde consequitur eos debere vi gravitatis solaris describere unam e tribus conicis sectionibus juxta num. 139, & exclusa Hyperbola, ac Parabola, ne in infinitum abeant, & solare systema relinquunt, remanere ellipsim, sed oblongam admodum, cum perquam exiguo integræ conversionis tempore appareant, uti in adnot. ad vers. 1092 definivimus, adjectis binis aliis ejusdem rei conjecturis, quæ Newtonum sensim ad veram theoriam deduxerunt indirecta illa investigationis methodo procedente per attentionem, & positiones, ac conjecturas prudentes, non per directas demonstrationes, quæ ubique in Astronomia aditum ad veras theorias aperuit.

155 Stabilito, quod motus fieri debeant in orbe elliptico fati oblongo, debebat

debebat videri, an observationes ejusmodi motibus responderent. In adn. ad vers. 1117 affirmavimus facile desiniri orbitam ellipticam, & præter focum dentur tria orbitæ puncta. Id quidem omnibus conicis sectionibus generale est. Sit in fig. 20, F focus, tria puncta A, B, C . Capta in FB recta $FI = FA$, & in FC recta $FL = FB$ ducantur IA, LB , & iis parallelæ FD, FE , quæ in $D, & E$ occurrant rectis BA, CB , & directrice recta MN per illas ducta, foco F , ratione FA ad perpendicularum BG in ipsam MN demissum, describatur conicæ sectio (num. 34 conicorum), quæ transibit etiam per puncta A, B, C . Ductis enim etiam perpendicularis AK, CH erit $FB . FI = FA :: BD . AD :: BG . AK$, & alternando $FB . BG :: FA . FK$; & simili argumento erit etiam $FB . BG :: FC . CH$, adeoque omnia puncta A, B, C ad illam eandem conicam sectionem pertinebunt.

156 Ea methodo uti liceret, si quis e Sole Cometam observaret, & præter tres directiones rectarum FA, FB, FC posset acquirere tres diametros apparentes, quæ distantiarum actionem exhiberent. Sed etiam sine diametris apparentibus, ex sola directione illarum trium rectarum, & temporibus impensis in percurrentis arcibus AB, BC , posset determinari orbita, uti innuimus etiam num. 103, verum illa directio, quæ in Planetis obtinetur per observationes pluribus oppositionibus, vel conjunctionibus respondentes, in Cometis non habent locum, qui per exiguum longissimarum periodorum tempus apparent.

157 Oportuit igitur adhibere ad determinationem orbitæ Cometarum solas directiones rectarum, quæ a tribus Terræ locis ducuntur ad tria loca Comete, & temporum intervalla. Ea ipsa problema determinant, sed pro ellipsi difficultas solutionis est inextricabilis: & illud commode accidit, quod ellipses longissimæ arcum foco proximum habent arcui parabolico ita finitimum, ut vix alter ab altero discerni possit, quod patet ex ipsa transformatione ellipseos in parabolam, quam pluribus jam vicibus nominavimus; pro parabola autem solutio saltem indirecta, & per falsas positiones difficilis quidem est, & molesta, sed non penitus intrastabilis. Directa etiam problematis solutio pro parabola non excedit vires finitæ Algebrae ob quadraturam parabolæ ab ipso Archimede inventam, quæ comparationes arcarum analyticæ permittit finitis valoribus algebraicis expressas, & methodum, qua ad æquationem deveniri possit, exposui; sed, quod ibidem notavi, æquatio ipsa ad altissimum gradum ita assurgit, ut nulli usui esse possit.

158 Aliam ego quidem exhibui methodum in eadem dissertatione, quæ per tres observationes ita proximas, ut motus interea facti a Tellure, & Cometa pro rectilineis accipi possint, desiniuntur ope æquationis sexti gradus distantia a Sole, & per eas positio arcus parabolici, ac exhibui ipsas correctiunculas debitas curvaturæ exiguæ, & inæqualitati motus utriusque, quæ quidem methodus directa est, & ad veros valores cito conducit, sed ipsa quoque resolutio æquationis gradus sexti est admodum molesta; adeoque præstat alias adhibere indirectas methodos, quæ adhibitis observationibus utcumque remotis ad solutionem deducunt per plures falsas positiones, ejusmodi methodum Newton invenit, & adhibuit, tum plures Astronomi exultant magis, ac expolitam tradunt. Fræcepta, & exempla inveniet satis ad rem idonea, qui velit, in Caillianis etiam elementis; nam

ca res est multo prolixior, quam ut intra nimis arctos horum Supplementorum limites contineri possit.

159 Ex orbita determinata multo facilius inveniuntur loca ad datum tempus, ut qui orbitam vel invenerit per tres observationes, vel ab alio inventam acceperit, possit ex suarum observationum consensu, vel dissensu judicare de theoria ipsa. Id autem fit per expeditissimam constructionem, quæ apud Newtonum habetur Princ. lib. 1. pr. 30, vel per calculum itidem expeditissimum, quem Halleyus digressit, computata unica tabula, quæ ob omnium parabolæ similitudinem una omnibus inservit Cometarum parabolæ motibus; & ea applicatio innititur huic principio, quod tempora, quibus habentur motus angulares iidem à perihelio; sint in ratione sesquialtera distantiarum homologarum quaruncunque; adeoque & distantiarum periheliorum, quæ pertinent ad orbitæ determinationem. Ejusmodi tabulam videre est etiam ad calcem Gregorianæ Astronomiæ, & in Caillianis elementis, in quibus habetur tota ratio ineundi calculi in orbe parabolico, quam in elliptico; ut & apud alios recentiores Astronomos passim occurrit. Est autem pro Cometarum motu & illud elegans à Newtono demonstratum princ. lib. 1. cor. 7. pr. 16. velocitatem in quovis parabolæ puncto ad velocitatem corporis gyrantis in circulo in eadem a foco distantia esse in ratione subduplicata numeri 1 ad 2; unde facile deducitur, velocitatem tum ejusdem Cometæ in diversis punctis orbitæ suæ, tum diversorum Cometarum ubicunque esse semper in ratione reciproca subduplicata distantia à Sole; quod omnium Cometarum motus secum invicem arctissimo quodam nexu conjungit.

160 Theoria tam arctis connexa vinculis, & quæ ad quævis data momenta determinat ipsum locum Cometæ, sine ullo arbitrio ipsam ad observationes pertrahendi, est sane aptissima ad hoc; ut per observationes vel evertatur penitus, vel penitus confirmetur. Ubi enim quivis novus Cometa illucescit, præter observationes tres, quæ orbitam determinant, quævis alia observatio dissensu suo totam funditus theoriam everteret; atque idcirco consensus observationum cum theoria ipsa eam probat vi, quam metitur ratio summæ locorum, in quibus si observaretur, dissentiret; ad summam locorum; in quibus cum sit, non habetur dissensus major, quam is, quem observatio satis conformis theoriæ exhibet, qui in observationem, vel in aberrationem à Planetarum actione ortas refundi possit, quæ quidem ratio immensa est, ubi arte observandi usque adeo promotæ non nisi perquam exigua discrimina inveniantur. At id re ipsa accidit: nam & in Cometa anni 1680, & in tot Halleyanis, & in omnibus Cometis post Halleyum observatis, ut monuit in adnot. ad vers. 1148, 1192, 1129 tantus ejusmodi consensus inventus est, ut in Planetarum theoriis major non habeatur, & quidem in recentioribus selectis observationibus vix aliquot secundorum discrimen invenitur.

161 Sed maxima toti theoriæ accessit vis ex postremo hujusce anni Cometa, qui ab Halleyo primum prænunciatus, ab Astronomis omnibus expectatissimus, tandem advenit, & sententiam de Cometis per ellipses maxime oblongas, sed ellipses, in gyrum actis, ac totam Newtonianam theoriam mirum in modum confirmavit. En brevem ejus historiam. Cum Halleyus in 24 orbitas Cometarum a se ex Newtoniana theoria definitas diliger-

ius inquireret, ac earum elementa inter se conferret; invenit tres tantummodo ex iis inter se ita conformes, ut pro eadem assumendæ omnino esse viderentur. Eæ sunt, quæ pertinent ad Cometas annorum 1531, 1607, 1682. Sunt autem earum orbitalium elementa, quæ sequuntur: positus primo loco annus, quo ad perihelium appulerunt, secundo locus nodi ascendens, tertio inclinatio orbitæ ad eclipticam, quarto locus perihelii, quinto distantia perihelia a Sole in iis partibus, quarum distantia media Terræ a Sole continet 10000, quinto tempus medium transitus per perihelium ad meridianum Parisiensem juxta Caillium; fuit autem Cometa semper retrogradus.

Annus	Locus Nodi A.	Incl. orbitæ	Lo. perihelii	Distantia	Tempus perihelii Mensis d. h.
1531	1. 19. 25. 0	17. 56. 0	10. 1. 39. 0	5670	Augusti 24. 21. 27
1607	1. 20. 21. 0	17. 2. 0	10. 2. 16. 0	5849	Octobr. 26. 18. 14
1682	1. 21. 16. 30	17. 56. 0	10. 2. 52. 45	5831	septem. 14. 7. 48

162 Discrimen, ut constat, erat perquam exiguum, & quidem is, qui videtur progressus nodi, & aphelii, est potius regressus; nam interea principium Arietis, a quo ii numeri exordium sumunt, regressum est paullo plus quam per unum minutum, nimirum spatio annorum circiter 75. Intervalla autem temporum sunt annorum 76, vel 75, parum itidem discrepantia, & ante simile intervallum in Cometarum historia occurrit Cometa insignis anno 1456, cujus tamen astronomicæ observationes defunt ad determinandam accurate orbitam. Cum admodum inverosimile videretur diversos Cometas eandem fere, ad æqualia fere temporum intervalla, tenuisse viam, censuit Halleyus omnino post idem circiter intervallum expectandum esse eundem Cometam, adeoque sub finem anni 1757, vel anno 1758 appariturum. Apparuit quidem anno 1757 Cometa, quem tamen statim constitit longe aliam terere viam; adeoque longe alium esse ab eo, qui expectabatur; & maxima pars sequentis anni 1758 effluxerat, quin Astronomis atque Geographicis quidquam de Cometa expectato constaret; cum Clerautius die Novembris 13 in primo Academiæ Parisiensis confesso, suas cum Academicis de eodem Cometa meditationes communicavit, ex quibus ejus reditum præmaturè expectatum videri sibi affirmabat, quem circa 18 Aprilis sequentis ad perihelium adventurum ex calculis molestissimis a se initis arbitraretur.

163 Viderat jam olim ipse Halleyus inæqualitatem binarum periodorum, cum prior habuerit annos 76, dies fere 63, posteriori ad 75 annos defuerint dies 42; quod discrimen repetendum erat ab actione Planetarum, nam orbitæ ellipticæ parabolis proximæ minima perturbatione velocitatis, & vis, possunt augere plurimum axem transversum, & idcirco etiam tempus periodicum. Nimirum in ejusmodi ellipsis in fig. 17 *AI* debet esse quam proxime æqualis *AS*, cui accurate æqualis est in Parabola. Quamobrem residua *SI* est perquam exigua, & mutatio rectæ *AI* pendens a vi, & velocitate, exigua respectu ipsius, debet non exigua esse respectu *SI*, quæ idcirco

circo mutationem inferet axis SM non exiguam respectu ipsius, cum sit ipse axis SM tertius post SI , SA , adeoque manente SA , debeat esse mutatio SM ad ipsam SM , ut est mutatio SI ad ipsam SI .

164 Id quidem erat admodum manifestum, sed nemo adhuc ausus erat vivente Halleyo inquirere per Geometriam, & calculum in mutationes, quas sibi invicem inducunt Planetarum, & Cometarum actiones. In id problema jam ab aliquot annis inquiritur summo Geometrarum primi ordinis conatu, qua de re & ego dissertationem edidi, qua sine integrali calculo theoriam exposui Geometricam determinandis aberrationibus mutuis Jovis, & Saturni, ut arbitror, non ineptam: & quam censo ad has ipsas hujus Cometæ inæqualitates determinandas ex Planetarum actionibus ortas, applicari facile posse, quod etiam, si per tempus licuerit, me olim præstiturum confido. At primus id in Cometis sua methodo Clerautius præstitit, qui post longissimas calculorum ambages, computatis tantummodo Jovis, ac Saturni actionibus, qui in hoc potissimum Cometa plurimum possunt, invenerat & priorem illam binorum periodorum inæqualitatem unius anni, ac mensium plusquam trium, & hanc periodum deduxerat fore circiter 76 annorum, & mensium 7, nimirum longiorem postrema mensibus circiter 20, & præcedente mensibus circiter 5. Id ipsum in eo congressu modeste admodum, & subdubitanter proposuit.

165 Exitus admodum felix ingentem summis tanti viri laudibus cumulum adjecit. Sub finem Decembris deprehensus est in Saxonia a Rusticis Cometa ad Solem redux, adhuc remotus, ægre conspicuus, quem Hinsius Lipsiæ observavit Januario mense, & ex iis observationibus cognovit esse illum ipsum, qui expectabatur, ac reliquum apparentem futurum cursum, utcumque definitum, prænuñciavit. Fuit, qui & Parisiis eum eodem tempore observaverit, re cum aliis Astronomis nequaquam communicata, quæ communicatio multo plures nobis, & admodum opportunas observationes peperisset. Paulo post ad superiorem cum Sole conjunctionem accedens videri desit, & 12 Martii ad perihellum appulit, unde redux primo quidem mane ante ortum Solis sub Martii finem, & magna Aprilis parte conspectus est, & a pluribus Astronomis observatus, quem hic Romæ usque ad Aprilis 22 vidimus, quum latitudine ipsius Australi aucta plurimum ob distantiam a Terra plurimum imminutam ita ad Australem polum accessit, ut supra horizontem usque ad diem 28 ipsius mensis nunquam prodierit. Regressum versus Æquatorem tum vidimus, ad quem accessit semper magis, & vespere videri cepit diu conspicuus, donec declinante jam Majo Lunæ crescentis fulgor, & distantia a Terra ita eum nobis eripuerunt, ut deinde penitus videri desierit ob suam distantiam, & atmosphæram ingentem obtundentem vim luminis jam penitus inconspicuis.

166 Mihi quidem admodum paucas observationes, quibus fidere possim, inire licuit defectu commodi ad observandum loci; adhuc tamen ex orbita superiore sæculo definita, & unica observatione medio Aprili Romæ habitæ a R. P. Audifredo diligenti ex Dominicanorum familia observatore, qui & alias plures deinde inlitxit potissimum, ubi vespere se in conspectum dedit, reliquum omnem cursum sola constructione deductum in globo Cælesti exstante

stante in hac nostra Bibliotheca publicè proposui, quem utur maxime in-
qualem, omnino tenuit ita, ut paucorum plerumque minorum discrimen
vix ibi tum initio delineatæ a via, quam tenuit, habuerim.

167 At uberiores accuratissimarum observationum seriem ad me nuper
Caillius transmisit litteris datis 3 Junii, quarum postrema pertinet ad diem
Maii 28, ubi hæc addit. *Interim jam theoriam in arcu elliptico suppu-
tare aggressus sum; peractis autem calculis, sed includi nondum redditis,
inveni perihelium incidisse in diem Martii 13, h. 13, 53' temp. med.
Parisii, cum Cometa esset in puncto orbitæ suæ sig. 10. 30. 17', distaretque
a Sole s. 5835, posita orbis magni semidiametro = 1, locus nodi ascen-
dentis sig. 1. 23. 51', & inclinatio orbitæ 17. 39'. Assumo autem pe-
riodicam revolutionem 27700 dierum, trientem nempe intervalli inter pri-
mam anno 1531 apparitionem, & postremam hanc. Clairautius parat
libellum de eo Cometa edendum. Hæc ille, ubi satis jam constat consentius
horum elementorum cum præcedentibus, mutatione utique, quæ & ipsa ab
actionibus Planetarum provenire potuerit, quod e Clerautianis calculis bre-
vi docebimur.*

168 Hunc nemo sane, primum nimirum ea in re conatum, non felicissi-
mum esse arbitrabitur, nam illud 37 dierum discrimen, quo appulsus ad
perihelium proxime tantummodo determinatum tempus prævertit, vix to-
tius periodi est pars septingentesima quinquagesima, quam ipsam approxi-
mationibus calculorum ulterioribus, & aliorum Planetarum actionibus com-
putatis sublatum iri, nullus dubito, ac intra multo arctiores limites proximi-
mum ejus sequenti sæculo reditum prænuiciandum, quem multi ex iis, qui
jam vivunt, utique intuebuntur; interea huic jam septimo fere Planetæ
detecto audio, dum hæc scribo, vulgo Parisiis meritißimò *Clairautii* nomen
impositum.

169 Hic igitur Cometa, & Cometarum rite prænuiciatum reditum jam
primum exhibuit, & non solum cursu ad gravitatis solaris leges exacto, gra-
vitatem in Solem per totum systema Planetarum, ac Cometarum longe late-
que pertinentem confirmavit, in quo cum cæteris Cometis convenit; sed
per ipsam hanc periodorum inæqualitatem ab actionibus Jovis, ac Saturni
repetitam confirmavit etiam gravitatem mutuam Planetarum omnium ac Co-
metarum, quam mutuam gravitatem inter omnes particulas proposuimus
in adn. ad vers. 1350, & comprobavimus in adn. ad vers. 1356, & 1365
per figuram globosam astrorum omnium, ac Terræ, & per actionem, &
reactionem aequales, in adn. 1394 per maris æstum indicantem gravitatem
partium Telluris in Lunam, de quo agemus fusius lib. 6, & in adn. ad
vers. 1405 per aberrationes Planetarum, & exiguum dissensum tabularum
post longum tempus a phænomenis, quod argumentum majorem acquireret vim,
si perfectæ adhuc magis solutione problematis, quod appellant trium corporum,
satis certo per satis convergentes series reduci poterunt ad certos calculos,
& determinate erui omnes inæqualitates illæ, quas theoria requirit, ut cum
observationibus conferri possint.

170 Interea, quæ huc usque obtinuimus, abunde sunt adhibenti investiga-
tionis methodos ad extendendam legem gravitatis mutue decreescentis in ra-
tione reciproca duplicata distantiarum a se invicem, ut ab analysi, qua ad
cam

eam devenitum est, pergamus ad synthefim, qua ejus confectaria videamus, ut ex ipfa deduci pollint tum per certum regressum ea, ex quibus ad ipsam devenimus, tum alia, quorum leges frustra per folas obfervationes quæreremus, licet plerafque, ubi per theoriam invenerimus, pollimus cum obfervationibus conferre, & ex confenfu femper magis theoriam ipsam confirmare. Id pertinet ad adn. in verf. 1405, in qua tamen notandum illud, quod innui de mea opinione circa gravitatis generalis legem, quam folum in aliquanto majoribus diftantiis arbitror fatis proxime accedere ad rationem reciprocam duplicatam diftantiarum, fed ab ea in minimis diftantiis recedere in immenfum, & effe partem legis virium multo generalioris, de qua libro 10 agemus multo uberius.

§. 4. Ad not. in verfus 1446. &c.

DE SYNTHETICA DEDUCTIONE PLURIUM, QUÆ
PENDENT A GENERALI LEGE GRAVITATIS
MUTUÆ INTER PARTICULAS.

171 **P**rimo quidem, quod pertinet ad binas maffas, quæ concipiantur compenetratæ fingulæ in fingulis punctis, abunde patet ex iis, quæ dicta funt in adnot. ad verf. 1446, 1461, 1476. Satis patet, cum fingula puncta primæ maffæ gravitent in fingula puncta fecundæ, fore in data quadam diftantiâ vim, qua urgetur punctum quodvis primæ maffæ in quodvis punctum fecundæ, æqualem summæ virium æqualium, quibus tendit in fingula puncta alterius, adeoque fore vim ejufmodi proportionalem numero punctorum maffæ, in quam tenditur, & cum mutata diftantiâ quævis ex iis viribus, qua id punctum urgetur in fingula puncta, mutari debeat in ratione reciproca duplicata diftantiarum, tota vis, qua punctum quodvis primæ maffæ urgetur in totam maffam fecundam, erit directe ut maffa fecunda, & reciproce, ut quadratum diftantiæ. Erit autem huic vi proportionalis celeritas, quæ oriri debet tempufculo infinitifimo in quovis puncto primæ maffæ, quæ celeritas dicitur etiam celeritas maffæ totius, adeoque ea erit vis acceleratrix maffæ ipfius.

172 Habebitur igitur hujufmodi theoremâ: *vis acceleratrix, qua maffa quævis tendit in aliam quamvis, erit directe, ut maffa, in quam tenditur, & reciproce, ut quadratum diftantiæ.* Dicatur G ea vis acceleratrix primæ maffæ, quæ quidem folet appellari gravitas, g vis ejufmodi maffæ fecundæ, dicatur autem prior maffa M , pofterior m , diftantiâ vero communis D , eritque $G = \frac{m}{DD}$, & $g = \frac{M}{DD}$, unde fit, ut hæ binæ gravitates non fint æquales, fed fit $G : g :: m : M$, nimirum, *ubi dua maffa in fe mutuo tendunt, vis acceleratrix, five gravitas primæ ad vim acceleratricem, feu gravitatem fecundæ erit, ut fecunda maffa ad primam.*

173 At Summa virium, quibus omnia puncta alterius maffæ tendent in totam fecundam maffam, erit præterea multiplicanda per numerum punctorum ipfius.

ipſius. Ea erit vis motrix, quæ dicatur pondus, adeoque ſi eadem dicatur P , & p , erit tam P , quam $p = \frac{Mm}{DD}$ Nimirum, erit vis motrix, ſive pondus directe ut factum ex utraque maſſa, & reciproce, ut quadryatum diſtantiæ, ac binæ ejuſmodi vires motrices erunt inter ſe æquales; quod poſte- rius continet actionis, ac reactionis æqualitatem.

174 Hiſce facilioribus expeditiſ, tranſeundum ad id, quod in adn. ad verſ. 1484 promittitur, nimirum ad methodum computandi vim, qua maſſa mole occupans tendit in maſſam diſſuſam itidem per molem aliquam, ubi oportet colligere ſummam omnium inæqualium virium, quibus ſingula puncta maſſæ tendentis gravitant in ſingula maſſæ, in quam tenditur, redactarum ad directionem eandem, tum, ſaltem pro globis vim mediam, quæ oritur in maſſa tendente, oram e ſumma omnium virium, quibus ejuſ puncta tendunt, redactarum itidem ad eandem directionem, & diſiſam per ſummam eorundem punctorum, quæ cum ob mutuum nexum non poſſint ſe invicem deſerere, debent communi quaſdam velocitate ferri. Hanc theoriam altius repetam methodo, quam olim propoſui in diſſertatione de Obſervationibus Aſtronomi- cis, incipiendo a determinatione vis, qua punctum quodpiam gravitat in maſſam mole data præditam, & ſæpe iſdem verbis.

175 Lem. 1. Trahatur in fig. 21 corpusculum C poſitum in centro ſphæræ F . 21 ABB æqualiter ab omnibus punctis E ſitis intra curvam quæcumque $QOVH$, deſcriptam in ſuperficie ſphæræ ipſius, & vis absoluta ſecundum CE reſolvatur in duas per CD , ED , alteram normalem plano circuli maximi ABB , quæ dicatur perpendicularis, alteram in ipſo plano jacentem, quæ dicatur lateralis. Denum curva $QOVH$ projiciatur in planum ejuſdem circuli in curvam MRL per rectas ipſi plano perpendiculares. Dico vim absolutam totius arcus curvæ projectæ $QOVH$ ad vim ipſius perpendicularem fore, ut eſt ipſa area ad aream curvæ MRL genitæ ex projectione.

176 Demonſtratur. Dividatur area $QOVH$ per quadrantes PB , Pb inſi- nite proximos inter ſe duobus ex P polo circuli ABB in ſpatia $QOVH$, quæ iterum per arcus EF , ef circulorum, quorum P polus, dividantur in ſpatiola $EEef$, & demittantur ab omnibus eorum punctis perpendicularia ED , ed , FG , fg , projectis arcibus Ee , Ef in arcus DG , dg circulorum ex centro C deſcriptorum, divideturque area curvæ MRL in totidem particulas, quarum una $DdgG$. Ducatur præterea CE , & el parallela, & æqualis Dd occurrens DE in I . Satis patet areolas Ef , Dg æquivalere reſtāngulis, quorum baſes EF , DG æquales, & quorum altitudines Ee , Dd . Eſt autem ob ſimilia triangula reſtāngula CDE , EIe , Ee ad QI æqualem Dd , ut CE ad ED , ſive ut vis absoluta ad perpendicularem. Erit igitur altitudo reſtānguli Ef ad altitudinem reſtānguli Dg , ſive area primi ad aream ſecundi. ut vis absoluta ad normalem. Exprimatür vis absoluta ſingulorum punctorum areolæ Ef per unitatem, & vis absoluta totius areolæ exprimetur per ipſam areolam, ac proinde vis perpendicularis per areolam Dg . Cumque eadem ſit demonſtratio pro omnibus particulis curvarum $QOVH$, MRL , exprimet prima vim ſuam absolutam, & ſecunda vim ipſius perpendicularem. Quare erit ea vis absoluta ad perpendicularem, ut prima area ad ſecundam. Q. R. D.

177 Cor. 1. Si curva QVH abeat in totam superficiem hemisphærii, abibit area MRL in circulum maximum. Cum igitur ex Archimedis inventis superficies hemisphærii sit dupla circuli maximi, erit vis absoluta superficiei circuli maximi dupla vis normalis ejusdem: vis autem lateralis elidetur tota actionibus contrariis.

178 Inde jam facile definitur potest vis, qua trahitur a toto hemisphærio punctum situm in ejus centro, si ab omnibus ejus punctis trahatur in ratione reciproca duplicata distantiarum. Sit vis in punctum quodvis in distantia $x = 1$, & si distantia quævis dicatur x , erit in ea distantia $\frac{1}{x^2}$: sit ratio radii ad dimidiam circumferentiam 1 ad c : erit cx^2 circulus maximus, & $2cx^2$ superficies hemisphærii radio x ; $2cx^2 dx$ dimidium orbis spherici, cujus crassitudo dx , & ejus vis absoluta $\frac{2cx^2 dx}{x^2} = 2cx$, adeoque ejus vis perpendicularis directa per ejus axem erit cdx , quarum omnium summa evadit cx , quæ est semicircumferentia circuli maximi ejusdem hemisphærii.

F. 22 179 Lem. 2. Si HO (fig. 22) sit communis intersectio superficiei spherice GH , cum pyramide CP , cujus basis Pp infinite parva, & supra arcem DR genitam ex projectione areæ HO erigatur cylindricum RDM , cujus altitudo æquetur segmento NP lateris ejus pyramidis, ac vim absolutam, qua singulæ ejus particule trahunt corpusculum situm in C , exprimat unitas divisa per quadratum distantie, vim segmenti NP perpendicularem exprimet cylindricum RN divisum per quadratum CH .

180 Demonstratur. Concipiatur tota pyramis divisa per superficies sphericas æquali intervallo inter se distantes in particulas infinite parvas, ut Hb , Nn , & cylindricum RM in particulas Dd planis eodem intervallo inter se distantibus. Vis absoluta cujuscumque particule Nn æquabitur vi absolutæ Hb ; nam erit solidum Hb ad solidum Nn , ut basis HO ad basim NE , quæ bases sunt, ut quadrata laterum CH , CN , adeoque erunt vires singulorum punctorum solidi Ob ad vires punctorum En , ut numerus punctorum in En ad numerum in Ob , ac proinde summæ omnium æquales. Æquabuntur idcirco & vires perpendicularares. Nam si ex singulis eorum punctis demittantur perpendiculara HD , NS ; erunt omnia triangula NCS , HCD vel accuratè vel æquipollenter similia; ac proinde vis absoluta singulorum punctorum utriuslibet particule, & omnium simul ad vim perpendiculararem in eadem constanti ratione CH ad HD , vel CN ad NS , & alternando vis perpendicularis totius primæ particule ad vim perpendiculararem secundæ, ut absoluta primæ ad absolutam secundæ. Jam vero vim perpendiculararem particule Hb exprimet particula Dd divisa per CH^2 : nam vim absolutam particule Ob exprimet ipsa Ob divisa per CH^2 , eritque eadem demonstratione semmatis 1 vis ejus absoluta ad perpendiculararem, ut ipsa OH ad particulam Rd . Igitur & vim perpendiculararem singularum particularum En exprimet quævis ex æqualibus particulis Rd divisa per CH^2 , & ob earum numerum æqualem in cylindrico DM , & in segmento NP , exprimet vim perpendiculararem totius segmenti NP totum cylindricum DM divisum per CH^2 .

Q. E. D.

181 Ex hoc Lem. per constructionem expeditissimam inveniatur & directio,

Ratio, & mensura vis, qua corpusculum C positione datum attrahitur in solidum IEN utcumque irregulare, in hypothesis vis decrefcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum. Describatur in fig. 23 sphaera FAM radio quovis CF . In ejus superficiem incurrat in A recta quavis CEH , incurrens in ipsum solidum in EH . Demissa AN normali ad planum cujusvis circuli maximi sphaerae, quod representetur per diametrum EM ; in ea sumatur NO aequalis segmento EH rectae CH demerso intra solidum, vel si plura sint ejusmodi segmenta, aequalis simul omnibus. Solidum POQ inclusum superficie descripta ab omnibus punctis O , & plano circuli FM divisum per CF^2 exhibebit vim totius solidi IEH perpendiculararem ipsi plano FM . Si enim ex C intelligantur prodire infinitae numero pyramides, quarum segmenta EH impleant totum solidum IEH ; totidem cylindrica NO descripta juxta lemma 2 implebunt totum solidum POQ .

182 Prodeant jam in fig. 24 ex C rectae CR , CS sibi invicem perpendicularares, & erigatur CT perpendicularis plano δCR , quarum quilibet exhibeat vim solidi IEH figurae 23 sibi parallelam hac methodo definitam, & completo primum rectangulo $RCSV$, tum rectangulo $TCVX$ exprimet PX & directionem, & quantitatem vis ejus, qua punctum C attrahitur in datum solidum, compositam ex omnibus viribus simul conjunctis. Nam vis puncti cujuslibet potest primo resolvi in duas, alteram perpendiculararem plano δCR , alteram lateralem secundum ipsum planum, & iterum haec posterior in vires parallelas SC , CR , quarum omnium summas expriment per constructionem rectae CS , CR , CT .

183 Si punctum C esset intra ejusmodi solidum, oporteret assumere NO aequalem non toti EH , sed differentiae distantiarum puncti C interjacentis inter puncta E , & H ab iis, ob virium contrarias directiones habentium elisionem. Quamobrem si punctum ipsum C fuerit intra cavitatem cruxis cujusdam habentis ejusmodi proprietatem, ut ducta per ipsum quavis recta aequalis ejus partes intercipientur hinc, & inde intra ipsius cruxis crassitudinem, vis erit nulla, evanescente eo casu illa NO aequali ipsarum differentiae. Porro id accidit intra orbem sphaericum, & intra orbem ellipticum clausum hincis superficiebus ellipticum similibus, & eodem centro descriptarum, quod facile deducitur ex meorum conicorum num. 343, & demonstratione numeri 633. Quare punctum ubicumque positum intra ejusmodi orbem erit in aequilibrio elisis in quacumque directione omnibus oppositis actionibus, quod proposuimus demonstrandum in adnotatione ad vers. 1517, & 1523.

184 Si in fig. 23 solidum IEH fuerit genitum ex revolutione curvae cujuslibet IEG circa axem CIG , satis erit invenire vim parallelam ipsi axi, reliquis ad hanc normalibus elisis per actiones contrarias, & satis erit descripto quadrante FV circuli FAM determinare curvam tantum POS , tum eam revolvare circa axem CS . Immo potest ipsa curva IEH transformari in curvam ieb factis Ne , Nb aequalibus ipsis CE , CH . Nam fietet semper $eb = EH$, & eadem demonstratione numeri 181 solidum genitum a curva nova $iebG$ divisum per CF^2 exhiberet vim prioris solidi. Porro si ducta ER normali ad CF detur ex aequatione ad primam curvam CR per RE , adeoque etiam per CE , statim determinabitur aequatio ad curvam $iebG$. Est enim $CA \cdot CN :: CE = Ne$, CR . Quare factis $CA = 1$, $CN = x$, $Ne = y$,

erit $CR = xy$, qui valor si ponatur æqualis valori ipsius CR dato per y , habebitur æquatio .

185 Et hoc quidem pacto computari potest vis in solidum quodcumque habens ejusmodi axem puncti positi in axe ipso, quod problema proposuimus in adn. ad vers. 1902, ubi & ejus solutionem promissimus omnium expeditissimam. Hæc quidem est satis expedita, & sponte ab hac theoria consequitur, quæ ad liberandam fidem erit satis, cum ea indigere non debeamus; nam pro ellipsoide dabimus inferius peculiarem ex ipsa ellipsoidis natura repetitam, quæ erit ad nostrum usum accommodatior, & expeditior. Hic interea etuemus ex hac theoria vim puncti siti extra spheram aliquam, qua determinatione hic indigemus ad illustranda, quæ proposuimus in adnotatione ad vers. 1537.

186 Sic in fig. 25 spheræ $GHEI$ solidum illud figuræ 23, & si radius CV F. 25 circuli FVM transeat per ipsum centrum circuli $GHEI$, eadem spheræ in figura 25 erit æqualis solido PSQ fig. 23. Occurrat enim RA ipsi spheræ in N , & O , ducaturque VP perpendicularis ad AC , & æqualia erunt triangula rectangula CRA , CNV ob angulos ad A , & C alternos æquales, & bases CV , CA æquales. Quare erit $RC = VP$, adeoque chorda NO distabit a centro æque, ac chorda EH ; & proinde erit ipsi æqualis, adeoque æqualis erit rectæ NO figuræ 23; quod cum ubique accidat, erit & tota area $GONI$, & solidum ab ipsa genitum, æqualis aræ PSC figuræ 23, & solido ab ipsa genito. Quare ipsa spheræ divisa per quadratum distantie CV ab ejus centro exprimet quæsitam vim. Ipsa autem spheræ divisa per idem ejusdem distantie quadratum exprimeret vim, si tota compenetraretur in centro. Igitur punctum extra spheram positum in eam tendit eodem modo, ac si omnia ejus puncta compenetrarentur in ejus centro, quod erat postremo loco propositum in ea adnotatione.

187 Conditio puncti extra spheram positi necessaria est, ut habeatur summa vitium omnium parallelarum CD directæ in eandem plagam; idem autem theoremata habet locum etiam pro orbe spherico clauso binis superficiebus concentricis, quod punctum extra se positum trahit, tanquam si omnia ejus puncta sint compenetrata in centro; cum enim & tota spheræ exterior, & tota interior trahat, tanquam si omnia puncta essent in centro, oportet & id, quo spheræ major minorem excedit, eodem modo trahat.

188 Quod dictum est de puncto sito intra & extra orbem sphericum, locum habet etiam in simplici superficie, in quam orbis in infinitum attenuatus abit, quanquam in orbe elliptico locum non habeat, quod quidem accurate demonstrari posset, sed hic omitimus, quia nullus simplicium superficieum usus occurret inferius in iis, de quibus Noller agit, & in quorum gratiam hæc præmisit.

189 Cum vis puncti in spheram sit eadem, quæ esset, si omnia ejus puncta essent in centro, etiam vis spheræ in punctum erit eadem, ac esset, si omnia ejus puncta in centro essent, quod facile deducitur ex æqualitate actus ionis, & reactionis. Sed vis spheræ compenetratæ in suum centrum in spheram non compenetratam esset eadem, ac si hæc secunda spheræ esset tota compenetrata in centro suo. Igitur vis spheræ in spheram erit eadem, quæ esset, si ambæ essent compenetratæ in suis centris. Quamobrem lex vitium pro spheris erit

erit eadem, ac pro punctis, vel massulis occupantibus spatia, quæ respectu distantiae haberi possint pro punctis; de qua hujus legis proprietate notandum id, quod in adnotatione ad vers. 1580 exhibui; ut & illud notandum, quod de homogeneitate, & heterogeneitate densitatis in iisdem, vel diversis orbibus est dictum in adn. ad versum 1537, quod ad omnia superiora rite applicari posse patet ex ipsa demonstrationis exhibitæ consideratione.

190 Ex num. 187 sponte consequitur id, quod proposuimus in adnot. ad vers. 1588, vim puncti positi in superficie binorum globorum fore, ut eorum radios. Nam massæ sunt, ut cubi radiorum, qui divisi per eorundem quadrata, relinquunt radios simplices; quod quidem theorema extendi ad omnia solida similia, in quorum punctis homologis vires sint, ut latera homologa, demonstravimus abunde in adnot. ad vers. 1607. Pariter in adn. ad vers. 1638. abunde declaratum est, quo pacto hinc inferatur vim in parietes gravium delabentium debere esse ad sensum nullam: ibidem & in 4 e sequentibus adnotationibus agitur de deviationibus pendulorum perturbantibus astronomicas observationes, & innuitur posse definiri eorum ope massam Terræ; sed cum de hac re Noster inferius agat fusius, ea simul omnia illustranda reservamus §. sexto, & postremo hujus libri.

191 Interea illustrandum hic occurrit, quod in adnot. ad vers. 1680 proponitur de binis globis positis in superficie horizontali exacte lævi, seclusa omni resistentia aeris. Sit radius eorum globorum a , distantia centrorum b , & quærat vis, qua in se mutuo tendunt respectu vis gravitatis in Terram, ac tempus, quo ad se invicem accedent per datum spatiolum zc , existent, & motu utriuslibet. Dicatur radius Terræ r , & erit vis globi alterius in alterum ad vim gravitatis, ut $\frac{113}{b^2}$ ad $\frac{r^3}{r^2} = r$. Sed ex num. 166 tomi I sunt spatia, ut vires, & quadrata temporum conjunctim, adeoque quadrata temporum directe, ut spatia, & reciproce, ut vires. Igitur si sit g effectus vis gravitatis respondens radio r , erit ut $\frac{g}{r}$ ad $\frac{b^2 c}{a^3}$, ita unum secundum ad quadratum temporis debiti illi accessui zc computati in secundis, quod erit $\frac{b^2 c r}{a^3 g}$.

192 Si radius a sit pedis unius, distantia b pedum 10, motus c pedis unius; cum per num. 115 sit $r = 19641762$, & $g = 15.067$, substitutis iis valoribus habetur tempus quæsitum $11418''$, quod tempus superat horas tres. Tempus quidem erit multo brevius, si bini globi collocentur in minore distantia, & quærat tempus, quo debeat percurrri spatium multo minus. Si nimirum distantia superficierum sit perquam exigua, ut nimirum assumi possit distantia centrorum $b = 2$, & spatium percurrendum c sit unius lineæ pedis Parisiensis, invenietur tempus $190''$, quod vix superat minuta tria. At & id tempus non est ita breve pro motu tam exiguo, & ratio ejus vis ad gravitatem, quæ in priore casu erit $\frac{1}{100}$ ad 19641762 , sive 1 ad 1964176200 , erit in secundo adhuc $\frac{1}{4}$ ad 19641762 , sive 1 ad 78567048 , adhuc ita exigua, ut minimum impedimentum ortum a frictione, vel inclinatio-

natione plani prorsus insensibili omnem ejus effectum impediatur. Et quidem, quod ad plani inclinationem pertinet, cum gravitas absoluta ad respectivam sit (num. 501 tot. 1) ut radius ad sinum anguli, quo planum inclinatur ad æquatorem; si sit ut 78567048 ad 1, ita radius ad sinum anguli ejusdem, invenietur is angulus minor 10 minutis quartis, adeoque inclinatio plani minor decem minutis quartis, quæ est prorsus insensibilis, elidit omnem effectum ejusmodi vis mutæ.

193 Veniendum jam ad illud, quod habetur in adnotatione ad versum 1768 de gravitate puncti intra globum homogeneum pergentis a superficie ad centrum. Ea decrevit in ratione directæ distantia a centro, quod convenit etiam spheroidi ellipticæ, & in ea adnotatione rite demonstratur. Nam si concipiatur globus, vel spheroidis interior similis, ejus superficies transeat per locum puncti, orbis exterior nihil agit (num. 183), & vis in reliquum interiorem globum, vel in spheroidem interiorem (num. 190) erit, ut distantia a centro.

194 Progrediendum nunc esset ad vim puncti translati per superficiem spheroidis ellipticæ, & habetur in adn. ad vers. 1797; sed id quidem est nimis connexum cum determinatione figuræ Telluris ex æquilibrio, de qua paullo inferius. Interea agemus hic de quibusdam, quæ pertinent ad legem continuitatis læsam a vi decrevente in ratione reciproca duplicata distantiarum.

§. 5. Ad notam in vers. 1768.

DE CONTINUITATIS CONSERVATIONE, ET LÆSIONE IN LEGIBUS GRAVITATIS.

195 **S**I ratio puncti accedentis ad centrum intra globum homogeneum conferatur cum ratione puncti positi extra globum, committitur quidam saltus, quo altera lex abruptitur læsa continuitate, & abit in alteram momento temporis, qui saltus videtur haberi etiam in Natura, ubi aliud quod grave ex aliqua altitudine descendat, & per fossam excavatam pergat moveri intra terram. At revera ea continuitatis læsio in Natura non habetur. Nam in primis illæ leges supponunt rationem reciprocā duplicatam distantiarum accurate servatam usque ad minimas distantias, quam ego nunquam arbitror penitus accuratam esse, & in minimis distantis censeo in repulsionem etiam abire vim. Deinde posita etiam illa lege vis punctorum in puncta decreventis in ratione reciproca duplicata distantiarum, leges propositæ pro puncto posito extra, & intra globum, non habent locum, nisi globus constet materia continua totus, sine ullis poris, cujusmodi globi nulli sunt in Natura, nec in mea theoria ulli esse possunt. Præterea posito, quod hujusmodi globi haberi possent, nimirum posita continuitate materiæ, non potest haberi unicum punctum, quod descendat, sed corpusculum quoddam, pro quo, si sit & ipsum globulus quidam, ratio reciproca duplicata distantiarum habebitur, dum erit totus extra globum, sed altera directæ distan-

stantiarum non habetur accurate intra, nec ingressus fiet momento temporis rotus, sed prius immergetur particula ejus exigua, tum alix, atque alix, & interea mutatio prioris legis in novam fiet sensum per intermedias rationes continuitate servata. Accedit autem & illud præcipuum, quod cum penetratio haberi non possit, debet adesse in globo hiatus, & defectus materiae in eo, qui defectus turbat legem respondentem globulo tum excellenti extra, tum immerso. Et quidem si detur foraminis magnitudo, & figura, ac quaeratur lex gravitatis in globum ita perforatum globuli existentis extra, & intra; invenietur lex continua pro utroque casu eadem, & expressa per eandem curvam, quæ in majoribus distantis a superficie parum recedit a legibus, quæ sine foramine haberentur, si foramen ipsum exiguum sit, at prope superficiem ab utraque recedit plurimum, & alteram cum altera connectet continuitate servata.

196 Ex his patet in casu proposito nullam in Natura læsionem continuitatis haberi, & vim gravium descendendum extra Tellurem esse non accurate, sed proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, ac vim gravium intra eisdem proxime in ratione directa ipsarum. Id quidem tum ex omnibus superioribus eruitur, tum etiam e superficie scabritie, sive montibus. Omisiss reliquis omnibus hæc una causa efficit, ut lex, quæ in magna distantia iis non obstantibus esset quamproxime reciproca duplicata distantiarum, in accessu ad superficiem Terræ incipiat recedere magis ab eadem, & in spatio, quod montes, & valles occupant, neque sit reciproca duplicata, neque directa, sed variabilis ita, & quodammodo veluti fluctuans, ac serpens, ut non nisi in ea distantia a superficie, respectu ejus inæqualitates sint ad sensum nullæ, fiat ad sensum ratio directa, continuitate servata, & omni saltu excluso. Quam ipsam ob causam gravitas quaesita per pendula isochrona, & ad litus maris non respondet altitudini montis comparati ad semidiametrum Terræ assumpta ratione reciproca duplicata distantiarum.

197 Solum igitur si concipiatur accurata sphaera homogenea continua, & verum punctum, quod descendat, & immergatur intra ipsam penetratum cum omnibus punctis lineæ rectæ, quam intra globum percurrit, abrumperetur lex in ipso appulsu ad superficiem; sed eo pacto læderetur continuitas geometrica, non physica. Porro hæc eadem continuitatis geometricæ læsio, quæ nusquam ab ipsa Geometria committitur, ortum ducit tantummodo ex eo, quod ratio reciproca duplicata distantiarum est hypothesis, quæ per se ipsam lædit continuitatem geometricam, & generaliter per Geometriam exponi non potest, ut nec per Algebram, quod mirum videbitur rem altius non perpendenti; sed facile demonstratur.

198 In recta AB fig. 26 sit C centrum virium decreescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad quod tendat punctum P positum in ea ubicumque, & exprimat ejusmodi vim PI ordinata ad curvam DLE . Patet hanc curvam fore ramum Hyperbolæ cubicæ, in qua solidum ex quadrato PL ducto in PC erit æquale cubo cuidam dato, cujus asymptoti erunt ACB , & recta MCN ipsi ACB perpendicularis. Ejus curvæ continuatio, ut constat, & ut per solam etiam Geometriam demonstravi in dissertatione adjecta tertio meorum Elementorum tomo, est ramus MSI jacens in angulo MCB posito deinceps respectu prioris ACM ita, ut uterque jaceat ad eandem partem re-

ſpectu AB , non vero ramus HLI poſitus in angulo NCB ad verticem oppoſito. Quare ubi punctum P tranſgreſſo puncto C abeat in p , oporteret eam vim exprimi per rectam pl jacentem ad eandem plagam; adeoque eſſe directionis ejuſdem. Et tamen cum ea dirigatur ad C , debet mutare directionem, & exprimi per pl' . Quare ejuſmodi lex in ipſo tranſitu per C abrumpitur, & abit in aliam, & dum prius exprimebatur per ramum DLE unius hyperbolæ, ejus continuatione FIG proſus relicta, ipſi ſubſtituat crux HLI perti-nens ad aliam curvam nihil commune habentem cum curva priorè, præter ſimilitudinem, & æqualitatem cum poſitione contraria conjunctam.

199 Idem accidit algebraicæ formulæ, quæ vim exprimat. Si diſtancia CP dicatur x , erit vis $\frac{1}{xx}$. Abeat CP in Cp : mutatur x in $-x$, ſed formula $\frac{1}{xx}$ valorem non mutat. Non igitur mutari debet directio vis expreſſæ per eam formulam; & cum debeat mutari, ut dirigatur ad C , generaliter per illam formulam hujusmodi centripeta vis non exprimitur. Inde nimirum accidit, ut ſi punctum tendens debeat tranſire per illud punctum, in quod tendit, & abire ad partes oppoſitas, debeat neceſſario per ejuſmodi legem lædè continuitas geometrica, & analytica; atque id ipſum accidit, ubi punctum, quod erat extra globum continuum; abit intra ipſum. Si pro globo continuo adhibeatur globus perforatus cylindro quodam, ut nulla puncti advenientis diſtancia evadat negativa; invenietur lex continua pro omni tractu extra, & intra globum ſito, quod facile patebit ejuſmodi legem exquirenti.

200 Patet igitur, quidquid hic habetur vitii; id omne provenire ab ipſa lege vis accuratè decreſcentis in ratione reciproca duplicatâ diſtantiarum; & idecirco ea non ſolum non eſt omnium legum perfectiſſima; ſed eſt admodum imperfecta, & eliminanda ex ipſa Geometria & Analyſi. Quin immo inde patet repugnare legem quæcumque vis centripetæ decreſcentis in ratione reciproca cujuſvis potentie hæbentis exponentem parem, quæ eodem laborat vitio. Verum plura mihi argumenta ſunt contra omne genus virium attractivarum, & creſcentium in infinitum imminutis in infinitum diſtantiis, quæ propoſui in mea diſſertatione de lege virium in Natura exiſtentium, & in ſupplementis meæ Theoriæ Philoſophiæ Naturalis, quam Viennæ primum edidi ſuperiore anno. In eadem meâ Theoria nullæ ſunt ejuſmodi difficultates, cum in minimis diſtantiis ibi repulſivas, non attractivas vires admittam; & quæ hic dicemus de ratione reciproca duplicatâ diſtantiarum, ea applicabuntur ad Naturam proximè, non accuratè, & in majoribus; non in minimis diſtantiis. Theoremata omnia eo pertinentia rite procedent, & per communes methodos transformationis locorum geometricorum applicari poterunt ab uno caſu ad alios, dummodo nuſquam concepiatur diſtancia poſt evaneſcentiam facta negativa, in quo tranſitu continuitatem lædit ea lex; quam ob cauſam quæ de vi centrali directâ ad focum Ellipſeos demonſtrata ſunt, omnia transferri jure poſſunt ad reliquas conicas ſectiones; ſed quæ demonſtrantur de vi puncti ſiti extra globum, vel orbem ſphæricum, non poſſunt transferri ad vim puncti ſiti intra ipſum, quo nimirum abire non po- teſt, niſi aliqua diſtancia mutantè directionem poſt evaneſcentiam, adeoque lædente continuitatem.

§. 6. Ad notam in vers. 1797. &c.

DE INÆQUALITATE GRAVITATIS PER SUPERFICIEM
TELLURIS, ET FIGURA IPSIUS TELLURIS
EX ÆQUILIBRIO.

201 **I**N hac, & sequentibus adnotationibus proposita sunt multa, quæ pertinent ad hæc duo argumenta, quæ inter se plurimum connexa sunt, quæ quidem indigent illustratione geometrica. Hæc ego alibi multo uberius pertractavi, atque in primis, quod pertinet ad figuram Telluris, in quinto opusculo voluminis de Litteraria Expeditione: hic proponam quamcontractissime licebit præcipua, quæ ad rem rite cognoscendam videbuntur maxime necessaria, atque eadem ordine diverso ab eo, qui habetur in ipsis adnotationibus, eo nimirum, qui ad deductionem videbitur aptissimus. Ordinetur autem ab ipsa figura Telluris, ex qua, quod pertinet ad inæqualitatem gravitatis, facile derivatur.

202 Si gravitas terrestrium corporum dirigatur ad unicum centrum, determinatio figuræ terrestris esset maxime expedita. Ejus perquisitio duplici modo fieri potest, vel querendo figuram, cujus superficiem sit perpendicularis directio gravium, quod est necessarium, ne in ipsa superficie desinant æquæ ex altera in alteram plagam, vel querendo figuram, in qua bini canales quicumque demissi ad centrum in æquilibrio sint: utraque eandem determinationem exhibet: assumitur autem tota Terra in ea hypothese, ut homogenea, & fluida; si enim tota constet aquis, tum post æquilibrium acquisitum concresecat quæcumque fluidi pars, ac addensetur utcumque, & ipsi addantur moles aliæ extantes, quæ positionem centri non mutant, adhuc fluidum reliquum manebit immotum, nulla inde in ejus particulas inducta vi nova. Quare maria, eandem habebunt figuram, quæ per ejusmodi suppositionem definitur, quam figuram proxime debet habere & Tellus, quæ tam parum supra marium superficiem assurgit.

203 Porro in primis si Terra quiescat, facile patet ex utroque capite in ea hypothese gravitatis debere figuram Telluris esse sphericam. Nam facile demonstratur figuram, cujus superficies sit perpendicularis rectis tendentibus ad datum centrum, esse sphericam, & solos canales æqualis altitudinis posse æqualia pondera continere. At Terra gyrante circa proprium axem vis centrifuga æquilibrium in spherica figura tollit, cum ea sub æquatore sit maxima, per totum axem nulla.

204 Generalem constructionem figuræ pro quavis hypothese gravitatis directæ ad unicum centrum exhibui primum ope simplicis Geometriæ in mea dissertatione de Figura Telluris: eandem multo simplicioram reddidi in eo opusculo & voluminis de Litteraria Expeditione, ac fusius pertractatam ad plures casus peculiare applicavi a num. 16 ad 71; potissimum ad binos, alterum gravitatis constantis, quam Galileus adhibuit, & in hac perquisitione Hugenius, alterum gravitatis crescentis in ratione directa distantiarum a centro, qua Hermannus est usus. Sed quoniam de hac hypothese gravitatis

directæ ad unicum centrum, quæ in Natura nequaquam existit, Noster non agit, nec nimis arcti horum supplementorum limites latius evagari permittunt, proponam tantummodo sine accurata demonstratione ipsam generalem constructionem, sanè simplicem, & elegantem.

Fig. 205 Referat in fig. 206 AC semidiametrum æquatoris, & ordinatæ IM ad curvam quandam DME exhibeant vim gravitatis pro quavis distantia CI . Sic autem CAF quadratrix ejus curvæ ita, ut IK sit semper æqualis aræ $ECIM$ applicatæ ad rectam CA , quæ quadratricis ordinata pro quavis abscissâ CI habetur per curvarum quadraturas, data curva DME exprimente legem gravitatis. Sumatur vero FG ad DA in ratione dimidiæ vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, ducaturque GH parallela AC , quæ occurrat rectæ IK in L , & assumpta CN versus A , quæ sit ad CA in ratione subduplicata rectæ LK ad GF , ducatur NO perpendicularis ad CA , & in ea centro C intervallo CI inveniatur punctum O ; quod erit ad curvam quæsitam referentem figuram Telluris.

206 Hæc constructio eruitur ex num. 29 ejusdem opusculi. Inde autem facile eruitur pro ejusmodi hypothese etiam ratio semidiametri æquatoris ad semiaxem. Si enim GH occurrat in H curvæ CKE , & ducatur HP parallela FA occurrens rectæ CA in P , erit CP æqualis semiaxi CB . Nam puncto I appellente ad P , evanescit LK , adeoque evanescit CN ; & rectæ CO , ON abeat in CB , quæ æqualis erit CP , cum in ipsam tum abeat CI æqualis CO .

207 In hypothese gravitatis constantis hæc curva evadit algebraica gradus quarti, ea ipsa, quam invenit Hugenius: in hypothese gravitatis crescentis in ratione directæ simpliciter distantiarum evadit ellipsis conica; in omnibus autem hypothesebus gravitatis directæ ad unicum punctum, si vis centrifuga respectu gravitatis sub æquatore sit exigua; erit proxime excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem ad ipsam æquatoris semidiametrum in ratione dimidiæ vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, quæ ratio habebitur accurate in hypothese gravitatis constantis, cujuscunque magnitudinis sit vis centrifuga. Cum enim sit aræ $DACE = CA \times AF$, & aræ $CPQE = CA \times PH = CA \times AG$; erit aræ $DAPQ = CA \times GF$. Porro si vis sit constans, erit IM semper æqualis AD , & $DAPQ$ accurate rectangulum sub PA , & AD ; in quacunque autem alia curva, si GF fuerit satis exigua respectu AD , erit GH , & AP exigua, adeoque $DAPQ$ haberi poterit pro rectangulo sub DA , & AP . Quare fiet $CA \times GF = AD \times AP$, adeoque $AP : CA :: GF : AD$, nimirum ex constructione ut dimidia vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem ibidem.

208 Posita semidiametro æquatoris pedum Parisiensium 19668203, & pendulo oscillante sub æquatore ad singula secunda horaria pedum 3 lin. 7. 21, vis centrifuga sub ipso æquatore ad vim gravitatis ibidem est juxta num. 114, ut 1 ad 288. 7. Hinc excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem ad semidiametrum æquatoris erit, ut 1 ad 577. 4; sive pedum 34063, vel passuum 6813. Quare in hypothese gravitatis constantis elevatio æquatoris esset minor 7 milliariis, & in quacunque hypothese gravitatis directæ ad unicum punctum esset ea elevatio proxime ejusdem mensuræ, adeoque perquam exigua terrestris figuræ compressio.

209 Hæc quidem pertinent ad gravitatem tendentem ad unicum punctum:

at ea lex gravitatis non habet locum in Natura, uti vidimus, cum ipsa gravitas oriatur ex generali mutua vi, qua singulæ materiæ particulæ in alias singulas tendunt in ratione reciproca duplicata distantiarum, Determinatio figuræ terrestris in hac theoria gravitatis est multo magis ardua, & prolixa, cum ipsa gravitas in locis singulis pendeat a figura, & figura pendeat a gravitate ipsa, in qua perquisitione Newtonus incassum laboravit, uti diximus in adnotatione ad vers. 1941; feliciter autem rem confecit Mac-Laurinus. Ego rem totam ad solius finitæ Geometriæ vires redegei in memorato opusculo, cujus ope simpliciter erui algebraicas formulas, & theoremata maxime necessaria ad eandem rem, ejusque confectaria scitu digniora, ac in eo argumento verifans sum a num. 84 usque ad 255, nimirum usque ad finem capitis primi. Singula fuisse persequi, & accurate demonstrare non sinit ipsa horum supplementorum brevitatis; quamobrem indicabo tantummodo methodum, quam adhibui, & theoremata præcipua, ac formulas inde erutas; ubi tamen occurrent quædam & periposita magis, & promotæ ulterius, quam ibi.

210 Methodus omnis innuitur sequenti elegantissimo theoremati invento a Mac-Laurino. Si in fig. 27 *PBb* sit sectio spheroidis genita conversione ellipso-*F.27*
psos circa axem suum utrumlibet, cujus sectionis *Bb* sit vel axis, vel diameter æquatoris, & vires singula, quibus punctum *P* positum in perimetro ipsius sectionis tendit in omnia spheroidis puncta, resolvantur in duas, quarum altera sit perpendicularis ipsi *Bb*, altera vero agat secundum ipsius directionem, ducta autem chorda *PDI* perpendiculari ad ipsam *Bb*, cui occurrat in *D*, concipiatur spheroidis prioris similis transiens per *D*; summa omnium virium agentium *P* secundum directionem *Bb* erit equalis vi, qua urgeretur punctum positum in *D* a spheroide *DED* secundum directionem eandem.

211 Hoc theoremata requirit ad sui demonstrationem plura lemmata, quorum ego ibidem & numerum imminui, & demonstrationem aliquanto simpliciorum exhibui. Inde autem, & ex iis, quæ supra demonstravimus, sponte consequitur hoc aliud. Pro punctis omnibus existentibus ubicumque in *p* in chorda *PI* summa virium agentium directione *Bb* est eadem, ac ipsa ad vim puncti positi in *B*, est ut *CD* ad *CB*. Primum patet ex eo, quod si concipiatur alia spheroidis transiens per *p*, vis in totum orbem clausum inter ejus superficiem, & superficiem *PBb* sit nulla juxta num. 183, vis autem in spheroidem hanc novam, similem utique spheroidi *DED* sit æqualis vi puncti positi in *D*. Secundum patet ex num. 190, cum vires in solida similia punctorum similiter collocatorum sint, ut latera homologa; adeoque vis puncti positi in *D* ad vim puncti positi in *B*, ut *CD* ad *CB*.

212 Præter hoc Mac-Laurini theoremata requiritur ad absolutam demonstrationem hoc aliud. Si educatis utcumque usque ad extimam superficiem e quo-
 vis puncto assumpto utcumque intra quoddam fluidum binis canalibus, summa virium agentium versus id punctum in altero, aquetur summa virium agentium in altero in idem punctum; id fluidum erit totum in æquilibrio. Ad hoc ut fluidum in æquilibrio sit, requiritur, ut canales quicumque non solum rectilinei, sed & utcumque curvilinei, nec tantummodo terminati ad superficiem, sed etiam utcumque in se redeuntes in æquilibrio sint; ac præterea, ut vis punctorum, quæ in superficie sunt sita, sit perpendicularis superfici

ficiet ipsi. Mac-Laurinus solos rectilineos canales adhibuit, Clerautius id egregio opere de figura Telluris etiam curvilineos adhibendos censuit calculo integrali usus; ac ex rectilineis solis facile ad curvilineos quoscumque sic transitus methodo, quam adhibui in eodem opusculo a num. 115, & quod pertinet ad directionem vis in superficie, inde itidem derivari facile demonstravi ibidem num. 118; unde fit, ut solum rectilinearum canalium equilibrium sufficiat ad absolutam demonstrationem.

F. 28 213 Theorema inde demonstrandum; & rem totam efficiens huc reduci-
tur. *Consuet sphæroidis elliptica ABab in fig. 28, cujus axis Bb, fluido homogeneo, cujus particula gravitent in se invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea sollicitentur aliis tribus viribus, quarum prima dirigatur ad centrum sphæroidis C, & sit proportionalis distantii CP ab ipso centro, altera sit perpendicularis axi sphæroidis Bb; & proportionalis distantii PK ab ipso axe, tertia sit parallela axi ipsi, & proportionalis distantii a plano æquatoris perpendiculari axi ipsi, & ducto per centrum; & si semiaxes CB, CA ellipseos genitricis sint inverse proportionales viribus totis, quæ agant in particulas æquales sitas in extremis punctis axium A, & B; fluidum erit in equilibrio.*

214 Ad absolutam hujus theorematum demonstrationem concipitur planum transiens per axem; & punctum quodvis assumptum vel intra sphæroidem, vel in ejus superficie, quod efficiet ellipsum genitricem transeuntem per illud idem punctum, & vires omnes, quibus id punctum urgetur in omnia puncta sphæroidis, resolvuntur in tres, quarum prima agat secundum directionem axis, secunda agat secundum directionem ipsi perpendiculararem, tertia secundum directionem perpendiculararem plano illi concepto: porro vires omnes agentes secundum hanc tertiam directionem eliduntur mutuo, cum illud planum secet sphæroidem in bina segmenta prorsus æqualia, & similia; ac remanent illæ primæ duæ, quæ juxta num. 211 sunt, ut distantia a binis axibus ejus ellipseos genitricis; cum nimirum in fig. 27 vis puncti P secundum directionem Bb sit eadem, ac vis puncti D; hæc autem sit, ut DC. Reliquarum autem trium virium secunda, ac tertia sunt ex hypothese proportionales distantii ab ipsis axibus ellipseos genitricis; & tertia proportionalis distantia a centro resolvitur potest in duas proportionales distantii ab ipsis axibus; quare omnes illæ quatuor vires reducuntur ad duas proportionales distantii ab axibus ipsis, & iisdem perpendicularares.

215 Jam vero si in fig. 28 ex quovis puncto E assumpto intra sphæroidem concipiatur primo quidem quivis canalis EF intra planum ABab, & cujusvis ejus particulæ II vires secundum rectas IG, GI parallelas AA, Bb resolvantur in duas, alteram perpendiculararem canali ipsi agentem secundum OG, vel GO, alteram secundum ipsius directionem IOI; & capiatur posteriorum omnium summa; ea invenitur constans, quæcumque fuerit directio canalis EF; tum si canalis concipiatur quicumque utcumque positus extra id planum, invenitur summa virium particularum omnium pertinentium ad ipsum redacta ad directionem ipsius canalis æqualis summæ virium pertinentium ad canalem positum in illo priore plano; atque eo pacto devenitur ad equilibrium omnium canalium rectilinearum prodeantium e quovis puncto E cum directione quacunque usque ad superficiem; quod absolutum totius fluidi equilibrium inducit.

216 Sed si utamur sola directione vis punctorum in superficie collocatorum; α jam satis per se determinat rationem semiaxium CA , CB reciproce proportionalium viribus in eorum verticibus A , & B . Sit enim ejusmodi ratio axium, & assumpto quovis puncto P in superficie spheroidis; cujus sectio per axem transiens per ipsum P sit ea, quam figura exhibet, sint PD , PK perpendiculares axibus Aa , Bb ejusdem sectionis, ac PL normalis ad axem Bb ita occurret ipsi in L , ut (conicorum num. 462) sit KL ad KC , ut quadratum CA ad quadratum CB . Est autem vis puncti P secundum PK ad vim secundum PD in ratione composita ex hisce tribus, vi P per PK ad vim puncti A , vi A ad vim B , vi B ad vim per PD . Prima ratio est DC , seu PK ad AC , secunda BC ad CA ; tertia BC vel CK , quæ conjunctæ evadunt PK ad KC , & BC^2 ad CA^2 , cumque ea secunda ratio sit eadem, ac KC ad KL , habebitur ratio PK ad KL . Quare vires agentes in P iis directionibus, & in ea ratione component vim per ipsam normalem PL , quod oportebat ad æquilibrium.

217 Ut jam applicetur hoc theorema ad inveniendam figuram Telluris in casu fluidi homogenei, vel fluidi cum sulido ipsi homogeneo, & demerso, satis erit considerare binas tantummodo ex illis quatuor viribus, quas posuimus; reliquæ autem binæ habebunt locum infra, & ubi agitur de maris æstu. Prima est vis, quam parit mutua particularum gravitas in se invicem, secunda vero vis centrifuga orta ex motu diurno. Ea vis dirigitur ad partes oppositas centro circuli descripti motu diurno, quod centrum est in axe, & cum omnes circuli in motu diurno describantur eodem tempore, erit (num. 268 tomi 1) ut radius circuli descripti. Nimirum habebit directionem perpendicularem axi, & erit proportionalis distantie ab ipso axe, quæ erant conditiones assumptæ in ejusmodi vi. Quamobrem jam habetur illud, Tellurem, si constet fluido homogeneo, debere ex motu circa proprium axem induere figuram accuratam ellipticam, cujus semiaxis ad semidiametrum æquatoris sit, ut est vis gravium sub æquatore ad vim gravium sub polo. Oportebit autem invenire earum binarum virium valores in A , & B saltem per ipsas semidiametros CA , CB , ut ex iis valoribus positis reciproce proportionalibus iisdem semidiametris obtineatur harum ratio, & figuræ ellipticitas.

218 Vim ex mutua gravitate in æquatore, & polo, datis axibus ellipseos genitricis, liceret investigare ope theorematis generalis expositi num. 179, sed applicatio ipsius est admodum operosa, & molestas approximationes requirit. Accuratam expressionem earum virium & admodum simplicem invenit Mac-Laurinus, sed per hyperbolæ, & circuli quadraturam methodo aliquanto sublimiore, quam sit ea, quam pro hisce mihi supplementis proposui adhibendam, ubicumque licuerit. Hinc aliam ego adhibui methodum admodum expeditam, & satis accuratam pro casu, in quo jam constet, ellipticitatem exiguam esse, uti hic omnino constat. Innuam autem hic tantummodo methodum; quæ rem ipsam conficio.

219 Sit in fig. 29 Bb axis, circa quem convertatur semicirculus BEb , & F , g semiellipsis BAb ; sit autem quadam ordinata FDK communis, & PD exigua utique, si ellipticitas sit exigua, describet anulum, cujus valor erit ipsa PD ducta in peripheriam descriptam a puncto D . Invenio igitur vim, qua anulus PD trahit punctum B directione Bb , fore ut $bK \times BD$; & si assumpta bN perpendiculari ad Bb , & ipsi æquali, concipiatur parabola BLN , in qua ordi-

nata KZ ut $BK \frac{x}{2}$, ac alia curva BMN e Parabolarum familia, in qua ordi-
nata KM ut $BK \frac{x^2}{2}$, rectam ML fore, ut $bK \times BD$, sive ut illam vim. In-
de adhibito valore totius areæ $BLNM$, quem invenio fore $\frac{16}{15} BC^2$ (ubi C est
centrum commune, ut CEA perpendicularis ipsi Bb), & posito, quod vim
exprimat massa divisa per quadratum distantie, invenio demum vim totam
gravitatis puncti siti in axis vertice in B in totam materiam $BABEB$ differen-
tiam spheroidis a sphaera exprimi per $\frac{8}{15}$ peripherie circelli descripti radio
 AE , quæ est differentia semiaxium ellipseos genitricis; vel posita 1 ad c ra-
tione radii ad circumferentiam, exprimi ejusmodi vim per $\frac{8}{15} c \times AE$.

220 Inde gradu facto ad punctum situm in æquatore spheroidis in A , confi-
dero spheram habentem pro radio ejusdem æquatoris semidiametrum, & faci-
le demonstro vim in differentiam spheroidis ab hac sphaera habere dimidium
prioris expressionis, nimirum $\frac{4}{15} c \times AE$. Est autem vis in spheram puncti po-
siti in ejus superficie juxta num. 186, eadem, ac si tota sphaera esset in cen-
tro, nimirum sphaera divisa per quadratum radii, sive ex inventis ab Archi-
mede $\frac{2}{3} c$ ductum in ejus radium. Quare vis tota puncti in polo B erit $\frac{2}{3} c \times CB$
 $\frac{8}{15} c \times AE$, sive ob $CB = CA - CE$, erit $= \frac{2}{3} c \times CA - \frac{2}{3} c \times AE$
 $\frac{8}{15} c \times AE = \frac{2}{3} c \times CA - \frac{2}{15} c \times AE$. Vis autem tota in æquatore in
 A erit $\frac{2}{3} c \times CA - \frac{4}{15} c \times AE$. Ratio igitur earum virium erit $\frac{2}{3} CA - \frac{2}{15}$
 AE ad $\frac{2}{3} CA - \frac{4}{15} AE$, vel addito utrobique termino perquam exiguo $\frac{2}{15} AE$,
erit quamproxime $\frac{2}{3} CA$ ad $\frac{2}{3} CA - \frac{2}{15} AE$, vel CA ad $CA - \frac{1}{5} AE$.

221 Dicatur jam gravitas tota in æquatore m , vis centrifuga ibidem n , &
erit ibi gravitas residua $m - n$; posita autem semidiametro æquatoris $= r$, &
ejus differentia a semiaxe $= x$, erit, ut $r - \frac{x}{3}$ ad r , seu quamproxime ut r ad r
 $\frac{x}{3}$, ita gravitas in æquatore m ad gravitatem in polo, quæ evadet m
 $\frac{mx}{3r}$. Quare vis in æquatore ad vim in polo erit, ut $m - n$ ad $m \frac{mx}{3r}$,
sive proxime ut m ad $m \frac{x}{3r}$. Hæ vires debent esse in ratione recipro-
ca semiaxium, adeoque ut $r - x$ ad r , sive proxime ut r ad $r \frac{x}{3}$. Igitur
multiplicando extrema, & media erit $mr \frac{x}{3} = mx = mr \frac{x}{3}$ $\frac{1}{3}$,
 mx , & $x = \frac{3mr}{4m}$, sive $m \cdot \frac{3}{4} n : r \cdot x$, unde deducitur hujusmodi theore-
ma: *Semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe est, ut gravitas*
tota sub æquatore ad quinque quadrantes vis centrifuga ibidem.

222 Inventum fuerat num. 217 pro omnibus hypothesibus gravitatis ten-
dentis ad unicum centrum eandem rationem esse, ut est gravitas sub aqua-
tore ad dimidiam vim centrifugam ibidem; quare excessus semidiametri
æquatoris supra semiaxem evadit hic major, quam ibi, in ratione $\frac{5}{2}$ ad $\frac{1}{2}$,
sive 5 ad 2. Assumpta fuerat ibidem ratio vis centrifugæ ad gravitatem 1
ad 288. 7, igitur erit differentia semidiametri æquatoris a semiaxe ad semia-
xem, ut 1 ad $\frac{1}{3} \times 288. 7 = 231$, & ratio semidiametri æquatoris ad semia-
xem

mixam 231 ad 230, quamproxima illi 230 ad 239, quam Newtonus, exiguis quantitatibus paullo aliter contemptis, per falsam positionem invenit assumpta ratione vis centrifugæ ad gravitatem 1 ad 289.

223 Et hæc quidem pertinent ad hypothese[m] fluidi homogenei; quæ itidem locum habent in casu nuclei solidi fluido & ipsi, & sibi homogeneo penitus demersi. Si enim posteaquam massa fluidi homogenei ad æquilibrium redacta est, concresecat quæcunque ejus pars; nihil is novus partium concresecantium nexus mutabit reliquarum vires, adeoque & canales omnes a quovis puncto utcumque egressi, & utcumque traducti per residuum fluidum erunt adhuc in æquilibrio, & vis in superficie dirigitur perpendiculariter ad ipsam superficiem. At si nucleus sit densitatis diversæ, determinatio problematis mutabitur, accedente nova materia, vel recedente parte aliqua materiæ veteris, qui accessus, vel recessus mutat vires partium residui fluidi gravitantis in ejusmodi partes; ut etiam si pro unico fluido homogeneo habeatur mutata densitatis fluidum, longe aliter se res haberet, & problematis solutio esset longe difficilior, quam quidem egregiè sublimioribus methodis pertractarunt plures nostri ævi Geometræ primi ordinis.

224 Nos hic ejusmodi sublimioribus perquisitionibus omissis, inquiremus tantummodo in casum simplicissimum nuclei solidi densitatis cujuscumque, qui habeat figuram sphericam, & demersus sit intra fluidum homogeneum, cujusmodi est aqua, intra quam solidum Terræ nucleum demersum cernimus, licet ejus partes aliquæ nonnihil exeat, & hæc etiam ob causam marium figuram nonnihil perturbent. Hunc casum pertractavi in illo ipso opusculo 5 Expeditionis Literariæ: notandum autem pro eo casu illud, si nucleus ipse in variis a centro distantis sit densitatis utcumque diversæ, dummodo in eadem circumquaque a centro distantia eandem densitatem habeat, rem eodem redire, uti esset, si totus esset homogeneus, & eadem massa constans, densitatis nimirum mediæ. Nam puncta extantis fluidi tenderent in orbem singulos, & in totum nucleum eadem vi, qua tenderent, si tota eorum massa esset in centro, ut toties diximus.

225 Porro ad determinandum, quid in hac hypothese debeat accidere, ego sic progredior. Concipio nucleum redactum ad eandem densitatem cum fluido, amandata in centrum omni materia redundante, qua prima mutatione nihil mutabitur æquilibrium fluidi, cujus singulæ partes iisdem viribus agentur, ac prius, & si nucleus contra fuerit rarior fluido, ea materia, vel potius vis in ipsam habebitur pro negativa, concipiendo ibidem tantundem materiæ repellentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut vis in nucleum homogeneum, & in ejusmodi repellentem materiam conceptam simul accepta æquetur vi nuclei rarioris. Deinde concipio solvi nucleum, qua solutione æquilibrium itidem nihil turbabitur, & habebitur jam massa fluida homogenea, cujus particule in se mutuo tendent in ratione reciproca duplicata distantiarum, habebunt vim centrifugam ortam ex motu diurno, & habebunt præterea vim in centrum ob illam massam eo amandatam, quæ vis decresecet in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro.

226 Si hæc tertia vis creseceret in ratione simplici directa distantiarum, haberetur casus generalis Mac-Laurinianæ solutionis assumptis tribus ex iis quatuor viribus, quas ipse assumpsit juxta num. 213. Cum ea decresecet in

ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, discrimen aliquod haberi debet in eo casu a casu Mac-Laurinianæ hypotheseos. Verum inquirens in ipsum discrimen in eodem illo opusculo inveni ipsum ita exiguum, ut nisi densitas nuclei sit multo minor densitate fluidi, & respectu ipsius perquam exigua, tuto contemni possit. Inveni enim hujusmodi theorema, quod pro exigua ellipticitate locum habet; *differentiam elevationis fluidi sub æquatore in casu vis in centrum crescentis in ratione directâ distantiarum a casu vis decre-scentis in ratione reciproca duplicata esse ad tertiam continue proportionalem post semiaxem, & ejus differentiam a semidiametro æquatoris, uti est vis particula sita in æquatore tendens in massam in centro positam ad $\frac{2}{3}$ totius vis ejusdem particula*, quæ ratio si non sit ingens, debeat illa differentia quaesita esse exigua respectu ipsius differentia semiaxis a semidiametro æquatoris, cum debeat esse ejusdem ordinis, ac tertia post semiaxem, & ipsam, jam exiguam respectu semiaxis ipsius.

217 Quamobrem concipiemus vlm illam in massam in centro positam, ut crescentem in ratione directâ distantiarum a centro, & ex hac hypothesi determinabimus rationem semiaxium. Id autem sic præstabitur. Dicatur densitas fluidi τ , densitas nuclei solidi, quem primo concepimus p , & sit $p = \tau = q$, quæ quidem redacta nucleo ad homogeneitatem cum fluido erit densitas materiae amandatae ad centrum. Dicatur ut prius semidiameter æquatoris r , ejus excessus supra semiaxem x , ratio vis gravitatis in æquatore ad vim centrifugam ibidem m ad n , radius autem nuclei u , & amandata materia redundante in centrum, erit ejus massa $\frac{2}{3} \tau q u^3$, adeoque vis in ipsam in æquatore $\frac{2 \tau q u^3}{3 r^2}$. Quoniam autem hic ea supponitur crescens in ratione directâ simplici distantiarum, erit ut r ad x ita $\frac{2 \tau q u^3}{3 r^2}$ ad ejus discrimen in æquatore, & polo, quod fiet $\frac{2 \tau q u^3 x}{3 r^3}$.

218 Jam vero ex nu. 210 vis in æquatore in spheroidem est $\frac{2}{3} \tau r - \frac{4}{15} \tau x$, qui valor hic per densitatem τ multiplicatus evadet $\frac{2}{3} \tau r - \frac{4}{15} \tau x$. Vis autem in polo in ipsam erit $\frac{2}{3} \tau r - \frac{2}{15} \tau x$ ex eodem numero. Quare vis tota gravitatis in æquatore erit $\frac{2}{3} \tau r - \frac{4}{15} \tau x + \frac{2 \tau q u^3}{3 r^2}$, & ideoque vis centrifuga ibidem $\frac{n}{m} \left(\frac{2}{3} \tau r - \frac{4}{15} \tau x + \frac{2 \tau q u^3}{3 r^2} \right)$, unde vis tota in æquatore $\left(1 - \frac{n}{m} \right) \times \left(\frac{2}{3} \tau r - \frac{4}{15} \tau x + \frac{2 \tau q u^3}{3 r^2} \right)$. Differentia autem virium in æquatore, & polo erit triplex, ex massa in centro collocata $\frac{2 \tau q u^3 x}{3 r^3}$, ex tota spheroidem $\frac{2}{15} \tau x$, ex vi centrifuga, quæ in polo est nulla, $\frac{n}{m} \times \left(\frac{2}{3} \tau r - \frac{4}{15} \tau x + \frac{2 \tau q u^3}{3 r^2} \right)$, quarum trium prima pro excessu gravitatis in polo supra gravitatem in æquatore, existente excessu x positivo, erit negativa, cum in minore distantia vis crescens in ratione directâ distantiarum debeat esse minor, reliquæ binæ erunt positivæ. Cum autem debeat esse vis in æquatore ad vim in polo, ut semiaxis ad semidiametrum æquatoris, erit illa ad differentiam, ut hic ad differentiam nimirum

$(1 - \frac{n}{m}) \times (\frac{2}{3} c r x - \frac{4}{15} c t x + \frac{2 c q n^2}{3 r^2}) - \frac{2 c q n^2 x}{3 r^3} + \frac{2}{15} c t x + \frac{n}{m} \times$
 $(\frac{2}{3} c r x - \frac{4}{15} c t x + \frac{2 c q n^2}{3 r^2}) : r - x . n$; ubi multiplicando extrema, &
 media habebitur pro quavis differentia densitatum q , & pro quovis radii
 nucleo n valor x , qui eructur facilius, si omittantur termini, in quibus x ,
 valor exiguus, assurgat ad secundam potentiam, vel multiplicetur per quan-
 titatem $\frac{n}{m}$ exiguam.

229 Omnis ejusmodi terminis habetur $\frac{2}{3} c r x + \frac{2 c q n^2 x}{3 r^3} = - \frac{2 c q n^2 x}{3 r^2} +$
 $\frac{2}{15} c r x + \frac{n}{m} (\frac{2}{3} c r^2 + \frac{2 c q n^2}{3 r})$; unde eruitur valor $x = \frac{n}{m} \times \frac{r^4 + q n^2 r}{r^3 + 2 q n^2}$.

Quod si radius nuclei n habeatur pro æquali radio æquatoris r , contempta
 nimirum exigua marium altitudine, ponaturque pro q sius valor $p - t$, for-
 mula evadit $\frac{n}{m} \times \frac{p r}{2 p - \frac{6}{5} t}$ sive $\frac{n r}{2 m (1 - \frac{3 t}{5 p})}$, in qua $\frac{t}{p}$ est ratio densitatis

fluidi ad mediam densitatem nuclei, $\frac{n}{m}$ ratio vis centrifugæ in æquatore ad
 vim gravitatis totius ibidem, r semidiameter æquatoris.

230 Hanc ipsam formulam invenio num. 199 illius opusculi tertii, ubi ta-
 men, ob exiguas quantitates alio pacto neglectas, erat r semiaxis non se-
 midiameter æquatoris, discrimine utique perquam exiguo. Eandem ibidem
 num. 204 ostendi coherere cum formula D'Alamberti, & num. 215 cum for-
 mula generaliore Clerautii; at num. 202 ostendi, eandem non coherere
 cum formula proposita a Daniele Bernoullio in suo tractatu de æstu maris,
 de cujus, summi cæteroquin viri, hoc methodi viciose lapsu agemus infra,
 ubi de maris æstu.

231 Multa circa ejusmodi formulam notanda occurrunt, illud in primis,
 quotiescunque densitas nuclei p fuerit major, quam densitas fluidi t , valo-
 rem x fore positivum, qui erit positivus etiam, ubi ea fuerit minor, dum-
 modo ad densitatem fluidi habeat rationem majorem, quam 3 ad 5; ad
 quam si satis accesserit, compressio augebitur in immensum, & fiet infinita,
 si eam ipsam rationem habuerit; quæ densitas si adhuc fuerit minor, eva-
 det jam $1 - \frac{3 t}{5 p}$ quantitas negativa, & valor x negativus. Nimirum figura
 spheroidis erit semper compressa ad polos, ubi densitas nuclei fuerit major
 densitate fluidi, vel non minor ipsa, quam in ratione 3 ad 5. At si
 fuerit ea densitas adhuc minor, figura erit potius producta ad polos, & com-
 pressa ad æquatore, quod veluti mysterium quoddam unde proveniat, quo
 pacto accipiendum sit pro æquilibrio quodam, quod persistere non possit, mi-
 nima vi inducente perpetuum recessum ab ejusmodi figura, ut ideo ea si-
 guræ productio nulli usui esse possit pro figura Telluris determinanda, obunde
 exposui a num. 209 ejusdem illius opusculi, in quibus, ut & in aliis notatu
 dignis, quæ ibidem persecutus sum, hic immorari non licet.

232 Sed aliud elegantissimum theoremata Clerautio inventum omnino
 omitti non debet, quod nobis summo erit usui ad conferendam theoriam
 cum observationibus; est autem hujusmodi. Dicatur differentia semidia-

metri æquatoris a semiaxe divisa per ipsam semidiametrum *ellipticitas*, uti hæcenus præstitimus, differentia virium in æquatore, & polo divisa per vim in æquatore *fractio gravitatis*, & erit in hypothesei homogeneitatis ellipticitas æqualis fractioni gravitatis (nimirum utraque $\frac{1}{231}$); in hypothesei vero nuclei spherici *diversæ densitatis erunt eadem inæquales ita, ut ea fractio, & ellipticitas pertinens ad casum homogeneitatis sit media arithmetice proportionalis inter easdem pertinentes ad casum heterogeneitatis.*

233 Ad eruendum id theorema oportet determinare fractionem gravitatis, cum binæ ellipticitates jam habeantur altera ex num. 221 pro homogeneitate $\frac{5n}{4m}$, cum nimirum sit ibi $x = \frac{5nr}{4m}$, quæ divisa per r evadit $\frac{5n}{4m}$; altera eodem pacto ex numero 228 pro nucleo heterogenico, quæ evadit $\frac{n}{m} \times \frac{tr^3 + qu^3}{s-tr^3 + 2qu^3} = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^3 + 5qu^3}{4tr^3 + 10qu^3}$, & in illam abie, facto $q = 0$.

234 Quod attinet ad casum homogeneitatis, erat num. 221 vis in æquatore $m - n$, & differentia virium $n - \frac{nr^2}{sr}$; si in illa priorè omittatur ille terminus exiguus n , & hæc per illam dividatur, evadit fractio gravitatis $\frac{n}{m} - \frac{x}{sr}$, quæ ob $x = \frac{5nr}{4m}$ evadit $\frac{n}{m} - \frac{n}{4m} = \frac{5n}{4m}$, æqualis nimirum ellipticitati inventæ superioꝛe numero; unde patet primum; patet autem ex n. 222 eum valorem fore $\frac{1}{231}$.

235 Pro casu nuclei heterogenici notandum diligenter illud, ellipticitatem quidem esse eandem pro casu, quo vis in massam in centrum amandatam agat in ratione directa simplici distantiarum, & pro casu, quo eadem agat in ratione reciproca duplicata earundem, sed posita juxta num. 228 vi in eam massam in æquatore $\frac{2equ^3}{3r^2}$, vim in eandem in polo non esse eandem pro utroque casu: sed pro primo casu debere esse minorem in ratione $r - x$ ad r , & in secundo majorem in ratione rr ad $rr - 2rx - x^2$. Quare erit pro primo casu vis illa in æquatore ad differentiam virium ibi, & in polo, ut r ad x , in secundo ut rr ad $2rx - x^2$, vel omisso x^2 respectu $2rx$, erit ut r ad $2x$, nimirum differentia dupla prioris, & non subtractiva; ut illa, sed additiva. Factis igitur, ut r ad $2x$; ita $\frac{2equ^3}{3r^2}$ ad $\frac{4equ^3x}{3r^3}$, hæc erit differentia virium in massam in centro positam pro secundo casu, pro quo vis tota in æquatore in eam massam est $\frac{2equ^3}{3r^2}$ sequenti num. vis in spheroidem fuerat in æquatore $\frac{2}{3}ctr - \frac{2}{15}ctx$, & differentia virium ibi, & in polo $\frac{2}{15}ctx$, quæ pro utroque casu est eadem, ac vis centrifuga fuerat $\frac{n}{m} \left(\frac{2}{3}ctr - \frac{4}{15}ctx - \frac{2equ^3}{3r^2} \right)$, ex quibus jam habetur & vis tota in æquatore constans binis viribus positivis, & hac vi centrifuga negativa, & differentia virium debita secundo casui constans tribus, omnibus positivè acceptis.

236 Si accipiendo hanc differentiam in vi centrifuga contemnatur terminus $\frac{4}{15} cix$ exiguus respectu reliquorum binorum, differentia ipsa tota virium evadet $\frac{4cqu^3x}{3r^3} + \frac{2}{15} cix + \frac{n}{m} \left(\frac{2}{3} cix - \frac{2cqu^3}{3r^2} \right)$; & si pariter in vi tota in æquatore omittatur vis centrifuga exigua respectu summæ reliquarum duarum, & in harum posteriore contemnatur secundus terminus $\frac{2}{15} cix$ exiguus respectu præcedentis, relinquetur vis in æquatore tota $\frac{2cqu^3}{3r^2} + 3ctr = \frac{2cqu^3 + 6ctr^3}{3r^2}$. Differentia illa virium per hanc divisa, evadit $\frac{2qu^3x + \frac{1}{5}ctr^3x}{qu^3r + r^4} + \frac{n}{m}$, quæ erit fractio gravitatis. Addatur ipsi ellipticitas $= \frac{x}{r}$, & reductis prioribus terminis ad eundem denominatorem fiet $\frac{15qu^3x + 6ctr^3x}{5qu^3r + 5tr^4} + \frac{n}{m}$. Est autem $x = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^4 + 5qu^3r}{4tr^3 + 10qu^3}$ ex num. 228 juxta numerum 223. Igitur illa summa remanet $\frac{n}{m} \times \frac{1}{2} + \frac{n}{m} = \frac{5n}{2m}$, qui valor cum sit duplus valoris $\frac{5n}{4m}$ experimentis fractionem gravitatis, & ellipticitatem respondentem homogeneitatis; oportet idem sit medius arithmetice proportionalis inter fractionem gravitatis, & ellipticitatem respondentem nucleo heterogeneo, quod erat alterum demonstrandum.

237 Hoc pacto Clerautianum theorema remanet demonstratum pro quavis nuclei spherici magnitudine, quod quidem in illo Expeditionis Litterarum opusculo demonstraveram solum pro casu, in quo esset nuclei radius æqualis semiaxi. Facile autem illud statim innotescit non posse in casu nuclei spherici, & fractionem gravitatis, & ellipticitatem esse simul majorem, vel simul minorem, quam in casu homogeneitatis, sed alteram majorem, alteram minorem. Utra autem major esse debeat data nuclei densitate, & magnitudine respectu fluidi facile deduci poterit e superioribus formulis. Nam e formula exhibente el-

lipticitatem $\frac{x}{r} = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^3 + 5qu^3}{4tr^3 + 10qu^3}$ divisione instituta habetur $\frac{5n}{4m} - \frac{15qu^3}{8tr^3 + 20qu^3}$; qui valor erit minor, vel major valore $\frac{5n}{4m}$, prout posterior

terminus sine suo signo consideratus fuerit positivus, vel negativus. Porro si densitas nuclei fuerit major densitate fluidi, semper valor q erit positivus, adeoque ille secundus terminus positivus totus. Si autem densitas nuclei fuerit minor, valor q erit negativus, & ideoque numerator $15qu^3$ negativus semper, denominator autem $8tr^3 + 20qu^3$ erit positivus, vel negativus, prout $20qu^3$ fuerit minor, vel major, quam $8tr^3$, sive valor $\frac{q}{5}$ minor, vel major, quam $\frac{2r^3}{5m^3}$. Porro in iisdem casibus erit etiam positi-

vus, vel negativus denominator $4tr^3 + 10qu^3$ ellipticitatis, ejus numerator $5tr^3 + 5qu^3$ debet esse semper positivus, cum debeat radius nuclei esse minor radio æquatoris r , & differentia densitatum q fluidi, ac nuclei non major densitate τ fluidi, ubi, existente q negativo, nucleus minorem densitatem habet, vel nullam. Quamobrem quotiescunque ellipticitas fuerit

positiva, adeoque figura compressa, densitas nuclei minor conjungetur cum ellipticitate majore, quam sit ea, quæ pertinet ad casum homogeneitatis.

238 Hinc eruitur pro figura compressa hujusmodi generale theorema: *Si densitas nuclei fuerit major densitate fluidi, differentia virium in æquatore, & polo erit major, quam in casu homogeneitatis, sed ellipticitas minor: contra vero si densitas fuerit minor.* Prima pars est directè contraria illi, quod Newtonus expressè affirmavit Principiorum lib. 3 prop. 19 sub ipsam finem, ubi sic habet. *Hæc ita se habent ex hypothesi, quod uniformis sit Planetarum materia. Nam si materia densior sit ad centrum, quam ad circumferentiam, diameter, quæ ab Oriente in Occidentem ducitur, erit adhuc major.* Porro illa diameter, quam ibi nominat, est diameter æquatoris, & pro ipsa æquatoris diametro ibidem ab eo assumitur in contextu: & hunc quidem Newtoni errorem Clerautius deprehendit, ac protulit. Censuit fortasse Newtonus conjectura quadam usus, & re ad geometricam erutinam nequaquam redacta, in quavis hypothesi, ut in casu homogeneitatis, vires in æquatore, & in polo, esse reciprocas distantiarum, quas vidit magis augeri in polo, si massa nuclei fiat major, ob excessum gravitatis in illam massam adjectam pro loco viciniore ipsi in polo. At illa ratio reciproca distantiarum a centro locum habet in casu, in quo massa redundans concipiatur amandata in centrum, & vis in ipsam variata in ratione directâ distantiarum, non in casu, in quo vis in ipsam mutetur in ratione reciproca duplicata distantiarum, pro quibus binis casibus figura quidem est proxime eadem, sed virium differentia longe diversa, uti vidimus num. 235, nimirum in altero major, ubi minor in altero, & vice-versa.

239 Ex formula ellipticitatis respondentis casui homogeneitatis $\frac{5m}{4n}$ haberi potest figura pro eodem casu debita etiam reliquis Planetis, in quibus haberi possit ratio vis centrifugæ ad gravitatem sive $\frac{m}{n}$, Ea potest erui pro iis omnibus, quorum cognoscitur massa, & conversio circa proprium axem; sed hic agemus de solo Jove, de quo hic egit Noster, & in quo solo ob celeritatem diurni motus conjunctam cum ingenti mole compressio tanta est, ut sensus percellat.

240 Porro res res hoc pacto admodum facile expeditur in ipso Jove. Sit x ad d , ut semidiameter Jovis ad semidiametrum orbitæ satellitis cujuscumque: sit tempus conversionis satellitis T , tempus conversionis Jovis circa proprium axem t , & erit primo (num. 265 tom. 1) vis centrifuga in æquatore Jovis ad vim gravitatis satellitis in Jovem, ut $\frac{x}{t^2}$ ad $\frac{d}{T^2}$. Deinde gravitas satellitis in Jovem ad gravitatem in superficie Jovis, ut x ad dd . Quare ratio vis illius centrifugæ ad hanc vim gravitatis erit, ut $\frac{x}{t^2}$ ad $\frac{d^3}{T^2}$, adeoque pro Jove $\frac{m}{n} = \frac{T^2}{t^2 d^3}$, & ellipticitas $\frac{5T^2}{4t^2 d^3}$.

241 Est ex §. 1 tempus T satellitis Jovis extimi dierum 16, hor. 16. 32' 10" = 24032'. 2, tempus rotationis Jovis t horarum 9. 56' = 596', distantia satellitis in semidiametris Jovis d = 28. 4, nec hic habenda est ratio

tio centri gravitatis communis, cum satellites respectu Jovis sint perquam exigui, adeoque centrum commune quamproximum centro Jovis. Hisce valoribus substitutis obtinetur ellipticitas $\approx \frac{1}{11}$, uti diximus in adn. ad versum 1962; Newtonus invenit circiter $\frac{1}{9}$ alia methodo, nec in tanta compressione approximationes adhibitæ accuratæ sunt usque ad limites tam æquos.

At ex observationibus ea censetur $\frac{1}{13}$ juxta adn. in vers. 1962. Ejus discriminis ratio esse potest major densitas in Jove centrum versus, quæ est altera e causis, quas innuimus in eadem adnot. ad versum 1962. At nec satis certas censeo observationes compressionis Jovis, cum in tam exigua diametro apparente error in ratione axium diametri apparentis facile committatur tantus, ut rem omnem perturbet; Jovis enim diametri apprensus in distantia media a Terra est 37", ejus pars decima est 3". 70, pars decima tertia 2". 84, ut ideo error uno secundo minor in differentia axium observanda alteram rationem alteri substituat. Mihi super post adnotationes impressas dimetenti Jovis diametros ope micrometri objectivi aptati egregio telescopio Gregoriano duorum pedum, ejus mihi usum Barberinus Princeps humanissime concesserat, plures ineuati observationes prodiit semper ellipticitas decima, vel nonæ parti proxima. Sed unius secundi determinatio in diametro apparenti capienda & mihi tum minus certa fuit, & erit sane incerta semper, ubi etiam longe majora instrumenta adhibeantur.

242 Quæ de Tellure demonstravimus, cum observationibus facile conferri possent, si haberemus observationes gravitatis in polo ipso, uti eas habemus in æquatore institutas; liceret enim videre, an fractio gravitatis sit $\frac{1}{231}$, uti eam supra ostendimus debere haberi in casu homogeneitatis. At nulli Mortalium licuit eo huc usque progredi. Adhuc ei malo aliud remedium adest petitum a proportionem, qua gravium vis mutari debet per superficiem Telluris, de qua hic itidem agendum, ubi & Noster de ea agit, ex qua nimirum licet invenire, quæ debeat esse vis in ipso polo.

243 In primis pro casu homogeneitatis vis in centrum ubicumque per superficiem spheroidis debet esse in ratione reciproca simplicis distantiarum, uti abunde exposuimus, & demonstravimus in adn. ad vers. 1797 ex eo, quod columnæ omnes terminatæ ad centrum sint inter se in æquilibrio, & vis intra singulas columnas sit, ut distantia a centro. Id quidem in ea hypothese accurate locum habet, si consideretur vis directæ ad centrum spheroidis, & ad absolutam rei demonstrationem abunde sunt, quæ in eadem adnotatione diximus. Atque hic illud sane notatu dignum e lege rationis reciproce duplicatæ distantiarum pertinente ad vires mutuas inter puncta, & vim in globum puncti extra ipsum sibi necessario profluere, non ad arbitrium temere compaginatas confingi, binas alias leges adeo simplices, & contrarias, alteram rationis directæ simplicis distantiarum pro puncto descendente intra globum, vel spheroidem ellipticam recta versus ejus centrum, alteram rationis distantiarum itidem simplicis, sed reciproce pro puncto abeunte per superficiem spheroidis.

244 At in vi absoluta, qua urgetur punctum positum in superficie spheroidis, quæ quidem non dirigitur ad centrum, sed perpendiculariter ad su-

perficiem, illa ratio reciproca distantiarum non est accurata, ut in hypothefi quidem homogeneitatis. Nam, uti vidimus numer. 232, ea est ut normalis PZ figuræ 28 terminata ad axem, quæ quidem ex conicis est reciproca, ut perpendicularum demissum ex centro C in tangentem ductam per P , quod perpendicularum est proxime, non accuratè æquale distantix CP ; atque ea ratio reciproca ejus perpendiculari habet locum etiam, ubi in centro concipiatur massa, in quam vis tendat in ratione distantiarum directa, sed ne ipsa quidem habet locum in casu nuclei solidi diversæ densitatis, in quem vis tendat in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro. Sic & pro casu homogeneitatis, & pro casu nuclei habet locum satis proximè, non accuratè aliud theorema, quod enunciavimus in adnotatione ad vers. 1858, pertinens ad incrementum gravitatis, quod habetur pergendo ab æquatore ad polos, quod theorema hic demonstrandum est, & illa ipsa adnotatio illustranda. Ejus theorematis demonstrationem pro casu nuclei omisi in illo opusculo Expeditionis Litterariæ, contentus demonstratione applicata vi directæ ad centrum pro casu homogeneitatis, ad quam tamen hæc etiam reducitur.

245 Theorema est hujusmodi. *Excessus gravitatis supra gravitatem in æquatore, qui habetur pergendo ab ipso æquatore ad polos est, ut quadratum sinus latitudinis, vel ut sinus versus latitudinis duplicata.* Secunda pars profluit a priorè. Sit enim in fig. 29 arcus AE duplus AD , & radius AD secabit chordam AE perpendiculariter bifariam in F , eritque AF sinus AD . Demisso autem EG perpendicularo in diametrum AB , erit AG sinus versus arcus AE , qui ex natura circuli æquatur quadrato AE diviso per AB . Igitur, mutato utcumque arcu AD , erit is sinus versus, ut quadratum chordæ AE ob AB constantem, adeoque erit, ut quadratum ejus dimidii AF , sive sinus versus arcus dupli AE , ut quadratum sinus recti arcus simpli AD .

246 Porro ut demonstretur, eum excessum esse proxime, ut est quadratum sinus latitudinis, satis est demonstrare ipsum esse, ut est decrementum distantix a centro. Sit enim in fig. 30 $ABab$ sectio spheroidis per axem, cujus æquator in A , & a , poli B , b , & ducta per quodvis ejus punctum F recta, quæ secet Aa ad angulos rectos in G , occurrat ipsi in D , & circulus radio CA , qui rectis FC , Bb occurrat in punctis H , h , & E , e eritque FH decrementum distantix a centro C . Quoniam autem ex natura ellipseos (conicor. num. 365) est semper GD ad GF in constanti ratione CE ad CB , erit & earum summa Fd , & earum differentia FD proportionalis ipsis, adeoque erit rectangulum DFd , sive ipsi æquale rectangulum HFh , ut quadratum GD . Si igitur ob exiguam ellipticitatem habeatur Fh pro constanti, & pro distantia loci F ab æquatore, sive pro ejus latitudine arcus AD , cujus DG est sinus; erit solum decrementum HF distantix CA abeuntis in CF , ut quadratum sinus latitudinis. Q. E. D.

247 Jam vero excessum vis in F supra gravitatem in A , esse, ut defectum distantix FH , sponte patet, ubi vis sit proxime in ratione reciproca distantix CF . Erit enim, ut CF ad CA , sive CH , ita vis in A ad vim in F , adeoque ut CF ad FH , ita vis in A ad eum excessum, cumque primus terminus sit ad sensum constans, & tertius omnino constans, mutabuntur

buntur in eadem ratione secundus, & quartus, eritque ille excessus ut FH .

248 Vim autem esse proxime in ratione distantiae a centro pro casu homogeneitatis, & pro casu massae in centro collocatae, cujus massae vis mutetur in ratione simpliciter directae distantiae, diximus num. 243; & id facile pro iis hypothesebus evincitur ex eo, quod ipsa vis sit directè, ut normalis PL figurae 28, sive reciproce ut perpendicularum ductum ex F 28 C in tangentem. Id enim perpendicularum ita proxime æquale est distantiae CP , ut utriusque excessus etiam ac defectus sint proxime in eadem ratione. Ducta enim CV perpendicularari in PL , patet eam fore parallelam tangenti, adeoque PV æqualem illi perpendicularo demisso ex C in tangentem. Cum autem angulus CPV si exiguus, & angulus V rectus, differentia inter CP , VP est exigua respectu ipsius CV , adeoque exigua secundi ordinis, quae idcirco erit exigua etiam respectu differentiae distantiarum CP , CA , cujus idcirco rationem non turbabit ad sensum.

249 Pro casu nuclei solidi vis in P erit diversa a vi, quae habetur, ubi vis in massam agat in ratione directa distantiae a centro, sed totum discrimen erit in ea vi, quae pertinebit ad huiusmodi massam in centrum amandatam; nam vis in sphaeroidem, quae pro utroque casu est ad sensum eadem, & vis centrifuga, quae pendet a sola distantia ab axe, manebunt eadem. Id autem discrimen erit & ipsum, ut est differentia distantiarum CA , CP . Si enim dicatur $CA = r$, & ea differentia $= z$, erit $CP = r - z$, & si vis in A in massam in centro positam dicatur μ , ad habendam vim in P , fiet in casu rationis simpliciter directae $r \cdot r - z : \mu, \mu - \frac{rz}{r}$, & in casu rationis reciproce duplicatae fiet, ut $rr - 2rz + zz$ ad rr , ita μ ad $\frac{r r \mu}{rr - 2rz + zz}$, sive divisione instituta $\mu + \frac{2z\mu}{r} + \frac{3rz\mu + 2z^2\mu}{rr - 2rz + zz}$. Differentia vis posterioris a priore, contempto termino, in quo habetur z^2 , & z^3 respectu ejus, in quo habetur z , evadit $+ \frac{3z\mu}{r}$, qui excessus ob 3, μ, r constantes evadit, ut differentia distantiarum z .

250 Referat PH vim secundum PL , & ducatur HQ parallela PC referens ejusmodi excessum: eritque PQ vis composita, angulus vero HPQ erit perquam exiguus respectu ipsius HQP sive QPC exigui, ut HQ est respectu PH , adeoque directio PQ erit directioni PL ita proxima, ut idcirco figura primo casui debita non mutetur ad sensum in secundo casu. Quod si centro P intervallo PQ fiat arcus QR usque ad PHL , facile patet, ob angulum QHR æqualem interno, & opposito HPC exiguo, fore HR proxime æqualem HQ , adeoque excessus vis etiam compositae PQ supra vim priorem PH erit proxime, ut differentia distantiarum CP , CA . Cum igitur & excessus vis debita puncto P in primo casu supra vim debitam puncto A in utroque idem sit, ut eadem differentia, erit etiam excessus vis in P supra vim in A in secundo casu, nimirum in casu nuclei heterogenei, ut eadem differentia distantiarum. Quamobrem cum hæc differentia distantiarum sit, ut est quadratum sinus latitudinis, sive ut est sinus versus latitudinis duplicatae, erit etiam ubicunque excessus vis in casu nuclei heterogenei supra vim in æquatore, ut idem quadratum, sive ut idem sinus versus, quo pacto remanet accuratè demonstratum idem theorema etiam pro casu nuclei heterogenei.

251 Patet igitur vim gravium terrestrium pergendo ab æquatore ad polos debere augeri, & patet, in qua ratione progredi debeant ea incrementa, si Terra homogenea sit cum aquis, & si paribus a centro distantis sit æque densa, utcumque diversam in diversis distantis habeat densitatem. Porro minorem esse vim gravium prope æquatorem, quam pergendo ad polos, ex observationibus a Richero primum institutis in insula Cajenna, & Parisiis, tum ab aliis pluribus vidimus sub finem tomi 1, ubi & Noster a versu 1725 ad 2064, & nos in adnotationibus in ea loca fusc egimus de eo argumento, ac Hugenianis meditationibus expositis huc reservavimus ea, quæ ad Newtoni theoriam circa idem argumentum pertinent; quod quidem hic præstitimus. Notandum tantummodo illud, rationem hanc, in qua mutatur excessus vis supra vim in æquatore, habere locum etiam in theoria gravitatis constantis, quam Hugenius consideraverat, quod quidem facile demonstrari potest, considerata, & ad directionem debitam redacta vi centrifuga, quæ sola in ea hypothese cum constanti gravitate composita vim gravium perturbat; sed varium esse absolutum discrimen vis gravium ab æquatore ad polos, cujus ratio ad vim totam posita m ad n ratione gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem est in hypothese gravitatis constantis $\frac{n}{m-n}$, vel proxime $\frac{n}{m}$, ut patet; in theoria gravitatis Newtonianæ cum homogeneitate $\frac{5n}{4m}$ juxta numer. 232, & in eadem theoria, sed posito nucleo heterogeneo, est adhuc majus, vel minus, prout nuclei densitas respectu densitatis fluidi fuerit itidem major vel minor juxta num. 238,

252 Ad instituendam comparationem cum observationibus, utaq; eadem methodo, quam adhibui in illo opusculo Expeditionis Litterariæ, qua quidem unico intuitu statim patet, an observationes incrementi gravitatis consentiant cum theoria, & quam ellipticitatem exhibeat binæ quævis ex ipsis. Ad habendam ellipticitatem per binas quascunque satis est invenire differentiam virium in æquatore, & polo respondentem differentiæ ipsarum, factis, ut differentia sinuum versorum latitudinum duplicatarum locorum, ubi observationes instituta sunt, ad duplum radium, qui est sinus versus dupli quadrantis, seu semicirculi, ita differentia virium observationum (pro quibus viribus exprimendis adhiberi possunt ipsæ longitudines observatæ pendulorum isochronorum, ipsis nimirum proportionales) ad differentiam quæsitam debitam toti quadranti. Ea differentia divisa per vim in æquatore exhibet fractionem gravitatis, & vis in æquatore inveniri potest ex illis ipsis duabus, faciendo, ut eadem differentia sinuum versorum ad sinum versum alterius, ita ea differentia virium, ad quantitatem demandam a vi, cujus sinus versus assumptus est, ut habeatur vis in æquatore. Sed cum ex vires a vi in æquatore parum admodum differant, assumi potest pro vi in æquatore vis altera, ut illa, quæ æquatori est propior, & ad calculum numericum facilius instituendum assumi possunt dimidii sinus versi, ut pro duplo radio adhibeatur radius simplex. Habita fractione gravitatis, si ea æqualis obvenerit valori $\frac{5n}{4m}$ sive $\frac{5}{231}$ juxta num. 232, ea ipsa erit ellipticitas quæsitæ; si ea ablata ab ejus valoris duplo relinquet ellipticitatem juxta numerum eundem.

253 Jam vero si fractio gravitatis ex omnibus binariis obveniat eadem; differentia illæ observatæ respondebunt sinibus versis, ut oportebat; secus, ab ea discrepabunt; sed si nimis inter se proxima sint binarum observationum loca, exiguum gravitatis observatæ discrimen a debita ingentem secum trahet differentiam a debito in excessu computato pro toto quadrante. Quamobrem idcirco, & etiam ut unico intuitu liceat deprehendere, an consentiant, & quantum discrepent observatæ pendulorum longitudines, satius est assumere binas ex ipsis maxime remotas, ac ex iis eruta differentia debita toti quadranti, invenire differentiam vis debitæ loco cuiusvis a vi in æquatore, factis, ut radius ad dimidium sinum versus latitudinis duplicata ejus loci, ita differentia illa totalis inventa ad differentiam quasitam, cujus consensus, vel dissensus ab observata, exhibebit consensum vel dissensum observationum cum theoria.

254 Ejusmodi comparationes exhibentur sequentibus binis tabellis, quas proposui in eodem illo opusculo, quarum prima pertinet ad hanc comparationem incrementorum, secunda ad ellipticitates inde erutas. Adhibui autem quinque pendulorum longitudines, quas noveram maxime accuratas usque ad eos limites, quos nunc in adeo delicatis observationibus requirimus. Priores quatuor occurrunt in Bouguerii opere de figura Telluris pag. 342, quas ipse liberavit & ab æris impedimento, & a differentia caloris, adhibitis correctiunculis inæqualitatum, quas ex causâ inducent; postremam ego deduxi inde, & ex differentia, quam Maupertuisius invenit 59ⁿ in eodem pendulo Grahami adhibito Pelli, & Parisiis spatio horarum 24, calculo rite instituto ad eruendam inde differentiam longitudinis penduli debitam iis binis locis; sed priori tabellæ addo differentiam calculo erutam, uti addidi in opusculo inserto actis Bononiensibus to. 3, & posteriorem compleo adjectis tribus combinationibus, quas omiseram.

Tabula 1 pro gravitate

Locus Observationis	Latitudo	$\frac{1}{2}$ sin. vers. ad rad. 10000	Pendulum in lin. Paris.	Differētia a primo	Differētia cōputata	Error
In æquatore	0. 0	0.	439. 21	0	0	0
A Portobello	9. 34	271.	439. 30	. 09	. 07	. 02
A Petit Goave	18. 27	1002.	439. 47	. 26	. 26	. 02
Parisiis	48. 50	5667.	440. 67	1. 46	1. 38	. 08
Pelli	66. 48	8450.	441. 27	2. 06	2. 06	0

Tabula 2 pro ellipticitate

Bina tium	Differ. in polo & aequ.	Fraçtio gravi- tatis	Ellipti- citas	Bina rium	Differ. in polo & aequ.	Fraçtio gravi- tatis	Ellipti- citas
1, & 3	2. 44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$	2, & 4	2. 54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
2, 3	2. 41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	3, 4	2. 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$
3, 5	2. 42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	1, 3	2. 59	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
4, 5	2. 16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$	2, 3	2. 33	$\frac{1}{188}$	$\frac{1}{300}$
1, 4	2. 58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$	1, 2	3. 32	$\frac{1}{132}$	$\frac{1}{918}$

255 In prima tabula patet errorem in postrema columna reduci ad paucas admodum centesimas lineæ. In secunda tabula postrema differentia secundæ columnæ 3. 32 nimis discrepat a reliquis, ut & quarta 2. 16 ob nimiam locorum viciniam; omnes tamen exhibent fractionem gravitatis positivam, & omnes majorem $\frac{1}{231}$, adeoque omnes indicant compressionem ad polos, eamque minorem compressione debita homogeneitati, adeoque indicant densitatem Telluris mediam majorem densitate marium. Si assumatur omnium medium, differentia debita toti quadranti erit 2. 536, sed rejectis quarta, & decima habetur differentia media 2. 485, quæ quidem adhuc a priori non nisi 5 centesimis lineæ diffidet.

256 Ex hac differentia media inter 8 minus dissidentes habetur fractio gravitatis $\frac{1}{177}$, & inde ellipticitas $\frac{1}{332}$. Ratio autem densitatis mediæ Telluris ad densitatem aquæ erueretur e formula $x = \frac{m}{2m - 1 - \frac{3f}{5p}}$ posita n. 228. Ellipticitas enim hæc $\frac{x}{332}$ debet esse æqualis $\frac{r}{2m(1 - \frac{3f}{5p})}$, ubi juxta num. 208 est $\frac{m}{m} = \frac{1}{188.7}$, adeoque $1 - \frac{3f}{5p} = \frac{332}{577.4}$, & $\frac{3f}{5p} = \frac{245.4}{577.4}$, adeoque $\frac{f}{p} = \frac{122.7}{373.2}$ paullo plus, quam $\frac{2}{3}$. Nimirum densitas media Terræ paullo minor, quam sesquialtera densitatis aquæ.

257 In illo opusculo omissis postremis tribus comparationibus adhibueram priores tres, tum omissa quarta tres reliquas, unde differentia media gravitatis proflexerat 2. 49 fere eadem; sed cum pro valore $\frac{r}{422}$ adhiberem $\frac{1}{230}$, proflexerat ellipticitas tantillo minor $\frac{1}{335}$. Sed quid mihi de re tota sciendum videatur, aperiam, ubi sequenti libro egerimus de figura Telluris investigata per gradus.

258 Hisce fufius expoſitis percurremus jam adnotationes a verſu 1797 ad 1995, quæ pertinent ad hæc duo argumenta figuræ Telluris ex æquilibrio, & inæqualitatis gravitatis in diverſis Terræ locis, ut illuſtrentur, quæcumque adhuc illuſtratione indigent.

259 Quæ dicta ſunt in adnot. ad verſ. 1797, & 1858 abunde patent ex iis, quæ hic pertractavimus. In adnot. ad verſ. 1880 promiſimus oſtenſuros, quo pacto ex binis pendulorum iſochronorum longitudinibus obſervatis in binis latitudinibus datis poſſint facili calculo deduci longitudines eorundem pro aliis locis datis quibuſvis: id & præſtitum eſt hic num. 253, & immediate facile præſtatur faciliſ, ut *differentia ſinum verſorum latitudinis duplicata pertinentis ad loca, in quibus eſt obſervatum, ad differentiam ſinum verſorum alterius ex iis locis, & loci dati, ita differentia longitudinum obſervatarum ad quartum addendum longitudini pertinenti ad locum obſervationis aſſumptum, vel demendum ab eo, ut habeatur penduli longitudo quaſita, prout is locus fuerit propior æquatori, quam novus datus, vel ab eo remotior.*

260 Attigimus ibidem illud, poſſe eo pacto transmitti accuratius menturas magnitudinum ad Poſteros, quod & Noſter hic attingit. De methodo transmittendi menſuras magnitudinum ope pendulorum egimus tomo 1 in Supplementis a num. 634, quod nimirum ſit referendo eas menſuras ad longitudinem penduli oſcillantis ad ſingula ſecunda horaria, & vocando ex. gr. pedem horarium trientem ejus longitudinis. Inter alias rei difficultates illud etiam ibidem eſt notatum, oportere noſſe, in qua ratione mutetur vis gravitatis pergendo ab æquatore ad polum, ut ex longitudine penduli pertinente ad unum locum deducatur longitudo pertinens ad alium. Is progreſſus hic definitus eſt ponendo exceſſum gravitatis proportionalem ſinui verſo latitudinis duplicatæ. At id ipſum non habet locum, niſi in hypothefi homogeneitatis, vel nuclei ſphærici habentis denſitatem paribus a centro diſtantiis æqualem, & in alia quapiam ejuſmodi regulari hypothefi. At ſi Terræ pars ſolida habeat inæqualitates denſitatis irregulares, & non ita exiguas, poteſt ea omnis ratio perverti, & inde fieri poteſt, ut alicubi in eadem etiam latitudine pendulorum iſochronorum longitudo diverſa ſit, uti vidimus in tabella 1 cum progreſſum non accuratè inventum eſſe, ſed in obſervatione haberi diſcrimen 8 centeſimarum lineæ ab eo, quod ei latitudini conveniret, eunque in alio loco paralleli ejuſdem poſſit æque inveniri diſcrimen æquale oppoſitum, poteſt, reſpiciendo etiam eas ſolas obſervationes, haberi inter pendula ejuſdem ab æquatore diſtantiæ diſcrimen 16 centeſimarum lineæ, quod menſuram illam generalem erroneam redderet, errore, qui ſub ſenſu cadat; quin immo & multo majus adhuc diſcrimen inveniri poteſt, ac a pluribus Obſervatoribus jam eſt inventum, quanquam nullam ego adhuc habeam obſervationem, quæ magis diſcrepet, cui omnino ſidere poſſim. Huc autem reſpicit id, quod hæc de re diximus in iſdem tomi 1 Supplementis num. 635.

261 In adn. ad verſ. 1902 primo loco, diximus eſſe multo facilius invenire relationem, quam habent inter ſe incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polos in ellipſoide orta ex motu circa proprium axem, quam datis axibus invenire gravitatem; ſive rationem gravitatis totius ad hanc ſuam differentiam; adhuc tamen repertas eſſe plures methodos inventiendi

attractionem puncti collocati in axe solidi geniti conversione curvæ cujuspiam circa proprium axem. De hoc posteriore egimus supra §. 4 ; illud prius constat ex eo, quod curvarum quadraturis est opus ad computandam vim gravitatis absolutam in spheroidem in polo, & æquatore, quod & Mac Laurinus generaliter accurate præstitit, & nos hic generaliter, sed tantum proxime, & pro compressione exigua invenimus num. 221 posita semidiametro æquatoris r , differentia ipsius a semiaxe x , esse ejusmodi rationem r ad $r - \frac{1}{2}x$; Newtonus autem exhibuit non expressione generali, sed in prop. 19 lib. 3 pro data ratione axium 100 ad 101, ex qua deinde per falsam positionem progressus est ad figuram Terræ debitam in casu homogeneitatis.

262 Is nimirum ibi invenit, in ratione axium 100 ad 101 esse vim in spheroidem in polo ad vim in spheram radio 100, ut 126 ad 125; vim in eam spheram ad vim in spheram radio 101 in superficie esse, ut 100 ad 101; vim in hanc spheram ad vim in spheroidem, cujus idem superficiem punctum esset polus, ut 126 ad 125; vidit autem illud, quod in parum compressis ellipsis locum haber, & quod ego in opusculo illo Litterariæ Expeditionis facile demonstravi num. 153, differentiam virium in spheroidem, & spheram in casu, in quo idem punctum sit in superficie spheræ, & in æquatore spheroidis, esse proxime dimidiam ejus, in quo id punctum sit in polo spheroidis; adeoque vidit rationem vis in eam spheram, & in punctum positum in ejus spheroidis æquatore esse 126 ad $125\frac{1}{2}$. Hinc hisce tribus rationibus collectis, invenit rationem $126 \times 100 \times 126$ ad $125 \times 100 \times 125\frac{1}{2}$, sive 501 ad 500. Ea ratio ex nostra formula obvenit eidem satis proxima; nam in eo casu sit 101 ad $100\frac{4}{5}$, sive 505 ad 504, discrimine exiguo ex diversa approximandi methodo, & diverso exiguarum quantitatum contemptu.

263 Eo eluctatus vidit binorum canalium e centro eductorum pondera fore inter se, ut hæc vires, & longitudines canalium conjunctim, cum in utroque canali in eadem ratione decreverint vires versus centrum, adeoque ut 501×100 ad 500×101 , sive ut 501 ad 505; adeoque vidit ad æquilibrium requiri illud, ut vis centrifuga compenfer illas $\frac{4}{505}$ ponderis, quæ vis centrifuga si habeatur, haberi æquilibrium in ellipticitate $\frac{1}{101}$. Hic jam supposuit ellipticitates esse proportionales vi centrifugæ, quam cum invenisset pro nostris gravibus in æquatore $\frac{1}{289}$, inuit rationem ut $\frac{4}{505}$ ad $\frac{1}{101}$, ita $\frac{1}{289}$ ad ellipticitatem quaesitam, quæ illi obvenit $\frac{1}{230}$, quamproxima illi, quæ obvenit hic nobis $\frac{1}{131}$ discrimine exiguo orto ex illa diversa ratione 505 ad 504 pro 501 ad 500, & ex vi centrifuga apud nos $\frac{1}{288\frac{1}{2}}$ pro $\frac{1}{289}$.

264 Clerautius in opere de figura Telluris miratur, Newtonum vidisse figuram Telluri debitam hac methodo, velut trans nebulam quandam; at mihi quidem videntur prona omnia in hac ejus methodo. Invenerat vim gravium descendantium in æquatore ad vim in polo esse reciproce, ut distantias a centro, adeoque in parva compressione differentiam virium proportionalem

lem esse differentia distantiarum, sive ellipticitati assumenda. Ex ipso calculo inito pro eruendo gravitatis primitivæ discrimine in casu axium, ut 101 ad 100, facile videre potuit, ipsum discrimen debere esse proportionale eidem ellipticitati. Quare debuit inde inferre, vim etiam centrifugam debere esse eidem ellipticitati proportionalem, ex qua nimirum, & vi gravium descendendum coalescit gravitas primitiva. Nihil in toto hoc progressu mihi videtur alienum a sagaci quidem, sed & solida, & usitata Newtono perquirendi ratione. Esse autem ellipticitatem exiguam proportionalem vi centrifugæ in hypothesei homogeneitatis, constat etiam ex nostra ellipticitatis formula $\frac{y^2}{4m}$, quæ est ut $\frac{n}{m}$.

265 Ibidem additur ex eo, quod ellipticitas sit $\frac{1}{230}$, elevationem sub æquatore esse circiter milliariorum 17, id constat diviso radio æquatoris r , qui per num. 208, est pedum 19668203, per 230, vel per 231; proveniunt enim pedes 85501, vel 85131, nimirum in utroque casu milliaria 17, & præterea passus 100, vel 26. Newtonus ex assumpto majore æquatoris radio invenit in eadem prop. pedes 85820, qui adhuc exhibent milliaria 17, & passus 164. Additur itidem Newtonum invenisse differentiam vis, qua gravia descendunt in æquatore, & polo esse itidem $\frac{1}{230}$ majoris, vel $\frac{1}{219}$ minoris. Id ipsum habet Newtonus ibidem, & sponte consequitur ex eo, quod vires sint in ratione reciproca distantiarum, adeoque differentia virium ad vim, ut differentia distantiarum ad distantiam. Id & nostra formula proxime exhibet, cum ostensum sit, ellipticitatem in hypothesei homogeneitatis æquari fractioni gravitatis.

266 Quæ habentur in sequenti adnotatione ad vers. 1941, prona sunt omnia ex iis, quæ hic susce sunt pertractata. In sequenti adnotatione plures difficultates proponuntur contra solutionem problematis de figura Telluris ex æquilibrio, ex quibus, quæ pertinent ad inæqualem textum partium Telluris, quem etiam irregularem suspicari licet, per se patent; sed de eo uberius sequenti libro. Quod attinet ad figuram Jovis, quam observationes indicant minus compressam, quam requirat hypothesis homogeneitatis, & de Newtoni lapsu circa effectum majoris densitatis versus centrum, abunde hic pertractavi a num. 240.

267 Addidit Nolter ibidem & aliam causam, quæ possit fortasse conferte aliquid ad mutandam figuram in Jove, si nimirum in eadem a centro distantia densitas æquatore versus sit diversa a densitate versus polos; & quidem major densitas in nucleo versus æquatorem pareret majorem ellipticitatem, minor minorem; nam in fig. 28, si post æquilibrio concipiatur nova materia compenetrata in ipsa peripheria æquatoris Aa , directio vis novæ in novam materiam in punctis P Meridiani BAb in infinitum accedentibus ad æquatore, in infinitum accederet ad punctum A æquatoris sibi proximum, adeoque eadem etiam in punctis sensim remotioribus, etiam ubi materia diffunditur nonnihil ab æquatore hinc, & inde circa ejus peripheriam, respectu prioris directionis PL vis agentis in spheroidem caderet ad partes oppositas centro C , adeoque & directio vis ex utraque compositæ recederet a centro, & ad habendam superficiem ei novæ directioni perpendicularem debe-

ret crescere compressio ad partes *B*, & augeri curvatura, atque intumescencia ad partes *A*. Quamobrem major raritas versus æquatorum Jovis posset parere illam minorem ellipticitatem; si revera est minor. Videtur autem mihi materia prope æquatorum, ubi perpetuo caloris vi rarefunt omnia, debere esse potius rarior, quam ubi perpetuo densantur frigore ad polos, quantumvis Newtonus censuerit potius materiam sub æquatore veluti tostam densiorem esse, quanquam quodcumque inde discrimen proveniat, exiguum esse debeat. Sed si ex primigenio Telluris textu materia sit collocata prope æquatorum satis rarior, potest inde obvenire etiam pars incrementi gravitatis polum versus, ut innuimus in adnot. ad vers. 1795, qua de re iterum aliquid sequenti libro, ubi de figura Telluris determinata per graduum mensuras.

268 Mentio ibidem injecta est etiam nuclei solidi elliptici, cujus theoriam excoluit Clairautius, ut conciliaret figuram Telluris cum inæqualitate gravitatis. Posset nimirum figura Terræ esse etiam producta ad polos, cum tota vertigine circa proprium axem, si nucleus solidus adhuc magis productus esset, ut vis centrifuga productionem, quæ sine vertigine in ea hypothese haberetur, minueret. Potest autem considerari is nucleus vel ut homogœneus, vel cujuscunque diversæ densitatis, tum etiam cujuscunque figuræ. Pro nucleo homogœneo elliptico Clairautius hanc ellipticitatis formulam exhibuit §. 31 partis 2 operis de figura Terræ $\frac{6a^2f\alpha + 5a^2\beta + 5\phi}{10a^2f + 4}$; ubi semidiameter figuræ fluidi = 1, figuræ nuclei α , ellipticitas hujus α , densitas fluidi 1, densitas nuclei $1 + f$; ratio vis centrifugæ in æquatorum ad gravitatem ibidem ϕ .

269 Ejusmodi disquisitionem, ut & alias eo pertinentes omitto, quæ & sublimiores sunt, atque prolixiores, potissimum, si ut fere ubique hic præstamus, rem geometrica methodo, qua & Newtonus fere semper est usus, tractare oporteat, & ex alia parte ad arbitrarías hypothèses delabuntur: ubi enim a spherica figura receditur, nihil est, quod suadeat nuclei figuram ellipticam esse potius, quam alterius figuræ cujuscunque; ut & si ab uniformi densitate receditur, infinita sunt genera mutationum, quæ haberi possint, in quibus & irregularitates plurimas debere occurrere suadent omnia fere, quæcumque intuemur Naturæ opera. Sed de hoc iterum aliquid sequenti libro.

§. 7. Ad notam in vers. 1707. &c.

DE DEVIATIONIBUS PENDULORUM EX ASPERITATE SUPERFICIEI TERRESTRIS, ET METHODO DEFINIENDI MASSAM TERRÆ.

270 I N adnotationibus ad vers. 1707, 1734, 1761 egimus de deviationibus pendulorum in montes, ac in adnotatione ad vers. 2019 exposui meam methodum determinandi massam Terræ relatam ad corpora nobis nota, ut ad aquam; unde etiam media ejus densitas potest innoscere, a qua uti vidimus para-

paragrapho superiore, & Terræ figura pendet. Supplendæ sunt hic demonstrationes nonnullæ ibi omiffæ, ac alia quædam pauca adnotanda.

271 In primis dictum est illud in adn. ad vers. 1707, *si sit mons, cujus vis æquivaleat vi spheræ homogeneæ Telluris habentis diametrum duorum circiter milliarsiorum, deflecti debere pendulum circiter per unum minutum primum*. Accurata ejus deviationis quantitas facile definitur. Sit in fig. 31 C centrum Terræ, I centrum globi impositi superficiæ Telluris habitæ pro spherica, quod hanc perquisitionem nihil ad sensum perturbat, & pendeat e filo DB pondus B proximum ejus superficiæ in radio BI perpendiculari ad BC, in quem radium IB productum incurrat in E recta DE parallela BC, adeoque ipsi BE perpendicularis. Patet fore DE ad EB, ut est vis in Terram ad vim in eum globum, cum DB dirigatur juxta vim ex utraque compositam, quæ quidem vires sunt, ut spherarum radii (ex §. 4) cum vis in Terram in B sit proximè eadem, ac in A. Est autem DE ad EB, ut radius ad tangentem deviationis EDB a positione rectæ BC perpendicularis superficiæ terrestri. Habebitur igitur hujusmodi theorema. *Radius ad tangentem deviationis penduli est, ut semidiameter Terræ ad semidiametrum globi*. Semidiameter spheræ æqualis ipsi Terræ pedum 19641762, semidiameter globi mille passuum habet pedes 5000. Hinc tangens deviationis 254 ad radium 1000000, & angulus quæritus secundorum 53. Unum autem minutum accurate haberetur, si adhiberetur milliare Geographicum, cujusmodi 60 continet gradus circuli Terræ maximi, cum arcus unius minuti debeat esse nullius milliariis, & idem confundatur cum sua tangente, existente radio ipsa semidiametro Terræ.

272 Hinc patet, massam, quæ æquivaleat globo habenti decimam milliariis geographicis partem pro radio, parere aberrationem secundorum sex, adeoque si observatio instituat hinc, & inde ab eadem, habetur aberrationum summa 12 secundorum, quæ quidem majoribus instrumentis, ut ope sectoris, admodum facile definiri possunt, cum & unius vel alterius secundi factis accurata determinatio obtineri possit eorum ope: eundem verò effectum præstant addensationes ingentes materiæ, quæ forte occurrant infra superficiem prope ipsam; ut si infra superficiem sit ingens hiatus superficiæ proximus, parit deviationem in partem contrariam.

273 Montes, qui molem habeant multo majorem, quam ut æquivalent globo habenti pro radio passus 100, occurrunt ubique. Hinc ope ejusmodi observationis inquiri posset in ipsam Terræ massam, cujus densitas media esset major, vel minor media densitate montis in ea ratione, in qua deviatio observata esset e contrario minor, vel major densitate computata; & facile per theorema generale numeri 179 computari posset deviatio debita vi in montem cujuscunque formæ, determinata proxime per observationes ejus formæ, & magnitudine, ac eruta ex eo theoremate vi in ipsum, & comparata cum vi in Tellurem. Sed ea obtant, quæ exposuimus in adn. ad vers. 1734, nimirum perturbationes, quæ haberi possunt ab aliis irregularitatibus, & id, quod in plerisque montibus accidit, vacuum ipsis subjectum, & æquale, quod ubi vi interiorum ignium Terræ crusta in montem assurrexit, ejus loco relictum est.

274 Hinc ut in ejusmodi mediam densitatem Terræ inquiri possit methodo exposita in adnot. ad vers. 2019, proponam hic solutionem problematis ibi pro-

promissam, excerptam ex mea dissertatione de observationibus Astronomicis, quod quidem & ad deviationum vim intimius cognoscendam conducet. Est autem hujusmodi, ac iisdem fere verbis inde & problema, & ejus solutionem excerpto correcto exiguo calculi errorculo, quem dum hæc inde exscribo, animadverto.

F. 32 275 Problema. *Attrahatur vi Newtoniana corpusculum C in fig. 32 collocatum in communi intersectione FM plani horizontalis FEM cum plano verticali FNQM a singulis punctis existentibus inter ea plana, & alterum planum horizontale NQ usque ad datam distantiam CV, data præterea distantia CA planorum horizontalium. Resolutis omnibus viribus in tres sibi invicem perpendiculares, secundum directiones CM, CE, CA, & eliqua prima actionibus contrariis, quarantur reliqua dua.*

276 Centro C inter vallo CF sit quadrans sphaeræ, qui occurrat planis horizontalibus in semicirculis, quorum radii CF, & AN. Positis $CF = x$, $CA = 1$, $CV = m$, erit $AN = \sqrt{(xx - 1)}$, & per notissimam circuli quadraturam erit segmentum FNQM semicirculi verticalis $FTM = x - \frac{x}{3}x^{-1} - \frac{x}{20}x^{-3} - \frac{x}{56}x^{-5} - \frac{x}{576}x^{-7}$ &c. Jam vero attractio perpendicularis plano FEM superficiei sphaericæ est (ex §. 4) area FNQM divisa per CF^2 . Quare si radius sphaeræ CF augeatur per elementum dx , ea vi ducta in ipsum dx , erit vis orbis sphaerici clausi iisdem planis, & earum sphaerarum superficibus $2x^{-1}dx - \frac{x}{3}x^{-3}dx - \frac{x}{20}x^{-5}dx - \frac{x}{56}x^{-7}dx - \frac{x}{576}x^{-9}dx$ &c. Ejus integrale est $2 \log. x + \frac{x}{6}x^{-2} + \frac{x}{80}x^{-4} + \frac{x}{316}x^{-6} + \frac{x}{3468}x^{-8}$ &c. $+ Q$, addita constanti Q, si opus erit.

277 Ponatur pro $CF = x$ primo $CV = m$, tum $CH = 1$, & formularum differentia exhibebit attractionem orbis sphaerici clausi planis horizontalibus, & superficibus sphaerarum, quarum radii CV, CH, quæ erit $2 \log. m + \frac{1}{6}(m^{-2}) + \frac{x}{80}(m^{-4})$ &c, & si m fuerit numerus nimis magnus, evanescet m^{-2} , m^{-4} &c. Iis igitur omissis, evadit vis $= 2 \log. m - \frac{1}{80} - \frac{1}{3468} - \frac{1}{3468}$ &c. Huic si addat ut vis in dimidium hemisphaerium HAI, quæ ex §. 4 erit quadrans HA peripheriæ, sive posita ratione radii ad semiperipheriam 1 ad p, erit $\frac{x}{2}p$ sive $\frac{355}{226} = 1.571$ (hic valor in illa dissertatione assumptus fuerat $= p$, duplus veri valoris, sed error evadit admodum exiguus in summa, ubi valor m sit satis magnus, ut patebit paullo inferius) subducta summa, erit vis tota secundum $CE = 2 \log. m + 1.571 - 0.182 = 2 \log. m + 1.389$.

278 Ut vero inveniantur vis normalis ad planum horizontale, attractio superficiei sphaericæ NTQ est ex §. 4 semicirculus in quem projicitur divisus per quadratum radii, qui radius æquatur $AN = \sqrt{(xx - 1)}$. Ejus semicirculi area est $\frac{x}{2}pxx - \frac{x}{2}p$, & proinde attractio ejus superficiei $\frac{x}{2}p - \frac{x}{2}px^{-2}$; ac attractio orbis NTQ $= \frac{x}{2}pdx - \frac{1}{2}px^{-2}dx$, cujus integrale $\frac{x}{2}px + \frac{p}{2x} + Q$. Facto primum $x = m$, tum $x = 1$, & sumpta differentia formularum, erit vis in segmentum quadrantis hemisphaerici radio CV

descri.

descripti jacens infra platum $NQ = \frac{1}{2} pm - \frac{1}{2} p + \frac{p}{2m} - \frac{1}{2} p = \frac{1}{2} pm$
 $-\frac{p}{2m} - p$. Vis totius quadrantis hemisphaerici est quadrans peripheria
 circuli maximi $\frac{1}{2} pm$. Igitur vis residua quaesita $p - \frac{p}{2m}$, & evanescente
 $\frac{p}{2m}$, ubi numerus m est nimis magnus, ea vis evadet $p = 3.141$.

279 Sit jam altitudo CA pedum 50, sive passuum 10, CV milliarium 100,
 ut posita $CA = 1$, sit $CV = m = 10000$. Erit in logistica tabularum, cu-
 jus subtangens 0.4333, $\log. m = 4$; ac proinde in logistica, cujus sub-
 tangens 1, erit 9.2313 vis igitur horizontalis corpusculi C secundum di-
 rectionem $CE = 2 \log. m + 1.389$ erit 19.851, & vis verticalis 3.141
 paullo major, quam septima ejus pars.

280 Jam vero semidiameter Terrae est pedum 19641762 (num. 114) sive
 unitatum CA , quarum singulae continent 50 pedes, 3928355, qua posita
 $= r$, est sphaera $\frac{4}{3} pr^3$, & proinde vis in ipsam (n.186) $\frac{4}{3} pr = 1645504$;
 adeoque gravitas ad vim horizontalem in id stratum, ut 1645504 ad 19.
 851, sive ut radius 10000000 ad 121 tangentem deviationis, quae evadit
 $2''.31''$, vix quidquam discrepans ab illa, quae in ea dissertatione inven-
 fuerat $2''.38''$. Porro multum etiam aucto, vel imminuto intervallo $CV = m$,
 parum mutatur deviatio, cum logarithmi ingentium numerorum, ut est $\log.$
 m , parum mutantur, ipsis etiam multum mutatis.

281 Altera vis verticalis, quae gravitatem in Terram auget, & erat ad
 horizontalem ut 3.141 ad 19.851, vix est ad ipsam gravitatem, ut 2 ad
 1000000, quam ideo nihil ad sensum auget. Sic etiam ille globus I fi-
 guræ 31 radio unius miliaris, si jaceret non ad latus corpusculi B , sed infra
 ipsum, gravitatem auget parte ipsius $\frac{254}{1000000}$, quod incrementum longi-
 tudinem penduli oscillantis ad singula secunda auget eadem parte, quae lon-
 gitude cum sit linearum proxime 440, vix augetur $\frac{11}{100}$ unius lineae, quod
 probe notandum est, ut appareat, quanto magis directionem penduli tur-
 bent inaequalitates, quas habemus in superficie Telluris, & infra ipsam,
 quam longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda, dum massa, quae
 integri minuti primi deviationem parit, eam longitudinem vix mutat deci-
 ma parte lineae. Contra vero majores inaequalitates altius depressae infra
 superficiem Terrae, cum nimis oblique trahant, debent, si adsint, multo ma-
 jorem productionem parere in penduli ad secunda horaria oscillantis longitu-
 dine, & deviationem minorem in directione quiescentis, quod probe no-
 tandum est.

282 Sed ut ex solutione problematis capiamus eos fructus, quos nobis
 proposuimus, in primis notetur illud, stratum ejusdem extensionis in lon-
 gum, & latum, quod sit altum 500 pedibus, sive sola decima milliaria parte,
 debere parere deviationem decuplo majorem secundorum 25, 10'', ingen-
 tem sane; ac proinde ubi solum perpetuo assurgit ad ingentem distantiam, ut
 Italia ab utroque mari ad Appenninos attollitur, ingentem haberi debere
 deviationem penduli, nisi aequali inferno hiatus illa materis aggestio compen-
 setur; ac illud demum, inaequalitates, quas in superficie Telluris cernimus,
 licet exiguae sint respectu Telluris totius, & penduli oscillantis longitudinem

vix

vix quidquam ad sensum immurent, pares esse deviationibus etiam ingentibus inducendis, nisi per infernos hiatus habeatur compensatio, quam utcumque haberi sepiissime videatur admodum verosimile, adhuc tamen ubique satis accuratam esse, mihi quidem suadere nequaquam possum.

283 Deveniendò deinde ad determinationem massæ terrestris, ea obtineri posset per hujusce problematis solutionem methodo exposita in ea adnotatione. Quoniam sunt loca, in quibus maris æstus assurgit etiam ad 50 pedes, ut in Britanico freto, ac ad multa milliaria protenditur illud stratum undæ recens allapsæ, & succedentis æquali strato aeris; pendulum longius constitutum in ipso marium margine, ut supra, vel statim post aggeres, potissimum microscopio adhibito, debet admodum sensibilem deviationem acquirere versus undam ipsam, si densitas media Telluris non sit multo major, quam media aquarum densitas. Erit in fig. 32 *NQ* superficies aquæ infima, *HM* suprema, & quoniam massæ remotæ parum trahunt, etiam si procul a litore elevatio sit aliquanto minor, ac littora opposita serpent, & magis distent, deviatio pro altitudine pedum 50 debita mediæ densitati Telluris homogeneæ aquæ erit proximè 2^{''}, 31^{'''}, quæ pro aliis altitudinibus erit proximè proportionalis ipsis, & pro diversa densitate mediæ Telluris, erit recprocè proportionalis ipsi densitati, ut idcirco observata altitudine maris succedentis aeri, & deviatione, definiri possit ea densitas, & ex data mole Telluris, etiam ejus massa relata ad hæc corpora nobis nota, non tantummodo ad Solem, Jovem, Saturnum, Lunam, quod unum hæcenus est præstitum; unde etiam liceret conjicere, an Terra sit ad centrum usque perpetuo materiæ ductu plena, an crusta quædam tantummodo, cum ingenti vacuo nucleo, ut etiam inde de figura Terræ indulta per æquilibrium judicari melius posset, cum ea, uti vidimus superiore paragrapho, pendeat a mediæ Telluris densitate comparata cum densitate marium.

284 Ad accuratorem calculum satis esset determinare accuratius figuram littorum, altitudinem marium circumquaque, respondentem datæ cuius altitudini loci assumpti pro observatione, & elevationem etiam versus medium fretum, cujus satis accuratè determinandæ ex ipso litore per majoris telescopii micrometrum ratio est tuta, & facilis, ex quibus datis determinari posset admodum accuratè vis in illam massam aquæ allapsæ, ac per eam deviatio debita, ex cujus collatione cum observata erueretur densitas quæsitæ.

285 Sed sunt etiam in superficie Telluris loca plurima, in quibus regiis impensis concludi posset muro, vel aggere ingens tractus satis altus, ubi valles montibus concluduntur, in quem ex altioribus fontibus deduci posset aqua succedens aeri, ac deinde emitti; & inde etiam ope ingentis penduli ad latus constituti observari deviatio, & comparari cum deviatione computata. Satis est meminisse illud deviationem secundorum sex respondere molli aquæ æquivalenti globo habenti pro radio decimam partem milliariis geographicis, cujusmodi hiatus haudita difficulter concludendi inter asperos montes non raro occurrunt. Eo pacto posset perpetuum quoddam constitui velut *Geometrum*, quo impleto, ac evacuato ad libitum, universa Terra tanquam ad stateram quandam appenderetur, comparata ejus actione, cum actione datæ massæ aquæ, datæ molis, & formæ.

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUINTUM

§. I. Ad notas a versu 124 ad 270.

DE VETERUM CONATIBUS PRO MAGNITUDINE
TERRÆ DETERMINANDA.

286 **I**N præcedentis libri supplementis diutius moratum, utcumque omnia, quantum licuit, contraxerim, hic adhuc contractiorem esse oportebit, & in iis tantummodo plerumque versari, quæ ad Nostrium rite intelligendum necessaria erunt. Sed argumentum de magnitudine, & figura Telluris investigata per graduum mensuras a Veteribus, & Recentioribus, quod fere dimidium hunc librum occupat apud Nostrium, nos aliquanto diutius detinebit, quod argumentum in plures partiri paragraphos, hoc priore, quæ ad Veterum methodos, & observationes pertinent, paucis percurtemus.

287 Veteres habuerunt Terram pro spherica, uti innuimus in adn. ad versum 124; neque enim hic moramur absurdas quorundam imperitissimorum Veterum sententias, quas Ricciolus persequitur Almagesti lib. 2 cap. 1, ut est illa Anaximandri, qui censuit columnæ similem, Leucippi, qui cylindro, Cleantis, qui cono, Heracliti, qui scaphio, Democriti, qui disco cavo, Anaximandri, & Empedoclis, qui mensæ planæ, Xenophanis Colophonii, qui deorsum infinitis fultam radicibus per summam Naturæ ignorationem existimavit. Nec vero novimus, an Aristarchus, & qui Veteres Pythagoræ Telluri motum tradiderunt, quidquam de vi centrifuga, & compressa Telluris forma inde proveniente subodorarint. Ita autem sententia de accurata figura spherica marium, atque Telluris, abrais, vel neglectis asperitatibus extantis continentis, & montium viguit sæculis omnibus, quorum monumenta ad nos pervenerunt, ut usque ad sæculum septimum decimum, nemo de illa, quod ego saltem aut noverim, aut nunc meminerim, dubitarit. Argumenta, quibus ejusmodi sententia innitebatur, fustus persecutus sum, & ad accuratiorem trutinam revocavi in mea dissertatione de Veterum argumentis pro Telluris sphericitate. Fuerunt autem potissimum primo quidem æquilibrii leges, cum nimirum gravitatis vim censerent dirigi ad unicum commune centrum, nec nisi illam solam considerarent; cujus directio cum perpendicularis esse debeat superficiæ fluidi quiescentis, uti & ratio, & experimenta docent, nec nisi sola sphaera habeat superficiem ubique perpendicularem rectis tendentibus ad datum punctum, necessario consequebatur spherica marium figura, cui argumento addebatur & æquilibrium æquale tantummodo columnarum Telluris conceptæ, ut fluidæ usque ad centrum, qua ratione Archimedes est usus. Deinde globosam Telluris formam persuasit curvatura perpetua, quam indicabat, & poli elevatio, ac depressio tendentibus in Boream, vel Austrum, & ortus, ac occasus anticipatio, vel posticipatio tendentibus in ortum, vel occasum indicata ab eclipsibus, conferentibus unius loci horas cum horis alterius, & circularis forma, quæ in marino horizonte se ubique oculis objiciebat, & notissimum illud phæno-

menon, quo adventantibus e mari prius summi montes, tum littora, prius domorum cæta, tum limina, ac prospectantibus e litore prius summi mali, & vela, tum ipsæ naves, & spuma rostris eruta apparebant. Sed præ reliquis argumentis ab observatione petitis umbra Terræ, quæ in eclipsibus Lunæ circularis appareret semper, sphericam Telluris formam persuadebat, cum si planarum forma umbram solaris disci, qui circularis cernitur, circumquaque projiciat; eclipses autem tam ad Orientalem, quam ad Occidentalem plagam quæcumque contingant, & in magna etiam amplitudine ad Boream, & Austrum.

288 Verum quid ex æquilibrio deduci possit, fuscè vidimus in penultimo superioris libri §, quod quidem argumentum evolvat penitus sententia de gravitatis tendentia orta ex vi composita in omnes Terræ particulas, & incerta constituto partium internarum Tellurem solidam constituentium, & vero etiam externarum, tam exigua ejus parte nota Veteribus, orbe nondum circum navigato, nondum America, & Orientali Asia detectis, ac Boreali Europa, australi Africa perlustratis. Argumenta autem petita a curvatura, curvaturam ipsam perpetuam tantummodo, non accuratam sphericitatem evincebant, cum nullæ adessent, præter incertam quandam oculorum æstimationem, accuratæ mensuræ, quæ æqualem ubique curvaturam evincerent, nullis accuratis graduum dimensionibus, quæ inter se conferri possent, nullis determinatis phenomenorum, quæ enumeravimus, comparationibus institutis cum dimensionibus rite definitis intervallorum, per quæ acciderent, ac mutationes certas subirent, nulla accurata mensura inita ad definiendum, an horizontis marini limbus satis accurate circularis sit, quam quidem perquisitionem nunc etiam inutilem reddit refractionum horizontalium inæqualitas, quæ sæpe eodem tempore horizontem physicum ex altera parte attollit magis, quam ex altera. Demum quod pertinet ad Terræ umbram, id quidem, licet ea atmosphæræ, non Terræ sit umbra, utcumque haberet vim supposita nimirum ubique exigua, & ad sensum æquali elevatione atmosphæræ supra superficiem Telluris (quæquam ne id quidem satis constare potuit Veteribus, potissimum barometro, quod atmosphæræ pondus exhibeat, nondum invento) sed utcumque vim habere posset, si integrum terrestris unbræ ambitum, vel simul maximam ejus partem in Lunæ disco suspiceremus, ac dimetiremur accuratè, & formam accuratè circulaarem semper deprehenderemus; at nec arcum nisi exiguum in Luna cernimus, cujus disci diametro diameter unbræ est fere triplo major, & ita incertum reddit unbræ marginem penumbra, ut nihil inde, ne pro illo quidem exiguo arcu, quem videmus, inferri possit, nec post accuratissima astronomica instrumenta, quibus utimur, quorum instrumentorum defectus multo magis incertam apud Veteres reddidisset hanc methodum inquirendi in accuratam Telluris figuram, si quidquam supra incertam oculorum æstimationem tentandum ea in resuscipissent.

289 Inde constat suppositam apud Veteres, non satis solidis probatam fuisse rationibus Terræ sphericitatem; videndum nunc, quo pacto ex ejusmodi suppositione in magnitudinem inquisierint ipsius Terræ, & illustranda, quæ Noster proposuit, & quæ attigimus in adnotationibus sequentibus, utcumque satis elementaria. In adnot. ad vers. 121 occurrit dimensio Heratostenis,

nis, & ibidem exposita sunt principia, quibus innitebatur. In fig. 33 refert T centrum Terræ, A Alexandriam, DAE semicirculum hemisphærii ibi erecti ab Heratostene, positum in plano Meridiani, SIF radium Solis terminantem arcum AF , per quem extendi debuit umbra styli verticalis AI positi in directum cum radio Terræ TA , B Syenem, cujus puteum BH radius Solis verticalis illuminabat ad fundum usque, qui radius idcirco supponebatur proveniens a Sole verticali ita, ut ejus productio in directum esset ipse radius Terræ BT . Assumptis ob immanem Solis distantiam radiis ES , TS pro parallelis, habitus est angulus ATB pro æquali alterno AIF , cujus arcus AF cum esset ex observatione pars quinquagesima circuli maximi ejus hemisphærii, habitus est hujus arcus AB pro parte quinquagesima circuli itidem maximi sphærx terrestris, & cum hic ex viatorum altimatione esset 5000 stadiorum, intulit Heratostenes circulum Terræ maximum continere stadia 5000 \times 50, nimirum 250000.

290 Hæc falso assumpta, quæ hujusmodi determinationem reddiderunt erroneam, habentur in adn. ad vers. 161, quibus correctis methodus pro illis temporibus fuisset utronque opportuna. Quod pertinet ad parallelismum radiorum; si radii provenirent ab eodem Solis puncto, haberet utique possent pro parallelis. Si enim concipiatur, puncta S , & s coire in unicum punctum, angulus IST esset perquam exiguus. Nam integer Terræ radius TK visus e Sole est tantummodo secundorum $10 \frac{1}{2}$, quanta est parallaxis horizontalis Solis juxta n. 70, & 105. Est autem TK circiter pars sexta peripheriæ terrestris, & IB , seu AB intervallum illi ad sensum parallelum pars quinquagesima, adeoque hoc ad illud, ut 6 ad 50, sive ejus pars minor quæm octava, quæ idcirco videti debet e Sole sub angulo paullo majore, quam unius secundi. Et is error committeretur in angulo ATB assumpto pro æquali AIF , a quo debet deficere, quod quidem in unum gradum circuli terrestris, qui est minor quam septima pars totius arcus AB continentis $7^{\circ} 12'$, induceret errorem fractionis exiguæ unius secundi. At possunt ii radii non provenire ab eodem puncto Solis. Nam umbra AE terminatur a puncto supremo disci solaris, non a centrali radio, ut patet, ac ad illuminandum totum puteum utrunque profundum, & arcum utique ad fundum, satis est, sit verticale quodcunque punctum disci solaris; quod quidem punctum si fuerit in unum punctum disci, in accipiendo parallelismo committitur error æqualis toti diametro solari, nimirum circiter dimidii gradus; quod inducit errorem fere $4 \frac{1}{2}$ in singulos gradus, nempe errorem fere $\frac{1}{13}$ totius.

291 Ea methodus pro accuratioribus perquisitionibus, ejusmodi hodie in usu sunt; est minus apta erroribus etiam correctis, quia determinatio umbræ styli satis accurata haberi nequaquam potest ob penumbram. Quamobrem quadrantes vel sectores requiruntur, qui accurate determinent angulum EIA oppositum ad verticem angulo ZIS distantia a zenith limbi Solis utriuslibet, & ad definiendam in B distantiam itidem a zenith ejusdem limbi, si Sole uti libeat, ac præterea & refractionis habenda ratio, quæ pro 7 gradibus est circiter $8''$, & minuit distantiam apparentem in Az zenith.

292 In adn. ad vers. 183 habetur methodus prior Possidonii, qui usus Canopo stella assumpsit binas ejus positiones, alteram Rhodi, ubi horizon-

tem stringebat, alteram Alexandriæ, ubi simul ad meridianum appellens elevabatur supra horizontem parte $\frac{3}{48}$ totius cælestis circuli, sive gradibus 7. Si observatio accurata fuisset, rite inde intulisset arcum inter eas urbes contentum esse $\frac{1}{48}$ totius terrestris ambitus. Cum enim horizon distet a zenith per unum quadrantem, oporteret arcum inter bina zenith interceptum esse eisdem $\frac{1}{48}$ circuli cælestis, a cujus altero distaret stella $\frac{3}{48}$ parte ejusdem circuli minus, quam ab altero. Arcus autem terrestris est similis arcui cælesti inter bina zenith in hypothese Telluris sphericæ, ut eisdem patet.

293 Verum & huic determinationi obsunt plura, quæ in eadem adnotatione innuimus, inter quæ refractionis horizontalis & ingens, & admodum incerta, & varia juxta num. 49, rem prorsus omnem perturbat. Fixarum observatio, ut infra videbimus, est omnium aptissima ad graduum mensuram, sed fixarum, quæ proximæ zenith habeant refractionem exiguam, & satis certæ definitam, non quæ proximæ horizonti habeant ingentem, & incertam.

294 In adn. ad versum 212 habetur altera Possidonii methodus per intervallum, per quod gnomones verticales umbram non projiciunt in meridiem. 2934 Sint in fig. 34 TS , Ts binæ rectæ jacentes in plano meridiani, & tangentes globum Solis Ss , quæ incurrant in arcum I , i meridiani terrestris. Satis patet stylos verticales IQ , ic , & omnes alios, qui inter illos erigantur, nullam debere umbram projicere in meridiem; stylus autem AB , ab projecturus umbram AD , ad terminatam a radiis EBD , ebd provenientes a punctis E , e paullo ulterioribus. Arcus Ii carens umbra metitur angulum ITi , sive STs , qui est diameter apparentis Solis visæ, e centro Terræ; & quoniam diametri apparentes sunt reciproce, ut distantia, semidiameter autem Terræ TI habetur jure instar puncti respectu distantia a Sole, semidiameter visæ ex I accipi potest pro eadem, ac si videretur ex T ; si fiat, ut diameter apparentis Solis ad unum gradum, ita arcus meridiani terrestris, per quem nulla apparet umbra, ad quartum, habebitur mensura unius gradus, & per eam integer ambitus Terræ.

295 Difficultates contra hanc methodum habentur in eadem adnotatione petita a difficultate definiendi satis accuratè limites, in quibus incipiat, & desinat umbra verticalium corporum esse nulla, ob penumbram, & difficultate summa determinandi apparentem diametrum ante inventa telescopia, & micrometra; accedit nimis exiguus tractus assumptus, pro mensura totius circuli, qui est circiter dimidii gradus, ut Solis apparentis diameter, ut idcirco error in eo tractu commissus crescat, ubi per ipsum definitur unus gradus, qui decrescit, si adhibeatur tractus aliquot graduum. Cæterum cum hæc methodus Solem verticalem adhibeat, evitat difficultatem petitam a refractionibus,

296 Additur in eadem adnotatione, casu hanc methodum inter omnes veteres exhibuisse minime omnium erroneam mensuram gradus. Ea quidem exhibuit milliaria Romana antiqua 75, Nos gradum in Italia invenimus hexapedarum Parisiensium 56979, ut infra videbimus, sive reductis mensuris, eorum milliarium $74\frac{1}{2}$, quam proxime, & gradus sub Tropico, ubi ea observatio instituta est, debuit esse paullo brevior ita, ut dum aliæ metho-

thodi

thodi errorem induxerant plurimum miliarium, hæc ne unius quidem miliaris errorem induxerit.

297 In adn. ad vers. 236 occurrit dimensio Arabum per poli altitudinem; qua in patentibus campis observata, progressi sunt recta in Boream, donec eadem uno gradu major inveniretur, quem Terræ tractum habuerunt pro uno gradu terrestris circuli. Si altitudo poli accuratè definiatur, constat methodum rite procedere; si enim ab eodem polo alter horizon distat plus, quam alter; uno gradu, distat itidem & alterum zenith plus, quam alterum; quæ puncta si in eodem arcu ejusdem meridiani jacent, differentia illa distantiarum binorum zenith a communi puncto est ipsa distantia inter eadem bina zenith, quæ distantia idcirco erit unius gradus, adeoque unius gradus etiam arcus terrestris inter bina loca, quibus ea bina zenith verticaliter imminet.

298 Ibidem additur, cur incerta sit ea dimensio, cum nimirum nec constat, quibus mensuris sint usi ad illum terrestrem camporum tractum definiendum (ei malo mederi potuisset saltem quamproxime mensuræ communis determinatio per pedem horarium ab Hugenio inventum ope penduli ad minuta secunda oscillantis; de qua egimus supra num. 260); nec qua ratione determinaverint poli altitudinem. Ea definiiri solet capiendo altitudinem supra horizontem maximam, & minimam ejusdem Fixæ circumpolaris, ubi ad meridianum appellit supra, & infra polum; nam altitudo poli est media arithmetica inter illas binas altitudines observatas. Verum & instrumenta requiruntur accuratiora, quam, quæ tum in usu fuerint, & refractionis habenda est ratio, cujus an illi rationem habuerint, non constat; & si Fixis utendum est, sine determinatione ipsius polaris altitudinis, quæ per bina observationum ejusdem Fixæ binaria perficitur, satis est adhibere in locis singulis observationes ejusdem Fixæ, ut habeantur binæ ejus maximæ altitudines supra horizontem, sive minimæ distantie a zenith, quæ solæ binorum zenith distantiam definiunt. Verum & ubi Fixarum usus esse debeat, multo satius est, uti supra monuimus; Fixas adhibere proximas zenith, quam proximas polo, ad evitandos nimirum refractionum errores, & ad faciliorem, certioremq; determinationem per sectores majoris radii verticaliter erectas.

299 Omnes hæc Veterum methodi exhibebant immediate aliquem circuli caelestis arcum, per quem immediate obveniret circumferentia circuli Terræ maximi, ex qua deinde diametrum eruebant ope rationis circumferentia ad diametrum, quam Archimedes definivit 22 ad 7, & quæ multo veræ propior exhibetur ab illis notissimis numeris 355 ad 113. Atque hinc patet illud, quod initio libri 4 Noster proposuit, & inuimus in adn. ad vers. 100 ejusdem libri, ac in §. 1 supplementorum libri ejusdem huc remissus illustrandum: homines nimirum, inventa Geometria, & exulta per minora camporum intervalla, ac montium altitudines, primo quidem peripheriam terrestrem determinasse, tum diametrum, ex ea nimirum deductam. Verum methodi & diametri immediate definiendæ pares a Recentioribus, & inventæ sunt, & adhibitæ, ut constabit sequenti §, in quibus etiam evidentiùs perspicitur, quo pacto a dimensionibus agrorum, & montium itum sit ad Tellurem, & inde in Cælum, ac Geometria a necessitate Naturæ velut ad luxum quendam traducta: sed ex methodi parum itidem felices extiterunt, nec ad absolutam accuratorem idoneæ esse possunt. Sed de eo aliquid sequenti §.

§. 2. Ad notam in vers. 270. &c.

DE PRIMIS RECENTIORUM CONATIBUS PRO
DETERMINANDA MAGNITUDE TELLURIS.

300 **S**tatim post restitutam sæculo decimosexto Astronomiam, quæ diu
tam diuturna tot præcedentium sæculorum barbarie velut obruta cum
cæteris omnibus bonis studiis jacuerat, de magnitudine Telluris determi-
nanda cogitari est cœptum, & quidem usque ad Richerianum compertum gra-
vitate inæqualis, evulgarat sub finem sæculi superioris, & inæqualitatem
graduum accuratius definiturum deprehensam paullo post, semper ex hypo-
thesi Telluris sphericæ. Plura ejusmodi tentamina exciterunt vix iterum or-
tis, vel adhuc adolescentibus hisce studiis, quorum bina tantummodo No-
ster attingit Fernellii in Gallia, & Ricciolii in Italia.

301 Et Fernellius quidem usus methodo nimis crassa potissimum ad inter-
vallum terrestris arcus dimetiendum, nihil certi, & accurati præstare po-
tuit. Ricciolius incredibilem industria, & instrumentorum pro eo tempore appa-
ratu, vitio methodi, cui fidebat maxime, gradum auxilii circiter $\frac{1}{11}$ sui par-

F. 35 te. En ejus methodum ex Geographiæ Reformatæ lib. 5 cap. 33. In fig. 35
exhibet *C* centrum Terræ, *BA* montem Paternum Bononiæ, *MD* Mutinen-
sem editissimam turrin. Observavit angulum $CAD = 89^{\circ} 26' 13'' 27'''$,
 $CDA = 90^{\circ} 15' 7''$, quibus subductis a 180, reliquus est angulus $ACD =$
 $18^{\circ} 39'' 33'''$; intervallum *AD* invenit passuum Bononiensium 20016 $\frac{10}{504}$;
unde intulit gradum eorundem passuum 64363; qui adhibita ratione pedis
Bononiensis ad Parisiensem 1682 $\frac{2}{5}$ ad 1440, & passus ad hexapedam 5 ad 6,
reducitur ad hexapedas 62665. Cum vero gradus in Italia obvenerit Mal-
rio, & mihi hexapedarum 56979; differentia evadit 5686, pars $\frac{1}{11}$ hujus
posterioris.

302 Et quidem incredibilem in angulis capiendis adhibuit diligentiam,
usus satis longa aquæ stagnantis superficie, summam itidem adhibuit indu-
striam in deducendo intervallo per triangula, & basim æquali mensura defi-
nitam, curam itidem summam in comparandis inter se mensurarum modulis;
ac redacto hoc suo gradu ad milliaria Romana antiqua proximè 81, omnem
itidem conatum intendit, ut aliorum mensuras correctionibus adhibitis ad
hanc suam adduceret. Verum ipsi refractiones in primis imposuerunt, quarum
nullam rationem habuit, tanquam si in imo aere iis saltem diei horis, qui-
bus ad vaporum vim evitandam observationes instituerat, refractionis nihil pos-
set. At ea potest utique semper, ubi radius per satis ingentem tractum pro-
greditur, in quo ob Terræ curvaturam debet mutare distantiam a superfi-
cie Telluris, & diversæ densitatis atmosphæram permeare. Refractionis atollit
objecta, & ejus vi linea visualis *AD* attollitur ad *AE*, & *DA* ad *DF* tan-
gentes curvæ *AD*, quam radius percurrit. Hinc anguli *CAD*, *CDF* pro-
veniant majores justo, & angulus *ACD* justo minor; unde ubi fit, ut angu-
lus

lus *ACD* ad unum gradum, ita intervallum *BM* ad intervallum debitum unius gradui, manente secundo, & tertio termino, quartus provenit major justo in ea ratione, in qua primus est minor.

303 Porro plerumque illud deprehendi solet in huiusmodi observationibus circumterrestribus, ubi montes adhibentur, ut angulus *BCM* obveniat $\frac{3}{4}$ sui parte minor justo. Ipsi, qui alteram stationem habuit humiliorem in Turri Mutinensi, & hanc selegit, quibus purgatissimus esset aer, error obvenit aliquanto minor, partis nimirum $\frac{1}{11}$; nam fere totum errorem deberi refractionibus crediderim ob tantam in cæteris omnibus adhibitam curam, quanquam aliquem errorculum & illa dimetiendorum angulorum ratio prætere omnino debuit, & tractus tricens gradus erat nimis exiguus, errore multiplicato, dum itur ad gradum integrum. Addidit ille quidem ad hanc determinationem confirmandam & alias methodos, adhibitis observationibus Astronomicis nonnullis, sed & per sese minus idoneas, & Astronomia nondum satis exulta, minus accuratas, quam ob causam ab iis etiam in eundem errorem inductus est.

304 Et quidem methodus, quam proposuimus, ob admodum incertas in primis, & varias prope horizontem refractiones objectorum etiam alte intra atmosphæram depressorum nunquam sane ita perfici poterit, ut usui esse possit; cæterum ipsa est omnium aptissima ad videndum progressum, quo humana mens ab agrorum dimensione Geometriam traduxit ad dimetiendam Telluris diametrum, & inde ad astrorum distantias definiendas sese extulit. Ubi enim terrestres distantias dimetimur, basim aliquam definimus actuali mensura, ex qua & binis angulis observatis deducimur ad tertium angulum, tum ad latera, ac ex lateribus eo modo inventis, & binis angulis iterum observatis in extremis inventorum angulorum punctis progredimur, ut patebit sequenti §, ad alia aliorum triangulorum latera determinanda. Siq̄ ibi potuisset Ricciolius ipsa obliqua rectilinea distantia *AD* per triangulorum seriem definita sine illius reductione ad distantiam *BM* horizontalem, vel potius horizontali proximam in triangulo *CDA* factis, ut sinus anguli *C* ad sinum *CAD*, ita *AD* ad *CD*, eruere immediate semidiametrum, ex qua deinde per eandem Trigonometriam ascenditur ad Lunam, tum ad Solem methodis, quas exposuimus §. 1 libri præcedentis. Verum & hic refraçtio obest, & ubi in Cælum assurgitur, tot difficultates occurrunt, quemadmodum sibi exposuimus, ut quæ methodi directæ videntur prima fronte omnium aptissimæ ob theoriæ simplicitatem, plerumque fato quodam conditionis humanæ fiant maximæ omnium inopæ, & per ambages sæpe indirectas agere demum eo, quo tenditur, liceat evadere.

305 Norwoodus in Anglia, & Snellius in Hollandia astronomicis observationibus usi, ac meridiani arcum dimensam rationem secuti sunt in gradu dimetiendo, quam nunc adhibemus, & §. sequenti explicabimus; sed Astronomia itidem nondum satis exulta, erroneum uterque gradum obtinuit. Et Norwoodus quidem, quem Newtonus prop. 19 l. 3 commemorat, dimensus distantiam Londinum inter, & Eboracum pedum Londinensium 905751, & observando differentiam latitudinum 0. 38', colligit mensuram unius gradus pedum 367196, quos Newtonus reducit ad hexapedas 57300. Is gradus si

eum is conferatur, quos nunc obtinemus, est 250 circiter hexapedis justò major, licet Newtono visus sit satis vero proximus ob consensum cum gradu definito in Gallia a Jo. Dominico Cassino hexapedarum 57292, quem quidem erroneum esse constitit, ut infra docebimus, mensuris a filio, & nepote iteratis pluribus vicibus, & correctionibus pluribus adhibitis.

306 Et quidem, quod ad Norwoodi mensuram pertinet, ego quidem haud scio, an ullus ejus observationes iteraverit, & invenerit, ubi & qui error commissus sit; in Snellii gradum plures inquisiverunt post ipsum, & alias post alias correctiones proposuerunt. Is quidem ingentem ordinaverat triangulorum seriem, ejus ope distantiam obtineret ad directionem meridiani redactam inter binà extrema loca observationibus astronomicis destinata; prorsus uti nunc fit, & intervallo, ac arcu cælesti intermedio definitis, invenerat eum; qui redactis mensuris evadit hexapedarum 55030. Eum Mouschembroekius; rectificatis triangulis, & retentis observationibus astronomicis ipsius Snellii reduxit ad hexapedas 57033; Jacobus Cassinus repetitis etiam observationibus astronomicis anno 1701 invenerat 56496, Cassinus vero de Thury novam basim dimensus, sed paternis adhibitis observationibus produxit iterum ad hexapedas 57145; sed optandum esset, ut ipsæ observationes astronomicæ iterarentur, quæ quidem initio hujus sæculi nondum ad eam accuratorem devenerant; quæ in tam subtili investigatione requiruntur.

307 Felliciore exitu ex fortuita errorum plurium compensatione ad mensuram gradus veræ quamproximam evasit sub finem superioris sæculi Piccardus in boreali Gallia. Is enim Ambianum, inter & Malvoisinam ex intervallo, quod ipsi obvenerat, 10, 22', 55", definiverat gradum hexapedis 5760. Hunc Maupertuisius primum in opusculo edito statim post regressum ex Laponia correctione adhibita; quam Fixarum motus a Picarto neglectus requirebat, reduxit ad hexapedas 56925, tum iteratis ejus observationibus astronomicis iterum immutavit redactum ad hexapedas 57183; at Cassinus de Thury cum Caillio; invento in ipsa etiam Piccartiana basi errore, qui astronomicarum observationum errorem fere accuratè corrigere, reducerunt iterum ad hexapedas 57074 mensuram quamproximam primæ 57060; quæ quidem pultrema correctio baseos licet quinquies coram multis testibus ad trutinam revocata, observationibus intra paucos digitos conformibus, nihilo tamen minus impugnata iterum; & in suspicionem adducta, ab omni; ut ego arbitror, dubitationis alea est penitus liberata a novis observationibus jussu Academiæ institutis ab illa nova Academicorum turba; quæ suas cum ejus approbatione superiore anno typis impressas evulgavit. Inde autem vel in hoc solo Piccarti gradu facile constat, per quas ambages, & inter quos errorum scopulos ad veritatem emergat humana mens.

308 At nihilo minus perspicuum humanæ conditionis exemplum, sed infelicissimum, quia sine errorum compensatione, apparuit in gradu illo Jo. Dominici Cassini, quem, quanquam, veluti nunc ex tam multis, & accuratissimis nepotis mensuris certo constat maxime erroneum, Newtonus ut maxime tutum adhibuit; quem nimirum is accepto medio ex arcu 6°, 18' in Australi Gallia inter Observatorium Parisiense, & villam Coliovre deduxerat hexapedarum 57292 fere 250 hexapedis longiorem vero, Eum Jacobus

filius

filii in Comment. Acad. Paris. ad ann. 1718 reduxit ad hexap. 57097, ut Inuimus in adn. ad vers. 580. Idem autem nunc demum reducitur ad hexapedas 57047, si assumatur medium inter 9 gradus, quos Cassinus de Thury ejus nepos, in Gallia Australi definitis a se, & Caillio, proposuit in opere memorato *Meridienne Verifiée*, in quo quidem & artis observandi ad supremum jam evectæ apicem, & diligentæ summæ atque industriæ vis omnis emicat, & ubique se prodit.

309 Atque hic quidem primus Cassini gradus collatus cum Piccartiano, & cum alio, quem Jacobus Cassinus paternis mensuris Dunkerkam usque, per Borealem Galliam produxerat, qui tum pariter inventus hexapedarum 56960, paterno multo minor obvenerat, quæstiones omnes initio hujusæ sæculi movit de figura Telluris, ac tot meditationibus, tot celeberrimis expeditionibus occasionem præbuit, ad ipsam figuram, a qua & vera magnitudo pendet, determinandam, de quo argumento agemus pluribus sequentibus paragraphis. Hic interea concludendum illud, post tam multos, tam diuturnos tot hominum doctissimorum labores, adhuc, quod ad magnitudinem Telluris determinandam pertinet, nihil ex hisce primis Recentiorum conatibus satis certo constituisse, quanquam dubiorum limites sensim semper magis contracti sint: dum enim discrimen inter gradus a Snellio, & Ricciolo propositos est hexapedarum 7645, plus quam octava prioris pars, discrimen inter primum hunc Cassini, & Piccarti gradum est hexapedarum tantummodo 232; nimirum $\frac{1}{246}$ pars hujusce posterioris.

310 Assumpto medio inter hosce postremos gradus, vel adhibito altero, facile inde ex hypothese Telluris sphericæ obtineretur tota Terræ circumferentia graduum æqualium 360; & ex ea diameter; sed post recentissimas observationes tam multas, tanto apparatu instrumentorum; tanto Observatorum labore; tantis Principum munificentissimorum sumptibus peractas, de quibus agemus §. 5, priores illæ dimensiones evaserunt jam prorsus inutiles. His igitur hic ommissis agemus sequenti §. de ipsa ratione dimetiendorum meridiani graduum, ut illustrentur ea, quæ Nostrum secuti proposuimus in adnotationibus a vers. 386 ad 547.

§. 3. Ad notam in vers. 386. &c.

DE DIMENSIONE GRADUUM MERIDIANI, ET PARALLELI.

311 **P**rimo quidem *meridianus terrestris dicitur illa curva, quæ oritur in superficie Telluris, si ea secetur plano per axem conversionis diurna, & unus ejus gradus dicitur is ejus curvæ tractus, ex cujus extremis punctis ducta in ejus plano duæ rectæ perpendiculares ad ipsam curvam continent, ubi concurrunt, angulum unius gradus. Parallelus autem dicitur curva, quæ oritur sectione perpendiculari ad axem, & ejus gradus eodem pacto definitur respectu ipsius. Hæ definitiones sunt generales, quæcumque sit figura Terræ, quæ ubi sphericæ concipiatur; meridianus erit, ut pa-*

ter, circulus ejus sphaerae maximus, & rectae illae perpendiculares concurrent in centro, in quo cum gradum continebunt. Quod si ex perpendiculares concineant angulum majorem, vel minorem, ille arcus curvae dicitur tot graduum, vel minorum, quot erunt ejus anguli mensura. Parallelus autem erit circulus habens centrum in axe. Sit in fig. 36 AB arcus ejus curvae, DA , EB binae normales ad ipsam curvam, quae productae concurrent in C . Si angulus ACB fuerit aliquot minorum, vel unius gradus, duorum, trium; arcus AB dicitur totidem minorum, vel gradus unius, duorum, trium, & patet ad determinandum meridiani gradum in mensuris datis, ut in hexapedis Parisiensibus, duo requiri; mensuram anguli ACB pertinentis ad aliquem arcum meridiani AB in gradibus, minutis, secundis, & mensuram intervalli AB in iisdem illis mensuris datis, ut hexapedis. Si enim angulus ACB inventus fuerit accuratè unius gradus, is ipse tractus AB exhibebit unum gradum; secus habito arcu AB pro accuratè, vel proximè circulari, fiet, ut angulus ACB ad unum gradum, ita intervallum AB ad quæsitam unius gradum mensuram.

312 Si superficies Terræ non esset aspera, & scabra, sed polita, & laevis, liceret erigere lineas AD , BE perpendiculares ad ipsam superficiem in plano ejus circuli, quibus deorsum continuatis, si posset penetrari in intima ipsius Terræ viscera usque ad earum concursum in C , liceret ibi actuali mensura determinare angulum ACB , qui arcum AB denominet. Sed quoniam neutrum licet, definimus pro gradu meridiani verticales lineas DA , EB ope penduli, cujus filum cum debeat sequi directionem gravium, debet habere directionem recta perpendiculis ad totam superficiem, & si Terra sit solidum ortum rotatione curvae cuspidiam circa axem, jacere in plano illius curvae AB positae in superficie ipsa, ac ex rectae productae ad partes D , & E , abirent ad binae zenith locorum A , B assumpta in immensa illa caelesti sphaera Telluri concentrica, quam §. 1 lib. 4 concepimus, ut adeo angulus ACB sit distantia illorum ipsorum zenith considerata in arcu caelestis meridiani pertinentis ad illam imensam sphaeram.

313 Ad angulum ACB definiendum utimur Fixa quapiam, ut F , dum ad meridianum appellit, determinando in A , & B angulos DAF , EBF , qui exhibent apparentem Fixae distantiam ab illis zenith, & si Fixa jaceat inter bina zenith, ut F , assumitur pro angulo ACB summa eorum angulorum; si jaceat extra, ut f , assumitur eorum differentia. Nam angulus externus ADF æquatur binis ACF , AFC internis, & oppositis, & angulus EBF binis BCE , BEC ; adeoque bini anguli DAF , EBF simul æquantur binis ACB , AFB simul, nimirum, cum angulus AFB sit ad sensum nullus ob immanem distantiam Fixarum (esset enim uno secundo minor etiam, si terminaretur ad Solem), soli angulo ACB ; & similis est demonstratio pro differentia respectu f .

314 Mensura igitur anguli ACB , sive arcus caelestis inter bina zenith respondentis arcui terrestri AB , reducitur ad mensuram anguli, quem recta verticalis indicata a filo penduli continet cum recta tendente ad Fixam. Id præstatur ope quadrantis Astronomici, ut cum Nostro diximus in adn. ad vers. 386; vel potius ope longioris sectoris. Quadrans, quem Noster describit, exprimitur in fig. 37. Telescopium CG affigitur lateri BA , & dirigitur ad Fixam F . Exprimit BIE quartam peripheriae circularis partem, cui occurrit in I filum.

At pen-

315 Penduli pendentis a centro A ; quod si concipiatur productum sursum in D ; angulus DAF erit idem, ac in fig. 363 erit nimirum quæsitæ illa distantia a zenith.

316 Quoniam in dimetiendis gradibus utimur Fixis proximis ipsi zenith; pro toto quadrante BIE adhibetur sector paucorum graduum hinc, & inde a telescopo CG , quo pacto facile assumi potest instrumentum etiam longius, radio nimirum 9, vel 10 pedum; quod si in totum quadrantem extendere-tur, molem haberet immanem, & ad eos usus transferri, ac tractari omnino non posset.

316 Porro, quæ & in constructione, & in usu quadrantis, & in sectoris ne-cessaria sunt, fusè persequutus sum opusculo 4 Expeditionis Litterariæ, ubi plures methodos exhibui & rectificandi ea instrumenta, & errores astimandi, corrigendique, ac universam praxim ad eam rem necessariam evolvi diligen-tissimè. Satis est monere illud, quod & primo superioris libri §. monui, eo jam deventum esse in instrumentorum apparatu, & usu, ut si inter plures plu-rium dierum observationes ejusdem Fixæ satis diligenter institutas ac ritè re-ductas assumatur medium, id a singulis observationibus plerumque ne uno quidem integro minuto secundo dissentiat.

317 Reductione autem est opus multiplici, ubi plurium dierum observa-tiones adhibentur, ex multiplici Fixarum motu. De Fixarum motibus egi-mus num. 583; tres autem motus, qui mutant distantiam a zenith, commemo-rat hinc Noster juxta adn. in vers. 547, pro quibus motibus omnibus habemus demum & tabulas a Caillio computatas in summum Astronomorum commodum in egregio, & immortalis opere, quod incipit *Fundamenta Astronomicæ*, ut in illo §. monuimus, oportet itidem adhibere correctiunculam ex refractione juxta adn. in vers. 386, de qua egimus §. 1 lib. 4. Verum satis est eam non singulis observationibus, sed toti arcui cælesti demum adhibere, cum in exiguis distantiiis a zenith, ut ibidem vidimus, sit ipsi distantia proportionalis, & pro duobus, vel tribus gradibus, sit proximè duorum, vel trium secundorum. Ea vera cum Fixa ipsi zenith admoveat distantiam apparentem minuens, addenda est arcui invento per observationes non correctas, ut ha-beatur arcus correctus.

318 Jam quod pertinet ad intervallum terrestrè AB fig. 36, si superficies F 306 Terræ esset polita, & lævis, liceret in A meridianam lineam ducere, tum in ejus directione progredi applicando modulum aliquot hexapedarum, usque ad alteram stationem B satis remotam, & eligendam pro observationibus astronomicis instituendis. Sed quoniam id non licet, eliguntur bina loca A , & B satis inter se distantia, quæ constet parum abesse ab ejusdem meridiani directione, tum assumuntur plures stationes eorum locorum hinc, & inde a directione ipsius meridiani crasso modo astimata, ut ordinari possit series continua triangulorum ab A ad B , sive polygonum, de quo egimus in adno. ad vers. 437; & requiritur saltem una basis rectilinea posita in aliqua planitie, quæ actuali mensura definiri posset, & ex ejus extremo altero ad binas stationes prospectus pateat, ex altero saltem ad eam alteram, ex qua nimi-rum, & observatis angulis in ipsis ejus extremis, ac in omnibus polygoni stationibus, omnia polygoni latera, & omnes ipsorum respectivæ positiones ad se

ad se invicem innotescant; sed præstat binas ejusmodi habere bases, quarum altera alterius deductiones confirmet.

F. 38 319 Polygonum refert fig. 38. *A, B* sunt extrema puncta selecta pro observationibus astronomicis; *C, D, E, F, G* sunt stationes intermediae; per quas procedit continua series triangulorum *ACD, CDE, DEF, EFG, FGB* binæ bases sunt *HI, & KL*, & prima connectitur cum latere *AC* per duo triangula *HCI, AIC*, secunda cum *BG* per duo *KBL, LBG*. Habita basi *HI*, & observatis omnibus angulis omnium ejusmodi triangulorum, primo quidem videre licet, an omnes tres anguli cujuscvis trianguli sint æquales duobus rectis, & a differentia, quæ semper erit aliqua ob difficultatem observandi, innotescet, quam exacta fuerit observatio, quæ differentia si fuerit paucorum secundorum, negligi potest; his per tres angulos distributis ita, ut iidem correcti æquantur duobus rectis. Tum in triangulo *HCI* factis, ut sinus anguli *HCI* ad sinum *IHC*, ita *HI* ad *IC*, obtinetur *IC*: eodem pacto in triangulo *IAC* ex angulis *A, & I*, ac latere *IC* invenitur latus *AC*, tum in tri. *ADC* ex angulis omnibus, & latere *AC*veniuntur *AD, CD*, & ita porro devenitur ad extremum latus *BG*; ex quo latus *BL*, tum basi *LK* calculo erui potest, ut innotescat, an eadem sit, quæ ex immediata observatione eruitur.

§ 20 Porro quæ industria adhibenda sit in dimetienda basi, quæ instrumenta ad eam rem idonea sint, quæ correctiones adhibendæ, quæ comparatio mensuræ cum modulo ab aliis adhibito in eadem re versatis; quid in stationum defectu observandum, quæ signa in ipsis stationibus erigenda ad certam collineationem, quæ adhibenda correctio, ubi, quod plerumque accidit, ex ipso signi centro observatio institui non potest, qui anguli observandi, & qua methodo ope quadrantis instructi regula deferente alterum telescopium, & mobili circa centrum ipsius quadrantis, ut & illud, qui errores committi possint, ac timeri, atque alia ejusmodi factis multa fuisse persecutus sum in illo eodem opusculo totam hanc ipsam & theoriam evolvens, & praxim, tum quod pertinet ad ea, quæ diximus, tum quod ad ea, quæ supersunt, quæ quidem hic tantummodo cursim attingimus.

321 Dicendum nunc de binis reductionibus polygoni, de quibus egimus in annotationibus ad vers. 479, & 500. Prima reductio est polygoni ad planum horizontale; nam ejus latera temere jacent inclinata alia magis, alia minus ad horizontem, ad quem reduci debent per rectas a singulis stationibus demissas perpendiculariter in ipsum. En methodum, quam Noster proposuit,

F. 39 versibus utrunque perviam. Sit in fig. 39 unum e triangulis *ADC* reducendum ad planum horizontale transiens per *A*. Concipiatur *Dd, Cc* perpendiculares superficiæ Terræ habitæ pro plano quodam horizontali ob exiguam in exiguo tractu curvaturam, & rectæ *Dd* occurrat in *N* recta *CN* parallela *cd*, cui & æqualis erit. Habebitur angulus *DA d* elevatio stationis *D* visa ex *A* ope quadrantis fig. 37, in quâ cum arcus *BI* metiatur distantiam a zenith, arcus residuus *IE* metitur elevationem supra horizontem: hic vero angulus *Ad d* est rectus, & habetur latus *AD* polygoni non reducti; quare ope Trigonometriæ habebitur idem latus reductum *Ad*. Eodem pacto ex elevatione *C d c*, & latere *AC* habebitur latus *Ac* reductum, & ex elevatione *NCD*,

ac latera CD , latus reductum CN , vel ed . Ex tribus autem lateribus inventis Ad , Ac , ed invenientur & anguli ejus trianguli, sive anguli omnes polygoni ad horizontem reducti.

322. Hæc quidem methodus est operosior, cum angulos reductos invenire oporteat ex tribus lateribus singulos, post deductionem omnium laterum obliquorum, ac ex iis horizontalium omnium, & est minus accurata ob curvaturam neglectam. Altera quam ibidem innui, & promissi, est multo commodior, & accuratior; est autem hujusmodi. Omnes anguli pertinentes ad singulas stationes reduci immediatè possunt ope Trigonometriæ sphericæ ad angulos, quos efformant projectiones laterum factæ in subjectam superficiem Terræ habitam pro spherica. Sint enim in fig. 40 rectæ AD , $F, 40$
 Ad , AC , Ac , eadem, ac in 39, & centro A , quovis radio AO concipiatur sphaera iis occurrens in P , O , Q , R , ac planorum DAd , CAC communis intersectio sit CV occurrens superficiæ sphericæ in V . Arcus PQ metietur angulum DAC observatum, & arcus VP , VQ erunt complementa arcuum OP , OQ metientium elevationes DAd , CAC itidem observatas, qui idcirco daretur, & darentur itidem, si pro elevationibus, quas figura exhibet, observatæ fuissent depressiones infra horizontem. Igitur in triangulo spherico PVQ datis jam tribus lateribus invenietur angulus PVQ , sive inclinatio planorum verticalium DAd , CAC , quæ planorum inclinatio est ipse angulus sphericus, quem continent in superficiæ Terræ arcus, in quos per plana ejusmodi verticalia projiciuntur latera AD , AC .

323. Habitis hoc pacto angulis omnibus polygoni reducti ad sphericam superficiem Telluris, jam a basi HI incipiendo eodem ordine habebuntur omnia latera polygoni ipsius jacentis in ea superficiæ sphericæ, prorsus ut habebantur latera rectilinea inclinata; nam in Trigonometria spherica sinus laterum sunt, ut sinus angulorum oppositorum. Cumque arcus exigui sint quamproxime, ut sui sinus, erunt illa ipsa latera, ut sinus angulorum oppositorum. Habebuntur igitur immediatè & latera omnia, & anguli polygoni primo reducti.

324. Secunda reductio est operosior. Oportet invenire tractum Ab meridiani interceptum inter punctum A , & parallelum Bb transeuntem per b ; quo pacto observatio facta in R pro distantia Fixæ a zenith in appulsu ad suum meridianum exhibebit distantiam, quæ inventa fuisset in b , si ibi observatio peracta fuisset, & hoc intervallum Ab referet illud intervallum AB fig. 36. suppositum in eodem meridiano. Hæc secunda reductio fiet concipiendo arcum ipsum meridiani AM , & concipiendo lineæ, vel inde in ipsum demissos arcus circulorum maximorum ipsi perpendicularium DO , FQ , EM , vel CN , EP , GR , qui singuli assumi poterunt pro rectis lineis. Oportebit autem nosse positionem saltem primi lateris AV cum Meridiano AM . Ea definiri poterit ducendo actæ in A meridianam lineam, & notando angulum, quem cum ea constituit planum verticale tendens ad D ; sed multo facilius id præstabitur, si ope quadrantis observetur angulus VAD , quem efficit recta AD cum recta tendente ad b solum horizonti proximum, assumendo ad solum quadrantis verticale alterum ejus limbum, vel utrumque, ubi licet, ut licet in sphaera satis obliqua, ut habeatur appulsus centri, ac notando diligenter horam, quod admodum necessarium est, ob refractiones horizontales incertas, & varias, ex qua in-

notescet per astronomicas tabulas angulus, quem cum plano meridiani continet planum verticale ea hora radeus limbum, vel centrum solare. Innoscet autem & elevatio Solis supra horizontem, ex qua, & ex elevatione puncti *D* visi ex *A*, una cum angulo *VAD* observato eruetur methodo superius tradita in fig. 40 angulus, quem planum verticale transiens per *D* continet cum plano verticali transeunte per Solis limbum; sed si angulus *DAV* sit recto proximus, quod facile obtineri poterit respectu alterius & lateribus *AD*, *AC*, in ortu, vel occasu Solis, si opportunum anni tempus ad eam observationem seligatur, is ipse erit quamproxime sine ulla reductione angulus ille quaesitus planorum verticalium. Inventis autem angulis, quos continent illa plana verticalia, nimirum angulis *VAD*, *VAO* reductis ad superficiem Telluris, relinquetur & angulus *DAO*, qui quaerebatur.

325 Ex eo angulo, & angulo *AOD* recto, ac latere *AD* primo reducto habebuntur *AO*, & *DO*. Si jam concipiatur *DS* parallela *AO*, angulus *ADS* habebitur, nimirum complementum *DAO* ad duos rectos: ejus differentia a binis *ADE*, *EDF* exhibebit angulum *FDS*, ex quo, & angulo recto *FSD*, ac latere *DF*, habebitur *DS* aequalis *OQ*, & *FS*, ex qua, & *SQ* aequali *DO* habebitur *FQ*; ac eadem methodo licebit progredi ad reliqua polygoni latera utraque ex parte, nam & in triangulo *CAN* ex angulis *CAD*, *NAD* jam notis innoscet *CAN*, ac per ipsum, & rectum *N*, ac latus *AC* invenietur *AN*, & *CN*. Eo pacto habebuntur omnes distantiae stationum omnium primo reductarum a meridiano *AM*, & frustra omnia meridiani *AO*, *OT*, *QM*, vel simili methodo ex alia parte *AN*, *NP*, *PR*, *RM*, ex qua secunda reductione laterum adhuc obliquorum ad meridianum innoscet *AM*.

326 Erit autem *AM* ad sensum eadem, ac *Ab*, si distantia *BM* supra exigua, quae si fuerit aliquanto major, haud difficulter deduci calculo poterit etiam lineola *Mb* semper adhuc exigua intercepta inter arcum *BM* circuli maximi, & arcum *Bb* circuli paralleli. Ea facile definitur methodo, quam exposui num. 294 ejus opusculi per resolutionem trianguli sphaerici rectanguli, cujus basis est distantia loci *B* a polo, sive complementum ejus elevationis poli, angulus ad *M* rectus, & latus *Bm*, ex ipso intervallo iam cognito in hexapedis, & gradu proxime cognito, notum etiam in partibus circuli maximi. Est enim *Mb* differentia inter basim ejus trianguli, & latus, quod tendit ab *M* ad polum, & iis datis invenitur.

327 Ex ejusdem trianguli sphaerici resolutione invenitur angulus, quem in *B* continet meridianus cum latere *BM*, cujus differentia a recto exhibet convergentiam meridiani transeuntis per *B*, cum meridiano *AM*, adeoque angulum, quem is meridianus continet cum recta parallela *AM* ducta ex *B*. Hinc cum methodo numeri 325 inveniatu angulus, quem *FB*, vel *BG* continet cum ea recta, obtinetur angulus, quem utrumvis latus continet cum meridianis, qui angulus si observetur, uti observatus est in *A*, ope Solis, habetur jam comparatio anguli computati cum observato, ut innoscatur, an error aliquis in tot angulis observatis, & angulorum reductionibus irrepperit. Et eodem pacto haberi posset angulus, quem quodvis latus reductum continet cum meridianis, quod promissimus in adnot. ad vers. 500, ut & in adn. ad vers. 528 promissa est alia verificatio positionis polygoni; quam nimirum hic exhibuimus per novam observationem solarem factam in *B*,

vel in alia statione quavis, quæ quidem est multo tutior illa, quam ibidem innuimus, observandi per eclipses, an differentia longitudinum pertinentium ad loca *A*, & *B* respondeat intervallo *BM* reducto ad partes paralleli transeuntis per *B*. Hujusmodi reductio est facilis; reducto enim intervallo *EM* ad partes circuli maximi, satis est efficere, ut cosinus latitudinis loci *C* ad radium, ita numerus partium circuli maximi ad numerum ejus paralleli. Sed cum unius secundi error in tempore eclipsæ secum trahat errorem 15 secundorum in latitudinum differentia, ea methodus maximis erroribus obnoxia perquam exigui usus esse potest, nec est cum hac posteriore omnino comparanda.

328 Huc pacto ex intervallo *Ab*, sive *AB* figuræ 36, & angulo *ACB* eisdem, invenitur juxta num. 311 mensura quæ sita unius gradus debita proximè medio illi intervallo. Quod si observationes astronomicae tam pro arcu cælesti, quam pro positione polygoni institui non possint in ipsis extremis polygoni punctis *A*, & *B*, sed prope ipsa, requiritur reductio eorum locorum ad ea puncta, quæ quidem non est difficilis: eandem autem, ut & plura præcepta ad contrahendas operationes, & exempla fuscè persecutus sum, ut monui, in eodem opusculo. Sic etiam si polygonum jaceat in sublimi in magna elevatione supra maris superficiem, ut in Quitensi valle accidit, reducendum est intervallum inventum ad superficiem maris, reductione facili, ubi elevatio innotescat. Sed ad præsentis instituti rationem, & ad Nostrum protius intelligendum, abunde sunt hic, quæ diximus, pertinentia ad hanc graduum meridiani mensuram.

329 Posteaquam tum fuscè est actum de dimetiendi meridiani gradibus, dicendum hic est aliquid etiam de mensura graduum paralleli, nimirum lineæ, quæ oritur secundo Tellurem plano perpendiculari ad axem. Sed quoniam de his nihil Noster, & meo quidem judicio parum admodum accurata haberi possunt; innum tantummodo hæc pauca. Satis est polygonum disponere secundum directionem ad sensum perpendicularem meridiano cuiuspiam, & æque ad sensum hinc, & inde ab eo productum. Ibi distantia binorum extremorum polygoni punctorum reducta ad lineam meridiano perpendicularem obtineri potest fere penitus, ut distantia reducta ad meridianum. In binis illis locis capiendus est accuratissimè appulsus ad meridianum Solis, vel Fixæ cuiuspiam per plures observationes altitudinum æqualium; ac eadem nocte in monte edito intermedio, qui ex utroque extremo conspici possit, excitandus ingens ignis subitus accensione pulveris pyrii, quod tempus utrobique notatum, & collatum cum temporibus appulsuum, exhibebit differentiam temporum inter binos illos appulsus ad meridianum, & ex ea numerus partium paralleli inter illa puncta extrema intercepti innotescet. Illa verò distantia inventa, & reducta poterit assumi pro arcu paralleli, qui, si libeat, facile corrigi etiam poterit inventa differentia arcus paralleli ab eo arcu circuli maximi, quem illa perpendicularis exhibet, ex hypothesi Telluris sphericæ, quæ hypothesi differentiam ipsam nihil ad sensum turbabit. Inde per regulam auream præsertim, ut in gradu meridiani, obtinebitur valor paralleli pro latitudine respondente extremis punctis.

330 Difficultas maxima in eo est sita, quod error unius secundi in tempore trahit secum errorem 15 secundorum in arcu paralleli: non licet autem
multos

multos paralleli gradus assumere ob necessitatem habendi signum commune subitum, & certum, cujusmodi satis aptum in Cælo occurrit nullum; & in singulis temporis determinationibus vix sperare licet accuratorem, usque ad dimidium secundum. Adhuc tamen multis assumptis Fixarum appulsibus per multas altitudines, signis iterum, atque iterum repetitis, & continuato labore per multos dies, error, sumendo medium, imminui potest, & inde etiam aliquid erui pro Telluris figura.

§. 4. Ad notam in vers. 596. &c.

DE FIGURA, ET MAGNITUDE TERRÆ EX
PLURIUM GRADUUM COMPARATIONE.

331 **U**BI ex inæqualitate graduum deprehensa in ipsam Telluris figuram inquiri est ceptum, statim contigit, & plures, & remotiores gradus ad id requiri, quæ tot expeditionum, ac dimensionum occasio fuit, de quibus fufe Nolter, & nos eum secuti in adnotationibus. De iis & hic nobis agendum erit. At videndum prius, quid ex ipsis gradibus eruatur pertinens ad Telluris figuram, & magnitudinem; quoniam magnitudo a figura ipsa pendet, & figuram non esse sphericam constitit ex graduum inæqualitate, uti in hac ipsa adnotatione monuimus, quod erit hujusce §. argumentum. Primo autem loco videndum, quo pacto ex gradibus in figuram sit inquirendum.

332 Primum se offert primus Cassini error, qui cum conseret gradum obvenisse longiorem in Australi Gallia, censuerat primo aspectu, ut in adn. ad vers. 599 monuimus, inde inferri, Tellurem esse compressam ad polos. Occurrebat nimirum illud, si in fig. 41 e centro *Co*valis figuræ exeant anguli *ACa*, *BCb* unius gradus, fore arcum *Aa* longiorem *Bb* existente distantia *CA* majore. Verum re altius considerata statim contigit pro figura elliptica prorsus contrarium evinci. Nam gradum definit angulus, quem continent non rectæ tendentes ad centrum figuræ, sed rectæ perpendiculares superficies, ut vidimus num. 311, quas nimirum determinant directiones gravium, sive filum penduli adhibitum in quadrante, vel sectori pro Fixarum observationibus; nimirum angulus *DAE*, & *BIE*, quem continent ejusmodi normalium concursus, qui fiunt in ipso centro circuli curvam osculantis alicubi circa medium arcus, qui assumitur pro ipsius circuli osculatoris arcu. Porro hic concursus est remotior, radio osculi existente majore, ubi figura minorem curvaturam habet, propior eo minore, ubi hæc habet majorem, & in elliptis quidem curvatura est minor in vertice axis majoris, major in vertice axis minoris, & idcirco figura elliptica debet assurgere ad eam partem, ad quam gradus minores sunt. Hinc patet ex Cassiniano gradu collato cum gradu Piccarti debuisse obvenire figuram compressam ad æquatorem, & elevatam ad polos, nimirum ovo similem, quod cum pugnet cum theoria gravitatis, & Richeriana observatione, inde potissimum tot perquisitiones, & expeditiones sunt ortæ; expeditis in regiones maxime a se invicem distantes Academicis, ut ex binis gradibus a se invicem differentibus magis, quam ut ex observationum errore differentia plus æquo perturbari posset, Telluris figura, & magnitudo investigaretur.

333 Porto bini gradus dati, sive bini radii osculi in binis datis angulis cum axe, non pro quavis figura utcumque ignota sufficiunt ad ipsam figuram determinandam, sed notum est Geometris, datis generaliter utcumque radiis osculi, per eorum inclinationes ad axem curvæ, posse defini curvam ipsam, cujusmodi syntheticam curvæ constructionem exhibui in opusculo 5 Expeditionis Litterariæ num. 309. In dissertatione autem de figura Telluris exhibui etiam curvam, quæ in axis brevioris verticibus minorem compressionem habeat, quam in verticibus axis longioris, cum e contrario in plerisque curvis oppositum accidat, & ut de ellipsi diximus, ubi compressio est major, ibi curvatura sit minor. Verum, ut ubi de circulis agitur, datis tribus peripheriæ punctis, per ea circulus dicitur; sic in ellipsi, quam requirit, ut vidimus §. 6 superioris libri, hypothesis quidem homogeneitatis accuratæ, hypothesis vero nuclei sphericæ heterogeneæ proximæ, datis binis gradibus ad binas latitudines datas pertinentibus, datur & species, & magnitudo ellipsos.

334 Methodum determinandi speciem ellipseos per binos gradus, utcumque magna sit ellipticitas, exhibui in eodem opusculo 5 a num. 269, & quidem purè geometricam, & simplicissimam, deductam ex nonnullis ellipseos proprietatibus, quas in meis conicorum elementis demonstraveram: sunt autem hæ proprietates hujusmodi conicorum num. 520, *Radii circulorum osculatorum inter se sunt in ratione reciproca triplicata perpendiculari e centro in tangentem, ac directæ triplicata normalis ad utrumlibet axem terminatæ*: ex num. 523 *radius osculi est quartus continuè proportionalis post dimidium latus rectum principale, & normalem axi transverso, vel generalius est quartus continuè proportionalis post latus rectum axis utriuslibet, & normalem terminatam ad ipsum*: his accedit lemma hujusmodi admodum elegans, *in ellipsi differentia quadratorum binarum ordinarium quarumvis axi utriuslibet, ad differentiam subnormalium, quæ ipsis respondent, est, ut quadratum semiaxis ejusdem ad quadratum ulterius, cujus lemmatis prorsus elementatis demonstrationem admodum expeditam exhibui num. 275 ejusdem opusculi.*

335 Ex hisce proprietatibus habetur hujusmodi expedita solutio problematis. Sit in fig 42 ABb semiellipsi meridiana terrestris axe Bb , & dentur $F, 42$ bini gradus respondentes binis locis I, i cum datis latitudinibus locorum; sint autem IF, if normales terminatæ ad axem; & constat, fore angulos Irb, ifB eos, quorum mensura est distantia poli, ad quem tendit FB producta, a zenith, ad quod tendit FI , adeoque ipsos esse complementa latitudinum, & angulos FIH, fib latitudines ipsas locorum I, i , quibus datis dabuntur ob angulos ad H , & h rectos rationes ipsarum normalium IF, if tam ad ordinatas IH, ih , quam ad subnormales HF, hf . Quare cum datis gradibus detur ratio radiorum osculi, adeoque per num. 334 ratio normalium IF, if eorum radiorum directæ subtriplicata ad se invicem; dabitur & ratio ordinarum HI, hi , & subnormalium HF, hf ad se invicem; adeoque & ratio differentiarum quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, sive ratio quadrati CB ad quadratum CA , adeoque & species ellipseos.

336 Quod si dentur bini gradus parallelorum, qui sunt ut radii HI, hi , res eodem redit, ob datam rationem earundem ad HF, hf , quæ est radii ad

tangentes latitudinum *HIF*, *hif*, unde iterum datur ratio illarum, & harum ad se invicem. Porro ex priorē illa analysi geometrica, & constructionem geometricam admodum simplicem erui num. 285, qua ex datis binis meridiani gradibus invenitur species ellipsis, & aliam num. 286, qua invenitur magnitudo, quæ haud difficulter reducitur ad casum etiam, quo datur bini gradus parallelorum. Eruo autem inde & formulas analyticas pro hisce binis problematis. Si nimirum dicatur gradus propior æquatori *g*, remotior

G , & $g^{\frac{1}{2}} = s$, $G^{\frac{1}{2}} = A$, sinus, & cosinus illius ad radium 1 sit *s*, & *c*, hujus *s*, & *C*; sit autem $CB = 1$, $CA = x$, patet, ubi ratio quaeritur, poni posse *a*, & *A* pro ipsis normalibus, adeoque fore $bi = ac$, $HI = AC$, $hf = as$, $HF = AS$, & idcirco $a^2cx - A^2C^2$, $A^2s^2 - a^2s^2 :: 1 . xx :: \frac{A^2c^2 - a^2s^2}{a^2c^2 - A^2C^2}$, unde jam habetur species ellipsis. Inde autem ob $cc = 1 - ss$, & $Cc = 1 - SS$ eruitur $\frac{1}{xy} = 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2s^2 - a^2s^2}$, formula expeditior, & ex illa num. 288 hoc elegans theorema, fore eccentricitatem ad semiaxem in subduplicata ratione $AA - aa$ ad $AASS - aass$; unde pro ellipticitate exigua facile num. 289 eruitur differentia semidiametri CA a semiaxe $CB = \frac{1}{3} \times \frac{G - s}{SS - gss}$ formula notissima, quam longe alia methodo invenit Maupertuisius, & quæ puncto *i* existente in æquatore reducitur ad hanc $\frac{1}{3} \times \frac{G - s}{GSS}$, & puncto quoque *I* abeunte in polum, ad hanc $\frac{1}{3} \times \frac{G - s}{G}$ atque simplicissimam.

337 Æque facile inveniri potest formula pro binis gradibus parallelorum. Si detur gradus meridiani, & paralleli in eadem latitudine *e*, problema facile expeditur ibidem num. 279 pro specie, & magnitudine simul; si autem detur gradus paralleli in uno loco, & æquatoris in alio, id problema num. 280 & 281, ubi ejus solutio analytica indicatur, dicitur esse nimis sublime. Id ad æquationem gradus quinti sic facile reducitur. Dicatur, ut prius, $CB = 1$, $CA = x$, gradus meridiani in *i* $= g$, & gradus paralleli in *l* $= G$; dicantur autem *s*, & *c* sinus ac cosinus latitudinis in *i*, ac *T* tangens latitudinis in *l*; ratio autem gradus ad radium sit 1 ad *r*. Erit $IH = rG$, $HF = rTG$; erit autem (ex conicis) dimidium latus rectum axis $Bb = \frac{1}{g}$, & posita normali $if = z$, erit n. 334 radius osculi rg quartus continue proportionalis post $\frac{1}{g}$, & *z*. Quare factis $\frac{1}{g}$, $z : z . zxx :: zxx . z^3x^2 = rg$, erit $z^3 = \frac{rg}{x^2}$, & $z^2 = \frac{r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}}$; unde $ih^2 = c^2z^2 = \frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}}$, & $hf^2 = \frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}}$. Cum igitur sint $IH^2 = r^2G^2$, & $HF^2 = r^2T^2G^2$, patet per lemma num. 334 obtineri hujusmodi proportionem $\frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}} - r^2G^2 . r^2T^2G^2 - \frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}} :: 1 . x^2$, id. eq. posito $x^{\frac{2}{3}} = y$, unde $y^3 = x^2 = x^2$, erit $c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}y - r^2G^2y^3 = r^2T^2G^2y^2 - s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}$, æquatio gradus quinti, ex cujus resolutione pendet inventio valoris *y*, & per eum $x = y^{\frac{3}{2}}$.

338 Verum ubi ellipticitas sit exigua, habeo methodum adhuc multo con-
traſtiorē, quæ immediate deducat ad formulas ſimplices pro omnibus qua-
tuor iis problematis, quam ſerius inventam protuli in ipſo fine ejus operis:
innititur autem huic lemmati pertinenti ad ſeſiones conicas: *ubi ellipticitas
ſit exigua, differentia dimidii lateris recti axis utriuſlibet a ſemixaxe al-
tero, ad differentiam ejuſdem a normali terminata ad eundem priorem
axem eſt proxime in ratione duplicata radii ad coſinum latitudinis.* Id
lemma admodum expeditam habet demonſtrationem, quam exhibui ibidem
num. 334. Quamobrem ſi dimidium latus rectum axis Bb dicatur 1 , & juſ dif-
ferentia a CA dicatur x , coſinus latitudinis I ad radium 1 ſit, ut prius C ,
coſinus i ſit e , factis $1.CC::x.Cx$, erit normalis $IF = 1 - CCx$, &
inde $1.C::FI = 1 - Cx$. $IH = C - C^2x$; cum autem radius circuli
oſculatoris ſit quartus continue proportionalis poſt dimidium latus rectum,
& normalem num. 334, erit ejus differentia a latere recto proxime tripla dif-
ferentiz normalis ab eodem, nimirum $3CCx$, adeoque erit is radius oſculi
 $1 - 3CCx$.

339 Habemus igitur pro radio paralleli, & radio oſculi in I binos valo-
res $C - C^2x$, & $1 - 3CCx$, & eodem pacto, pro iſdem in i valores erunt
 $e - e^2x$, & $1 - 3ce$. Hi valores ſunt ut gradus, adeoque datis vel binis
gradibus G , & g paralleli, vel binis meridiani, vel gradu paralleli, &
meridiani in eodem loco, vel gradu paralleli in uno, & meridiani in alio,
habetur ſemper proportio, quæ valorem exhibeat admodum ſimplicem x ;
iſ autem valor eſt ipſa ellipticitas; cum enim ſit CB ad CA , ut CA ad di-
midium latus rectum, erit priorum differentia diviſa per primum, ſive $\frac{x}{2}$, &
æqualis poſteriorum differentiz diviſe per tertium, nimirum ellipticitati.

340 Pro binis gradibus meridiani datis, $1 - 3CCx. 1 - 3ce :: G. g$;
inde $g - 3CCgx = G - 3ceGx$, & $x = \frac{1}{3} \times \frac{G-g}{eG - CG}$.

341 Pro binis gradibus parallelorum datis $C - C^2x. e - e^2x :: G. g$;
inde $Cg - C^2gx = eG - e^2Gx$, & $x = \frac{eG - CG}{eG - C^2g}$.

342 Pro gradu meridiani, & paralleli in eodem loco, ut in I , datis,
poſito primo G , & ſecundo g ſit $1 - 3CCx. C - C^2x :: G. g$, ſive $g -
3CCgx = CG - C^2Gx$, & $x = \frac{CG - g}{C^2G - 3C^2g} = \frac{CG - g}{C^2(CG - 3g)}$.

343 Pro gradu meridiani G in I , & paralleli g in i datis $1 - 3CCx.
e - e^2x :: G. g$, ſive $g - 3CCgx = eG - e^2Gx$, & $x = \frac{eG - g}{eG - 3CCg}$.

344 Ego quidem vix crediderim poſſe ſimpliciore, & magis uniformi me-
thodo ſolvi hæc quatuor problemata, quæ omnes hoc in genere combinationes
complectuntur, & prima quidem formula ob G proximè æqualem g , & $CC
= 1 - ss, ce = 1 - ss$, adeoque $ce - CC = ss - ss$ abit in illam
 $\frac{1}{3} \times \frac{G-g}{ssG - 3g}$ poſitam num. 336. Earundem autem formularum ope facile ad-
modum, & magnitudo invenitur ellipseos. Si enim dimidium latus rectum
ſuiſſet appellatum x pro 1 , haberetur pro radio oſculi $x - 3CCx$, & pro
radio paralleli $Cx - 3CCx$, ac valor x in ſingulis e quatuor formulis obve-
niret

niret multiplicatus per z . Quare valor radii jam haberetur per z , qui posita ratione gradus ad radium 1 ad r , esset $\approx rG$, vel rg , unde emeretur z .

345 Sit exemplum in binis meridiani gradibus. Erit $x \approx \frac{1}{3} \times \frac{G-g}{rG-CCg} \times z$, quod ponatur $\approx mz$. Quare radius osculi $z - 3CCx$ fiet $z - 3CCmz \approx rG$, adeoque $z \approx \frac{rG}{1-3CCm}$, ubi ob $3m$ valorem exiguum, & CC adhuc minorem unitate, facta divisione habebitur proximè $z \approx rG (1 + 3CCm)$ cujus ope invento $x \approx mz$, habebitur dimidium latus rectum z , & $CA \approx z - x \approx z(1 - m)$, adeoque etiam magnitudo ellipsos, existente CB proximè $\approx z - 2x \approx z(1 - 2m)$.

346 Porro inventis valoribus z , & x licebit etiam computare tabulas graduum omnium tum meridiani, tum parallelorum per formulas superiores, quæ exhibent eorum radios, adeoque & gradus ipsos.

347 Hæc aliquanto fufius persequi libuit, ut illustrarentur, promoverentur, & ordinatiora sub unicum conspectum proponerentur, quæ ad hanc perquisitionem pertinentia in eo opere continentur; verum remanet adhuc pro binis meridiani gradibus methodus omnium expeditissima, & prorsus similis illi, quam superioris libri § 6 adhibui pro investiganda ellipticitate ex pendulis isochronis, qua quidem ibidem sum usus, sed cujus demonstratio est simplicior, quam ibi adhibita, & ipsa etiam prorsus analogâ demonstrationi hic adhibita pro iisdem pendulis, pendet nimirum tota methodus, e solo theoremate primo num. 334, quod *radius circuli osculatoris* (adeoque & gradus) *sit in ratione reciproca triplicata perpendiculari demissi e centro in tangentem*, dummodo ipsi accedat hoc lemma elementare, *differentia exigua binorum cuborum divisa per primum cubum est tripla differentia radicum divisa per primam radicem*, quod est multo generalius pro omnibus potentiis, & pertinet ad elementa infinitesimalis methodi; hic autem sic facile demonstrari potest per simplicem Geometriam. Sint in fig. 43, AB, AC, AD, AE continue proportionales, eritque $AB \cdot AE :: AB^3 \cdot AC^3$. Quare $AC^3 - AE^3 :: BE \cdot AB$. Sunt autem BC, CD, DE ad se invicem in eadem ratione AB ad AC , quare si hæc sunt proximè æquales inter se, sunt & illæ, adeoque $BE \approx 3BC$. Igitur $\frac{AC^3 - AE^3}{AC^3} \approx \frac{3BC}{AC}$. Q. E. D.

348 Jam vero primo quidem excessus gradus cujusvis supra gradum in æquatore erit proximè ex illo theoremate, ut defectus cubi perpendiculari, seu proximè per hoc lemma, ut defectus ipsius perpendiculari in tangentem, sive juxta n. 244 proximè, ut defectus distantia a centro, vel juxta n. 245 proximè ut quadratum sinus latitudinis, vel juxta nunc eundem proximè, ut sinus versus latitudinis duplicata. Hinc eadem methodo, qua in illo §. ex binis penduli longitudinibus inventa est totalis differentia penduli in æquatore, & polo, longitudo in utroque loco, & longitudo pro quavis loci latitudine, etiam hic eadem omnia locum habebunt in gradibus. Quare eodem modo & hic licebit explorare, an gradus habeant differentias ellipsi debitas, quantus sit error, & an eadem ex binis quibusque gradibus differentia obveniat pro toto quadrante. Ibi autem deinde ellipticitatem exhibebat in casu homogeneitatis hæc differentia divisa per longitudinem totalem, hic autem ex superiore lem.

temmate exhibebit eandem ellipticitatem triens ejuſdem differentię graduum F. 42
 diviſus per totum gradum, cum perpendiculara ex centro in tangentes ductas
 in fig. 42 per *A*, & *B* ſint ipſę *CA*, *CB*, adeoque gradus in *A*, & *B* reci-
 procè ut cubi ipſarum *CA*, *CB*, & differentia ipſarum *CA*, *CB* diviſa per
CA, ſive ellipticitas, triens differentię eorum graduum diviſę per gra-
 dum in *B*.

349 Håbito autem gradu in æquatore, & differentia totali graduum in
 æquatore, & polo, admodum facile eruetur magnitudo ellipſoidis. Nam ſi
 ipſius differentię triens addatur gradui in æquatore, & idem triens ei ſum-
 mę, habebuntur gradus circuloꝝ habentium pro radio ſemixem, & ſe-
 midiametrum æquatoris. Radii enim circuloꝝ ellipſim oſculantium in ver-
 ticibus axium ſunt (ex conicis) dimidia ipſorum latera recta; quorum ſin-
 gula cum ſint tertia continuè proportionalia poſt ſemixem alterum, &
 ſuum (ex conicis), erunt ipſi ſemixes mediæ continuè proportionales in-
 ter bina illa ſemilatera recta, & proinde etiam ipſorum gradus inter gradus F. 43
 illorum, adeoque ſi in fig. 43 *AE*, & *AB* referant gradus in polo, & æqua-
 tore. referent *AD*, *AC*, medię inter illas, gradus debitos ſemidiametro
 æquatoris, & ſemixi, ac *ED*, *CD*, *BC*, proximè æquales inter ſe, erunt
 proximè trientes totius *BE*. Ex gradu autem invenitur radius ob datam ra-
 tionem ſemicircumferentię ad radiũ.

350 Quod ſi quæratur radius ſphęrę æqualis ſphæroidi, ſatis eſt a ſemi-
 diametro æquatoris demere trientem differentię ipſius a ſemixe: nam (ex
 conicis) is radius ſi primus e binis terminis continuè mediis inter ſemi-
 diametrum eandem, & ſemixem. Porro ex ipſa fig. 43 facilis eruitur ratio
 deducendi aliquanto accuratiorem ellipticitatis fractionem habentem unita-
 tem pro numeratore, & expeditior, ubi jam habeatur gradus in æquatore,
 & inventa ſit differentia totalis. Per trientem differentię totalis graduum
 in æquatore, & polo dividatur gradus in æquatore, & quotò addatur bi-
 narium, ac habebitur denominator quaſitus. Nam ellipticitas erit $\frac{CD}{AD}$,
 Quare dividenda eſt *AD* per *CD* ad habendum denominatorem. *CD* eſt multo
 accuratius triens *BE*, quam reliquarum utralibet, cum ſit media inter *BC*,
 & *DE*, & dividendo *AD* per *CD*, habetur $\frac{AB}{CD} \approx 2$ ob *BC*, *CD* proximè
 æquales. E ſuperioribus formulis, e quibus ellipticitas eſt $\frac{1}{3} \times \frac{BE}{AE}$, adden-
 dum eſſet ternarium diſcrimine exiguo ob contemptum exiguum, quod ſit, ubi
DE ſumitur pro triente *BE*. Hęc notare libuit, ut haberetur methodus mi-
 nus erronea; licet ad expeditiorem calculum paſſim & nos hic etiam ſępe
 exiguas ejuſmodi quantitates, & differentias contemnemus; unde fiet, ut
 ſępe in ſubſtitutionibus numerorum accuratiorem ſubſtitutionis promoveamus
 longe ultra limites illos, intra quos, ob alios contemptus, quantitas accu-
 rata eſſe non poteſt.

§. 5. Ad notam in vers. 667.

DE RECENTISSIMIS GRADUUM DIMENSIONIBUS,
ET FIGURA, AC MAGNITUDE TERRÆ
INDE DERIVANDA.

351 QUÆ expeditiones, & a quibus susceptæ fuerint post Cassiniani, & Piccartiani gradus dissidia, & a se invicem, & a theoria gravitatis, ubi, & quanto cum labore observationes institutæ, universim exposuimus in pluribus adnotationibus usque ad adn. in vers. 947. Infinitum esset singula persequi, & observationes ipsas, quibus singulæ determinationes innituntur, producere. Videri ea possunt in pluribus Maupertuisii, Bouguerii, & Condaminii, Cassini de Thury, Caillii vel voluminibus, vel opusculis, & dissertationibus eo de argumento editis, & quod ad meam pertinet, in opere de Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem, in quibus contabit, quantum hæ recentissimæ observationes, atque determinationes illis veteribus præstent. Quamobrem producam hic tantummodo ipsum tot laborum fructum, nimirum gradus in quinque postremis hisce expeditionibus definitos in Laponia a Maupertuisio, Clairautio, Camusio, Moineiro, per Galliam a Cassino de Thury, & Caillio, in ditione Pontificia a Maiorio mecum, ad Promontorium Bonæ Spei a Caillio, in Quitensi valle in America a Godinio, Bouguerio, & Condaminio.

352 Utinam haberem jam absolutam dimensionem, quam dum hæc scribo, incunt in Austria Liefganigius, & Scherfferus doctissimi, mihi que amicissimi e nostra Societate homines jussu, auspiciis, munificentia Augustissimæ Romanorum Imperatricis Mariæ Theresiæ, quam ego superiore anno sub ipsum discessum meum ab urbe Vienna incitavi volentem, annuentemque ad id opus, quod ad hanc de Telluris magnitudine, ac figura nobilissimam perquisitionem promovendam locorum opportunitate permotus, censebam maxime idoneum, ipsi autem admodum facile, quæ domi haberet homines, & in astronomicis rebus versatissimos, & celebritatem nominis apud Litterariam Remp. jam assecutus, atque idcirco rei optime gerendæ aptissimos; quod quidem opus ea tum, pro suo incredibili studio in bonas artes, & in omne cultioris litteraturæ genus, omnino curaturam promisit; nunc autem inter hosce tantos atrocissimi belli tumultus tam proximos, tantasque imperii curas, nihil animo perturbata, tanquam in media securissimæ pacis tranquillitate, exequitur.

353 Dum ejus dimensionis exitum expectamus habendum brevi, proferam hic tabellam graduum ad superiores quinque expeditiones pertinentium, quam proposui etiam in opusculo 5 Expeditionis Litterariæ: primus est Laponicus, detractis ramen hexapedis 16, uti jam passim in eo gradu fit obrefractionem 1" neglectam in ejus arcu cælesti determinando: succedunt 11 per Galliam definiti, & desumpti ex Cassiniano opere *Meridienne Verifiée*, tum noster in Italia, deinde Africanus Caillii, ac demum Quitensis, quem assumpsit medium inter Bouguerianum, & Condaminianum solis 4 hexapedis a se invicem discrepantes. Hi omnes meridianorum sunt gradus, quibus adjeci postre-

postremo loco gradum paralleli ex eodem decerptum opere Cassini de Thury.
Omnium numeri Parisienses hexapedas expriment.

	Latitudo	Gradus		Latitudo	Gradus
1	66°. 20'	57422	9	45°. 43'	57050
2	49. 56	57084	10	45. 43	57040
3	49. 23	57074	11	44. 53	57042
4	49. 3	57069	12	43. 31	57048
5	47. 58	57071	13	42. 59	56979
6	47. 41	57057	14	33. 18	57037
7	46. 51	57055	15	0. 0	56751
8	46. 35	57049	16	43. 32	41618

354 Hanc tabellam vel primo aspectu intuenti statim patet, hosce gradus multo minus cum theoria consentire, quam pendulorum longitudines consenserint §. 6 lib. 4; neque enim imminuta latitudine imminuantur perpetuo & gradus. Mitto nonum octavo longiorem, duodecimum undecimo, hunc decimo, qui & nimis inter se proximi sunt, & paucissimis hexapedis differunt, intra quas determinatio ab observationibus repetita non potest esse satis certa; at decimus quartus, qui in latitudine 10 gradibus minore, deberet esse plurimis hexapedis minor; est adhuc major hexapedis 58. Tertius decimus, & duodecimus, qui in latitudine fere eadem deberent esse fere æquales, differunt hexapedis 69. Id jam exhibet dissensum observationum a theoria majorem, quam qui ab ipsis observationum erroribus timeri possit; quas intra 20 ad summum hexapedas arbitrari satis tutas, uti nunc quidem fiunt.

355 Insultum esset in tanto numero omnes binariorum combinationes inire, ut innotescat, quantum inter se discrepent ellipticitates a singulis oriundæ, & præterea, uti & de pendulorum longitudinibus diximus num. 253, proximorum combinationes ad rem ineptæ sunt, crescente nimium errore datorum in quæstis. Quamobrem seligam tantummodo quinque, quos & in copusculo adhibui, & in dissertatione, quam inserui tomo 4 Actorum Academiæ Bononiensis, ex illis 11 Cassinianis selecto illo Piccartiano observationibus toties repetitis, & ad trutinam revocatis correcto, qui quidem in tabella est tertius; & eadem fere methodo, qua usi sumus ad computandas binas tabellas num. 254 pro longitudinibus pendulorum ex num. 252, proponemus binas alias computatas pro gradibus ex num. 348.

Tabula I pro gradibus.

Locus Observationis	Latitudo		$\frac{1}{2}$ sin. vers. ad rad. 10000	Gradus	Differètia a primo	Differètia cõputata	Error
	0	1					
In America	0.	0	0.	56751	0	0	0
Africa	33.	18	2987.	57037	286	240	-46
Italia	42.	59	4648.	56979	228	372	144
Gallia	49.	23	5762.	57074	323	461	138
Lapponia	66.	19	8386.	57422	671	671	0

Tabula 2 pro ellipticitate

Bina- rium	Differ. n polo & æqu.	Ellipti- citas	Bina- rium	Differ. n polo & æqu.	Ellipti- citas
1, & 3	800	$\frac{1}{215}$	2, & 4	133	$\frac{1}{1282}$
2, 3	713	$\frac{1}{241}$	3, 4	853	$\frac{1}{202}$
3, 5	1185	$\frac{1}{146}$	1, 3	491	$\frac{1}{349}$
4, 5	4327	$\frac{1}{130}$	2, 3	350	$\frac{1}{47}$
1, 4	542	$\frac{1}{316}$	1, 2	957	$\frac{1}{80}$

356 Quod ad primam pertinet ex hisce tabulis, nihil in ea computanda diverſum occurrit ab eo, quod præſtitum eſt pro priore e binis ad pendula pertinentibus: ex primo, & poſtremo gradu computantur reliquorum diſſerentiæ ex illi theoremate eodem proportionis cum ſinibus verſis latitudinis duplicata. Ex eodem itidem computatur eodem proſus pacto diſſerentia totalis in æquatore, & polo. Hoc unicum habetur diſſerimen, quod ibi ad habendam ellipticitatem dividetur diſſerentia totalis per totam gravitatem, hic debet dividi triens diſſerentiæ totalis per totum gradum. In opuſculo 5 illo meo, & in diſſertatione inſerta Actis Acad. Bonon. trientem diſſerentiæ diviſi per gradum in æquatore; hic ad habendam eam, quam ellipticitatem dico, nimirum diſſerentiam ſemidiametri æquatoris, & ſemixis diviſam per ſemidiametrum æquatoris, divido juxta num. 350 gradum in æquatore per trientem diſſerentiæ totalis, & quotientem auctum binario aſſumo pro denominatore, exiſtente numeratore 1: eo pacto proveniunt denominatores priores binario aucti, & paullo accuratiores juxta numerum eundem.

357 Conſiderando hæc tabulas, ſtatim patet ingens diſſerimen obſervationum a theoria; ubi enim in priore gravitatis tabula error erat 8 centeſimarum lineæ, hic error in priore tabula pertingit ad hexapedas 144, qui quidem & reſpectu totius eſt multo major, quam ibi (hic nimirum reſpectu gradus in æquatore 56751 eſt $\frac{1}{394}$ totius, ibi reſpectu penduli in æquatore centeſimarum 42921 erat tantummodo $\frac{1}{3490}$) & eſt omnino ſenſibilis, cum meo quidem judicio intra 20 hexapedas, & vero etiam intra pauciores, meſura unius gradus definiſſi poſſit methodis, & instrumentis, quæ nunc habemus, contra quam cenſerem, cum primam meam de figura Telluris diſſertationem conferberem. Unius enim minuti error in arcu cæleſti, qui habetur dividendo 56751 per 60, inducit errorem hexapedarum 945, & unius ſecundi error

error errorem hexapedarum 16, qui error si committatur in arcu duorum, vel trium graduum, inducit errorem hexapedarum 8, vel 5 tantummodo in unum gradum; intervalli autem terrestris mensura obtineri & ipsa potest intra limites paucarum admodum hexapedarum; & dum ibi denominatores fractionum experimentium ellipticitates fere omnes inter se intra paucissimas unitates conveniebant, hic nulli fere sunt, qui a se invicem non plurimum discrepant, cum alius alio sit & duplo, & triplo, & vero etiam octuplo major; quin immo ex combinatione una oritur ellipticitas negativa prorsus contraria, nimirum figura producta ad polos, non compressa.

358 Quod si gradum paralleli adhibere libeat propositum postremo loco in tabula graduum, & per formulam numerorum 342 & 343 ipsum conferre cum hisce 5 gradibus meridiani obtinentur, uti proposui in ipso fine operis de expeditione literaria, ellipticitates $\frac{1}{217}$, $\frac{1}{244}$, $\frac{1}{148}$, $\frac{1}{129}$, $\frac{1}{154}$, adhuc inter se plurimum discrepantes, quod ostendit figuram illam, cujus gradus determinantur, ablatere plurimum non solum a curva, quam homogeneitas requirit, in qua bini quique gradus exhiberent ellipticitatem $\frac{1}{231}$ juxta num. 232, sed etiam a figura quavis elliptica, quam nuclei etiam heterogenei hypothesis requirit; quin immo etiam a figura quavis regulari, in qua series graduum non incerto saltu, sed continua quadam, & regulari lege debeat procedere.

359 Donec bini tantummodo gradus habebantur Laponicis, & Gallicis, Gallicis nimirum omnibus pro uno habitis ob locorum viciniam, tota difficultas in eo erat sita, quod ellipticitas ex iis inventa nec cum homogeneitate consentiret, nec cum hypothesis nuclei spærici heterogenei. Homogeneitas requirit ellipticitatem $\frac{1}{231}$, vel $\frac{1}{230}$: at assumendo gradum Laponicum hexapedarum 57438, ut a Maupertuisio est traditus, & gradum Piccarti primo correctum ab ipso 56925, prodit gradus in æquatore 56787, differentia totalis 1955, ac inde ellipticitas juxta num. 350 evaluit $\frac{1}{19}$; assumendo vero gradum Piccarti secundo correctum a Maupertuisio 57183, prodit ellipticitas $\frac{1}{278}$ duplo minor priore, sed adhuc multo major illa $\frac{1}{230}$. Ex alia parte fractio gravitatis eruta ex longitudine penduli isochroni Parisiis, ac in Laponia, quam in quarta combin. tabulæ secundæ n. 355 invenimus ex hisce observationibus rite correctis $\frac{1}{203}$, est & ipsa major quam $\frac{1}{230}$, dum, ut Clairautius invenit juxta num. 232, debet altera esse æque major, ac altera est minor; quod ipsum Clairautium impulit ad considerandum nucleum solidum ellipticum productum, qui inæqualitatem gravitatis conciliaret cum inæqualitate graduum ita, ut figura evaderet magis compressa, quam æquilibrium requireret ob solidi nuclei ellipticitatem.

360 Ubi gradus Quitensis est definitus, assumptis iis tribus, & Gallico gradu primum assumpto, uti cum secundo Maupertuisius correxerat, invenit differentias graduum, adhibita paucarum hexapedarum correctione singulis, satis consentire cum ratione sinuum vectorum debita ellipti, & eandem e tribus binariis posse ellipticitatem erui; sed mutata paulo post Gallici gradus magnitudine per novam correctionem, quæ ipsum reduxit iterum ad hexape-

das 57074, vidit cum figura elliptica rem omnino conciliari non posse, differentiis graduum non sequentibus rationem illam sinuum versorum, & idecirco tribus binariis prodentibus tres ellipticitates diversas. Hinc aliam hypothesein invenit, in qua excessus graduum sequerentur rationem sinuum versorum latitudinis duplicatæ duplicatam, non simplicem; nimirum rationem quadruplicatam, non duplicatam sinuum versorum latitudinis, cum qua hypothesei ii tres gradus consentiebant quamproximè, sed quam nulla ratio physica tuebatur, & ex ea hypothesei derivatam prodidit figuram, ac magnitudinem Telluris.

361 Communicavit post paucos annos Caillius cum Academia suum Africanum gradum, qui a Laponico, & Quitensi non multum recedit, admissa etiam elliptica figura, cum ut hic apparet ex postrema tabula primæ columnæ, illis nihil mutatis, ejus error sit hexapedarum 43, qui per gradus distributus exiguum in singulis admittit discrimen, adeoque ejusmodi, ut in observationes commode refundi possit. At is idecirco vel maximè obstabat Bouguetianæ hypothesei, cum sequeretur in excessibus rationem sinuum duplicatam, non quadruplicatam, dum e contrario hypothesei ellipticam ab eo confirmatam Gallicus gradus everteret.

362 Hinc iterum turbari omnia, quæ, ut conciliarentur, rursus in suspensionem vocatæ sunt Gallicæ mensuræ, meo quidem judicio contra omnes fās, cum in Gallia ipsa non unicus gradus definitus esset, sed 11 gradus ex totidem intervallis collatis cum observationibus astronomicis, quos in tabula num. 355 proposuimus, & hi quidem ea diligentia iis instrumentis ab Academicis in observandi arte peritissimis determinati, ut si iis abroganda sit fides, nihil utquam in universa & Astronomia, & Physica habeamus, cui fidem adhibere possimus; ac ii omnes, qui a se invicem parum differunt, discrepant, uti diximus, plurimum ab hypothesei elliptica definita per reliquos illos tres gradus. Accessit in ejus opem & noster in Italia gradus, qui utcumque a Gallicis nonnihil discrepet, brevior 69 hexapedis illo, qui in eadem fere latitudine est definitus in Gallia juxta num. 357; adhuc tamen idecirco etiam magis discrepat, quam ipse ab ellipsi per reliquos tres definita; cumque hæc omnia adhuc non satisfacerent hominibus obscuratis in opinione regularis ellipticæ figuræ, quam æquilibrium videretur requirere; novæ mensuræ sunt initæ, quæ judicio Academiæ discrepantem illum Gallicum gradum confirmarunt; ut jam habeamus, meo quidem judicio, penitus indubitatam graduum seriem, quæ cum elliptica forma conciliari nullo modo possit.

363 Adhuc tamen fuerunt multi, qui conciliationem quæserint illata observationibus vi, quærendo correctiones distribuendas ita per gradus inventos, ut cum hypothesei homogeneitatis requirente ellipticitatem illam $\frac{1}{231}$ vel $\frac{1}{230}$ vel cum aliqua saltem ellipticitate conciliarentur; verum correctiones adhuc occurrunt tam immanes, ut eas in hac tanta Astronomiæ luce, in tanta Observatorum cura admittere omnino non liceat.

364 Alii meo quidem judicio multo potiore jure dubitarunt de aliqua irregularitate in Telluris figura, de qua Maupertuisus ipse etiam ante Caillianum, & nostrum gradum dubitavit in epistola de scientiarum progressu, ubi illud expressè habet latine redditus: *post omnes operationes institutas ad æquat-*
tem

rem in Gallia, & ad polarem circulum, chorda arcus intercepti Quitum inter, & Parisios, ac Parisios inter, & Fellum, possent esse ad se invicem in ratione ita diversa ad ea, qua ex curvaturis sunt supposita, ut figura Terra multum recederet ab illa, quam ea habere creditur. Accedit illud, quod cum nulla mensura in hemisphærio meridionali sit capta, dubitari posset, id hemisphærium alteri non esse simile, Tellure forte composita ex duobus hemisphæriis eidem basi innixis. Quid pro irregularitatis suspitione inducenda idoneum magis? Eiusdem autem irregularitatis suspitionem & Condaminius versus finem operis, quo suas Quitenses observationes est persecutus, pluribus egregie promovet, & confirmat. Quanto potiore jure id ipsum post adjectos hosce duos, Africanum, & Italicum gradum, de eadem irregularitate suspicari licet, cum in postremis hisce binis tabulis tantus confectariorum dissensus per sese incurrat in oculos?

365 At ego quidem jam ab anno 1718 in dissertatione de Telluris figura suspitionem irregularitatis in graduum observandorum serie, & figura Telluris, proposui, cujus ipsius & causam, quam potissimum arbitror, indicavi, & quam tum ibi, tum in binis aliis dissertationibus anno 1741, & 1742 persecutus sum, deviationes nimirum pendulorum, de quibus egimus postremo superioris libri §3; in qua quidem dissertatione cum affirmassem, nihil adhuc satis certo constare de Telluris figura, post ipsum Maupertuisii opusculum de figura eadem determinata per observationes ad circulum polarem habitas, tanquam audacissimus, & ineptus traductus sum. Verum ab eadem imputatione ipse me demum exitus liberavit, dum ad eandem illam veterem, adeo tum improbatam sententiam meam nos ipsa tot dimensionum series necessario deducit, & dum illam ipsam tantam compressionem, quam in eo opusculo Maupertuisius vulgaverat, exceptam illico passim per Europam omnem, ut certo jam definitam, is idem in suis Elementis Geographiæ aliquanto post, correcto Piccarti gradu, dimidiavit, nec eandem ullus jam admittit uspiam post dimensiones reliquas, quarum nulla prorsus cum eadem consentit.

366 Cæterum ipsa mea cujuspiam irregularitatis suspicio nostræ etiam Italicæ dimensionis occasio extitit, ut exposui opusculo i Expeditionis Litterariæ toties jam nominatæ. Videbam enim, si minus regularis esset Telluris figura, uti Maupertuisius de inæqualitate binorum hemisphæriorum dubitari posse affirmaverat, sic eodem, vel etiam potiore jure dubitari posse de recessu aliquo parallelorum etiam a circulari forma, vi cujus, licet Terra circa proprium axem diurno motu converteretur, adhuc tamen non esset solidum ortum ejusdem curvæ conversione circa proprium axem. Cumque in id minus tuto inquiri posse arbitraret per dimensionem graduum ipsorum parallelorum, quos minus accuratè definiti jam diximus, quam gradus meridianorum, censui rem fore opportunam ad ejusmodi investigationem, si meridiani gradum metirer alicubi in eadem latitudine, in qua alius aliquis jam haberetur, & satis diversa longitudine; nam ipsi ejusmodi gradus æquales inter se esse debent, vel inæquales, prout meridiani omnes eandem, vel diversis habent curvas, parallelis circulem habentibus formam, vel ab ea recedentibus; atque eam investigationem, quam nemo alius aggressus fuerat, proposui Sylvio Cardinali Valentio homini de ingenuis artibus, & omni cultioris litteraturæ genere benemerentissimo, cujus opera id mihi negotii a

Benedicto XIV. P. M. commissum est, Mairio adjuncto, qui ut mihi adjuncteretur molestissimæ expeditionis comes, & ab ipso Cardinali, & a Summo Pontifice impetravi.

367 Dimensionis exitus suspicionem confirmavit; nam hic noster Italicus gradus, uti sæpius jam monui, in latitudine 42° , $59'$ breviter evalit hexapedis 69 illo, qui respondet latitudini 43° , $31'$, quo quidem brevior esse debebat ob latitudinum differentiam hexapedis tantummodo $6\frac{1}{2}$. Nam assumpto medio inter 10 valores excessus totalis tabulæ num. 355, habetur 665 , & differentia dimidiorum sinuum versorum latitudinum 42° , $59'$, & 43° , $31'$ est 98 , ac factis, ut radius 10000 ad 98 , ita 665 ad quartum, procedunt $6\frac{1}{2}$ crescentibus ibi gradibus per singulos latitudinis gradus hexapedis proxime 11, si debeant esse proportionales illis sinibus versis. Accedit autem, quod nostri gradus mensuram, quam exhibuimus, censeam omnino longiorem iusto, uti expressi num. 384 opusculi 4 Expeditionis Litterariæ.

368 Hanc ego horum graduum inæqualitatem repeto ab illa ipsa penduli deviatione, quam hic nominavi, uti jam exposui in ipso 1 opusculo ejusdem Expeditionis Litterariæ sub finem. Nostræ enim observationes astronomicæ institutæ sunt Romæ, & Arimini, inter quæ loca assurgit perpetuo ascensu Italiæ solum cum Appenninis montibus, dum ad partes oppositas humiles camporum tractus, & mare jacet. Dum in hoc solum declinat pendulum sectoris utrinque, recedunt bina zenith, crescente intermedio cælesti arcu, per quem diviso intervallo terrestri, gradus obvenit minor. In Gallia autem cum postremus ille gradus Pyrenæis sit proximis; si quid eorum actio potuit in pendulum extremi propioris, quæ in altero remotiore extremo minor esse debuit, admovit utique primum illud zenith huic secundo, & arcum cælestem imminuit, ac gradum auxit; sed priori causæ arbitror plus tribui debere, cum statim ab ipsis observationum astronomicarum locis incipiat utrinque solum attolli, & assurgat perpetuo, ac & nostrum, & Gallicum ex hac causa suspicor breviores iusto.

369 Et quidem admodum exigua penduli deviatio requiritur ad hanc inæqualitatem inducendam. Nam juxta num. 355, uni secundo respondent hexapedæ 16 ; adeoque 9 secunda ad hanc totam rem abunde sunt, cum differentia demptis $6\frac{1}{2}$ reducatur ad hexapedas $63\frac{1}{2}$ pro uno gradu, adeoque pro toto nostro arcu fere 2° , $10'$ hexapedas 137 , quarum $9''$ requirunt 144 . Porro constat ex num. 280 stratum solis 10 passibus altum, & ad 50 milliaria protensum deviationem penduli parere, si sit ejusdem densitatis, quæ est media Terræ densitas, $2''$. $31'''$, quæ actio duplicata in binis locis hinc, & inde, evadit $5''$, ut idcirco stratum passuum 20 abunde sit, cujusmodi strati actionem pluribus etiam vicibus superare deberet illud perpetuum solum tanto altius assurgens ad editissimos montes, nisi juxta num. 273, internæ cavitates actionem maxima ex parte eliderent.

370 Et quidem ab hac ipsa causa reliquas omnes inæqualitates oriri posse, quas exhibent tabulæ num. 355, facile patet; nam ex ad 44 hexapedas assurgunt in nostro arcu, ad quas solum assurgens ad 40 passus abunde sufficit, quæ quidem ipsa quantitas minuitur, si extremi quoque gradus, ex quibus prioris tabulæ postrema columna computata est, partem aliquam habeant deviationis.

371 Atque ex his, quæ diximus, jam satis patet inæqualitates, quas cernimus in ipsa superficie Telluris, abunde esse ad inducendam hanc totam graduum perturbationem sine ullo Observatorum errore, qui si tantum admitterent, nimis utique oscitantes in observando existerent. Nam ubique passim occurrunt in ipsa superficie Telluris inæqualitates ejusmodi, quæ multo adhuc majores aberrationes parere possint, nisi ex tumore vacuum immane inferius relinquente sint ortæ. Mons, uti vidimus, qui æquivalcat spheræ habenti pro radio dimidium milliare geographicum, 30 secundorum in singulis observationibus deviationem parit; quam multi sunt ejusmodi, & vero etiam majores montes? Stratum æquivalens strato superficiebus parallelis orto, & per dimidii milliariis altitudinem elevato, ac per 50 milliaria producto elevationem parere potest minorum primorum duorum. Quam multa etiam multo majora strata occurrunt, ut ad Appennini jugi, ad Alpium, ad Pyrenæorum montium radices, & potissimum in meridionali America, ubi non montes tantummodo, sed ipsa Quitensis vallis iis conclusa, adeoque omne illud immane continentis solum ad duo milliaria assurgit, par 8 minorum deviationem inducendi, nisi obliet interior materiæ defectus. Multo est major utique hæc ipsa Telluris asperitas, utut tam exigua respectu totius diametri, & multis partibus major, quam, quæ totam etiam possit quadringentiarum hexapedarum inæqualitatem parere, quam inter Quitentem, & Laponicum gradum observationes exhibent; quæ ipsa cum non nisi 25 secunda requirat, in singulis binorum arcuum comparandorum extremis induci potest a deviatione, quæ pariat differentiam senum tantummodo secundorum respondentem gradibus singulis, a determinatione, quæ in polita, & lævi Tellure haberetur. Et quidem si iis ipsis externis asperitatibus accedant inæqualitates aliæ quamplurimæ, quæ intra superficiem delitescunt, qua hiatus immanes, qua ingentes, ut in marmoribus, & metallis congestiones, atque addensationes materiæ, quos partim sæpe effudiendo detegimus, partim ex jam detectis, & multo adhuc majores conjicimus; mirari licebit potius, non multo majorem adhuc in observatis gradibus irregularitatem occurrere, quæ quidem omnino non nisi toties memorata illa compensatione aliqua impeditur.

372 Et hæc quidem de hisce harum inæqualitatum causis ex admodum probabili conjectura; nam inæqualitates ipsas graduum, & quidem satis irregulares haberi constat ex observationibus indubitatis, uti jam toties diximus. Ex illud omnino evincunt, curvæ terrestris æquilibrii superficiem inæqualem esse, & irregularem, quanquam multo minus, quam hanc physicam, & undantem, quam exterius intuemur, & quæ curvaturam per tot anfractus, & valles, per tot colles, & asperos montes perpetuo sinuat, & nulla certa lege perpetuo etiam immutat. Atque huc ea cadunt, quæ de triplici figuræ terrestris, & curvaturæ genere diximus in adnotationibus ad versum 947, & 997, figura nimirum hæc aspera, quam re ipsa habet Tellus, figura æquilibrii, & figura, quæ abrasis asperitatibus, & Tellure ad polituram quandam continuam redacta haberetur. Primæ illius irregularitatem nemo non videt, hujus tertiz ideam vagam omnino esse, atque incertam, ubi res non crassa quadam estimatione pensanda sit, sed ad aliquam præcisionem exigenda, ibidem abunde demonstravimus. Quid illa secunda sit, ex-

posui.

posuimus satis dilucide in earum adnotationum posteriore, in quam quidem figuram unam per graduum dimensionem inquiritur. Eam solidæ Telluris inæqualitates internæ, & exteriores hi procurfus inæquales nihil turbarent in hypotesi gravitatis ad unicum punctum directæ; at in hac mutæ gravitatis theoria, quam superiore libro stabilitam hic applicamus ad varias Naturæ partes, immutant plurimum. Si inæqualitates internæ multo majores essent; posset illa tertia Telluris figura vel ad sphericam, vel ad spheroidalem quamcunque accedere, quantum libet, figura æquilibrii ita sinuata, ut curvatura, & in immensum augetur, & evanesceret, & in negativam etiam abiret, obversa internis partibus convexitate; inæqualitates autem externæ, quas cernimus, licet tantam inducere mutationem in curvaturam nequaquam possint, possunt tamen, uti vidimus, graduum seriem perturbare mutationibus multo etiam majoribus, quam huc usque detectæ sint.

373 Nec contra hujusmodi irregularitatem figuræ obest illud, quod Mauerpertsius in Elementis Geographiæ proposuit articulo 15, ubi latine redictus hæc habet. *Omnes observationes Astronomica, & Geographica docent oppositum. Si ad easdem ab æquatore distantias lineæ verticales angulos eisdem non continerent cum axe Terræ; quando quispiam discedit ab eadem latitudine percursus in Boream, vel in Austrum distantis æqualibus, non easdem altitudines poli inveniret. Verum in omnibus Terræ locis, ubi itinera habitata sunt, & observationes instituta, post æquales distantias percursas, semper hæc altitudines eadem inventa sunt.* Hæc ille, quæ nihilo sane majoris sunt ponderis in re præsentī, quam Veterum argumenta ex supposita curvaturæ æqualitate pro sphericitate Telluris. Nihil in eo genere ante meam observationem habuimus, nisi forte admodum incerto oculorum judicio, & itinerantium ætimatione, definitum. Nemo distantias ab æquatore ad ea loca, in quibus altitudines poli definit, dimensionem unquam in superficie terrestri, nec vero potuit. Nemo ab eadem latitudine incipiendo dimensus est in binis longitudinibus intervalla datis poli altitudinibus respondentia, cum nullæ habeantur uspiam, nec crassiore quidem aliqua geometrica methodo institutæ dimensiones graduum meridiani in satis magna longitudinum differentia, quo in genere est omnium prima mei gradus comparatio cum australi Gallico, & ne ipsa quidem pertinens ad latitudinem accuratè eandem, sed intervallo dimidii gradus. Quin immo ne illud quidem mihi uspiam legenti occurrit, ut quispiam certas aliquas communium saltem Agrimensoforum dimensiones in testimonium adducens, affirmet non ex vulgari suppositione, sed ex determinata aliqua observatione constare, æqualibus intervallis æqualia proxime altitudinum poli discrimina respondere; nam ipsis potius altitudinibus poli observatis utuntur passim Geographi Tellure habitata pro spherica ad tabulas delineandas, & distantias locorum deducendas; vel a distantis itinerariis crassa ætimatione ad eandem directionem reductis, in ipsas poliarum altitudinum differentias inquirunt.

374 Is addit si dicitur illud, *differentias esse nimis exiguas, minores nimirum, quam ut a Geographis deprehendi possint; is male ratiocinaretur, supponendo id, cujus ab experientia nec documentum extat, nec suspitionis fundamentum.* At in primis aliud est positive affirmare, rem ita se habere, aliud profiteri incertum esse, an ita se habeat. Ad hoc, ut ex binis

his gradibus accurata dimensione institutis non evincatur determinata Telluris magnitudo, & figura, satis est, si regularitas non constet positive, non est necessarium, ut irregularitas positive affirmetur; & ad suspicionem non requiritur positiva observatio irregularitati favens, satis est defectus observationum evincendum oppositum; quas quidem nullas accuratas pro regularitate extitisse diximus, ex minus autem accuratis, sed adhuc maxima pro eo tempore institutis cura, Snelliano, Fernelliano, Norwoodiano, Riccioliano, Piccartiano, Cassiniano, tam inter se discrepantibus indicium potius irregularitatis haberetur; usque adeo cum ea scriberet Maupertuisius, nulla aderant pro regularitate argumenta satis validi ponderis, & observationes incertæ oppositum potius indicabant. Accedit, quod si ad graviorem etiam positivam irregularitatis conjecturam observationes decerant satis certæ; aderat tamen theoria gravitatis mutæ, cum tot inæqualitatibus asperitatis, & densitatis diversæ, quas in superficie videmus, & prope ipsam; ac aderat Naturæ analogia in tot hisce corporibus, quæ intuemur, sive ad animale, sive ad vegetabile, sive ad minerale regnum pertinent, in quibus fere nunquam, vel etiam omnino nunquam occurrit figura ita accuratè regularis, ut non plurimas irregularitates contineat. Accedit demum, quod Geographorum ratio in ordinandis locorum positionibus non solum exiguas hæc figuræ irregularitates (quæ tamen solæ omnem etiam inventam graduum inæqualitatem perturbare possunt, minorem quam, quæ paucorum secundorum discrimen requirant) non excluderat, sed, uti vidimus superiore numero, ne multo quidem majores.

375 Addit is ibidem, deviationem quidem in montes maximos in theoria gravitatis generalis haberi, Newtono desinente deviationem minorum duorum in montem, cujus basis sit milliarium trium, altitudo sex; favere quoque deviationi observationem Bouguerii, & Condaminii in montem Chimboraco, sed raro admodum ejusmodi magnitudinis montes occurrere, & facile evitari posse in delectu locorum ad instituendas observationes. Verum ad irregularitatem observatorum graduum, & vero etiam ad inæqualitatem totam inducendam, non binorum minorum, sed paucorum admodum secundorum deviatio abunde est, uti vidimus; & colles, & juga, quæ ad ejusmodi deviationem sufficiant, ubique passim occurrunt: montis autem Chimboraco actionem, utut ingentis, perquam exiguam debuisset existere, uti extitit, si ulla revera extitit (nam de eo ipso dubitari posse constat ex adn. in vers. 176 l. 4) conjici poterat ex eo, quod vulcanus olim extiterit, adeoque internam fere omnem materiam debuerit evomuisse jam pridem. Deinde aliud est, quod montes evitari possint, aliud, quod evitati sint in locorum delectu: Maupertuisius ipse observationes suas astronomicas instituit non in vertice montis Kittis, sed ad ipsas ejus radices. Demum ut evitari possint in eo delectu montes, qui extant, & juga altioris soli, quod quidem nec ubique potest, ut in hoc Italix tractu, qui totus ab utroque mari perpetuo allurgit; adhuc tamen internæ cavitates, quæ sub ipsa superficie Telluris delitescunt, & aliæ inæqualitates ejusmodi, nulla sanè industria cognosci possunt, & evitari, ac ex deviationibus inducendis sunt æque pares.

376 Atque hic quidem abunde mihi videtur satisfactum iis omnibus, quæ in eo articulo proposuit vir doctissimus, & de hac terrestris figuræ perquisitio-

ne benemerentissimus. Miratus sum sanè hæc eadem, ad quæ jam dudum maxima ex parte responsum fuerat, responsione ad reliqua æque facili, & patente, quam hic produxi, iterum ab alio summo viro proponi in Parisiensi Encyclopædia in articulo de figura Telluris, & addi illud, irregularitati obesse ipsam diærum ac noctium longitudinem, quæ altitudini poli respondet ubique. Longitudo ejusmodi pendet a refractionibus horizontalibus, quæ intra plura minuta prima incertæ sunt, & variæ; cum ab iis pendeat ortus, & occasus Solis, si ex immediata observatione deprehendi debeant, quæ quidem refractiones id efficiunt, ut re ipsa diærum, ac noctium longitudines, si ritè observentur, cum altitudinibus poli nequaquam consentiant. Deinde si ortus ipse æstimandus est ex horizonte physico, ab aspera Telluris superficie definito, hæc ipsa asperitas observationem perturbat, rara enim admodum ea loca sunt, quæ & Orientem e mari, & Occidentem in mare Solem intueantur. Si vero horizontem definiamus ducto, vel concepto plano ad directionem gravitatis perpendiculari; tum vero deviatio penduli, & irregularitas curvæ æquilibrii utenque magna, nihil profusus, nec diærum longitudines, nec ullas alias observationes astronomicas, immutabit. Cum enim ipsa poli altitudo per eandem gravium directionem definiatur, per quam is horizon; omnia cælestia phænomena, quæ ad horizontem, & meridianam pertinent, ibi habebuntur eodem profusus pacto, quo Tellure spherica haberentur in illo alio puncto superficiæ ipsius Terræ, in quo recta illi superficiæ perpendicularis parallela esset verticali huic directioni gravitatis: nam hæc verticalis recta tendit ad idem punctum cælestis spheræ, ac illa, existente nullo, respectu ingentis distantiæ, intervallo locorum, quorum alteri verticalis rectæ directio deberetur sine ulla deviatione, alteri debetur ob deviationem, & Irregularitatem curvæ æquilibrii. Distingtio figuræ æquilibrii, a reliquis binis, quas nominavimus num. 372, omnes hujusmodi difficultates omnino summoget.

377 Atque ex iis omnibus patet, quantum possit præoccupata, potissimum de regularitate opinio, ad perturbandam rectæ investigationis rationem, apud doctissimos etiam, & oculatissimos viros, ac in metaphysicis meditationibus versatissimos, quæ sæpe ad præmatura judicia mentes minus in aliud intentas impellit. Id ipsum accidit superiorum ætatum Astronomis, inter quos habentur multi, eorum potissimum, qui postremis hæc duobus sæculis floruerunt, uti Copernicus, Tycho, & vero etiam Ricciolus noster, maxima & ingenii, & eruditionis, ac doctrinæ laude pollentes, & maxima etiam in observationibus astronomicis instituendis, comparandisque solertia præditi, quibus ad Astronomiam rite excolendam obstitit plurimum præoccupata vel de æquabili astrorum motu, vel saltem de circulari orbium forma, & præjudicata opinio. At & hæc quidem notare, & admirari licet humanæ gentis conditionem ubique uniformem, quæ per crebras positiones falsas, erroresque atque errorum correctiones multiplices, post erroneas observationes, erroneas etiam ratiocinationes multas ægre demum per longam observationum, & contrariarum opinionum seriem enitatur ad veritatem. Longe adhuc absumus a vera figura Telluris satis tuto definita, & cognita, ad quam non nisi post alias observationes plurimas, in plurimis Terræ locis institutas devenimus olim, vel nostra potius aliquando deveniet posteritas.

378 Hujusmodi autem observationes meo quidem iudicio esse debent dimensiones quamplurimæ graduum meridianorum plurimum, & vero etiam parallelorum, quanta maxima licebit cura, & diligentia institutæ, atque iteratæ. Nam methodum parallaxium Lunarium a Manfredio propositam, a Maupertuisio exactam, satis jam constat multo minus accuratam esse posse, quam res exigat, ut ostendimus §. 1. superioris libri. Nihilominus laborant eisdem aliæ methodi ab aliis productæ, ut investigandi ex editore monte, ex quo late circum prospectus in mare pateat, depressionem horizontis physici circumquaque, quam methodum perturbant penitus vapores horizontales, qui tantam refractionum inæqualitatem inducunt. Methodi itidem, quas Eulerus proposuit in egregia dissertatione de Trigonometria spheroidica eruta ex principijs maximorum, & minimorum, inserta Commentariis Academiæ Berolinensis ad annum 1753, tanto sane homine dignissima, minimo observationum errore plurimum perturbantur; dum Meridiani gradus intra 15, vel 20 hexapedas satis certo designari potest, ut superius ostendi, & gradus etiam paralleli potest itidem intra laxiores aliquanto limites, sed si debita diligentia adhibeatur, & operationes repetantur sæpe, potest intra limites multo minus laxos, quam ea, quæ iis aliis methodis investigantur.

379 Ex magna multorum graduum congerie multo tutius in hac investigatione licebit procedere. Si ex. gr. habeantur nunc bini gradus inter se proximi, alter ex intervallo per Moraviam, Austriam, Stiriam inter asperos montes, & potissimum iunctis etiam observationibus astronomicis in pluribus intermediis tractus positionibus, alter in patentibus vicinæ Hungariæ campis; poterunt ii & inter se conferri, & cum Galliæ borealis gradu ad eandem latitudinem pertinente. Si ii duo a se invicem discrepent, & multo magis, si multum differant inter se gradus ad priorem tractum pertinentes, licebit conicere, id utique provenire ab ipsa hac asperitate superficiæ terrestris per expositionem deviationem; neque enim est verosimile ex generali constitutione figuræ terrestris eam in tanta vicinia inæqualitatem provenire. Quod si ii fere æquales inter se fuerint omnes; id erit indicio vel mediam densitatem Telluris esse multo majorem densitate corporum, quæ habemus in superficie, vel infra illos montes, & eorum exemplo etiam infra alios plurimos haberi vacua spatia, & cavitates immanes, quæ actionem elidant. Tum vero iis comparatis cum gradu Gallico, poterit se prodere discrimen aliquod, quod habeatur in gradibus ad æquales latitudines pertinentibus ex generali constitutione figuræ terrestris, ob longitudinum differentiam non ita exiguam: & hæc præter idoneam dispositionem camporum, ac rectissimarum etiam, & æquillarum viarum ad bases, & montium, atque collium ad polygona, est illa locorum opportunitas, quam hæc num. 352 commemoravi, hæc utilitas illa summa, quæ me ad eam potissimum dimensionem desiderandam, & promovendam permovit, quam tum ipsam & Augustissimæ Imperatrici, ut rem impetrarem, proposui, & scripto etiam expressam apud patronos, & amicos reliqui.

380 Si multas ejusmodi dimensiones habuerimus olim, licebit potiore jure aliquid de hac re tota statuere; interea ex hisce paucis, quas habemus hucusque, cautius, & subdubitanter, sed tamen mihi videor sic de re tota conjectare posse. Quoniam inæqualitatem graduum invenimus satis irregu-

larem, id indicio esse potest eas provenire non a regulari aliquo progressu cæteræ cuiuspiam, & regularis curvaturæ, sed ab irregulari aliqua causa, uti essent deviationes pendulorum, quas exposuimus in massas irregulariter dispositas. Quoniam vero vidimus longitudes pendulorum in tabulis n. 254, multo minus aberrare a ratione debita ellipticæ figuræ, quam in tabulis numeri 255 longitudes graduum, licebit conjicere id non provenire ex inæqualitatibus majoribus alte infra superficiem depressis, sed ex hisce minoribus supra superficiem extantibus, cum n. 281 ostensum sit, hæc multo magis agere in positionem pendulorum quiescentium, quam in longitudinem quiescentium, contra quam ex illis haberetur. Et quidem globus habens pro radio partem unius milliarii quartam partem deviationem 15", in unci gradus dimensione mutationem pareret hexapedarum proximè 240, nimirum partem $\frac{1}{240}$ totius gradus; & tamen is ipse infra superficiem depressus penduli longitudinem augeter in ratione $\frac{3}{4}$ ad 3438, sive ad radium Terræ in iis milliariis, nimirum $\frac{1}{13752}$ parte totius, adeoque vix tribus centesimis lineæ Parisiensis, quarum 44000 circiter tota continet penduli ad secunda horaria oscillantis longitudo. Quoniam autem ipsa deviatio multo minorem perturbationem parit in graduum hucusque inventorum irregularitatem juxta n. 371, quam quæ ab hac prominentium partium inæqualitate, quam cernimus, expectanda esset, id indicio erit, vel Terram in intimis visceribus multis vicibus densiorem esse, quam prope superficiem, vel hæcæ superficiæ inæqualitates debere maximam suæ originis partem infernis ignibus, qui dum crustam elevant, tantundem vacui spatii relinquunt.

381 In illud primum liceret inquirere methodis, quas proposui postremo superioris libri §, potissimum inquirendo in deviationem penduli versus undam advenientis marini æstus, ubi is est ingens, quæ observatio non ita difficulter institui potest. Hoc posterius ego arbitror multo verosimilius, ut & hic, & alibi pluribus in locis significavi; cum certo constet plures eo pacto insulas emeruisse e mari, & immanis illius Athlantidis Platoniceæ una nocte demersæ, si verum exemplum est, indicio sit, eam inferne vacuum exitisse, cavitate relicta, cum ea terrestris crustæ pars in vastam insulam primo assurgeret, in quam contrafacta reciderit; sed alia minorum insularum exempla ad eandem rem confirmandam non desunt; & inclinata pluribus in locis Terræ strata secundum directionem collium, ac montium, & marinæ productionis in editissimis locis, ac frequentiores in montanis tantummodo positionibus vulcani, quorum tanta est in Peruanis, & Chilensibus montibus editissimis multitudo, ac frequentissima in inæqualibus Italiæ partibus thermalium aquarum vis, conjecturam ipsam confirmant, quam quidem montanam Italiæ partem arsisse olim totam, indicio sunt innumera, quæ passim occurrunt materię semiustæ, & ex pluribus generibus liquatis commixtæ documenta, quæ ubique occurrunt, ut & ipsa Phaetontei casus fabula, orta ex recenti adhuc, utut nimis corrupta incendiolorum ejusmodi traditione vetusta apud Italos. Ea si esset inæqualitatum origo, nullas, vel fere nullas deviationes haberemus ex inæqualitatibus ipsis. Verum, cum & aquarum cursu assiduo maxima assurgentis materię pars devoluta sit, & per eas ipsas collapsorum collium,

ac montium fragmenta alio asportata, magna itidem internæ materiæ pars igni vi eructata in liquidas massas, & in cineres ipsos redacta longissime ejecta, & ingenti terremoto concussione commutata locorum positio, qua novis hiatus apertis, qua ingentibus immanium massarum fragmentis in ingentes cumulos aggestis; (nam eam Sorianensis montis Cimini originem exiisse admodum probabili ratione indicavi opusculo 1 Exped. Litter. num. 194) deviationes ex hisce perturbationibus exortæ sunt, minores utique, quam ipsa inæqualitatum hæc moles omnis externa indicat, sed tamen aliqua, quæ hanc graduum perturbationem pepererunt.

382 At si ea est hujusce perturbationis causa, ex ea ipsa spes exoritur fore, ut post uberiorem graduum seriem, demum aliquid multo certius de figura, & magnitudine hujusce nostri globi innotescat. Nam in fortuitis ejusmodi combinationibus, si satis magno numero habeantur termini, fortuitarum causarum effectus se mutuo elidunt, & id, quod rei Natura sine iis exhiberet, satis manifeste se prodit, quæ de re inferius etiam, ubi de Boreali Aurora agendum erit, occurrit sermo. Accedit, quod & errorculi inter observandum admissi ejusdem conditionis sunt, nimirum pertinentes ad combinationes fortuitas, quæ in magno numero se mutuo elidunt. Huc usque nimis quidem paucos habemus gradus, si Gallicus omnes non ita multum a se invicem dissentientes habeamus pro unico, & unicum ex iis seligamus, quod & præstitimus. Eos tamen interea hic adhibebimus, dum plures accedant.

383 In primis ex illis decem combinationibus in tab. 2 n. 355 novem exhibent compressionem ad polos, & unicus productionem, ac ex quinque combinationibus gradus paralleli cum iis quinque gradibus meridiani (n. 358) omnes exhibent compressionem ad polos. Quodsi adhibeantur gradus omnes 15 tabulæ num. 353, qui habent binaria $\frac{15 \times 84}{1 \times 2} = 105$; solæ quinque exhibent productionem, cum solæ 8ⁱ & 9ⁱ; 10ⁱ & 11ⁱ; 10ⁱ & 12ⁱ; 11ⁱ & 12ⁱ; 13ⁱ & 14ⁱ exhibeant gradum posteriorem priori majorem, reliquis 100 exhibentibus compressionem. Quare si omnibus combinationibus eadem adhibenda sit fides, probabilitas pro compressione ad probabilitatem pro productione est, ut 14 ad 1, vel ut 20 ad 1, quæ tamen in immensum crevit, si notetur illud, combinationes, quæ productionem indicant, esse graduum nimis proximorum, saltem priores quatuor, & differentiam esse unius hexapedæ, vel hexapedarum paucissimarum. Igitur si spectentur observationes huc usque institutæ, debet sine ulla prudenti dubitatione haberi Terra pro compressa ad polos.

384 Quantitas compressionis multo magis incerta erit: verum si ex illis quinque meridiani gradibus, quos habemus in tabulis num. 355, capiamus medium inter 10 combinationes tabulæ 2, habebimus totalem differentiam mediam columnæ secundæ 665; gradus in æquatore 56751 divisus per eum orientem exhibet 256, cui si addatur 2 juxta n. 350, obtinetur denominator ellipticitatis, quæ evadit $\frac{1}{258}$, ejus triens divisus per gradum in æquatore 56751, exhibet $\frac{1}{256}$, cujus denominatori si addatur 2, obtinetur $\frac{1}{128}$; demptis autem tertiâ, quartâ, & nonâ, quæ a reliquis plus æquo discrepant, reli-

quarum media erit 648, ex qua ellipticitas $\frac{7}{265}$ paullo minor priorè: ea est minor quidem $\frac{1}{231}$, quam requirit homogeneitas, sed adhuc multo major illa $\frac{7}{331}$, quam num. 236 eruius ex media gravitatum determinatione.

385 Verum ut ipsum medium assumatur, non utcumque medium arithmeticum, sed aliqua lege accuratius ad regulas fortuitarum combinationum, & probabilitatis redactas, utemur hic problemate, quod indicavi sub finem dissertationis insertæ Actis Bononiensibus tomo 4, & cujus non solutionem, sed solutionis fructum exhibui ibidem. Est autem hujusmodi: *dato graduum numero invenire correctionem adhibendam singulis ita, ut serventur hæc tres conditiones; nimirum ut differentia ipsorum sint proportionales differentiis sinuum versusum latitudinis duplicata, ut summa correctionum positivarum sit equalis summa negativarum, ut summa omnium tum positivarum, tum negativarum correctionum sit omnium minima, quæ servatis prioribus binis conditionibus haberi possit.* Primam requirit lex æquilibrii positus figuram ellipticam; secundam requirit equalis probabilitas pro deviationibus, & erroribus Observatorum ad augendos gradus, minuendosque; tertia requiritur, ut ad observationum fidem accedamus, quammaximè licet, potissimum, cum deviationes perquam exiguas esse sit admodum probabile juxta num. 381, & summa ab Observatoribus adhibita inter observandum diligentia suspicionem relinquat errorulorum perquam exiguorum.

386 Hoc problema pertinet ad methodos maximorum, & minimorum; sed communi analytica methodo tractari non potest. Nam algebraica expressio positivæ quantitates a negativis non distinguit, sed eodem generali valore exprimit. Valor correctionum, quæ adhibendæ sunt, ut prima conditio servetur, obtinetur admodum facile, denominatis binis quibusvis altera $\equiv x$, altera $\equiv y$, per quas, & graduum, ac sinuum versusum valores invenitur quivis alius gradus correctus, cujus differentia a dato exhibet valorem analyticum correctionis, qui dabitur per x , y , & valores datos, nec nisi ad primum assurgat gradum. Ad faciendum satis conditioni secundæ ponenda erit tota summa valorum $\equiv 0$, quæ unica positio efficit summam positivorum, & negativorum æqualem, & ex ea æquatione deducto valore y per x , ac substituto, relinquetur summa omnium correctionum data per x . Sed hæc summa, ut per analysim exprimitur, constabit semper positivis, ac negativis permixtis, nec erit variabilis, ut sicuti ad maximum deveniat, sed erit semper $\equiv 0$. Hinc e positione $dx \equiv 0$ nihil eruetur, sed omnis formula evanesceat, Investigatore spe sua frustrato. At ope Geometriæ simplicis, Mechanica etiam in subsidium vocata, sic rem facile expedit.

F. 44 387 Referat in fig. 44 AF diametrum circuli, & AE , AD , AC , AB sinus versus latitudinum duplicatarum, pertinentium ad gradus observatos, ac ex punctis E , D , C , B , ac si in ipsa æquatore observatus sit gradus, ut hic, etiam ex puncto A , exeant rectæ EE' , DD' &c. perpendiculares ad ipsam AF , indefinitè productæ, quarum segmenta Ee , Dd , Cc , Bb , Aa ad eandem plagam accepta referant gradus, ut notentur puncta extrema e , d , c , b , a .

388 Patet primo, si ducatur quævis recta, ut $A'H$, quæ occurrat iis rectis

rectis in M, L, K, I, A' , per ipsam definiri gradus, qui satisfaciant primæ conditioni. Ducta enim $A'F'$ parallela AF , quæ iisdem occurrat in E', D', C', B' , erunt excessus graduum supra gradum in æquatore $E'M, D'L, C'K, B'I$, zero, proportionales rectis $A'E', A'D', A'C', A'B'$, zero, sive sinibus versis AE, AD, AC, AB , zero. Problema adhuc remanet bis indeterminatum, cum recta duci possit in quavis distantia, & cum quavis inclinatione. Bini gradus assumpti utcumque eam determinant, qua determinata, determinatur per ejus concursum cum recta e parallelis illis una pertinente ad quamvis latitudinem datam gradus ipsi respondens, determinatione conspirante cum methodo proposita num. 386; & hæc exhiberet valores illos indicatos num. 386 datos per x , & y .

389 Unum ejus rectæ punctum determinabit secunda conditio. Correctiones erunt eM, dL, cK, bI, aA' , positivæ, vel negativæ, prout puncta e, d, c, b, a jacebunt respectu AF citra ipsam $A'H$, vel ultra. Debebit igitur per secundam conditionem summa jacentium citra æquari summæ jacentium ultra. Id habebitur, si ea transeat per centrum commune gravitatis G punctorum e, d, c, b, a , cum ex notissima proprietate centri gravitatis communis summa omnium distantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera secundum directionem quamecumque, sit æqualis summæ omnium ex parte opposita. Datis autem illis punctis datur & eorum commune centrum gravitatis G . Datur igitur unum punctum rectæ quæsitæ definitum a secunda conditione. Hæc determinatio æquivaleret illi valori y inveniendum juxta numer. 386 per æquationem, quæ ponat summam correctionum $= 0$.

390 Remanet adhuc indeterminatum problema, cum infinita possit per id punctum duci rectæ, quæ omnes utrique e præcedentibus binis conditionibus satisfaciant: unicum ipsa gradum determinat, ducta GS perpendiculari ad AF , ubi exprimet ipsa GS eum gradum, & AS sinum versum ejus latitudinis, ad quam is pertinet. Ipsam rectam, & per eam reliquos gradus determinaret quisvis alius gradus assumptus ad arbitrium; sed ea determinanda est per conditionem tertiam, ut nimirum summa correctionum jacentium ad plagam utramvis, nam hinc, & inde sunt semper æquales, sit minima omnium, quæ haberi possunt. Ut id præstetur, concipiamus rectam $A'GH$ discedere a positione SGT in partem utramlibet; initio quidem, donec angulus cum ipsa fuerit perquam exiguus, omnes correctiones aA, bI, cK, dL, eM erunt immensæ; tum perpetuo decrescunt; donec ipsa recta appulerit ad aliquod e punctis a, b, c, d, e ; ubi vero ea fuerit transgressa quodcumque ex iis punctis, correctio ei puncto respondens mutata in positionem contrariam incipit crescere, & deinde perpetuo crescit, reliquis, quæ pertinent ad puncta nondum superata a recta mobili, adhuc decrescentibus: summa autem omnium correctionum simul sumptarum decrescit, donec summa decrementorum fuerit major, quam summa incrementorum; & fiet minima, ubi illa desinet esse minor, quam hæc. Ibi vero, ubi fuerit minima summa omnium, fiet etiam minima summa solarum positivarum, & summa solarum negativarum, cum singulæ ex summæ debeant esse dimidium summæ omnium, ob earundem æqualitatem perpetuam inter se.

391 Porro singularum correctionum mutationes respondentes mutationibus positionis rectæ mobilis, erunt proportionales distantis $AS, BS, CS,$

DS , ES , sive ex sint incrementa, seu decrementa; nam ex mutationes erunt bases triangulorum similium habentium verticem in G , inclusæ binis positionibus rectorum GA' , GI , GK , GL , GM , adeoque erunt ut hæ rectæ, nimirum ex natura parallelarum, ut illæ $A'S$, BS' , CS' , DS' , ES' . Quamobrem, si notetur, quo ordine recta mobilis appellere debeat ad puncta a , b , c , d , e , & eodem ordine addantur in unam summam illæ e rectis AS , BS , CS , DS , ES , quæ ad ea puncta pertinent; donec erit minor hæc summa, quam semisumma omnium simul earundem rectorum, sive minor, quam summa jacentium ex parte utralibet puncti S (nam summa jacentium ex parte altera æquatur summæ jacentium ex opposita); summa mutationum pertinentium ad correctiones crescentes erit adhuc minor, quam summa pertinentium ad decrecentes, & summa correctionum adhuc decreset, quæ tum demum evadet minima, ubi summa rectorum AS , BS , CS , DS , ES pertinentium ad puncta, ad quæ jam appulit recta mobilis, desinet esse minor, quam semisumma omnium rectorum ejusmodi, sive quam summa omnium jacentium ex parte utralibet puncti S .

392 Nec erit difficile invenire centrum gravitatis G , & illum ordinem appulsuum etiam facili numerico calculo. Si colligantur in unam summam sinus versi AE , AD , AC , AB , zero, & ea summa dividatur per numerum punctorum; habebitur AS ; cum distantia centri gravitatis a plano quovis Aa æquetur summæ distantiarum punctorum omnium divisæ per ipsorum summam. Eodem pacto si summa omnium graduum Ee , Dd &c. dividatur per ipsorum numerum, habebitur SG . Quin immo satis erit summam excessuum supra primum dividere per ipsorum numerum, & addere primo: si enim af parallela AF , secet rectas EE' , DD' , CC' , SG , BB' , AA' in R , Q , P , N , O , erit NG summa excessuum Re , Qd &c. divisæ per radium.

393 Ad inventionem autem serici appulsuum concipiatur recta per G parallela AF , quæ occurrat rectis FF' , EE' , DD' , CC' , BB' , AA' in Y , r , q , p , o , X , & statim innotescet, in quo ex angulis SGY , YGT , TGX , XGS jaceat quodvis punctum; nam debet jacere citra, vel ultra SGT , prout ejus sinus versus est minor, vel major inventa AS , & citra, vel ultra XGY , prout ejus gradus est minor, vel major invento SG . Innotescet etiam facile tangens anguli, quem recta transiens per quodvis punctum continebit cum GS , vel GT . Est enim pro puncto e , ut re ad Gr , ita radius ad tangentem anguli reG , sive eTG , quæ idcirco erit, ut $\frac{rG}{r}$, & eodem pacto in reliquis: angulorum autem minorum minores sunt tangentes, & ad puncta angulorum minorum prius appellitur in angulis SGX , & YGT ; tum ad puncta angulorum majorum prius in angulis TGX , TGS ordine suo. Cum igitur sit Gr differentia sinus versi puncti e ab invento valore AS , & re differentia gradus ipsius ad invento SG ; habebitur hujusmodi regula. *Dividatur pro singulis punctis differentia ejus sinus versi ab invento valore AS per differentiam ejus gradus ab invento SG , & quoti punctorum pertinentium ad binos angulos ad verticem oppositos simul considerati ordinentur incipiendo a minoribus, tum quoti pertinentes ad reliqua puncta jacentia in reliquis binis ordinentur eodem pacto incipiendo a majoribus, ac ordinem ita institutum sequetur in appulsibus recta mobilis, si abeat initio motus in illos angulos* prio-

priores; contrarium, si incipiat moveri in posterioribus. Sed etiam sine calculo plerumque sola utrunque accurata constructio seriem appulsuum multo facilius indicabit.

394 Atque hoc pacto jam habetur, quidquid requiritur ad correctiones quasitas, & etiam sine ipsis ad eruendam ellipticitatem. Nam is gradus, qui pertinet ad appulsuum, remanet sine correctione, ut patet, adeoque per ipsum, & gradum SG jam inventum, inveniuntur juxta num. 348 reliqui gradus omnes, adeoque & inventorum differentia ab observatis, sive correctio, & differentia totalis, ac per ipsam ellipticitas quasita.

395 Patet autem methodum generalem esse pro correctione eorum omnium terminorum, qui datam debeant rationem sequi, qua substituta illi rationi sinuum versorum, omnia eodem redeunt. Sed hic applicanda est methodus ad rem nostram, ubi dimidius sinus versus accipiemus pro integris, ut faciliore calculo numerico, utamur valoribus tabulæ primæ num. 355. Valores AB , AC , AD , AE sunt iidem, qui in columna 3 ejus tabulæ, quorum summa divisa per 5, habetur AS , sive $aN \equiv 4356.6$: Ob , Pc , Qd , Ke , sunt iidem, qui ibi in columna 5, quorum summa divisa per 5, habetur $NG \equiv 301.6$, ex quibus definitur gradus $SG \equiv 56751 \div 301.6 \equiv 57052.6$ pro latitudine, ejus duplæ dimidius sinus versus 4356.6 ad radium 10000, sive pro latit. $41^{\circ} 15'$: sed id quidem nullius est usus. Distantiæ aN , ON , PN , QN , RN punctorum a , b , c , d , e a recta SGT erunt differentiæ prioris numeri $4356.6 \equiv aN$ a numeris columnæ 3, adeoque 4356.6 , 1369.6 , -291.4 , -1405.4 , -4029.4 exillente summa tum positivarum tum negativarum 5726.2 , & distantiæ aX , bo , cp , dq , er a recta XY erunt differentiæ posterioris $301.6 \equiv NG$ a numeris columnæ 5, adeoque 301.6 , 15.6 , 73.6 , -21.4 , -369.4 . Quæ habent signa conformia, pertinent ad angulos SGX , TGY , quæ habent disformia, ad reliquos TGX , SGI , adeoque priora sunt a , b , d , e , posterioris generis est solum c . Divisis autem seriei prioris terminis per terminos posterioris, obveniunt tangentes angulorum cum recta SGT 14 , 88 , 4 , 66 , 11 . Igitur illa quatuor, quæ pertinent ad priores angulos a , b , d , e , incipiendo ab angulis minoribus, sequuntur ordinem 11 , 14 , 66 , 88 , sive e , a , d , b , quibus si accedat reliquum punctum c , appellet recta ad ea puncta ordine e , a , d , b , c . Prioris e prior distantia 4029.4 est minor, quam summa 5726.2 binarum positivarum, vel trium negativarum, sed accedente distantia sequentis $a \equiv 4356.6$, jam habetur 8386 , quod illam summam excedit. Igitur habetur minimum quasitum in appulsu rectæ ad a , gradu in æquatore Aa manente sine correctione, & cæteris correctis per positionem rectæ aGV .

396 Si motus rectæ mobilis concipiatur ex parte opposita, ordo appulsuum erit contrarius e , b , d , a , c , & patet ad superandam summam 5726.2 requiri quatuor priorum distantias seriei primæ, nimirum 291.4 , 1369.6 , 1405.4 , 4356.6 , ut ideo etiam hoc motu idem illud minimum inveniatur in appulsu ad a .

397 Inventa hac minimi quasiti positione, statim jam habetur facile ellipticitas. Positio enim rectæ hic erit ipsa aGV , manente gradu in æquatore, quod & commodius accidit ad inveniendam statim & differentiam totalem

talem, & ellipticitatem. Erit enim ut inventa $aN = 4356.6$ ad inventam $NG = 301.6$, ita tota $af = 10000$, ad differentiam totalem $fV = 692$, per quam diviso gradu 56751 , & addito 2 juxta num. 349, habetur ellipticitas quantitas $\frac{1}{248}$, accedens aliquanto magis ad ellipticitatem homogeneitatis $\frac{1}{231}$, quam superiores duæ $\frac{1}{265}$, & $\frac{1}{258}$, sed remotior ab illa $\frac{1}{332}$, quam æquilibrium requirit in hypothefi nuclei spherici. Correctiones autem graduum calculo instituto pro 5 gradibus a, b, c, d, e procedunt $03 - 79.2$; ~~22.8~~; ~~75.9~~; ~~90.5~~.

398 Si certi essemus, nullum adhuc errorem latere ex deviationibus penduli in gradibus, nec ex gravitate utcumque parum imminuta, vel aucta in longitudinibus isochronorum pendulorum, oporteret vel ad hypothefim nuclei elliptici recurrere, vel ad aliam aliquam. Verum quinque termini sunt adhuc nimis exigui numerus, ut in summa irregularitates dispareant; & de re tota certius aliquid statueretur, ubi multo plures haberentur, & gradus, & pendulorum isochronorum longitudines, pro quibus etiam hæc eadem methodus adhiberi poterit, si a debita ratione aliquanto magis recesserint eorum incrementa, que cum hic rationem ipsam sequantur tam proximè, communem assumendi medii rationem æquè patiuntur perquam exiguo discrimine, si hæc adhibeatur. Tum vero, & Galliarum tractu distributo in partes duas borealem alteram, alteram australem hinc & inde ab urbe Lutetia poterit assumi medium inter priores tres boreales, ac inter posteriores 8 australes, qui sunt in tabula Num. 353 illi 11 gradus post primum, ut habeatur in ipsa australi Gallia gradus pro latitudine aliquantum diversa a nostra Italica, ac habebuntur gradus bini, pro latit. $49^{\circ}, 27' = 57056$, & pro latit. $46^{\circ}, 7' = 57051$.

399 Sed si interea retineamus ellipticitatem, quam observationes requirunt, assumpto illo medio $\frac{1}{248}$, licebit querere, an ea tantum differat a pendulis isochronis, ut cum iis conciliari non possit. Si ea dematur a $\frac{2}{231}$, habebitur fractio gravitatis $\frac{1}{216}$. Divisa longitudine penduli in æquatore 432.21 per 216 , habetur differentia totalis 2.03 . Hæc quidem est minor omnibus 10, quæ habentur in tabula 2 num. 355, & a media inter octo minus difformes, quam num. 255 invenimus 2.48 , differt per 45 centesimas, quæ immixta in ratione 2.48 ad 2.06 differentiarum totalis calculo erutz, a differentia inter longitudines pertinentes ad loca maxime remota, quam immediate exhibent observationes in combinatione prima ejusdem illius secundæ tabulæ, reducitur ad centesimas 36. Ea divisa bifariam pro singulis observationibus reducitur ad differentiam 18 centesimarum, quæ omnino est major, quam ut in Observatorum oscitantiam refundi possit. Error maximus, qui occurrit in postrema columna primæ partis ejusdem numeri, est centesimarum 8 plusquam duplo minor, ac non est tantus, ut inæqualitates, quæ sub ipsa superficie Telluris occurrant, ipsum facile parere non possint. Si enim fiat, ut longitudo penduli proximè centesimarum 44000 ad 18, ita semidiameter Terræ passuum 4000000 quamproximè ad quartum, invenitur is proximè 1600, adeoque massa æquivalens globo habenti pro radio circiter sesquimilliare, quæ in

altero loco desit per hiatum, in altero adsit duplicata per addensationem; potest ejusmodi discrimen inducere, & majores adhuc inæqualitates occurrere infra superficiem Telluris, est admodum probabile.

400 Quamobrem plures adhuc pendulorum observationes requiruntur ad hoc, ut de eo ipso prudenter judicari possit. Si ea constanter ostenderint gravitatis fractionem majorem, quam quæ in hypothese nuclei spherici respondeat ellipticitati eruta e gradibus, adhuc non erit necessaria hypothesis nuclei elliptici, sed res conciliari poterit per majorem materiæ raritatem versus æquatorem, a qua, juxta §. 7 l. 4 potest oriri pars illa inæqualitatis gravitatis centesimalium linearum 36, quæ quidem & imminui potest nonnihil ellipticitate nonnihil aucta per ipsam juxta eundem §. 7; licet si continua lege ea raritas crescat a polo ad æquatorem, parum admodum inde perturbari debeant graduum dimensiones, uti mihi videor demonstrasse Expeditionis Litterariæ opusculo 5 num. 327, cum nimirum in ea hypothese exigua mutatio densitatis fiat in initio, & in fine gradus cujuslibet, adeoque differentia deviationis penduli in materiam redundantem factæ in utroque extremo in eandem plagam debeat esse exigua respectu deviationis ipsius jam exigua; ut nimirum ex ea hypothese longitudines pendulorum mutantur per quantitatem analogam infinitesimis ordinis primi, & dimensiones graduum, ac ellipticitas inde deducta per analogam infinitesimis ordini secundi, & idcirco insensibilem.

401 Accedit, quod, ut ibidem innui, nec mihi omnino indubitatum est, gravitatis legem, quæ in distantia Planetarum, & fortasse etiam Lunæ fatis fere accuratè sequitur rationem reciprocam duplicatam distantiarum, in distantia tanto minore particularum Terræ a se invicem, jam non recedere nonnihil ab ea ratione, a qua in mea Physicæ Generalis theoria in immensum recedit, cum demum abeat etiam in vim repulsivam. Exiguus ab ea lege recessus discrimen aliquod pareret in mutatione gravitatis, adeoque in illis pendulorum differentiis.

402 Idcirco, donec ea omnia post longas observationum repetitiones innotescant certius, vocatis etiam in subsidium iis omnibus, quæ pendent a theoria gravitatis, ac figura, magnitudine, massa Terræ, uti est præcessio æquinoctiorum, nutatio axis, Lunaris motus, & si qua alia sunt ejusmodi, interea hic adhibebo ellipticitatem, quam ex gradibus meridiani postremo loco eruimus (gradui enim paralleli, ut sæpius innui, parum sîdo) $\frac{1}{248}$ etiam idcirco, quod magis accedat ad eam $\frac{1}{231}$, quam requirit homogeneitas, quam, ut Noster censet, juxta adn. in vers. 1037, est probabile respexisse supremum Naturæ Opificem, nec ab ea multum recessisse, exemplo Architecti, qui licet aliquid & calcis tenacitati tribuat, adhuc tamen in edificio extruendo non multum debet recedere ab ea figura, quam postulat æquilibrium ipsarum partium, quæ disponuntur.

403 Ea assumpta, jam ex gradibus, ex quibus est orta, admodum facile definitur magnitudo Telluris methodo exposita num. 349. Gradus in æquatore est hexapedarum 56751, differentia totalis inventa num. 397 est 692, fractionibus neglectis, adeoque gradus in polo 57443. Sed ad eruendos axes ellipticos usus sum differentia totali, quæ provenit ex gradu in æquatore hexapeda-

pedarum 56751, sive pedum 340506, & gradu Laponico correcto per deductionem 90. 5 juxta numerum eundem, qui gradus evadit hexapedarum 57331. 5, sive pedum 343989, factis nimirum, ut hujus dimidius sinus versus 8386 erutus e tab.2 num.355, ad radium 10000, ita eorum graduum differentia, quæ jam evadit pedum 3483, ad differentiam totalem, quæ sit 4153. 35 (quod a priore determinatione differt in solis hexapedæ fractionibus, cum reddat hexapedas 692. 22) pedum 344659. 35.

404 Si horum graduum differentia triens 1384. 45 addatur gradui in æquatore, tum idem triens summæ, habentur gradus circulorum habentium pro radio semiaxem, & semidiametrum æquatoris 341890. 45, & 343274. 90. Ex iis adhibita prius ratione gradus ad semicircumferentiam 1 ad 180, tum semicircumferentiæ ad radium 318309886 ad 100000000, obtinentur is semiaxis, & ea semidiameter pedum 19588830, & 19668203, quorum differentia 79323 triente 26441 dempto a semidiametro æquatoris, obtinetur radius spheræ equalis spheroidi 19641762. Et hi sunt valores, quos adhibuimus prioris libri §. 2, & deinde pluribus sequentibus locis, ubi iis dimensionibus opus erat; & utemur impolterum.

§. 6. Ad notam in vers. 1065.

DE PROGRESSU DENSITATIS IN ATMOSPHERA TERRESTRI, ET EJUS DENSITATE.

405 **A** Versu 1065 ad 1250 agit Noster de Atmosphæra terrestri; quatenus connectitur cum gravitate, de qua hic agit, & a qua comprimitur: ea in 7 adnotationibus se continenter excipientibus proposuimus, reservatis huic pluribus de more, quæ Geometriam, vel calculum requirunt: ea illustrabimus, quam licebit, contractius, ob limites nimis arctos hisce supplementis constitutos, quibus sit, ut quo magis progredimur, eo plura ad argumentum, de quo agimus, pertinentia omittere debeamus.

406 Eorum omnium, quæ prioribus adnotationibus continentur, fundamentum est, aerem esse gravem, & elasticum: elasticitatem autem habere hujusmodi, ut comprimat in ratione vis comprimentis. Gravitas aeris experimentis quamplurimis demonstratur, quæ ipsius proprietates, & Veteribus cognita fuit; ut & elastica ejus vis omnibus est notissima; ejus effectus in compressione, & dilatatione aeris observantur etiam vulgo innumeri, ac utriusque simul conjunctæ effectus est etiam elevatio mercurii in barometris, uti jam & certissimum, & notissimum est, ubi mercurius æquilibratur ab æquali pondere atmosphære, quæ aerem imminentem mercurio premens ipsum sustinet. Sustinetur autem mercurius ad altitudinem digitorum Parisiensium circiter 28; unde fit, ut pondus atmosphære prementis certam partem superficiæ terrestris æquetur columnæ mercurii habentis basim illi superficiæ æqualem, & altitudinem pollicum 28; cumque mercurii pes cubicus sit proximè librarum 1064, si is numerus augeatur in ratione 12 ad 28, habebitur pondus librarum 2463; premens quemvis quadratum pedem superficiæ terrestris, immo pedem cujusvis corporis immersi aeri prope superficiem Terræ.

ob pressionem fluidorum æqualem in omnes partes; unde facile est per regulam auream computare pressionem pro quavis alia superficie. Quod si habeatur mutatio altitudinis in barometro ex mutata constitutione atmospheræ, quæ mutatio est alibi digiti 1, alibi 2, alicubi etiam 3, factis, ut 28 ad eam mutationem, ita numerus inventus ad quartum, invenietur differentia pressionum inde proveniens, quæ est sane ingens.

407 Plurima experimenta circa gravitatem instituta sunt ad inveniendam rationem ponderis aeris, ad pondus aquæ, pari mole, quæ ratio eorum densitatis rationem exhibet: ea varia inventa est ob mutationes, quæ accidunt in ipso aere. Ricciolius in aere proximo superficiæ Terræ hanc rationem invenit 1 ad 1000, Boyleus itidem censuit 1 ad 1000 posse assumi pro ratione proxima, & communi, cum invenisset prope Londinum 1 ad 938; Merfennus eam censuit inter 1 ad 1300, & 1 ad 1600; Galileus contra 1 ad 400: plures accuratiores observationes eam in Anglia exhibuerunt 1 ad 840, ad 852, ad 860; unde Newtonus Princ. lib. 3 prop. 41 adhibuit rationem 1 ad 850. Muschembrockius autem invenit admodum variabilem inter 1 ad 600, & 1 ad 1000.

408 Inter alias methodos eruendi hanc rationem est & illa videndi, quantum descendat mercurius in barometro elevato ad datam aliquam altitudinem, in qua nimirum densitas aeris sit proximè uniformis; erit enim densitas aeris circa mediam illam altitudinem, ad densitatem mercurii, ut ille descensus ad illam altitudinem, illo aere intermedio habente pondus æquale mercurio detracto; densitas autem mercurii ad densitatem aquæ, ut 14 ad 1. In Cassiniana serie, quam exposuimus in adn. ad vers. 1197, respondet in superficie ima Terræ altitudini pedum 60 descensus unius lineæ. Inde eruitur densitas aeris ad densitatem aquæ 1 ad 617, quæ est fere maxima ratio Muschembrockiana. Ex ratione 1 ad 1000 responderet uni lineæ altitudo pedum 97.

409 Derhamus institutis Londini observationibus in edita columna invenit descensui $\frac{1}{10}$ unice Londinensis respondere pedes Londinenses 96; unde ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ, ut 1 ad 823 congruens cum Londinensibus cæteris. Halleyus observatione instituta in summo monte Snowdon, & ad ejus radices invenit differentiam unicarum $3\frac{8}{10}$, altitudo autem erat pedum Londinensium 3720; unde inferitur pro $\frac{1}{10}$ unice altitudo pedum 98, & ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ 1 ad 839, quæ tamen debetur medii, non imi montis atmospheræ. Illa altitudo montis reducit ad pedes Parisienses 3483, vel 3489, prout adhibeatur ratio pedis Londinensis ad Parisiensem 1000 ad 1068 vel ad 1066, quæ posterior est accuratior, sed hic parum refert id exiguum discrimen.

410 Elasticitas debet esse æqualis ponderi comprimentis atmospheræ; si enim hoc pondus eam superaret, comprimeretur aer adhuc magis: si id superaretur ab ipsa, aer idem dilataretur. Sed ipsa datæ massæ aeris elasticæ vis est varia pro varia ejus densitate, & vario calore. Et quidem, quod ad calorem attinet, Amontonium experimentis institutis tradidit, accessionem vis elasticæ in aere redacto ad calorem aquæ ebullientis esse ad suam elasticam

vim, qua pondus atmosphære sustinet, ut 10 ad 35. Quod autem pertinet ad densitatem, plures Physici invenerunt, & experimentis institutis, iteratilique demonstrarunt, quod jam olim & Boyleus, & Mariottus tradiderant, aerem comprimi in ratione ponderis comprimentis, ut nimirum, quo majus sit pondus premens, eo minus in eadem ratione sit spatium, ad quod aer reducitur; & huic proprietati innituntur, quæ Noster tradit cum Newtono de progressu densitatis per atmosphæram.

411 Hanc legem non servari accuratè Mariottus tradit, ubi densitas sit satis ingens ita, ut posteaquam aer ad quadruplo minorem molem redactus est, quam eam habeat in superficie Terræ, requirat jam vim majorem, quam pro ratione reciproca ejus spatii, ad quod reduci debeat. At ubi dilatari debeat, ad magnas dilataciones extendi satis accuratè ejusmodi legem, constat ex plurimis experimentis institutis jussu Academiæ Parisiensis, & alibi ab aliis Physicis. Sunt, qui censeant necessàrio abrumpi debere eam legem in compressione; cum ubi particule aeris ad contractum devenerint, nulla ulteriori vi, magis comprimi possit. At id in mea theoria punctorum simplicium, inextensorum, & a se invicem distantium, nullam habet vim, in qua nimirum potest in quacunque ratione densitas augeri, imminuta punctorum distantia, quantum libet, quæ puncta nunquam possunt ad contactum devenire, sed si abstrahamus animum a vi repulsiva, devenient ad compenetrationem post omnes omnium densitatum gradus.

412 Et quidem si ejusmodi puncta habeant vires repulsivas in ratione reciproca simpliciter distantiarum, comprimentur eorum massæ in ratione virium comprimentium, uti invenit Newtonus lib. 3 Princ. prop. 23, quæ puncta cum possint eam rationem accuratè servare in distantis quibusvis; possunt existere massæ, quæ illam compressionum rationem sequantur & compressæ, & rarefactæ in quacunque ratione utcumque magna.

413 Illud Newtoni theorema sic facile demonstratur. Dilatetur massa AC cujusvis figuræ in molem similem A'C', cujus pars similis, & æqualis AC sit A'e; sint autem superficies homologæ AB, A'B', A'b, & distantie punctorum a se invicem in primo, & secundo statu ipsæ etiam homologæ sint d, & D. Erit ob similitudinem moles AC ad A'C' ut d³ ad D³. Quare densitas ad densitatem ut D³ ad d³. Numerus autem punctorum in superficie AB erit idem, ac numerus punctorum in superficie A'B', is autem ad numerum in A'b, erit ut superficies A'B' ad superficiem A'b, sive ut D² ad d², & vis singulorum punctorum in AB ad vim in A'b contra æquale obstaculum comprimens erit, ut D ad d, ob rationem reciprocam distantiarum. Igitur summa virium in AB ad summam in A'b, erit ut D³ ad d³, nimirum ut densitas posterior ad priorem. Q. E. D.

414 Quod si vis repulsiva fuerit in quavis ratione reciproca potentie m distantie, & dicatur compressio C, vis comprimens V, distantia particularam D, eadem prorsus ratione invenitur, fore virium repellentium summam, sive vim comprimentem $V = \frac{1}{D^2} \times \frac{1}{D^m} = \frac{1}{D^{m+2}}$: hinc $D = \sqrt[m+2]{\frac{1}{V}}$. Est autem $C = \frac{1}{D^3}$, adeoque $D = C^{-\frac{1}{3}}$, Igitur $\sqrt[m+2]{\frac{1}{V}} = C^{-\frac{1}{3}}$, & ideo

C =

$C = \sqrt{m+2}$. Compressio ut dignitas $\frac{3}{m+2}$ vis comprimentis. In ratione vis repulsivæ reciproca simplici distantia est $m = 1$, & $\frac{3}{m+2} = \frac{3}{3} = 1$, compressio ut vis comprimens. Pro quavis alia ratione reciproca vel directâ satis est ponere pro m suum valorem, & obtinetur ex ea formula valor dignitatis, qui tamen evadit infinitus, si vis repulsivâ sit in ratione directâ duplicata distantia, factâ $m = -2$. Sed hæc innuisse sit satis.

415 Verum in Natura ea lex virium non poterit extendi ad omnes distantias. Nam in recessu deveniri debet ad vim attractivam gravitatis, quæ agit in magnis distantis, & in accessu, saltem in aere, devenietur itidem ad vires etiam attractivas, & alternatas; nam constat ex pluribus observationibus in primis Halesii in Statica vegetabilium, posse aerem reduci ad fixitatem, quod indicat, licet non necessario evincat, amitti ibi elasticitatem, vi repulsivâ versâ in attractivam; & omnino non est verosimile puncta aeris esse in mea theoria in ultimo arcu repulsivo asymptotico, nec vero is ultimus arcus in mea curva exhibet accuratè rationem reciprocam distantiarum. Sed ea patebunt magis post meam theoriam explicatam tomo 4.

416 Adhuc tamen possunt puncta aeris esse sub arcu repulsivo servante illam rationem reciprocam distantiarum quam libuerit proximè, cujus arcus amplitudo ad reliquum intervallum usque ad distantiam zero sit major in quacunque ratione utcumque magna, & eo casu dilatatio, & contractio sequerentur legem compressionis reciproca vi comprimenti per intervalla utcumque magna, & utcumque parva in quacunque ratione. Halleyus censuerat aerem comprimi non posse ultra rationem 300 ad 1; sed Halesius ipsum compressit in ratione 1238 ad 1, & juxta expositam theoriam nulla est ratio, ad quam in compressione deveniri non possit; verum ubi ad ingentem rationem deventum fuerit, molis ita imminutæ mensura iniri non poterit, ut cum vi comprimente comparatur. Dilatationem aeris immanem sanè ipsa etiam experimenta docent, & Meuschenbroekius censuit, aerem in quibusdam crassioribus experimentis dilatatum fuisse in ratione 4000 ad 1, Boyleus autem sola sua expansiva vi dilatatum in ratione 13679 ad 1, quem tamen censuit esse ultimum terminum dilatationis ita, ut ad eum statum redigi debeat in vacuo nulla vi compressum. At id quidem nullis experimentis constare potest; nam aer ad ingentem raritatem redactus sensum effugit. Newtonus sane loco citato num. 407 censuit in immensum rareferi, & quidem servata eadem lege, ac unum nostri aeris digitum delatum ad distantiam semidiametri terrestris debere ita rarefcere, ut sit par implendo toti circumquaque spatio a Sole ultra Saturnum, & censet ultra eam altitudinem unius semidiametri terrestris aerem adhuc rarefcere in immensum magis, qua de re hie aliquid inferius.

417 Pendet autem Newtoni calculus a theorematis propositis in adn. ad vers. 1097, pertinentibus ad progressionem, qua aer attenuari debet ascendendo a superficie Terræ. Eas progressiones Newtonus definiit in propositionibus 21, & 22 lib. 2, ac earum scholio. Rem aliquanto generalius hic evolvemus analysi, & constructione geometrica.

418 Sit CA in fig. 46 semidiameter Terræ producta indefinitè in G . Or. F. 46 distantia DH ad curvam FHM expriment vim gravitatis debitam cuius distantie

tiz CD a centro, & ordinatæ DE ad curvam BEK pariter indefinitam expriment densitates atmosphæræ pro altitudinibus AD , quarum curvarum sint ordinatæ etiam AF , AB ; & si sint aliæ ordinatæ edh infinitè proximæ prioribus EDH , ac eI parallela Dd abscindat EI differentiam ordinarum DE , de ; pondera atmosphæræ DG , dG poterunt exprimi per densitates DE , de ipsiſ proportionales; adeoque & differentia ponderum per EI . Erit autem ea differentia æqualis ponderi altitudinis Dd , ubi massam exprimet spatium ductum in densitatem, sive $Dd \times DE$; cumque vim singulorum punctorum exprimat DH , erit pondus, ut $DH \times Dd \times DE$, adeoque erit EI , ut $DH \times Dd \times DE$, & $\frac{EI}{DE}$, ut $DH \times Dd$, sive ut areola $HDdh$.

419 Sit jam quævis logistica PpR accedens ad axem CT perpendicularem AC , & ad eandem plagam curva ALN quadratrix arcæ $DAFH$ ita, ut ejus ordinata DL æquetur ei arcæ applicatæ ad rectam datam quamcumque Ct ; ducanturque LQ , lq parallelæ DC , quæ occurrant axi CT in Q , q , logistica in P , p , ac earum posterior rectæ EL in O , & sit pV parallela, & æqualis qQ , ac chordula Pp occurrat axi in S , ubi QS haberi poterit pro constanti subtangente logisticae.

420 Ob trianguła PVp , PQS similia erit $\frac{pV}{pQ}$, ut $\frac{VP}{QS}$, nimirum ob QS constantem, ut Vp , sive ut LO , quæ cum æquetur arcæ $DHhd$ ductæ in Ct , erit ut ipsa, sive ut $\frac{EI}{ED}$, ut oportebat, & decreſcente DE cum pondere, decreſcet simul QP . Si igitur logistica fuerit ejusmodi, ut assumpta alicubi differentia altitudinum Dd , & definitis per ipsam, & per quadratricem curvæ gravitatis binis QP , qp experimentibus rationem densitatum DE , de , sit ibi DE æqualis QP ; erit ea ubique deinceps ipsi æqualis; & quævis aliæ binæ ordinatæ ad eam logisticam ita determinatæ expriment deinde binas densitates debitas iis binis altitudinibus. Hinc facilius logistica determinabitur, & solvetur problema sequenti pacto.

421 Descripta quadratrice ALN , & observatis binis densitatibus in binis altitudinibus AD , Ad quibusvis utcumque a se invicem differentibus, ductis DL , dl parallelis CT ; axe ipſo CT construatur logistica FK per punctum quodvis a ad arbitrium assumptum, ad cujus subtangentem sit LO differentia ordinarum DL , dl , ut est logarithmus rationis inventæ densitatum assumptus in quavis logistica ad arbitrium ubivis descripta ad subtangentem ejusdem logisticae; & mutato utcumque puncto D fiat semper DE æqualis QP , ac habebitur curva BEK densitatum quaesita.

422 Inde autem patet illud si assumantur differentia arearum $ADHF$, sive ordinarum DL , debere haberi seriem densitatum constituentem progressionem geometricam. Sumptis enim continuo æqualibus segmentis Qq magnitudinis cujuscunque in axe logisticae habetur series ordinarum in progressionem geometricam ex ipsa logisticae notione; & si sumantur binæ altitudinum differentia, quibus respondeant segmenta ejus area equalia, vel æquales differentia ejus ordinata; utcumque ea differentia altitudinum inter se distent, habebuntur quatuor densitates geometricè proportionales, quod constat ex eadem logisticae natura.

423 Sit jam vis gravitatis constans, & curva FHM fig. 46 abibit in fig. 47 F. 47 in rectam parallelam CG , facta DH constanter æquali AF . Hinc DL , quæ est, ut area $AFHD$, erit, ut AD , adeoque differentiis æqualibus rectæ AD respondebunt differentiæ æquales rectæ DL , & idcirco per num. 422 iidem æqualibus differentiis rectæ AD respondebunt ordinatæ PQ , sive DE in progressionem geometricam. Inde autem patet ipsam quoque BEK in eo casu fore logarithmicam, quæ idcirco sine quadratrice, & logarithica PR immediatè describi poterit. Habebitur autem hujusmodi theorema: *densitates atmosphaera decrescunt in progressionem geometricam distantis a centro, vel superficie Terra crescentibus in progressionem arithmetica*, quod est primum theorema propositum in adn. ad vers. 1097: erunt autem præterea ex eodem numero geometricè proportionales densitates respondentes binis æqualibus altitudinum differentiis quibuscumque.

424 Hæc quidem theoremata expeditius sic demonstrantur. Exprimant in fig. 46 ordinatæ DE ad curvam BEK densitates, & concipiatur series conti. F. 46 nua earum ordinarum, quæ a se invicem distent per differentias æquales Dd infinitesimas altitudinum: erunt densitatum differentiæ EI , ut ED de differentiæ arcuum, quæ in ea hypothese expriment pondera pendentia a solis massis. Quare erunt EI , ut $ED \times Dd$, sive ob Dd constantes, ut DE . Nimirum differentiæ densitatum, ut densitates totæ, quæ est elementaris proprietatis progressionis geometricæ. Quamobrem erunt illæ densitates in continua progressionem geometricam, in qua si sumantur termini utcumque a se invicem remoti, sed æquidistantes, in eadem erunt geometrica ratione. Sed hic libuit generalem constructionem exhibere, & ex ea hunc etiam casum derivare.

425 Quod si fuerit gravitas in aliqua ratione reciproca distantiarum, nempe DH , ut CD^{-m} , erit FHM ex genere hyperbolarum; & quotiescumque fuerit m plusquam 1, erit ex harum hyperbolarum natura area $GDHM$ ad rectangulum $CD \times DH$, ut est 1 ad $m - 1$. Capiatur in ea ratione illa arbitraria Ct ad AC , & erit $Ct \times AF$ ad $CA \times AF$, ut 1 ad $m - 1$, ut area $GAFM$ ad idem rectangulum $CA \times AF$; adeoque $Ct \times AF$ erit æquale toti areæ $GAFM$. Per punctum F ducatur ZFY parallela CAG , & occurrens CT in Z , EH in X ; & cum sit etiam $Ct \times DL = ADHE$, erit $Ct \times LX = GDHM$, quæ area cum sit, ut $CD \times DH$, & Ct sit constans, erit XL , ut $CD \times CH$, sive ut $CD \times CD^{-m}$, vel ut CD^{-m+1} , nimirum ut abscissa ZX^{-m+1} . Est igitur etiam ALN ex natura hyperbolarum uno gradu inferior habens centrum in Z , & res inde generaliter traduci potest ad valores m quoscunque.

426 Sed si gravitas sit in ratione reciproca simplici distantiarum, evadit $m = 1$, ac eo unico casu formula fallit, evadente $-m + 1 = 0$; sed determinatio evadit facilior, & elegans. Tum enim FHM evadit hyperbola conica, & ejus quadratrix ALN logarithica etiam ipsa. Hinc æqualibus partibus axis CT respondet progressio geometrica tam ordinarum QL , quam QP , sive tam distantiarum CD a centro, quam densitatum DE . Hinc habetur hujusmodi theorema: *Si gravitas decrescat in ratione reciproca distantiarum simplici, acceptis distantis a centro in progressionem geometricam, erunt densi-*

densitates itidem in geometrica progressionē. Hoc est theorema Newtoni Prop. 21.

427 Si gravitas decreseat in ratione reciproca duplicata distantiarum; evadit $m = 2$, & proinde XL , ut ZX^{-1} : nimirum evadit ALN hyperbola conica. Sit in fig. 48 ALN eadem hyperbola, cujus tres ordinatæ XL , BF , HI habeant æquales differentias LP , FM ordinarum: & cum sit LX . $FB :: ZB \cdot ZX$, erit dividendo $LP \cdot FB :: BX \cdot ZX$; eodem pacto erit & $FM \cdot FB :: BH \cdot ZH$. Igitur ob $LN = FM$ erit $EX \cdot ZX :: BH \cdot ZH$, & alternando $BX \cdot BH :: ZX \cdot ZH$, nimirum rectæ ZX ; ZB , ZH , sive AD , AE , AG , harmonicè proportionales. Quoniam autem LP , FM , sunt differentiarum ordinarum etiam DL , EF , GI quadratricis ejus curvæ, quæ exprimit legem gravitatis, ac sunt inter se æquales, respondebunt (n. 422) distantis CD , CE , CG densitates in continua proportionē geometrica. Habetur igitur hujusmodi theorema: *Densitates atmospheræ decrescunt in progressionē geometrica, distantis a centro crescentibus in progressionē harmonica*, quod est secundum theorema expressum in adn. ad vers. 1097.

428 Notandum autem illud, in casu gravitatis constantis densitatem decrescere in infinitum auctis in infinitum distantis, cum ipsa BEK sit logistica in F. 47 infinitum accedens ad axem CG , & in fig. 47 aucta AD in infinitum augetur DL , adeoque Q , & decreseat Q pariter in infinitum. Idem demonstratur facile etiam de casu num. 426. At in casu gravitatis decrescens in quavis ratione reciproca distantiarum majore, quam simplici accedit in infinitum densitas ad certam quandam densitatem, quam nunquam transgreditur. Eam determinat FZ , ubi occurrit logisticæ in f , exprimitur enim a Zf . Quare veniunt non augetur in infinitum in theoria gravitatis Newtonianæ. In omnibus autem hypothesebus gravitatis theoria locum habere potest, licet atmospheræ in infinitum non assurgat, si nimirum ubi desinit, comprimatur vi extranea, quæ respondeat illi altitudini, expressa per ordinatam ei debitam in curva BEK .

429 Hæc pertinent ad compressionem proportionalem ponderi comprimenti in ratione simplici directæ; quod si pondus sit, ut aliqua dignitas compressionis, erit in fig. 46 pondus ut DE^n ; differentia ponderis, ut $DE^{n-1} \times EI$, neglectis minoribus infinitesimis, quæ cum sit, ut $DE \times Dd \times DH$, erit $DE^{n-2} \times EI$, ut $Dd \times DH$, quarum summæ cum sint, ut DE^{n-1} , & area $ADHF$, sive & ordinata DL , abeunte autem D in A , area quidem evanescat cum ordinata DL , & DE^{n-1} abeat in AB^{n-1} , tum illa creseat, hæc decreseat, erit $AB^{n-1} - DE^{n-1}$, ut ordinata DL ; unde facilis eruitur ratio rem expediendi etiam in eo casu.

430 Sed eo omissio sitendum est in hypothese compressionis priorē, & in binis hypothesebus gravitatis constantis, ac decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum, de quibus solis agit Noster, & primo loco demonstrandum illud, quod diximus in adn. ad versum 1097, initio exiguum esse earum discrimen, quod deinde sit ingens. Patet utrumque; quia donec in F. 48 fig. 43 AK est exigua, ratio CK ad CD est proxime ratio æqualitatis, adeoque & KE , ED sunt proximè æquales; adeoque densitates geometricè pro-

portionales respondent intervallis fere æqualibus. Secus ubi AK sit ingens, AD exigua. Potest intervallum EK habere ad ED quancunque rationem, atcunque magnam. Et quidem vidimus earum hypothesum determinationes a se invicem discrepare in immensum, cum in altera in immensum attenuari debeat atmosphæra, in altera habeatur attenuationis ultimus limes. Is limes admodum facile, & eleganter in ea hypothesi definitur: est nimirum densitas tertia continue proportionalis post eam, quæ habetur in superficie Terræ, & eam, quæ habetur in distantia unius semidiametri terrestris. Cum enim sit alternando $CD . DE : : CK . KE$; ubi DE fiat æqualis DC , ea ratio fit ratio æqualitatis, & punctum K abit in infinitum.

431 Hinc illud quod Newtonus affirmavit, juxta num. 416, ultra distantiam semidiametri terrestris a superficie augeri tenuitatem in immensum, non habet locum in hac hypothesi, si nomine in immensum intelligi debeat absolute in infinitum, vel in quavis ratione, atque id, tum quia nostra atmosphæra demum debet confundi cum solari, desinentibus ibi hisce progressionibus juxta adnot. ad versum 1197; tum etiam ex eo, quod gravitas non sit constans, & in hypothesi gravitatis decrefcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum habetur ille limes tertius proportionalis hic definitus: in majoribus distantiiis turbatur lex etiam a gravitate in Solem. Hujus autem atmosphæra aliam fortasse compressionis legem sequitur non proportionalem ponderi comprimenti; ut idcirco fortasse multo minus in ipsa propozitæ progressionis locum habere possint.

432 Jam vero attenuatio debita cuivis altitudini, & altitudo debita cuivis attenuationi facile invenitur in utraque hypothesi ex iis, quæ posuimus n. 408. Cum enim logarithmi rationum earundem in diversis logitlicis fiat iidem, possumus adhibere tabulas logarithmorum jam computatas, & pro hypothesi gravitatis constantis, in qua ipsæ altitudinum differentiæ sunt differentiæ logarithmorum respondentes rationibus densitatum, habebitur hujusmodi theorema. *Ut differentia altitudinum locorum debeatari. binis observationibus densitatum, ad altitudinem quamvis a superficie Terra, ita logarithmus rationis densitatum observata, ad logarithmum quaesita pro illa alia altitudine;* ex quo theoremate, & directum, & inversum problema facile solvitur.

433 Ponam exemplum in inverso, ad illustrandum illud, quod occurrit in adm. ad vers. 1139 altitudini milliariorum 7 respondere densitatem quadruplo minorem. Quærat nimirum altitudo, in qua densitas sit duplo minor. Ex observatione Cassini (num. 408) uni lineæ respondent pedes 60 in superficie Terræ, est autem media altitudo mercurii pollicum 28, sive lin. 28 \times 12 = 336. Quare ratio densitatum est $\frac{336}{315}$, cujus logarithmus æqualis differen-

tia logarithmorum eorum numerorum est 12945 in canone decimalium septem notarum; logar. rationis $\frac{2}{1} = 3010300$. Factis 12945. 3010300 : : 60. 13953, hæc erit in pedibus altitudo debita illi rationi duplæ, quæ altitudo est passuum 2771, & ejus duplum 5542 minus adhuc 6 milliariis exhibet rationem quadruplam. Ex determinatione Derhami tribuentis pedes Londinenses 96 uni decimæ unciæ eruitur altitudo pro ratione dupla pedum Parisi, 18697, sive passuum 3739; nam altitudo media barometri est unciarum Londinen-

sium 30, adeoque ratio est $\frac{300}{229}$ pro una decima unciæ, & 96 pedes Londi-
nenses sunt proxime 90 Parisienses, ex quibus datis instituitur calculus eodem
prorsus passu. Quare pro quadrupla passus 7478. Demum ex Halleyana ob-
servatione, cum unciæ 3 $\frac{8}{10}$ sint $\frac{18}{10}$, ratio erit $\frac{300}{262}$ pro pedibus Parisiensibus
3483; unde pro ratione dupla prodeunt pedes 17824, sive passus 3765,
ac pro ratione quadrupla passus 7530. Prima ex hisce tribus determinationi-
bus exhibet multo minus quam 7 milliaria, reliquæ duæ paullo plus, & de-
terminatio media inter ipsas exhibet passus 6850, sive milliaria fere 7, quod
ostendit jure a Nostro assumptam esse rationem quadruplam pro 7 milliariis,
ut in adn. ad vers. 1139: in altitudine vero ita exigua respectu semidiami-
tri terrestris ea ratio potest assumi etiam pro gravitate decrescente in ratione
reciproca duplicata distantiarum.

434 Ex ratione densitatis aeris ad densitatem aquæ potest itidem facilis
erui generalis formula ad idem inveniendum. Sit 1 ad r ratio densitatis aeris
ad densitatem aquæ, & erit ad densitatem mercurii 1 ad 14 r . Igitur pro al-
titudine pedum 100, deprimetur mercurius per digitos $\frac{1200}{14r} = \frac{600}{7r}$. Ratio
igitur densitatum erit 28 ad 28 $-\frac{600}{7r} = \frac{196r}{196r-600}$. Sit quævis ratio den-
sitarum p ad 1, & altitudo, cui ea convenit, dicatur 100 x : erit $\log. 196 -$
 $\log. r - \log. (196r - 600) : \log. p :: 100 : 100x :: 1 : x$. Quare habebitur
 $x = \frac{\log. p}{\log. 196 - \log. r - \log. (196r - 600)}$. Hinc pro quavis ratione r

dato p datur x , & viceversa. Assumpta est altitudo = 100 x , non = x : ad
commodiorem calculum numericum, ne nimirum nimis exiguae fiant differen-
tiæ logarithmorum adhibende. Si assumatur ratio densitatis aeris ad densi-
tatem aquæ 1 ad 800 illa media Mutchembrockiana, & queratur altitudo
100 x pro ratione quadrupla, erit $r = 800$, $p = 4$, & facta substitutione
evadit $x = 361.57$, adeoque altitudo 100 x pedum 36157, sive passuum
7231; nimirum milliariorum proxime 7, quæ accurate exhiberentur a ra-
tione densitatis aeris paullo majore illa media 1 ad 800.

435 In adnotatione ad vers. 1147 duo occurrunt illustranda; primo qui-
dem duplicatio granuli per vires 64, quæ summam efficit, cui atchendæ pa-
res nares nusquam habeantur; tum in hypothesi gravitatis constantis post 110
milliaria deveniri ad numerum constantem 19 notis. Hoc secundum ibidem
satis evincitur; sed facile ope logarithmorum sic demonstratur sine æquali
calculu ingenti numerico. Est $\frac{210}{7} = 30$, Igitur deveniri debet ad nume-
rum trigessimum post primum progressionis 1, 4, 16, 64 &c. Patet cum fore
potestatem trigessimam num. 4, & proinde ejus logarithmum = $30 \log. 4 =$
 $30 \times 0.6020600 = 18.0618000$. Cum ejus logarithmi characteristica sit
18, oportet ipsum constare notis 19.

436 Ad illud primum ostendendum in progressionē 1, 2, 4 &c. habebitur
sexagesimo quarto loco 2 elevatum ad potentiam 63. Summa autem in hujus-
modi progressionē terminorum omnium, addita unitate, æquatur duplo po-
tenti; ut facile perspicitur, & admodum facile ex ipsa progressionum
naturâ

cara demonstratur. Quare tota series addita unica unitate est $(2)^{64}$, & ejus log. est $64 \log 2 = 64 \times 0,3010300 = 19,2659200$, qui numerus constabit notis 20, ac ex ipsis tabulis per numeros post caracteristicam statim primæ notæ innotescunt. Est nimirum numerus major quam 1844 cum 16 cyphris zero, adeoque multo major 18 trilionibus.

437 Jam vero navis oneraria ingens sit, oportet, ut possit deferre 3000 illarum mensurarum tritici, quas dicimus *rubbia*, & singulæ continent 600 libras. Quare ingens est oneraria, quæ ferat tritici libras 1800000. Una uncia continet grana 480, quæ ab ipsis frumenti granis nomen acceperunt; sed plerumque continet plurium granorum frumenti pondus, & grana ipsa non omnia sunt ejusdem aut molis aut ponderis. Ego in una uncia, parte duodecima ejusdem illius libræ, inveni grana mediocris speciei frumenti plurium generum 568, 608, 600, 568; quod a pluribus aliorum determinationibus non multum abluat. Medium est 586, sed ponamus adhuc plus, nimirum 600. Continebit una libra 7200, adeoque satis ingens oneraria deferret ægre 14400000000 grana. Si per hunc numerum dividatur ille 1844 cum 16 cyphris, obveniet plus quam 1 cum 9 cyphris, sive plus quam mille milliones earum navium requirentur. Nimirum requirentur plusquam mille nationes, quarum singulæ haberent plusquam mille urbes maritimas ejus commercii, ut singulæ haberent mille naves ejus magnitudinis, ad superandam unitatem cum 9 cyphris. Is numerus nusquam est sane in Orbe universo.

438 In adnot. ad vers. 1188 comparantur inter se binæ gravitatum theoriz, & affirmatur gravitate constanti post millia 840 haberi numerum majorem, quam 7 cum 72 cyphris; gravitate autem decrecente in ratione reciproca duplicata distantiarum superari notas 60. Primum patet ex eo, quod cum sit $840 = 4 \times 210$, oportebit adhuc multiplicare per 4 logarithmum 18,0618000 inventum pro 210, & habebitur 72,2472000, cujus numerus continet notas 73, & est major quam 1 cum cyphris 72.

439 Secundum pendet a solutione hujus problematis. *Datis binis terminis progressionis harmonica invenire, quot ejus termini haberi debeant post primum usque ad datam quandam quantitatem.* Id facile solvitur ope theorematum profus elementaris, quod occurrit etiam in meis elementis tomo 1, ubi de progressionibus sub finem: nimirum si per terminos progressionis harmonicæ dividatur quantitas eadem quæcunque, obveniunt termini progressionis arithmeticæ. Sint igitur bini termini a, b , & illa magnitudo, ad quam

deveniri debet, c : dividatur $\frac{1}{c} - \frac{1}{a}$ per $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, & habebitur numerus quæsi-

tus $= \frac{(c-a) \times ab}{(b-a) \times ac} = \frac{b}{c} \times \frac{c-a}{b-a}$. Nam is numerus exhibet, quoties in

progressione arithmetica distantia terminorum replicanda sit, ut deveniatur ad terminum $\frac{1}{c}$.

440 In casu nostro a est semidiameter Terræ milliariorum quamproxime 4000, igitur $b = 4007$, $c = 4840$. Iis valoribus substitutis habetur $\frac{4007 \times 840}{4840 \times 7} = 100$ quamproximè, & totidem erunt termini post primum

progressionis harmonice distantiarum a centro, totidem progressionis geometricæ 1, 4, 16 &c. attenuationum. Ii in hypothesei gravitatis constantis erant 120; unde statim patet discrimen ingens. Ad habendam rationem densitatis pro ea distantia oportebit logarithmum $4 = 0.6020600$ ducere in 100, & habebitur 60.206000, cui respondent notæ 61.

441 Quod si queratur, quot termini futuri sint usque ad altitudinem semidiametri terrestris, erit $a = 400$, $b = 4007$, $c = 8000$, adeoque $\frac{4007 \times 4000}{800 \times 7} = \frac{4007}{14} = 286$, dum in gravitate constanti habetur $\frac{8000}{7} = 1143$ discrimine sane enormi, cum hic sit triplus illius, adeoque numerum notarum post primam triplicet, quod in numeris adeo ingentibus, quo evadat, vix imaginando utcumque concipiamus, & fere ne vix quidem. Ducendo 0.6020600 in 286 habetur 172.1891600. Quare ratio densitatum exprimitur per n. 173 notarum, sane enormem: numerus autem qui ultimum in hac hypothesei rarefactionis terminum exprimeret, haberet (n. 430) duplum logarithmum, adeoque contineret notas 345: esset quidem immanis, sed longè simè distaret ab infinito, respectu cuius esset merum nihil.

442 Numerus illam rarefactionem exprimens adhuc est ita immanis, ut comparato a Newtono instituta sit, fere dixerim, in immensum debilior justo. Semidiameter Terræ continet pedes minus, quam 20000000 (numeri. 404), adeoque minus, quam pollices $24 \times (10)7$. Distantia Terræ a Sole est proxime 20000 semidiametrorum terrestrium, & Saturni distantia media minus, quam decupla. Hinc ea continet semidiametros terrestres minus, quam $2 \times (10)5$, & proinde digitos minus, quam $48 \times (10)14$, sive minus, quam $5 \times (10)15$. Quare cubus ejus lateris continet pollices cubicos minus quam $125 (10)45$, & cum sphaera sit proxime quadrupla cubi radii, totum spatium circumquaque usque ad Saturnum continet pollices cubicos minus, quam $5 \times (10)47$; adeoque per eam imaginem non devenimus nisi ad 5 cum cyphris 47. Digitus igitur aeris nostri ad eam raritatem redactus impleteret non unicum id spatium, sed tot ejusmodi globos, quot exprimit numerus major, quam 2 cum cyphris $172 - 47 = 125$. Is ipse ita adhuc immanis est, ut cubus lateris, quod ad pollicem habeat rationem, quam is pollex habet ad totam Saturni distantiam, debeat sufficere ad implendum adhuc immensum numerum globorum, quorum singuli spatium usque ad Saturnum tantundem contineant, quia assumpta illa minima molecula aeris, & hoc immani globo non devenimus, nisi ad cyphras 142, remanentibus pro horum globorum numero cyphris 30.

443 Patet inde, quam imparem Newtonus imaginem ibi elegerit ad illam suam tenuitatem exprinendam, cum assumpsit spatium usque ad Saturnum, quod præteriri debeat a pollice redacto ad eam tenuitatem, quam ejus progressionis requirunt in distantia unius semidiametri Terræ a superficie; etiam assumpta secunda progressionem, quauquam, ut facile colligitur ex loco Opticæ analogo huc, ipse primam respexerit, quæ adhuc fere in immensum rem auget. Cum 800 milliaria notas 60 exhibuerint, satis erat 600 circiter miliariorum altitudo, quæ per adeo humilem imaginem exprimeretur.

444 Verum tam immanem attenuationem debere haberi est omnino inverosimile; nam ad id requiritur, ut compressio sit semper proportionalis vi com-

comprimenti, nimirum ut vis repulsiva pergat perpetuo esse aliqua in ea ratione distantiarum reciproca, & fluidum nulla alia vi urgeatur, quam gravitate in illud centrum, quæ conditiones non habentur in Natura; & cum nobis nec innotescat, nec possit, ut arbitror, innotescere, quorsum vis repulsiva extendatur, & in qua ratione agat, ubi distantiarum punctorum paulo majores evaserint; quid post satis ingentem dilatationem accidat, ignoramus.

445 Compressionem in dilatationibus multo majoribus, quam quæ in montium summorum altitudinibus possit occurrere, esse satis accurate proportionalem vi comprimenti deprehensum est plurimis, & accuratissimis experimentis institutis jussu Academiæ Parisiensis potissimum, ubi innotuit depressionem mercurii in ascensu in montes non procedere juxta hujusmodi progressionem; invenit enim Cassinus illam, quam exposuimus in adnot. in vers. 1197. Ea progressio plurimum discedit ab utraque proposita. Ejus lex sic ad formulam facile reducitur. Sit depressio mercurii infra altitudinem debitam superficiæ maris linearum n , habebantur pedes 60 n , & præterea n termini progressionis numerorum naturalium incipiendo a zero; nimirum 60 n

$$\frac{n \times n - 1}{2} = \frac{nn + 119n}{2} . \text{Formula pro gravitate constanti habetur}$$

num. 434, in qua cum p sit ratio densitatis in superficie Terræ ad densitatem propositam, erit $p \frac{28 \times 12}{28 \times 12 - n} = \frac{336}{336 - n}$, & altitudo est 100 x . Quare

$$\text{formula pro altitudine evadit } \frac{100 \log. 336 - 100 \log. (336 - n)}{\log. 196 + \log. r - \log. (196r - 600)}$$

ubi ex prima Cassiniana linea est (num. 408) $r = 617$, & formula est generalis pro quavis supposita aeris tenuitate r in superficie terrestri. Simplicior pro data altitudine depressionis primæ lineæ invenitur formula, si illa altitudo dicatur b , & fiat $\log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336 - n} :: b \cdot b \times \frac{\log. 336 - \log. (336 - n)}{\log. 336 - \log. 335}$.

446 Hæ posteriores formulæ locum habent in theoria gravitatis constantis, quæ in exiguis montium altitudinibus assumi potest pro theoria gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum; pro qua tamen facile admodum erueretur sua formula ex hujusmodi positione: dicatur semidiameter Terræ a , una linea b , altitudo quaesita x , & erunt tres termini harmonici $a, a + b, a + x$, adeoque arithmetici $\frac{1}{a}, \frac{1}{a + b}, \frac{1}{a + x}$. Quare

$$\text{erit } \log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336 - n} :: \frac{1}{a} - \frac{1}{a + b} \cdot \frac{1}{a} - \frac{1}{a + x} :: \frac{b}{a + b} \cdot \frac{x}{a + x};$$

ubi donec $a + b$ haberi potest pro æquali $a + x$, redit formula superior pro quavis autem altitudine obtinetur formula ex valore x , quem statim exhibet æquatio eruta ex ea proportione.

447 Si ponatur $n = 60$, nimirum depressio pollicum quinque, & fiat b

$$= 60 \text{ juxta Cassini determinationem; habebitur } \frac{nn + 119n}{2} = 5370, \text{ \& } b \times \frac{\log. 336 - \log. (336 - n)}{\log. 336 - \log. 335} = 60 \times \frac{854302}{12945} = 3960, \text{ quæ secunda}$$

altitudo est tanto minor, quam illa Cassiniana; ut ideo in serie a Cassino observata serius habeantur eadem attenuationes, quam postulet theoria. Dissensum ejusmodi observationum a theoria tribuebant multi initio compressioni non proportionali viribus comprimentibus; sed posteaquam inventum est plurimis, uti diximus, experimentis, extra limites ingentis compressionis eam legem satis accurate servari, ad alia impedimenta est itum. In adn. ad vers. 1197 propositæ sunt plures causæ, sed potissima est sane illa diversus calor. Nimirum experimenta, quæ exhibent compressionem aeris proportionalem ponderi comprimenti; sunt circa massam aeris eodem gradu caloris dilatatam; si mutetur is calor, mutatur etiam pondus ad eandem compressionem necessarium. Porro aer propior Terræ non habet eundem gradum caloris, quem editus aer in montibus. Igitur illius, & hujus densitates non debent esse proportionales ponderibus comprimentibus. Si innotesceret ratio caloris, posset reformari formula, ubi satis exploratum esset, in qua ratione diversus calor intendat elasticitatem aeris. At ea & incerta sunt, & pro varia constitutione locorum, ac atmospheræ diversæ.

448 Hinc irritus ego quidem arbitror Recentiorum conatus, qui extiterunt plurimi ad hanc rem accuratius determinandam, cum qua connectitur, & refractionum ratio, & methodus determinandi altitudines montium ope barometri; nec enim satis est notare gradum caloris in superficie Terræ, sed oporteret nosse totam seriem caloris per totam altitudinem verticalem, de qua agitur, & prope ipsam. Hinc refractiones multo melius determinantur per observationes astronomicas, quam ex theoria addensationis atmospheræ, & ratio determinandi altitudines montium per barometrum est merito suspecta. Cassiniana illa series pluribus posterioribus observationibus in verba est contraria; ut in eadem adnot. diximus. Idem accidit aliis methodis, quæ si alicubi aliquando utcumque consenserunt, sæpe alibi dissentient.

449 Probatæ est nuper in Actis Berolinensibus ad an. 1753 formula eo pertinens eruta ex hypothesi, quod aeris compressio non sit accurate proportionalis ponderi comprimenti, sed cuidam ejus potentiz, cujus exponentens e quibusdam observationibus determinatus est, & inventus unitati satis proximus. Etiam si eam legem sequatur compressio, quod recedit nonnihil ab aliis determinationibus plurium Observatorum; adhuc tamen ob oppositas difficultates etiam ista formula ab observationibus omnino dissentiet. Sed relicta jam terrestri atmospheræ, assurgendum est ad solarem.

§. 7. Ad not. in vers. 1250 &c.

DE SOLIS ATMOSPHERA, ET AURORA BOREALI.

450 **Q**uoniam nimis arcti limites nobis constituti pro hisce supplementis cogunt omnia jam contrahere, conjungemus hæc duo argumenta, & illa tantummodo exponemus, quæ ad intelligendum, vel comprobandum id, quod Nolter proponit, necessaria sunt, quæ quidem Nolter etiam conjunxit a versu 1250 ad 1614.

431 Primo loco in adn. ad vers. 1250. probatur, atmosphæram solarem existere tribus rationibus. Prima petitur a maculis solaribus, quas esse quædam veluti nubes atmosphære solaris, jam est fere communis opinio: Neque enim Scætores habuit hypothesis Philippi De la Hire concipientis massam informem; solidam; nigram; demersam intra fluidum lucidum solaris substantiæ, quæ identidem emergat exigua sui parte; quæ quidem hypothesis & arbitraria est præfusa, & nulli analogiæ innixæ; & contraria etiam phænomeno frequenti macularum sibi e diametro oppositarum, cujus phænomeni oppositum ipse assumpserat pro fundamento quodam suæ hypotheseos: phænomena vero macularum, quæ augentur, decrescunt, scinduntur in plures, e pluribus conjunctis coalescunt; evertunt funditus sententiam eorum, qui hæc etiam maculas, ut rarissimas illas Mercurii, & Veneris sub Sole, censuerunt oriri ex interpositione Planetarum inconspicuum extra discum Solis, ob nimiam viciniam: analogia autem petita a nubibus, ipsa illa scissio, & coalescencia; ac exigua crassitudo, qua fit; ut ubi in limbo obliquè spectantur, tenuissimæ appareant, sententiam hic propositam confirmant.

432 Secunda ratio petitur a lumine circa Solem in Eclipsibus. Observatur quidem in iis, ubi etiam totales sunt, anulus quidam arctissimus lucidior, qui unde proveniat, dicemus fortasse, ubi de Lunari atmosphæra: ac spectatur & amplius aliud spatium lucidum; quod Lunari atmosphære non posse tribui; patebit; ubi Lunam carere atmosphæra ad id apta ostenderitimus; ut ostendimus in dissertatione de atmosphæra Lunari. Pronum est autem id tribuere atmosphære Solari; cui & Keplerus, qui id lumen observaverat in totali eclipsi, tribuendum jam olim censuit. Is in Epit. Astron. Cop. lib. 6 sic habet: *substantia crassa circa Solem non hic in nostro aere, sed in ipsa sede Solis interdum circumfusa, qua resplendet radiis Solis, apparetque etiam tecto Sole; ut flamma circulariter emicans, tantumque luminis proferens, ut mera nox esse nequeat*; quam sententiam confirmant mirum in modum plures observationes eclipsium, in quibus id lumen apparuit oblongum ab Oriente in Occidentem, quas observationes Mairanius congerit in suis *Eclaircissement sur l'Aurore Boreale* §. 4. Nam ea ipsa est directio æquatoris Solaris; secundum quam ipsa atmosphæra Solaris debet nonnihil produci; ut producat & lumen zodiacale, a quo tertium argumentum Noëster desumit;

433 Hoc lumen visum etiam ab antiquioribus, & cujus vestigia inveniuntur etiam apud Veteres, diligentius observari cepit a Cassino jam ab anno 1683; qui plurimas circa ipsum observationes iniit, ut & Mairanius deinde plurimas, & ex omnibus satis constat, id ipsum debere repeti ab atmosphæra Solari: Ejus forma distenditur hinc & inde a Sole sub zodiaco in formam cujusdam ingentis veluti rhombi, nec ob luminis tenuitatem sub oculos cadit, nisi ante matutinum, vel post vespertinum crepusculum aliqua non exigua sui parte satis extet supra horizontem. De ea videnda, quæ fuit Mairanii operis sui de Aurora Boreali sectione 1.

434 Ut ea possit satis extare supra horizontem, requiruntur duo, ut reipsa protendatur multum a Sole; & ut pars illa zodiaci, per quam protenditur, mergat ab horizonte in angulo satis magno; secus enim confunditur cum horizontis vaporibus. Porro hæc secunda conditio ponet a positione sphæ-

æ, & si sphaera armillaris collocetur ad altitudinem poli debitam, statim apparebit pro zona temperata boreali circa æquinoctium vernum elevari zodiacum Soli proximum vespere supra horizontem in magno angulo, mane inclinari in exiguo; contra circa autumnale æquinoctium, elevari autem semper in magno angulo pro zona torrida; contrarium accidere in zona temperata australi. Id provenit ex eo, quod ecliptica inclinatur in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ ad æquatorem, & posito principio Arietis in occidentali parte horizontis, jacet hic apud nos ecliptica ipsa inter æquatorem, & zenith, eodem posito ex parte orientali, jacet inter æquatorem, & horizontem; ipse autem æquator sub æquatore est ad horizontem perpendicularis, sub zona torrida ubique maxime erectus, ut idcirco ibi illa declinatio eclipticæ graduum $23\frac{1}{2}$ non admoveat zodiacum horizonti plus æquo.

455 Accedit etiam declinatio æquatoris solaris ab ipsa ecliptica, quæ est proximè graduum $7\frac{1}{2}$, cujus positionem sequitur lumen zodiacale: eam æquatoris solaris positionem Mairanius considerat sect. 4. cap. 5. & 6. & evolutis iis, quæ inde consequuntur, invenit augeri inde adhuc aliquot gradibus differentiam inclinationis matutinæ, & vespertinæ ad horizontem in æquinoctiis, ut & illud, quod est observationibus conforme, facilius videri debere circa æquinoctium vernum vespere, quam circa autumnale mane.

456 Inde patet, quæ anni tempora sint aprissima ad observandum id lumen, quod quidem in hac temperata zona plerumque, ubi apparet, cernitur vespere verno tempore, & mane autumnali: raro autem admodum videri potest eadem nocte, & vespere, & mane, nimirum ubi multum protendatur a Sole, quod Cassino contigit nocte inter 4 & 5 Decembris anni 1687; quo tempore invenit utramque cuspidem a Sole distantem gradibus 70 cum latitudine gr. 20. At aliis annis ea cuspidis visa est multo propior Soli usque ad gr. 60, & 50, quæ erat distantia frequentior circa annum 1683, immo & ad 45 devenit; aliquando vero est multo remotior, ut circa annum 1686 usque ad gradus 90, 95, 100 & vero etiam 103 pervenerit observante Cassino. Mairanius autem brevissimo etiam intervallo temporis paucorum dierum ingentes mutationes invenit in ea distantia; uti exponit sect. 1. cap. 8.

457 Porro & figura oblonga luminis zodiacalis confirmat id ipsum, quod id lumen sit ipsa atmosphaera Solaris: nam constans motus macularum circa eundem axem ostendit, Solem cum tota sua atmosphaera converti circa proprium axem, in qua conversione patet concipi vim centrifugam, quæ æquilibrium tollat, quod restitui non possit, nisi fluidum componatur in sphaeroidem compressam ad polos, uti vidimus §. 6 lib. 4. Et quidem huc transferri deberet solutio problematis propositi n. 205, quo quaeritur figura fluidi, cujus singule partes gravitent in datum centrum. Nam ob ingentem ipsius atmosphaeræ Solaris tenuitatem, vis, quæ oritur ex mutua actione partium ipsius, est fere nulla respectu vis in Solem, quæ agit in ratione reciproca duplicata distantiarum.

458 Sed in hisce hypothesebus vis reciproca simplicis vel plus quam simplicis distantiarum, peculiare difficultates occurrunt, & aliis reductionibus est opus. Nam curva DQ habet CE pro a symptoto, & area QPC est infinita. Oritur autem peculiaris difficultas ex tanta compressione figuræ, in quam

com-

componi debet atmosphæra Solaris, ut lumen zodiacale exhibeat. Cum enim juxta num. 456 visa sit distantia inter duas cuspides graduum 140, & latitudo 20, erit axis longior ad breviorē, ut 7 ad 1; vel quoniam ea latitudo non erat ipse axis minor, sed chordæ segmenti visi, quæ debuit versus axem crescere nonnihil, debuit esse ratio axium 6, vel ad summum 5 ad 1. At si fluidum sit homogœnum, invenio in hypothesi gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, maximam compressionem haberi, ubi vis centrifuga in æquatore jam æquetur gravitati (nam si ea sit major, partes avolant), eamque esse existentibus axibus, ut 3 ad 2. Quam ob rem recurrendum est ad elasticitatem, ad variam densitatem fluidi, & ad alias causas extraneas ipsi æquilibrio, quæ materiam versus æquatorem solarem compellant, & congerant; ibique adhuc magis elevent; sed hæc persequi hic non vacat, ubi nimis artibus limitibus coercemur.

459 Quoniam atmosphæra solaris obveterit æquatorem suum, vel accurate, vel proximè Terram versus, inde facile ex distantia cuspidis extremæ a Sole in gradibus observata eruitur ejus distantia rectilinea a Sole ipso. Sit in figura 49 Sol in *S*, Terra in *T*, & sit primo atmosphæra solaris *BAC* radio *SB* minore, quam *ST*. Cuspis apparebit secundum tangentem *TA*, eritque *ST* ad *SA*, ut radius ad sinum elongationis *STA*, qui angulus quotiescunque fuerit acutus, erit *SA*, vel *SB* minor, quam *ST*, & atmosphæra ad Terram non pertinget: existente autem eo angulo graduum 80, 70, 60, 50, 45, & *ST* partium 1000 erit *SB* partium 985, 940, 866, 766, 707, extra quos limites cum aliquando contingatur lumen zodiacale, & nusquam appareat; oportet ipsam aliquando non pertingere ad Venerem, ejus distantia a Sole est 723 in his partibus juxta num. 92. Quod si distantia angularis fuerit graduum 90, terminabitur ad tangentem *TD*, existente angulo *STD* recto, adeoque pertinget ad ipsam Terram *T*, eritque *TIE*. Si autem superet quadrantem aliquot gradibus, tunc protenditur ultra Terram in *F*, sed parum admodum. Tunc enim in exigua altitudine *TF* sensum effugiet obtenuitatem, ut & nebula exiguo intervallo non discernitur; at *TD* ordinata ad circulum *FDG* media inter *TF* exiguam, & *TG* immanem, adhuc poterit esse satis longa, ut satis sensibilem exhibeat candorem luminis ab ea reflecti, & erunt alix *TH* in angulis cum ipsa exiguis adhuc satis longæ, quæ in angulis aliquanto majoribus statim exiguæ evanescent.

460 Et eam quidem ob causam etiam in positione graduum 100 oportebit, transcendat nonnihil distantiam *ST*, ut rectæ *TD* pars aliqua non ita exigua intra ipsam immergatur; & distantia *SB* in casu graduum 80, 70 &c. erit tantillo major, quam quæ superius est definita, ut nimirum tangentis *TA* pars non ita exigua immergatur intra atmosphæram, & eam conspicuam reddat. Quod si *TF* transcursus ultra Terram sit major, cum totum Cælum apparebit per totam noctem albescens ejusmodi perpetuo lumine, quod certum terminum habebit nullum, cujusmodi noctes plures observavit Mairanius, & ego ipse Romæ pluribus annis, sed potissimum superiore Julio hujuscæ anni 1759 non semel.

461 Et ex hac jam majore, jam minore extensione atmosphære solaris debuit provenire, ut quibusdam annorum seribus nullum ejus indicium vel satis tenue habitum sit, aliis frequentissimè sit visum zodiacale lumen suis temporibus

poribus, cujusmodi vicissitudines nonnullas persequitur Mairanius sect. 4 cap. 8, & earum nexum ibidem exhibet cum vicissitudine simili iisdem temporibus observata in reditu, ac defectu Auroræ Borealis; quod ipsum jam indicat inde ortum ducere Auroram ipsam Borealem; ad quam faciemus gradum. Sed interea notandum ex iis, quæ huc usque sunt dicta, patere, quæcunque continentur in adn. ad vers. 1250; 1304.

462 In adn. ad vers. 1354 habetur illud, atmosphæram solarem debere dividi in duas partes; quarum inferior lumen reflectat, quam hucusque consideravimus, superior autem ultra illam protendatur prorsus inconspicua; quod luminis reflectendi sit incapax. Hanc ulteriorem materiã indicant caudæ Cometarum, quæ ut ibi diximus, & iterum dicemus inferius, sunt vapores a Cometa emissi, & sursum protrusi ab ipsa atmosphæra solari in partes oppositas Soli; ut nostri fumi sursum protruduntur in partem oppositam Terræ a nostro aere. Caudas Cometarum ascendere etiã in ea regione, ad quam atmosphæra lumên reflectens non pertingit, observatum est in Cometis pluribus, quæ caudas habuerunt; & quidem satis longas etiã orbem Telluris transgressæ plurimum eo tempore, quo nullum erat indicium atmosphære solaris Terram ambientis, & longe ultra ipsam protensa; noctibus nimirum obscurissimis. Id patuit in primis in Cometa anni 1680, cujus longissima extitit cauda, & in postremo hujusce anni Cometa vidimus, ubi is jam supra orbem Terræ se longe eduxerat precedente Majo mense; licet ipsa ejus cauda tenue lumen emitteret.

463 Nec vero in eò difficultas est ulla, quod Cometicæ fumi lumen reflectant, ubi atmosphæra solaris ipsos protrudens sursum, adeoque ipsis densior non emittat. Sic nostri fumi trudentur sursum ab aere ipsis utique longe graviore, & interea ingenti luce albicant, ipso ad sensum prorsus pellucidò; & nubes tam alte suspensæ intercipiunt lumen, quod aer non intercipit; nam non a densitate pendet opacitas, sed ab inæquali particularum densitate, uti constabit tomò 3.

464 Exemplo hujusce duplicis atmosphære solaris etiã terrestrem duplicem atmosphæram proposuimus in adn. ad vers. 1346, quarum altera continet vapores, & exhalationes aptas ad reflectendum solare lumen, altera longe elevatior, & adhuc ad Terram pertinens; ac cum ipsa circumacta motu diurno, sit penitus diaphana; ad quam terrestres exhalationes, & vapores luci reflectendæ idonei ascendere nequaquam possint. Ea duplicis atmosphære terrestris distinctio est quædam veluti basis Mairanianæ theoriæ de Aurora Boreali; alterius enim nimia humilitas excludit omnes causas ab aliis adductas; alterius elevatio supra hanc relinquit locum suspensioni, vel retardationi partium crassiorum atmosphære solaris, quæ si Telluri occurrant, dum in eam decidunt gravitate ob viciniam superante jam gravitatem in Solem, in suprema hujus sublimioris terrestris atmosphære parte colliduntur, & addensentur, ac dum ad polos desiliunt, Auroræ Borealis phænomena exhibent.

465 Ad demonstrandam humilitatem atmosphære terrestris, quæ lumini reflectendo sit par, argumento, quod innuimus in adn. ad vers. 1346, sit in F. 50 fig. 50 *T* centrum Terræ, cujus *DCK* sit sectio plani transeuntis per ipsum centrum, per locum *C*, & per Solem in fine crepusculi vespertini, vel initio matutini. Sit autem *HKL* in eodem plano atmosphæra lumini reflectendo

par,

par; quam fecerit in *B* recta *ABC* tangens Terram in *C*; & exhibens ipsius loci *C* horizontem: tanget in *D* ipsam Tellurem radius *SDB* tum delatus a Sole, si ille extremus crepusculi limes sit per unicam reflexionem, & radiorum via concipiatur rectilinea. Jam vero ille limes crepusculi habetur ex observationibus plurimis, Solis centro depresso infra horizontem per gradus circiter 18: tendit autem *SB* a limbo superiore Solis, qui postremum radium emittit ad punctum extremum *B* respondentem horizonti loci *B*; quare angulus *ABS*, dempta a gradibus 18 semidiametro Solis 16', erit 17°. 44'. Is erit æqualis angulo *DTC*; nam in quadrilineo *DTCB* ob duos angulos rectos ad *D*, & *C*, erunt æquales duobus rectis & anguli *DTC*, *DBC*, quibus & anguli *SBA*; *DBC* æquantur, adeoque dempto communi *DBC*, erit $SBA = DTC$.

466 Facile autem perspicitur angulum *BTC* fore dimidium *DTC*, adeoque 80°, 52'. Quare si ipsa *BT* occurrat arcui *DEC* in *T*, erit ut radius 10000000, ad excessum secantis 80°, 52' supra radium = 120948, ita semidiameter Terræ pedum 19641762 (n. 404), ad altitudinem atmosphæræ *BE*, quæ evadit pedum 237562, sive passuum 47512, quæ altitudo est paulo minor milliariis 48. At si consideretur præterea refraçtio, multo minor altitudo requiritur. Refraçtio radii horizontalis *ABC* est, circiter minorum 34, est enim aliquando 32, & aliquando etiam 36, ac 37: Triplicatur autem ejus effectus in intervallis *HD*, *DB*, *BC*. Quare demptis adhuc 3 $\times 34' = 1^\circ, 42'$, angulus *ABS* haberi poterit pro 16°. 2'; & angulus *BTC* pro 80°, 1', cujus excessus secantis supra radium est 98689; & inde altitudo *EB* pedum 193842, sive passuum 38768, adeoque minus quam milliariorum 40, ut in ea adnotatione est dictum pro unica reflexione.

467 Quod si in recta horizontali *CA* in ipso crepusculi limite non devenit ad *B* radius directus *SDB*; sed devenit ad *F* radius reflexus ex *I* per *IEF*, tum facile patet, æquales fore angulos *DI*, *ITB*, *BTF*, *FTC*, adeoque angulus *FTC* erit prioris dimidius; unde altitudo *GF* atmosphæræ invenietur proxime subquadrupla prioris, ut patebit ineunti calculum, & altitudo pro radiis directis minor milliariis 12, pro reflexis minor 10, ut ibidem est dictum.

468 Jam vero Auroræ Borealis altitudo debet esse longissimè altior, argumento, quod attrigimus in adn. ad vers. 1395. Quid ea sit, & quæ sint præcipua ejus phænomena, abunde expositum est in adn. ad vers. 1360. Porro ipsa, & idem ejus limbus, ut lucidus ille circulus, vel arcus obscuri limes per Europam universam aliquando apparet simul, & vero ubique ad eandem Cæli plagam. Si sit aliquod objectum in *B*; id videri non potest, nisi per arcum terrestrem *DEC* graduum 18; atque id ita, ut si in *D* spectetur ad meridiem, in *C* spectari debeat ad Boream; quod si ad eandem plagam videri debeat, oportet spatium sit minus arcu *DE* graduum 9, & objectum *F* minus quam per arcum graduum 4; quibus arcubus est tanto major universæ Europæ tractus.

469 Sed accuratius res definitur observata arcus lucidi altitudine eodem tempore in binis locis. Sint in fig. 36 bina loca *A*, & *B*, phænomenum F. 36 autem observatum in *f*. Data elevatione supra horizontem, dantur & distantia a zenith *EBf*, *DAf*; adeoque dantur & anguli *CBf*, *CAf*. Datis
locis

locis A, B , datur arcus circuli Terræ maximi AB , adeoque angulus ACB , quem is metitur, & proinde anguli CAB, CBA dimidii ipsius complementi ad duos rectos. Si prior cum CA auferatur a 4 rectis, & posterior a CB , relinquuntur anguli BAf, ABf , ex quibus, & distantia AB eruitur Af , adeoque datis jam CA, Af , & angulo CAf , datur Cf , qua ablata a radio CA , habetur altitudo phænomeni supra superficiem Terræ.

470 Porro hac methodo applicata pluribus observationibus, invenit Mairanius sect 2 cap. 3 elevationes leucarum Gallicarum (quarum 25 continentur in gradu circuli maximi, & proinde continent fatis proxime milliaria Gallica singulæ $2\frac{3}{4}$) 266, & 250; ego autem methodo haud multum ab simili inveni elevationem adhuc etiam majorem in mea dissertatione de Aurora Boreali, in qua, & in adnotationibus ad carmen P. Noceti de hoc argumento exhibui constructionem geometricam facilem problematis alterius, quod Mayerus proposuit, & per algebram solvit, investigandæ ejusmodi elevationis ex aliis datis, observata nimirum sola amplitudine horizontali arcus lucidi, & ejus elevatione maxima in medio, & ostendi, quo pacto eodem uti liceat definito loco, cui respondet ejus circuli centrum; ac eandem methodum extendi etiam ad casum, quo observetur amplitudo arcus lucidi in aliquo plano ad horizontem inclinato, quæ prodit in *Theſibus eximi. Phil. P. Lunardi* editis anno 1755; ut itidem in ipsis meis dissertationibus proposui plura præcepta, quæ si servantur in observandis Auroris Borealibus, multo tutius, & exactius eorum altitudo definiri possit.

471 Sed hæc omnibus hæc omiſſis, concludemus argumentum contra omnes sententias expositas in adnotatione ad vers. 1395: nimirum nullam eorum veram esse posse, cum ejus sedem constituat in atmosphæra terreſtri reflectente radios, quæ est adeo humilis, dum Auroræ Borealis sedes est e contrario ita elevata. Sunt contra earum singulas & alia argumenta, ut contra eam, quæ repetit hoc phænomenum a radiis Solis incidentibus in nives polo proximas, tum inde in nubes, & inde iterum in nives, atque ita porro valet plurimum ingens numerus ejusmodi reflexionum, qui requireretur Sole usque adeo depresso per hycem sub horizonte versus medium noctem, & nubibus ita parum elevatis supra superficiem Terræ; sed hæc & alia multa hæc pertinentia omittenda necessario sunt ob limites nimis arctos, uti diximus, hæc supplementis constitutos.

472 Mairaniana causa, quam Noster amplectitur, & veram ipse etiam esse cenſeo, repetita ab atmosphæra solari decidente versus Terram exponitur in adn. ad vers. 1395: videndum hæc, quantum extendi debeat atmosphæra solaris illa, quæ continet materiam lumini reflectendo parem, ut in Terram possit decidere. Si spectentur solæ binæ gravitates, limes, in quo gravitas in Terram incipiat esse major gravitate in Solem, sic facile invenitur. Sit distantia media Solis a Terra $\equiv D$, distantia Lunæ a centro communi gravitatis Terræ, & Lunæ $\equiv d$, tempus periodicum Solis $\equiv T$, Terræ $\equiv t$, distantia limitis quæſiti a Terra $\equiv x$; vis Terræ in Solem sit $\equiv u$. Erit (num. 265 tom. 1) ut $\frac{D}{TF}$ ad $\frac{d}{t}$, ita u ad vim Lunæ in Terram $\equiv \frac{du}{Dt}$. Est autem ut $(D - x)^2$ ad D^2 ita vis Terræ u ad vim in Solem in eo limite, quæ

quæ evadit $\frac{D^2 u}{(D-x)^2}$; & ut x^2 ad d^2 ita vis Lunæ $\frac{du TT}{D tt}$ in Terram ad vim in eandem in eodem limite, quæ evadit $\frac{d^3 u TT}{D t t x^2}$. Cum ea debeat esse æqualis priori, obtinetur æquatio $D^3 t t x^2 = d^3 T T \times (D-x)^2$, ex cujus resolutione obtinetur x . Verum ob x exiguum respectu D , si liceat assumere

$\frac{D^2}{(D-x)^2}$ pro $= 1$, evadit $x^2 = \frac{d^3}{D} \times \frac{T^2}{t^2}$. Est ex parallaxi $10'' \frac{1}{2}$ distantia D media Solis a Terra semidiametrorum terrestrium 20000 quamproximè, distantia Lunæ $d = 60$, Tempus periodicum T dierum $365 \frac{1}{4}$; tempus Lunæ t dierum $27 \frac{1}{2}$ proximè, quibus valoribus substitutis habetur proximè distantia semidiametrorum terrestrium 42.

473 Sed distantia adhuc major sufficet ad virium limitem, quæ determinari posset, si accuratè innotesceret ratio vis centrifugæ ortæ ex conversione atmosphæræ solaris circa axem; nam ea gravitatem in Solem minuit, pendet autem a progressu velocitatis per distantias ignoto. At si ea vis centrifuga minuit distantiam necessariam ad hoc, ut vis in Terram prævaleat, velocitas tangentialis minuit distantiam necessariam, ut fluidum inde deveniat ad Terram; nam ea velocitate abrepta illa materia, deflectet quidem motum nonnihil Terram versus, sed simul transvolabit; & ad hoc ut ad eam deveniat, necessaria erit extensio ipsius atmosphæræ solaris quamproximè æqualis distantiæ Terræ a Sole.

474 Inde constabit, cur non semper Auroras Boreales habeamus. Verum nec si atmosphæra solaris ad Terram perveniat, & ultra ipsam abeat, continuo habebuntur Boreales Auroræ. Ad eas requiri arbitror, ut occurrat Telluri aliqua pars ipsius atmosphæræ crassior, & aptior ad fermentandum cum atmosphæra terrestri, & ad inflammationem. Ut enim nostræ atmosphæra non semper æque est onusta exhalationibus, quæ fatuos ignes, & cadentes stellas exhibeant; sic idem in atmosphæra solari contingere censendum est; atque ita & explicatur, cur etiam ubi lumen zodiacale protenditur ultra 90 gradus, non habeamus perpetuo Boreales Auroras, & ratio redditur ignitorum quorundam globorum, qui aliquando sunt visi altiores, quam possent terrestris atmosphæræ humilitas illa; quin immo id ipsum confirmant scintillationes quædam, quas aliquando majoribus telescopiis in atmosphæra solari & Cassinus, & Mairanius deprehendere sibi sunt visi.

475 Explicatio phenomenorum proposita in adn. ad vers. 1453 est per se pronæ, & facilis. Quod ad coronam pertinet, de qua in adn. ad vers. 1491, id sequenti schemate facile illustrabitur. Sint in fig. 51 AB , CD bini ductus $F. 51$ materiæ zodiacalis orti juxta eam adnotationem ex productione massæ, cujus imæ partes A , C densiores inferius descendant, quæ habebunt directionem inter se ad sensum parallelam, horizonti perpendiculararem, vel nonnihil obliquam, prout vel atmosphæra ipsa, vel materia zodiacalis ibi caruerit motu transversali, vel ipsum habuerit. Oculus constitutus in O prope superficiem Terræ ipsos referet ad superficiem sphæræ ELG sibi concentricæ per rectas visuales OAE , OBF , ODH , OCG , qui ductus omnes apparebunt inclinati versus punctum I , ad quod tendit recta OI ipsi parallela, quod

in primo casu erit zenith loci O , in secundo ab eo distabit magis, vel minus, prout inclinatio ductuum AB , CD fuerit major vel minor. Igitur omnes ductus apparebunt inclinati in arcibus EF , HG , & convergentes ad illud punctum I , ac quisque Spectator videbit quandam veluti coronam radiis versus suum zenith convergentibus, vel prope ipsum.

476 In adn. ad vers. 1507 nihil occurrit hic illustrandum. In adnot. ad vers. 1515 habetur consensus vicissitudinum inter regressum frequentię hujus phænomeni, & luminis zodiacalis, quod ad utriusque historiam pertinet, videndam apud Mairanium sect. 4 cap. 9, uti diximus num. 461. Tria anni tempora phænomeno maximè faventia succedunt in adn. ad vers. 1542, de quibus hic agendum.

477 In primis cum orbita Terrę sit elliptica, Terra ipsa jam est propior Soli, jam ab eo remotior, & patet plures debere accidere Auroras Boreales cæteris paribus in primo casu, quam in secundo, cum in primo sæpius debeat ad ipsam pertingere atmosphæra solaris, quam in secundo. Porro Terra est in Perihelio in ipso fine Junii, & in Aphelio in fine Decembris. Quamobrem hæc ex eo capite sunt duo anni puncta, maximè favens, & minimè favens Aurorę Boreali.

478 Deinde cum Lens illa materię zodiacalis sit obliqua ad eclipticam juxta num. 455, patet conferre ad formationem Aurorę Borealis etiam diversam positionem Terrę ad nodos æquatoris solaris, vel ipsius lentis. Refertur in fig. 52 $ABCD$ planum eclipticę, ejus SP semiaxis, & $AFCE$ planum æquatoris solaris, ejus nodus ascendens C , limes Borealis E , nodus descendens A , limes Australis F . Cæteris paribus existente Terrę in C , & in A , si atmosphæra solaris pertingit ad ejus orbem, pertinget ad ipsam; & si eam transgrediatur, ipsa erit immersa in media ejus crassitudine in ejus æquatore: & existente Terrę in D , & B , potest atmosphæra solaris pertingere ad orbitam Terrę, & eam transgredi, quin ad Terram pertingat; erit enim ob obliquitatem ejus æquator in E , & B , nec ad Terram ea atmosphæra pertinget, nisi usque adeo transgrediatur orbitam Terrę, ut ob suam crassitudinem, eandem involvat, quo tamen casu, erit propior margini extimo, quam si esset in A , & C , adeoque erit immersa intra atmosphære partem minus densam.

479 Id quidem efficit, ut cæteris paribus circa A , & C plures debeant esse Aurorę Boreales, quam circa D , & B . Appellit autem Terra ad C circa finem Novembris, nam C est in gradu 8 Geminarum, & ad A circa finem Maii; in D autem, & B est circa finem Februarii, & Augusti. Hanc comparisonem omisit Noster & nos omisimus in ea adnotatione, Mairanius autem eam exponit; sed sect. 6 cap. 9, ostendit, cur adhuc non debeat inveniri inter observationes, quas habemus, major numerus circa nodos A , & C , quam circa limites D , & B . Est autem alia comparatio inter limitem D , & B , quam nos attingimus, quod nimirum in D noster polus borealis obvertatur solari atmosphære, vel illius parti densiori; in B vero polus australis; adeoque in primo casu circa finem Februarii frequentiores Aurorę esse debent, quam in B circa finem Augusti; accedit autem præterea in D major proximitas respectu perihelii, quod habetur in fine Decembris, quam in B proximior aphelio: hanc comparisonem apud Mairanium non invenio.

480 Demum si consideretur directio motus annui Terræ, habebitur alia comparatio instituenda. Referat in eadem figura, ad hunc alium usum jam destinata *CEAF* æquatorem, *CDAB* eclipticam, & sit *C* principium Arietis, ac sint *Eb*, *Fd* arcus æquales, & oppositi *ED*, *FB*. Motus annuus Terræ per eclipticam *CDAB* potest concipi, ut resolutus in duos, secundum æquatorem *CEAF*, qui motus motum diurnum ex altera parte æquatoris terrestris accelerat, ex altera retardat nonnihil, & in motum per *bed*, *dFB* perpendiculararem ipsi æquatori, quorum posteriore a solstitio æstivo *B* traducto per æquinoctium autumnale *C* ad solstitium hybernum *D* (nam existente Terræ in Ariete in *C*, Sol est in Libra respectu ipsius) præcedit ut prora quædam nostra borealis polus; priore contra consequitur ut puppis a solstitio hyemali ad æstivum, & hic motus est velocissimus, ubi maxime mutatur declinatio, nimirum circa æquinoctia *C*, & *A*.

481 Jam vero, ut hæc cum observationibus comparari possint, Mairanius persequitur in suis *Eclaircissements* in omnes Auroræ borealis observationes, quæ extant, ut ingentes massas colligat digestas per anni menses, ex quibus unicam demum conficit continentem Auroras boreales 1441, ubi fortuitorum casuum combinationes debent eo magis evanescere, & se mutuo elidere, quo major est summa, prævalentibus iis, quæ ad rei naturam pertinent; ac plurimas combinationes inicit, & inter se comparat tota dilucidatione 21. Nos hic solam omnium summam postremam proferemus, & combinationes ex ea inibimus.

482 Inveniuntur Auroræ boreales Januario 113, Febr. 141, Mar. 202, Apr. 124, Mai. 45, Jun. 22, Jul. 22, Aug. 84, Sept. 172, Oct. 212, Nov. 153, Dec. 151. Comparando 6 menses nimirum ternos hinc & inde circa perihelium, quod habetur in fine Decembris, cum reliquis 6 mensibus, habentur 972, & 469, comparando quatuor, sive binos hinc & inde, inveniuntur 558, & 173, comparando duos, sive singulos hinc, & inde inveniuntur 264, & 44. Prima ratio est 2.07 ad 1, secunda 3.23 ad 1, tertia 6 ad 1; ubi patet, quo magis acceditur ad punctum maximè favens, eo majorem fieri rationem in hac causa, quæ omnium maximè conferre debet, ad ipsius Auroræ formationem, cum hæc sit ipsa distantia Terræ a Solo, & proinde cæteris paribus ab atmosphæra solari. Easdem autem rationes quamproximè invenit in aliis 4 massis satis ingentibus alio modo collectis.

483 Quod si adhibeatur nostra comparatio num. 479, circa limitem borealem respondentem postremis diebus Februarii, & assumantur menses 6, habentur Auroræ 798, & 643; si assumantur quatuor, habentur 602, & 468; si duo, 343, & 256: rationes sunt 1.24 ad 1, 1.28 ad 1, 1.34 ad 1, ubi semper ratio est majoris inæqualitatis, exigua quidem in causa utique minus efficaci, sed semper crescens in accessu ad maximum.

484 Demum si adhibeatur postrema comparatio circa æquinoctium autumnale; seni menses circa ipsum æquinoctium autumnale, & circa vernum, incipiendo a Julio, exhibent 794, & 647; quaterni, 622, & 512; bini 384, & 343; ubi quanquam ratio non semper crescat; adhuc tamen semper est pro eo tempore, quod prævalere debet juxta theoriam, qui tantus consensus non est utique fortuitus. Idem autem consensus in massa majoris deprehendetur olim, ut mihi omnino persuasum est, multo major.

485 Quæ in adnotationibus ad versum 1589, & 2614 continentur, illustratione non indigent.

§. 8. In not. ad vers. 1624.

DE SONI PROPAGATIONE.

486 **I**N hac adnotatione promissimus dicturos aliquid de soni propagatione. Totum argumentum de sono illustrationem amplio rem mereretur, at id argumentum Noster hic vix attingit, quod connectatur utcumque, sed parum admodum cum gravitate generali, de qua hic agit: ex ea digressus est ad argumentum de constitutione atmospheræ terrestris ab ea magis dependens, & inde soni propagationem innuit, quæ pender ab elasticitate, & densitate ipsius atmospheræ; sed & nimis angusti supplementorum limites cogunt jam vela contrahere, & postremo tomo occurreret fortasse locus opportunus magis evolvendis iis, quæ ad sonum pertinent. Quamobrem hic indicabo tantummodo ea, quæ ad propagationem soni pertinentia vel ipsi analogæ habet Newtonus Princ. lib. 2. sect. 8, demonstrationibus omisissis.

487 Is primum prop. 41 demonstrat pressionem fluidi non propagari per lineam rectam, nisi ipsius fluidi particule in directum jaceant, quod cum nusquam habeatur, patet pressionem perpetuo divergere in omnes plagas: tum prop. 42 ostendit motum undarum in superficie fluidi gravis, & pulsum fluidi elasticæ, ac motum quemvis fluidi divergere in omnes plagas immotas ita, ut si trans foramen aliquod transeat, deinde divergat ab eodem foramine: prop. 43 ostendit corpus tremulum in medio elastico debere propagare motum pulsum undique in directum, in medio autem non elastico solum circulare motum a loco, ex quo pellitur, ad locum, quod vacuum relinqueretur sine eo motu. Ex his autem in scholio post prop. 50 eruit illud; cum lux propagetur per rectas lineas, & a foramine, per quod transit, non divergat, divergat autem sonus in omnes plagas, lucem non esse motum in fluido propagatum, sed effluvium progrediens, sonum autem consistere in pulsibus, quos corpus tremulum excitat in medio elastico, uti est ær, quod confirmat tremoribus, quos graviores, fortioresque soni, ut tympanorum, excitant in objectis corporibus.

488 Hisce præmissis inquirat primo quidem in undas, quas sublato æquilibrio excitat in superficie aquæ gravitas, & in pulsus iis undis similes, quos in medio elastico excitat ipsa elasticitas æquilibrio itidem sublato; & quod ad primum caput pertinet prop. 44 satis accuratè demonstrat, aquam in canali ubique æquè crasso desinente in duo crura verticalia debere oscillationes suas exiguas peragere eo tempore, quo pendulum radii æqualis dimidiæ longitudini canalæ oscillationes peragit suas, adeoque si longitudo aquæ totius oscillantis sit pedum Parisiensium $6 \frac{1}{18}$, oscillationem fore unius secundi, oscillationum autem ad reliquas longitudes pertinentium tempora fore in ratione subduplicata longitudinum, uti sunt in pendulis; quam theoriam applicans ad undas in superficie aquæ excitas, quæ nimirum sunt aquæ ascensu, & descensu, conjuncto idcirco etiam cum motu proximè simili motui aquæ

aquæ oscillantis in canali, deducit prop. 45 undarum velocitates fore in ratione subduplicata latitudinum, ac prop. 46 progressionem undæ per spatium æquale suæ latitudini, sive distantie inter binos binarum undarum proximiarum vertices imos, vel ima puncta hinc, & inde ab eodem vertice summo, fieri eo tempore, quo pendulum simplex longitudinem habens ei latitudini æqualem peragit suas oscillationes; unde infert undas, quarum latitudo sit pedum Parisiensium $3\frac{1}{18}$ procurrere per 11000 pedes quamproximè spatio unius horæ; undas vero alias celeritate, quæ sit in ratione subduplicata latitudinum.

489 Tum factò gradu ad propagationem pulsuum fluidi elastici, prop. 47 proponit illud, pulsibus per fluidum propagatis particulas singulas motu brevissimo cunctas, & redeuntes accelerari semper, & retardari pro lege oscillantis penduli; in cujus tamen demonstratione ad summum evincit illud tantummodo, si ex particule ita accelerentur, & retardentur, earum dilatationes, & vires, quæ inde consequuntur, esse eas ipsas, quæ ad eum motum requiruntur; non autem eam esse unicam rationem celeritatum, qua omnia inter se apte cohercant, vel si sint plures ad id idoneæ rationes, eam ipsam esse, quam inter cæteras selectam Natura requirit, & adhibet. Deducit autem ex sua theoria, & illud, numerum pulsuum propagatorum esse eundem, ac numerum vibrationum corporis tremuli, quibus cessantibus cessent & illæ; deinde prop. 48 habet illud: si condensationi fluidi sit proportionalis vis elastica, velocitatem propagationis pulsuum fore in ratione directa subduplicata vis elastice, & subduplicata inversa densitatis conjunctim; ac demum in prop. 49, & corollario 1 ipsam celeritatem sic determinat. Concipiatur medium ejusdem densitatis cum fluido, in quo pulsus excitantur, ac ejus altitudinis, ut aæquet pondus, quo id fluidum comprimitur, & velocitas pulsuum propagatorum erit ea, quam gravia acquirereut cadendo motu uniformiter accelerato per dimidiam ejusmodi altitudinem.

490 Propositio 50 determinat distantias pulsuum; tum in scholio ex postremo theoremate definitur ipsa soni celeritas, quam invenit pro uno minuto secundo pedum Londinensium 979, multo utique minorem, quam observationes exhibeant; nam ii pedes adhibita ratione 1000 ad 1066 reducuntur ad Parisienses 919 (ipse adhibet ubique rationem 1000 ad 1068, quæ exhibet adhuc minus nempe 915); ac ex observationibus plurimis multo majus provenit intervallum: Gassendus quidem definiverat pedes 1473, Academici Florentini 1185, Cassinus, Hugenius, & Roemerus 1172; Flamstedius vero & Halleyus Londinenses 1148, adenque Parisienses 1077, Cassinus junior in Comment. Academiæ Paris. ad an. 1738 exhibet 1038; atque aliæ aliorum determinationes habentur diversæ, etiam post accuratorem in observationibus summam, ob diversam potissimum ipsius atmospheræ constitutionem. Sed omnes ejus generis determinationes excedunt pedes Parisienses 1000.

491 Adhibet Newtonus rationem densitatis aeris ad densitatem aquæ, pro eo tempore, quo mercurius est suspensus ad altitudinem Londinensium digitorum 30, ut 1 ad 870, rationem hujus ad densitatem mercurii, ut 1 ad 13 $\frac{2}{7}$, unde provenit altitudo fluidi aque densi, ac est aer, digitorum

$30 \times 870 \times 13 \frac{2}{3}$, pedum Anglicanorum 29725. Si redacti ad Parisienses exhibent 27942, cujus dimidium 13942 est illa altitudo, ex qua grave libere cadendo acquireret quæsitam velocitatem. Ex numer. 633 tomi 1, tempore unius secundi gravia cadunt Parisiis per pedes Paris. 15 lin. 14 $\frac{62}{100}$, sive per pedes 15. 0101, & (num. 422 to. 1) quadratum celeritatis exprimitur per 4222, ubi pro nostris gravibus g est ipsa gravitas = 1, m est spatium ipsum pedum 15. 0101 casus liberi per 1", & a est altitudo data 13942, quibus valoribus substitutis, & extracta radice, obtinentur pedes 915.

492 Si pro tenuitate aeris 870 adhibeatur etiam 1000, & pro densitate mercurii $13 \frac{2}{3}$, adhibeatur 14, crescit celeritas quæsitæ in ratione subduplicata $870 \times 13 \frac{2}{3}$, ad 1000×14 , sive 11890 ad 14000, & obtinetur celeritas 993 adhuc multo minor inventa; sed ratio illa 1 ad 1000 pro ea barometri altitudine est nimis exigua, nec ea theoria cum observationibus immediate conciliari potest sine alio aliquo subsidio. Recurrit Newtonus ad solidas aeris particulas, per quas motus propagetur in instanti, quarum diametros ad intervalla assumit ex levissima sane conjectura, immo potius ex arbitraria hypothesi, ut 1 ad 9, vel 10; tum addit vapores intermixtos, qui longe minorem elasticitatem habeant, quam aqua, & inde extendit celeritatem soni ad pedes Parisienses 1070, quod ait consentire cum observationibus; addit autem aucta per ætatem elasticitate a vi caloris, & imminuta per hyemem in ratione majore, quam sit ea, in qua mutatur densitas, fore celeritatem in primo casu aliquanto majorem, in secundo minorem; nam ubi mutantur in eadem ratione, ut in ascensu in montes, celeritas remanet eadem, quæ itidem non mutatur juxta eandem theoriâ ab intensitate soni, quod cum observationibus congruit, & a vento conspirante, vel opposito debet accelerari, vel retardari, quantum aeris massa, in qua pulsus fiunt, progreditur, vel regreditur, qui tamen aeris motus etiam in ventis validissimis minor est pedibus 40.

493 Diversa vaporum elasticitas, & crassitudo particularum possunt celeritatem soni augere, licet ipsæ particule non sint duræ, nec per eas in instanti propagetur motus, quod nusquam in Natura censeo contingere; sed ipsa theoria correctionem aliquam potest admittere, in quam plures Geometræ inquisiverunt. Verum de his iterum fortasse occurret sermo tomo 4.

§. 9. Ad not. in vers. 1692.

DE MOLE, MASSA, DENSITATE, ET CENTRO COMMUNI GRAVITATIS PLANETARUM, AC COMETARUM.

494 **I**llustrabimus hic ea, quæ ad hoc argumentum pertinentiâ Illustratione indigent ab hac adnot. usque ad adnot. in vers. 1874, ubi ad Lunarem theoriâ sic transitus.

495 Primo loco, quod pertinet ad molæ Planetarum, earum ratio ha-

be-

betur, si habeatur ratio diametrorum verarum, cum sint globi in ratione triplicata diametrorum; ratio autem diametrorum verarum habetur, habita ratione distantiarum & diametrorum apparentium; cum ex num. 61 sit diameter vera in ratione directa diametri apparentis, & distantie. Ratio diametrorum apparentium habetur ex observatione, & ratio distantiarum partim ex observatione, partim ex theoria juxta ea, de quibus fufe egimus §. 1 lib. 4, & distantia Cometarum juxta ea, de quibus egimus §. 3 ejusdem. Notandum illud tantummodo diametrum apparentem nuclei nunquam haberi in Cometis, cum is involutus lateat nebula densissima; sed habetur utcumque diameter apparens ipsius densioris nebule cingentis nucleum, & diameter apparens totius capituli tenuiori etiam vapore terminati; & quidem etiam in Planetis habemus diametros apparentes globi, & atmospheræ simul, sed earum atmospheræ debet esse parum elevata, quod deduci potest tum exemplo atmospheræ terrestris, tum ex ipsa luminis vi: nam Cometæ ob ingentem illam altitudinem atmospheræ radios intercipientis in situ, & reditu, usque adeo languidum habent lumen, ut plerumque videri desinant multo ante, quam ad Jovis regionem deveniant. Cometa hujus anni videri desijt, cum vix distantiam Martis a Sole superasset.

496 Quod pertinet ad comparisonem molis tam Planetarum, quam Cometarum, eorum moles inter se multo certius comparamus, quam cum Tellure. Nam distantie eorum ad se invicem innotescent in partibus distantie mediæ Telluris a Sole, ad quas & diametros veras eorum referre possumus, adeoque & omnes reliquas ad unam earum quamvis; ac nondum satis certo innotescit distantia mediæ Telluris a Sole in semidiametris Terræ, licet ex parallaxi horizontali Solis, quæ jam censetur $10 \frac{1}{2}$ juxta num. 70, colligatur esse semidiametrorum Terræ 19644; atque inde etiam semidiameter Solis obtineri in semidiametris Terræ, dividendo juxta num. 62 ejus semidiametrum apparentem $26'. 2''$ per hanc parallaxin horizontalem, quo pacto obtinetur $\frac{1924}{21} = 91.619$, ac eadem est ratio diametrorum.

497 Pro reliquis, quæ hic querimus, determinandis ponemus in sequenti tabella primo loco diametros apparentes, qui habentur spectati e distantia æquali singulorum distantie mediæ a Sole, & diametrum apparentem Solis spectati in distantia mediæ a Terra. Diametri veræ sunt, ut distantie, & diametri apparentes conjunctim juxta num. 61. Quare posita diametro Terræ 1, habebitur diameter vera cujusvis Planetæ, si fiat, ut distantia Terræ a Sole ducta in suam apparentem diametrum ad distantiam Planetæ ductam in suam, ita 1 ad diametrum ipsam veram quaesitam; distantias autem medias a Sole eruemus ex tabula numeri 23. Diametros sic inventas ponemus secundo loco, retinendo diametrum Solis, quam superiore numero invenimus e fractione $\frac{2926}{21} = 91.619$. Succedent loco tertio, & quarto superficies, & moles, quæ posita superficie, & mole Telluris = 1, habentur, considerata omnium figura pro spherica, quadrando, & cubando numeros inventos diametrorum verarum, sive duplicando, vel triplicando eorum logarithmos; nam hic logarithmorum jam inventorum ad logarithmos eorum, quæ consequuntur deducendos, usus est expeditissimus, cum alia ex aliis pendeant.

498 Quinto loco habebuntur massæ, quarum ratio haberi non potest, nisi in Sole, Jove, Saturno, & Terra juxta adnot. in vers. 1701, & 1756. Ea autem habetur ex Planetis circa ipsos gyrantibus. Nam si massa Planetæ, circa quem fit conversio, dicatur Q , distantia ab eo D , radius orbitæ R , tempus periodicum T ; erit vis ex theoria gravitatis juxta num. 172, ut $\frac{Q}{DD}$, & eadem ex theoria virium centralium (num. 265, tom. 1) ut $\frac{R}{TT}$. Quare massa Q , ut $\frac{RDD}{TT}$, adeoque si logarithmus ejus valoris pertinens ad Terram auferatur a logarithmo pertinente ad alium ex iis Planetis, habetur logarithmus numeri experimentis massam.

499 Et quidem in Luna gyrante circa Terram R , & D sunt nonnihil diversi valoris juxta num. 123, cum sint, ut massa Terræ ad summam massarum, quæ ratio ponitur a Newtono 40 ad 41, a Bernoullio 70 ad 71, a Dⁿⁱ Alamberto 80 ad 81; sed id quidem parum mutat calculi productum, & hic adhibebimus Bernoullianam eruram methodo, quam sequenti libro videbimus, ubi de Maris æstu, $R = \frac{70}{71} D$; adeoque pro Tellure erit expressio massæ $\frac{70}{71} \times \frac{D^2}{T^2}$, pro reliquis D , & R ad sensum æquantur, & formula est $\frac{D^2}{T^2}$.

Negligemus autem etiam actionem Solis, quæ gravitatem Lunæ in Terram turbat, sed parum admodum, ut & in reliquis ejusmodi perturbationes negliguntur. Tempora periodica Terræ circa Solem, Lunæ circa Terram, satellitum a Jove, & Saturno erimus e § 1 lib. 4, adhibendo satellitem Jovis extimum, & Saturni quartum ab Hugenio detectum ante alios, magis conspicuum, ac diligentius observatum. Distantiæ D pro Luna, & satellitibus reducuntur ad focalem communem, si ducantur maximæ elongationes heliocentricæ debitiæ distantis mediis a Sole in distantias ipsas ab eo; nam si sit in fig. 12 δ Planeta Primarius, ac C positio maximæ elongationis; est, ut radius ad sinum anguli STC , ita TS ad SC ; adeoque SC ut distantia ST ducta in eum sinum, sive, ubi angulus est exiguus, quemadmodum in ejusmodi elongationibus, ducta in arcum, qui eum metitur. Elongationem quarti satellitis Saturni, & extimi Jovis ponemus (juxta n. 29) $3'$, $0''$, ac $8'$, $45''$; elongationem Terræ habebimus ducta distantia Lunæ a Terra, quam ex num. 123 ponemus semidiametrorum Terrestrium 60.26 respondentem rationi massarum 70 ad 1, in $10'' \frac{1}{2}$ parallaxim horizontalem Solis respondentem semidiametro Terræ visæ e Sole, unde proveniet proximè $10'. 33''$. Distantia autem Terræ a Sole reducitur ad eandem mensuram, si fiat; ut sinus $10'. 33''$ ad radium, ita valor D adhibitus pro Luna gyrante circa Terram, ad valorem adhibendum pro distantia Terræ gyrantis circa Solem.

500 Massæ divisæ per moles exhibent densitates (num. 84 tom. 1), quæ habebuntur loco sexto, ac eadem divisæ per quadrata semidiametrorum exhibent (num. 172) gravitatis vires in superficie, quæ habebuntur postremo loco. Hinc jam patet, quo pacto sequens tabella computata sit. Notandum tantummodo illud, ultiores fractiones ubique omitti de more, sed longe infra limites fractionum assumptarum incerta esse omnia, cum pendeant pleraque a semidiametris apparentibus, quæ sunt adeo exiguæ, & quarum
mini.

minibus error duorum, vel trium secundorum omnia mutat plurimum. Deinde, cum assumpta sit unitas pro Tellure, omnes numeri propositi pendente a parallaxi horizontali Solis, cujus dupla est diameter apparens Terræ præter densitates, in quibus ratio diametri Terræ occurrit, spectatis omnibus, triplicata, & directa, & reciproca. Cæterum si ea parallaxis mutetur, mutantur diametri veræ reliquorum Planetarum hic expressæ in ejus ratione reciproca simplici, superficies in duplicata, moles in triplicata itidem reciproca, massæ in ratione triplicata reciproca, vires in superficie in ratione reciproca simplici. Et idcirco, ut etiam ob aliquod discrimen in aliis calculi elementis hi numeri discrepabant ab iis, qui apud alios Auctores occurrerent, ut & ab iis, qui habentur apud Newtonum, apud quem in diversis editionibus ipso vivente factis diversi sunt.

Planetæ	Sol	Saturnus	Jupiter	Mars	Terræ	Venus	Mercur.
Diam. appa.	32'. 4"	16"	37"	12"	21"	39"	23"
Diam. veræ	91.619	7.161	9.158	0.869	1	1.999	0.387
Superficies	8394.06	52.724	83.876	0.755	1	0.998	0.150
Massæ	679056.	382.833	768.833	0.656	1	0.997	0.058
Massæ	199244.	60.318	221.004		1		
Densitates	0.259	0.158	0.288		1		
Vires in superf.	23.736	1.144	2.635		1		

501 Ex his patet, quæ occurrunt in adnot. ad vers. 1702, & 1746. Numeri hic propositi differunt nonnihil ab iis, qui habentur in adn. ad vers. 1734, & 1736, qui desumpti sunt ex aliis elementis; & plerumque accedunt ad eos, quos Newtonus adhibuit, qui & a nostris, ut diximus, & inter se dissentiant. Et quidem ubi comparatio instituitur cum Tellure, discrimen provenit etiam a parallaxi Solis horizontali, quæ nobis cum Caillio est $10'' \frac{1}{2}$, Newtono & Cassino $10''$. Maximum discrimen apud Nostrum est in ratione massæ Jovis ad massam Solis, quæ illi est 1 ad 1200, nobis evadit 1 ad 902, Gravefandio in postrema editione 1 ad 1077, Newtono in editione Amstelodamensi anni 1714 est 1 ad 1037, in Londinensi anni 1726 est 1 ad 1067. At apud ipsum Newtonum in Saturno dissensus est major: habet pro eo in prior editione 1 ad 2411, in posteriore 1 ad 3021: cæ Gravefandio evadit 1 ad 3078, nobis hic 1 ad 3304: tantum potest hoc in genere non ita magnum discrimen in elementis.

502 Ubique tamen densitas Telluris est multis partibus major densitate reliquorum omnium. Densitas quidem in remotioribus est minor, sed non in eadem ratione, nec in ulla ratione molis, cum Terra minima sit densissima, & Saturnus Jove minor sit eodem rarior. Sol autem tanto major Saturno & Jove, densior illo, hoc rarior. Nulla sane occurrit certa ratio inter moles, massas, densitates, distantias.

503 In adn. ad vers. 1756 habetur illud, massas horum 4 Planetarum esse exiguas respectu massæ Solis. Id patet; nam eorum summa ad massam Solis est in ratione minore, quam 283 ad 199244, sive minore, quam sit 1

ad 703. Reliquorum Planetarum massæ debent utique esse adhuc perquam exiguæ ob exiguam molem. Si omnes censeantur ejusdem densitatis cum Terra densissima respectu priorum trium, eorum massæ exprimentur per numeros, qui moles expriment. Iis adiectis, vix omnium σ massarum summa pertingit ad 285, & ratio vix evadit 1 ad 700.

504 In adn. ad vers. 1779 diximus, datis massis, & positionibus Planetarum, centrum commune gravitatis facile inveniri accurate. Quo pacto id fieri possit, patet ex adn. ad vers. 1628, & 1632 lib. 3, & prioris adnotationis methodo facile eruitur illud, quod ibidem diximus; si omnes etiam Planetæ jaceant ad eandem plagam in directum, centrum commune gravitatis omnium debere distare a centro Solis minus, quam per unam Solis diametrum. Ea methodus huc reducitur pro globis. *Assumatur planum quodcumque jacens ultra omnes massas, & singulorum globorum massa dicantur in suorum centrorum distantias ab eodem plano: tum horum productorum summa dividatur per summam massarum omnium; & habebitur distantia centri gravitatis communis ab eodem plano.* Licebit autem pro plano ulteriore assumere planum transiens per extremi globi centrum, ut hic per centrum Solis, ac habere pro $\equiv \sigma$ hujus distantiam, & productum ad ipsum pertinens, ac obveniet distantia centri communis gravitatis a centro ejus globi.

505 Quamobrem in casu proposito satis erit massas Saturni, Jovis, Terræ, & moles Martis, Veneris, Mercurii ducere in eorum distantias maximas a Sole, quo pacto obtineatur summa proximè minor quam 18141000; summa autem omnium massarum erit proximè major, quam 199529, per quam si dividatur illa summa, provenit distantia proximè minor, quam 910. Quod si fiat ut radius ad sinum semidiametri apparentis Solis $16'. 2''$, ita (num. 61) distantia media Solis a Terra earundem partium 10000 ad semidiametrum veram Solis; ea prodit proximè major, quam 466, adeoque diameter proximè major, quam 932, nimirum proxima illi distantia centri gravitatis 910, sed adhuc major; Luna autem, & satellites, quorum moles est perquam exigua respectu suorum Primariorum, nihil hunc calculum turbant, minores nimirum sunt, quam quantitates in calculo neglectæ.

506 Hæc distantia est motus maximus, quem durante hac orbium forma, & aphellis etiam in eandem directionem olim coeuntibus habere potest centrum Solis circa centrum commune gravitatis omnium Planetarum hinc, & inde. Casus hic extremus vix unquam, vel potius omnino nunquam adveniet; ac quoniam respectu massarum Jovis, & Saturni extera sunt perquam exiguæ, & propiores, ac horum eccentricitates exiguæ sunt respectu totius; ubi si singulis vicenis annis coniunguntur, debet Solis centrum a centro communi gravitatis recedere in plagam oppositam per spatium paullo minus una solari diametro. Id quidem spatium est perquam exiguum respectu distantia Fixarum, respectu cujus tota distantia Terræ a Sole est ad sensum nihil. At respectu nostræ distantia non est ita exiguum; nam diameter solaris apparens est utique non solum sensibilis, sed dimidio gradu major. Et quidem inde nobis obveniret in loco Solis viso aberratio fere dimidii gradus per varia positione Jovis, & Saturni; sed illud commodum accidit, quod eadem Jovis, & Saturni actio nos quoque hunc ipsum Solis motum committamur ita, ut

sentiamus effectum solius differentię actionum, qui effectus ad secunda minuta deprimitur. Major effectus ejus inæqualitatis debet esse in superioribus Planetis; ut & perturbatio in motibus Planetarum nobis visis inde oritur sensibilis; & ea est, cujus mentionem fecimus in eadem adnotatione ad vers. 1779, & 1827.

507 Reliqua, quę ad actiones pertinent Cometarum, & Fixarum se mutuo elidentes in adnot. ad vers. 1795, & 1808 satis patent; & quod in adn. ad vers. 1827 pertinet ad immobilitatem centri communis gravitatis Planetarum, neglectis actionibus Fixarum, & Cometarum se compensantibus, atque elidentibus, patent ex adnot. in vers. 1715 lib. 3; ut & quę pertinent ad problema trium corporum, ac multo magis 17, quot sunt omnia nobis nota corpora Planetarii systematis, satis est attigisse in adn. ad vers. 1854. Quamobrem ad Lunares inæqualitates transcendendum est, quod est ultimum hujusce libri argumentum.

§. 9. In notam ad vers. 1874.

DE INÆQUALITATIBUS LUNARIBUS, ET EARUM CAUSIS MECHANICIS.

508 **S**I totam Lunę theoriam oporteret excolere, justę molis libellus requireretur, & methodi sublimiores, quam sint eę, quas in hisce supplementis ad communiorum usum adhibendas censuimus: difficultatem argumenti proposuimus in adn. ad vers. 1878. Quamobrem ea persequemur tantummodo, quę Noster proposuit, determinando vires, ex quibus præcipuę inæqualitates proficiuntur, ac generalem quandam ejusmodi motuum ideam.

509 Sint in fig. 51 binę massę in A , & a , ut Terra, & Luna, ac earum F. 51 centrum commune gravitatis C in recta Aa , quam debet dividere in ratione reciproca massarum: ac proliciantur per rectas AB , ab parallelas, sed in plagas oppositas, velocitatibus, quę sint itidem reciprocę, ut massę, nimirum directę, ut ipsę CA , Ca . Ductis CB , Cb erunt similia triangula CAB , cab ubi latera circa angulos æquales alternos proportionalia. Quare erunt æquales etiam anguli ad C , & BC producta abibit in Cb , eritque & CB ad Cb in eadem ratione CA ad Ca . Sint AE , ae effectus vis mutuę, & completis parallelogrammis $ABDE$, $abde$ abibunt ex massę viribus compositis in D , & d . Erunt autem ipsę AE , ae , adeoque & BD , bd (num. 172) reciprocę massis, adeoque itidem, ut CA , Ca , sive ut CB , cb . Igitur eodem argumento etiam puncta DCd jacent in directum, & idem punctum C dividit rectam Dd in ratione reciproca massarum, adeoque est centrum commune gravitatis in nova positione massarum earundem. Cumque eadem demonstratio redeat post quotcunque tempuscula; patet centrum commune gravitatis in eo casu debere quiescere, massas autem illas debere circa ipsum immotum moveri legibus, quas requirunt vires directę ad centrum immobile C . Curvę autem ADF , adf descriptę erunt, ut satis constat, & videre licet, in tomo 3 meorum Elementorum, similes, & similiter positę circa punctum C ob ratio-

nem constantem CD ad Cd ; latera vero homologa erunt reciproce, ut *massæ*.

510 Cum autem vis gravitatis mutue decreseat in ratione reciproca duplicata distantiarum Dd , decreseat itidem in ratione reciproca duplicata distantiarum CD , Cd , adeoque (num. 135) curvæ descriptæ erunt sectiones conicæ, cum iis omnibus diversis casibus, quos exposuimus a num. 139, inter quos continetur & casus circuli describendi ab utraque *massa*, si directiones AB , ab fuerint perpendiculares rectæ ACa , & velocitates ca , quæ acquirerentur magis uniformiter accelerato viribus, quas habent in A , & per dimidiam distantiam CA , Ca .

511 Quod si ducatur semper Ad' parallela Dd , donec occurrat rectæ ad productæ in d' , erit $ADdd'$ parallelogrammum; nam AD , add' sunt itidem parallelae ob angulos alternos ad A , & æquales in triangulis CAD , $Caad'$ similibus. Erat igitur Ad' parallela, & æqualis Dd ; adeoque *massa A* delata ad D spectabit *massam a* delatam ad d , tanquam si illa mansisset immota in A , & hæc abiisset ad d' . Punctum autem d' erit semper ad aliam curvam $ad'f'$, quæ ob rationem ad' ad ad constanter æqualem rationi Az ad aC , erit similis priori Aaf , & habebit latera sua ad latera homologa ipsius prioris in ratione summæ *massarum* ad *massam A*. Hoc pacto *Spektor* constitutus in A , & sum motum non sentiens tribuet motum utriusque soli *massæ a*, quæ ipsi videbitur converti circa se in orbita simili ei, quam revera describit, sed majore ita, ut hujus latera ad latera homologa illius sint in ratione summæ *massarum* ad *massam*, in qua ipse consistit.

512 Quod si etiam libeat conferre inter se tempora, & vires horum motuum, facile eruentur hæc theoremata. *Motus massæ secunda in orbita vera fiet eodem modo, quæ feret, si in centro gravitatis adesset alia massa immota quarta continue proportionalis post summam massarum, & massam primam*. Nam vis in ejusmodi *massam* ad vim in *massam A* esset (num. 172) directæ, ut ea *massa* ad *massam primam*, & reciproce, ut quadratum AC ad quadratum AA : quæ ratio posterior cum sit reciproca duplicata *massæ A* ad summam *massarum*, erit reciproca simplex *massæ novæ* ad *massam A*, & elidet eandem rationem directam, factis æqualibus iis viribus. *Vis, quæ massa secunda gravitat in primam, & describit orbitam veram, ad vim, quæ possit circa massam primam immotam describi eodem tempore orbita apparens, & celeritas, quæ habetur in illa, ad celeritatem, quæ haberetur in hac, est, ut massa prima ad summam massarum*. Si enim ducatur $d'b'$ parallela db , vis v & celeritas requisita ad describendum arcum ad' eo tempore, quo describitur ad , erit, ut $d'b'$, & ab' ad db , & ab , nimirum ut $d'a$ ad da , sive Aa ad Ca , vel summa *massarum* ad *massam A*. Tempus, quo arcus quivis curvæ apparentis describitur, ad tempus, quo eadem vi describeretur circa *massam primam* verè immobilem, est in ratione subduplicata *massæ primæ* ad summam *massarum*, & celeritas in singulis punctis in eadem ratione reciproca. Nam eadem curvæ describitur (num. 257 toni 1), si vires eadem lege variatæ sint in ratione duplicata primarum velocitatum, & in eo motu velocitates ubivis sunt, ut primæ velocitates; adeoque tempuscula in iisdem arcibus, & summæ tempusculorum, sive tempora tota in eadem ratione reciproca. Hic autem vis, quæ haberetur in orbita apparente, si esset realis, & describeretur

tempore, quo nunc describitur, ad vim, quæ reipsa habetur, est, ut summa massarum ad massam primam ex præcedente theoremate. Quare celeritas huic vi respondens ad celeritatem respondentem illi alteri vi esse debet in ratione subduplicata summæ massarum ad massam primam, & tempus ad tempus in ratione subduplicata massæ primæ ad summam massarum.

513 Accedat jam massis A , a in fig. 52 præter motus AD , a d motus alii F . 52 per rectas AG , ag parallelas, & æquales; & motu composito erunt massæ in punctis oppositis F , f parallelogrammorum $DAGE$, $dugf$. Cum vero sit DF parallela, & æqualis AG , adeoque & ag , sive df , erunt & Ff , Dd parallelæ, & æquales. Quare massa prima ex F spectabit massam secundam in f in eadem directione, & distantia, in qua ex D spectaret ipsam positam in d ; unde generaliter constat quovis motu parallelo, & æquali impresso utriusque massæ, nihil turbari motum respectivum ipsarum massarum. Si autem sit H interfectio rectarum Ff , Gg , quæ cum ob GF , gf parallelas jaceant in eodem plano, debent se alicubi secare; satis patet, fore æqualia triangula DAC , FGH ob latera AD , GF æqualia, & æquales omnes angulos laterum parallelorum. Erit igitur & DC æqualis FH , adeoque H centrum gravitatis commune massarum delatarum ad F , & f , cujus motus fiet per CH æqualem, & parallelam rectæ DF , adeoque parallelam motibus massarum parallelis AG , ag . Gyraabit igitur in hoc casu systema binarum massarum eodem modo circa centrum commune gravitatis promotum æqualiter in directum velocitate, quæ systematis partibus impressa est, quo gyraret circa idem immotum.

514 Concipiatur jam, binas masses A , & a projici utcumque directionibus quibuscumque etiam non in eodem plano positis, & velocitatibus quibuscumque AF , af . Junctæ if & divisa tam ipsa in H , quam Aa in C in ratione reciproca massarum, ducatur CH , tum ipsi parallelæ, & æquales ducantur binæ AG , ag , & compleantur parallelogrammata $AGFD$, $agfl$. Quoniam AG , CH , ag sunt æquales, & parallelæ rectis AG , ag inter se æqualibus, & parallelis, adeoque & inter se æquales sunt, & parallelæ, erunt & GH , Hg parallelæ & æquales rectis AC , Ca , & GHg erit unica recta, ut ACa : eodem pacto ob FD , HC , fl æquales, & parallelas inter se, erunt & DC , Cd æquales & parallelæ rectis tH , Hf , & DCd unica recta. Hinc in triangulis ACD , aCd erunt anguli ad C ad verticem oppositi æquales, cumque sit CD ad Cd , ut FH ad Hf , sive per constructionem, ut AC ad Ca ; erunt ea triangula similia, adeoque AD parallela ad , & ad illam, ut CA ad Ca , in ratione massarum reciproca. Movebitur igitur centrum gravitatis per rectam CH , qui motus erit uniformis ex natura centri gravitatis demonstrata in adn. ad vers. 1646 lib. 1, & per eandem nihil ejus status turbabitur a viribus mutuis, quæ accedunt præterea, & quarum actio-nes massæ A , a habebunt, ut num. præcedenti, circa ipsum mobile eisdem respectivos motus, quos haberent projectæ per AD , ad contrarias, & parallelas, ac reciprocas massis, circa centrum immobile C num. 510.

515 Aque hoc pacto remanent accuratissimè demonstrata, quæ proposita sunt in adnot. ad vers. 1920, 1955, 1967. Sint jam in fig. 53 puncta F . 53 A , a , C , H eadem, ac in fig. 52, & addit præterea juxta adnot. in versum 1973 tertia massa S , ut Sol, ingens, & ita remota, ut distantia Aa respectu
ejus

ejus distantiz sit exigua; & si R sit centrum commune gravitatis omnium trium, ac habeat S projectionem per Sh contrariam, & parallelam CH , ad quam ea sit, ut summa massarum A, a ad massam S , gyrabit circa centrum commune gravitatis R hinc massa S , inde illud systema massarum A, a , quod interea peraget suos motus circa centrum C ipsorum duorum corporum, & linea AGa converteretur ita, ut jam corpus A , jam corpus a jaceat versus S , & jam abeat ad dexteram, jam ad lævam; ac ob viciniam, quam habent corpora A, a inter se, & cum centro C , si totum systema habeatur pro unico puncto, describet hinc S , inde ipsum systema sectionem conicam, & punctum A apparebit ex S in directione proxima directioni SC . Et quidem cum centrum C distet a terra minus, quam una semidiametro, & saltem omnino minus, quam una diametro terrestri, ut facile deducitur ex ratione massarum A, a , & distantia Lunæ a Terra, angulus ASC erit paucorum secundorum, quo angulo aberrabit Tellus spectata e Sole menstrua aberrationum periodo hinc, & inde a positione SC . Sol autem S apparebit existenti in A tanquam translatus circa ipsum A immotum in ellipsi contraria ei, quam describit C cum aberratione contraria respondendo angulo ASC ; ex quo patet, quæ dictæ sunt in adn. ad vers. 1973.

516 Si vires massarum A, a dirigerentur semper per rectas parallelas, & essent inter se æquales, earum motus respectivus nihil omnino turbaretur juxta num. 513, sed circa suum centrum commune gravitatis translata describerent accuratè suas sectiones conicas; & si ea directio esset parallela rectæ CS , ac ipsa vis mutaretur accurate in ratione reciproca duplicata distantiz, ipsius CS punctum C , & massa S describerent sectiones conicas itidem accuratas. Sed cum ex conditiones non sint accuratæ; oritur aberratio aliqua, & in illo respectivo motu corporum A, a , & in motu punctorum C , & S ; sed ob exiguum recessum ab iis conditionibus, quem inducit propinquitas punctorum A, a , aberrationes ejusmodi erunt perquam exigua, respectu distantiz CS , inveniuntur autem satis sensibiles respectu distantiz AA , ut idcirco nullæ inde aberrationes sensibiles oriuntur in motu apparenti Solis S spectati e Terra A , qui fiet tanquam si punctum C revera moveretur in accurata ellipsi, cum legibus ipsi debitæ, & A, a moverentur in veris ellipsis; immo & substituto ellipsi descriptæ a Terra A circulo, & habito motu pro æquabili, nulla sensibilis aberratio in Sole oritur ex ejusmodi positionis differentia a motu elliptico turbato.

517 Et quidem illud adhuc multo magis commodum accidit, quod aberratio motus puncti C a vera ellipsi erit adhuc multo minor, quam sit aberratio, quæ haberi debet in A, a , etiam respectu distantiz SC . Sint enim AI, ai vires punctorum A, a in S , & ducta SC , quæ rectam iK parallelam AA secet in L , ducatur Lc parallela SA , quæ secabit iL in c in ratione iL ad LK , sive aC ad CA , nimirum massæ A ad massam a ; adeoque, si massæ iis viribus obtemperantes descenderent ad I, i , centrum gravitatis C abiret in C ; & idcirco Ce exprimit directionem, & magnitudinem vis, qua urgetur centrum C ; ac si assumatur CM versus S , quæ ad ai sit, ut quadratum SA ad quadratum SC , ac vis Ce resolvatur in duas CM, Me , prima ducet punctum C in ellipsi accurata, & secunda sola Me perturbabit motum. Porro ipsa est exigua etiam respectu differentiz virium AI, ai , & deviatio directionis Ce a directione CS erit exigua etiam respectu anguli ASC .

518 Accipiantur enim AP , AQ mediæ geometricæ inter AI , AK ; & cum sit AI ad ai , ut est SA^2 ad Sa^2 , sive ut ia^2 ad KA^2 , erit AI ad AK , ut ai^3 ad AK^3 . Est autem AI ad iK , ut AQ^3 ad AK^3 . Igitur ai , & AQ quantur, & est AI ad AQ , ut as^2 ad As^2 , adeoque AI ad AP ut as ad AS , nimirum proxime in ratione æqualitatis, in qua eadem ratione cum debeant esse ex natura progressionis geometricæ terminorum differentiæ IP , PQ , QK , erit IQ differentia virium AI , AI quamproxime $\frac{2}{3}$ rectæ IK . Eodem pacto erit & differentia virium ai , CM quamproxime $\frac{2}{3}$ ML . Quare erit IK ad LM , ut differentia virium ai , AI ad differentiam virium ai , CM , sive proxime ut differentia quadratorum SA , Sa ad differentiam quadratorum SC , Sa , quæ in quadratis parum differentibus sunt quamproxime, ut differentiæ ipsarum SA , Sa , & SC , Sa , adeoque si arcus circuli radio SA occurrat rectis SC , Sa in O , N , ut aN , CO , nimirum habito arcu AON pro rectilineo, & CO , aN pro parallelis, ut aA , CA , sive ut iK , iL , vel denum ut eadem illa prima IK ad Le . Hinc Le , LM sunt proxime æquales; & proinde ob angulum eLM perquam exiguum æqualem angulo ASC paucorum secundorum, erit eM proxime perpendicularis CS , & erit ad LC minorem K , sive minorem $\frac{2}{3}$ differentiæ virium massarum A , & a , ut sinus perquam exigui anguli ASC ad radium; nimirum ea vis erit perquam exigua respectu illius ipsius differententiæ. Quoniam autem e superioribus facile patet, etiam eL esse exiguam respectu Ce , patet itidem, deviationem eCL esse exiguam respectu anguli eLC , sive anguli ASC .

519 Patet præterea vim eM esse proportionalem differentiæ virium A , & a , & sinui anguli ASC conjunctim. Potro differentia virium est proxime, ut differentia quadratorum SA , SN , quæ est proxime, ut aN , sive habito arcu AN pro perpendiculari ad aN , ut sinus anguli aAN , nimirum cosinus anguli aAS distantiæ angularis Lunæ a Sole: sinus vero anguli ASC erit, ut AO , sive ut sinus anguli ACO , vel proxime ipsius CAS ob CS , AS proxime parallelas. Erit igitur ea vis, ut factum ex sinu, & cosinu distantiæ Lunæ a Sole, nimirum, cum in Trigonometria facillime demonstratur esse radium ad cosinum, ut duplum sinum ad sinum arcus dupli, erit ea vis, ut sinus duplæ distantiæ Lunæ a Sole. Is sinus, ubi dupla distantia evadit semicirculus, evanescit, & mutat directionem. Igitur ea vis in quadraturis, & syzygiis est nulla, in transitu autem per quadraturam utramvis, & syzygiam mutat directionem. Cum ea sit tota ad sensum perpendicularis rectæ CS , nihil aliud præstabit, nisi accelerare descriptionem æqualium arearum in primo, & tertio quadrante, retardare in secundo, & quarto, & is effectus post integras conversiones compensabitur, ac elidetur.

520 Hinc jam, & ob tantam ejusmodi vis exiguitatem nullius est usus perquisitio ejus magnitudinis absolutæ in aliquo situ, ex qua erueretur magnitudo pro quovis alia, & effectus ipse computari posset. At id ipsam si libeat facile præstari potest. Nam differentia virium AI , ai , quæ ad gravitatem Terræ A in Solem est, ut differentia quadratorum SA , Sa ad quadratum Sa , facile definitur, & definitur paullo inferior: ejus $\frac{2}{3}$ est IK , quæ ad Le est, ut Ki ad iL , sive Aa ad ac , vel summa massarum ad massam A ; ac denum

denum Lc ad cM est, ut radius ad sinum anguli ASc , qui angulus admodum facile definitur data positione Lunæ, & ratione massarum.

521 Ut autem determinemus aberrationes, quas in motu respectivo Lunæ circa Terram inducit inæqualitas illa & convergentia virium utriusque in Solem; sit in fig. 54 Sol in S , Terra in T , orbita Lunaris circa Terram $HFKE$, in qua Luna in L . Sit autem centro S arcus circuli HTK occurrens rectæ SL productæ, si opus est, in C , capianturque SD , SB continuè proportionales post SL , SC ; & cum sit vis T in S ad vim L , ut SL^2 ad $ST^2 = SC^2$, sive ut SC , vel ST ad SB ; si TS exprimat vim Terræ T in Solem S , exprimet BS vim Lunæ L in ipsum Solem. Ducta BA parallela LT , ea vis resolvi poterit in duas BA & AS ; secunda autem AT in duas AT , & TS . Vis TS parallela, & æqualis vi, quæ urget Terram in Solem, nihil turbabit statum respectivum Lunæ, ac Terræ: binæ vires BA & AT sunt illæ, quæ statum respectivum perturbant. Quare considerandi sunt soli effectus harum virium conjuncti cum motu in ellipsi circulo proxima, quem determinat velocitas tangentialis, & vis Lunæ in Terram. Quin immo, ut consideremus orbitam ipsam apparentem circa Terram, considerabimus in Luna in L juxta theor. I num. 512, vim, quæ ad suam vim in Terram sit, ut summa massarum ad massam Terræ, qua vi ipsa orbita NLK describeretur circa Terram immotam eodem tempore; quod erit transferre in Lunam etiam motum, quo movetur Terra, & vim, qua ipsa urgetur in Lunam; ac jam habebimus motum apparentem eundem, qui haberetur, si Luna moveretur in orbe elliptico proximè circulari circa Terram immotam vi, quæ ad vim, quam habet in Terram, sit, ut est summa massarum ad massam Terræ, ac interea perturbaretur illis binis viribus BA , AT , quæ remanent considerandæ, ut computentur earum effectus.

522 Hæc resolutio vis lunaris in partes tres, quarum TS motum respectivum non turbat, est illa, quæ proponitur in adn. ad vers. 2020, & hoc est illud schema, quod ibi inspicendum proponitur. Binæ vires perturbatrices ibi propositæ sunt vis BA , & vis AT . Additur ibi, rectam BA , quæ exprimit primam vim, esse ad sensum æqualem distantiæ LT , & urgere Lunam in Terram, ac augere gravitatem in ipsam, rectam vero AT esse ad sensum æqualem triplo excessui, vel defectui distantiæ SL Lunæ a Sole supra distantiam ST Terræ ab eodem.

523 Prima pars patebit melius post hanc secundam. In primis SL erit minor, vel major, quam ST , prout Luna jacuerit citra arcum HTK in L , vel ultra in L' , & in primo casu AT jacebit ultra, in secundo $A'T$ circa T , ac in utroque dirigetur respectu L ad partes oppositas plano perpendiculari ad ST ducto per T . Nimirum in primo casu a vi AS majore ob minorem distantiam demenda erit vis TS æqualis, & parallela vi Terræ, ut habeatur residua perturbatrix, & in secundo vi SA' minori ob majorem distantiam addenda erit vis TA' ad obtinendam æqualitatem, & parallelismum cum vi Telluris, tum alia $A'T$ ipsi contraria, & æqualis, quæ ipsam elidat, & rem reducat ad verum statum. Idem enim est habere vim AS , ac habere vires TS , AT , & effectus illius solius erit idem, ac harum duarum. Harum priorum respectivum non turbat, turbat posterior. Hinc hujusmodi vis perturbatrix & in arcu citiore $HFKE$, & in superiore KEH distrahit Lunam a plano

plano perpendiculari ad ST transeunte per T , & in novilunio in F , ac in plenilunio in E directè ipsam distrahit a Terra.

524 Ut demonstraretur ipsam AT esse proximè æqualem triplæ illi differentie distantiarum SL , ST nimirum triplæ TC , fati est notare ipsam esse proximè æqualem LB . Est enim ad ipsam, ut ST ad SL , quæ est proximè ratio æqualitatis. Nam differentia ipsarum ST , SL , nunquam est major, quam TL , distantia Lunæ a Terra, quæ nunquam pertingit ad semidiametros Terrestres 65, dum ST (num. 496) est semidiametrorum proximè 19644, adeoque differentia est minor, quam $\frac{1}{3000}$ totius, ubi est maxima circa syzygias in apogeo, quæ adhuc minuitur in accessu L ad quadraturas H , K , & in accessu ad Solem.

Inde autem consequitur etiam illud fore AT proximè triplam LC . Sunt enim LC , CD , DB differentie terminorum SL , SC , SD , SB progressionis geometricæ, ut SL , SC , proximè in ratione æqualitatis, adeoque LB proximè tripla LC , & idcirco etiam AT proximè tripla ipsius.

525 Hinc jam patet & prima pars; nam est BA ad LT , ut SB ad SL , quæ sunt proximè æquales inter se, cum earum differentia LB proximè tripla LC debeat esse minor, quam $\frac{1}{1000}$ totius, & inde habetur illustratio eorum omnium, quæ dicta sunt in adn. ad vers. 2058, cum HLK referat superficiem sphericam ibi expressam, ut & quæ dicta sunt in adn. ad vers. 2085.

526 Utraque vis perturbatrix erit aliquanto major in arcu HLK , minor in arcu KEH , quam pro ea data mensura; quæ tamen differentie assumpto illo medio pro tota periodo lunari se compensabunt. Facile autem definitur differentia ipsa virium pro novilunio F , & plenilunio E , in distantia Lunæ data, ut in media. Ibi distantia Lunæ est proximè semidiametrorum 60, si ve est distantia TS semidiametrorum 19644 pars $\frac{1}{355}$ totius, adeoque LD $\frac{3}{355} = \frac{1}{118}$ totius, & proinde eam differentiam duplicando, erit per $\frac{6}{355}$ sui, hinc per $\frac{1}{59}$ vis prima SA major in novilunio, quam in plenilunio. At TA erit per $\frac{1}{355}$ sui partem in novilunio major, quam LB : erit autem CD quamproxime triens ipsius LB , pro qua sumitur CL , quæ ab ipsa differt per $\frac{1}{355}$, adeoque BL superat triplam CL per $\frac{1}{355}$ sui partem, & AT evadit major per $\frac{2}{355}$ sui, quam tripla LC , nimirum eadem per $\frac{6}{355}$, vel $\frac{1}{89}$ sui major in novilunio, quam in plenilunio: cumque illa urgeat in Terram, hæc distrahat, sed hæc sit tripla illius, vis tota perturbans, & adhuc distrahens in novilunio erit major, quam in plenilunio per $\frac{12-6}{355} = \frac{6}{355}$ vis primæ urgentis; nimirum per $\frac{7}{355} = \frac{1}{118}$ vis compositæ ex ea, & tripla distrahente, quæ est tota vis agens, & distrahens in utroque casu; & id quidem aliquom parit excessum perturbationis in novilunio supra perturbationem in plenilunio, sed non ita magnum.

527 Si in fig. 55, 56 sit orbita $EZFL$ eadem, ac in fig. 54 cum eadem recta ETF , sit autem HTK perpendicularis ad EF , & LC perpendicularis ad HK , adeoque parallela EF , patet fore hanc EC quamproximè æqualem LC figuræ 54; nam ibi HTK arcus perquam exiguus, cum sit mensura duplæ elon-

elongationis Lunæ a Sole, quæ per num. 499 est $8'$, $33'$, adeoque haberi potest pro recta perpendiculari ipsi δT . Quare in fig. 55 referent LT , & $\angle CL$ accuratè directionem, proximè quantitatem binarum virium perturbatricium, & habebitur plenilunium in E , novilunium in F accuratè, binæ autem quadraturæ in H , & K quamproximè; concipiatur autem motus per FHE , ut sit H prima quadratura post novilunium, & inquiretur in omnes effectus, & mutationes secundæ vis $\angle CL$, sed ea prius resolvatur in duas per CI perpendicularem ad TL , & IL , quas in adn. ad vers. 2102 appellavimus cum Nostro partem primam, & secundam secundæ vis perturbatricis.

528 Primæ pars motum angularem retardat, vel accelerat, prout directio conspiciat cum motu Lunæ, vel ipsi opponitur. Porro facile patet, quod in ea annotatione affirmatur, ipsam CI evanescere in syzygiis, punctis L , L' abeuntibus in F , E , & CI , $C'I'$ in T , ac in quadraturis abeuntibus simul omnibus LGI , $L'C'I'$ in H , K . In primo autem, & in tertio quadrante, ut in fig. 55, CI , $C'I'$ habebunt directionem oppositam directioni motus per FLH , $EL'K$, in secundo autem, & quanto, ut in fig. 56 conspirantem cum directione motus per HLE , $KL'F$. Quare in primo, & tertio quadrante retardabunt descriptionem arcæ circa T , seu motum angularem, in secundo, & quarto accelerabunt. Secunda pars IL semper habet directionem contrariam vi LT , adeoque opponitur directioni vis primæ perturbatricis, ac minuit gravitatem in Terram, quam illa auget: & hæc quidem pertinent ad eam adnot. in vers. 2102.

529 Facile etiam determinatur ratio, in qua crescant, & decrescant hæc binæ partes vis secundæ. In primis sunt TL , LC , TC , ut radius, sinus, & cosinus anguli HTL , vel cosinus, & sinus anguli CLT , vel LTF , ac ipse angulus HTL est distantia Lunæ a quadratura, & LTF distantia ejusdem a syzygia. Deinde si in fig. 57 triangulum TLC sit idem, ac in fig. 55, & 56, & triangulo rectangulo LCT circumscribatur semicirculus; patet, in eo circulo LT , quæ exprimit primam vim, fore diametrum; CI , quæ exprimit primam partem vis secundæ, fore sinum arcus TC , vel CL , qui sunt dupla mensura angulorum TLC , CTL , quorum primus in fig. 55, & 56 est æqualis distantie LTF Lunæ a syzygia, & secundus est ibidem ipsa distantia LTH a quadratura; IL , quæ exprimit secundam partem vis perturbatricis secundæ, erit in fig. 57 sinus versus arcus LC metientis duplam distantiam Lunæ a quadratura, & ob similia ubique trianguula rectangula TCL , TIC , CIL , est TI . $TC : LC$. $LI = \frac{TC \times LC}{TL}$, & $TL \cdot LC : LC$. $LI = \frac{LC^2}{TL}$. Inde autem prosolunt plurimæ comparationes inter ejusmodi vires, & ratio mutationum.

530. 1. Est vis prima ad vim secundam, ut radius ad triplum sinum distantie Luna a quadratura, vel triplum cosinum distantia a syzygia: est enim, ut LT ad $\angle CL$. 2. Est vis prima ad primam partem vis secundæ, ut quadratum radii ad triplum factum ex sinu, & cosinu distantia, vel a syzygia, vel a quadratura, ac ut radius ad $\frac{1}{2}$ sinus dupla distantia a syzygia, vel a quadratura: est enim ut TL ad $\angle CI = \frac{TC \times LC}{TL}$, sive, ut TL^2 ad $\angle TC \times LC$, & ut LT duplum radii in fig. 57 ad $\angle CI$ triplum sinum arcæ

cus CT , vel CL . 3. Est vis prima ad secundam partem secunda, ut quadratum radii ad triplum quadratum sinus distantia a quadratura, vel cosinus distantia a syzygia, ac ut radius ad $\frac{3}{2}$ sinus versi dupla distantia a quadratura: est enim ut LT ad $3LI$, & $LI = \frac{CL^2}{CT}$. 4. Vis secunda, & bina

ejus partes sunt ad se invicem, ut radius, sinus, & cosinus distantia a quadratura, vel cosinus, & sinus distantia a syzygia. Sunt enim in fig. 55. LC , CI , IL ad se invicem, ut LT , LC , CT . Quod si orbita habeatur

pro circulari, adeoque TL pro constanti, 5. erit vis secunda, ut sinus distantia a quadratura, vel cosinus distantia a syzygia; nam erit ut CL .

6. Erit pars prima vis secunda, ut factum ex sinus, & cosinu distantia utriuslibet, ac ut sinus dupla distantia, vel a quadratura, vel a syzygia; est enim CI per TL ut $LC \times CT$, ac eadmodum in fig. 57 est sinus tum arcus CL , tum CT , & hæc est illa æquipoïllentia binarum rationum, quam ex Trigonometria assumpsimus num. 519, & analogia vis perturbantis motum centri gravitatis cum hac secunda parte vis secundæ, quarum virium utraque mutat

celeritatem angularem, & in eadem ratione crescit, ac decrescit. 7. Erit pars secunda, ut quadratum sinus distantia a quadratura, vel ut sinus versus ejus distantia duplicata. Est enim ut LI , quæ inanente LT est, ut LC^2 , ac LC est in fig. 55 ille sinus rectus, in fig. 57 LI est ille sinus versus.

8. Mutata distantia Luna a Terra, vel Terra a Sole, amba vires perturbatrices, & amba partes vis secunda mutantur in ratione directa simplici prioris, & reciproca triplicata posterioris. Est enim in fig. 54 ST ad TL , ut gravitas Terræ in Solem, quæ dicatur G , ad vim primam perturbatri-

cem, que erit $= \frac{TL \times G}{ST}$, nimirum cum sit G , ut $\frac{1}{ST^2}$, erit ea vis, ut $\frac{TL}{ST^3}$.

Cum autem ea ad secundam, & ejus partes habeat (num. 530) rationem, data Lunæ positione, datam per radius sinus, & cosinus datos, mutabuntur & ipsæ in eadem ratione.

531 Hæc theorematum exhibent intimiorem notitiam harum virium, & plura ex iis usum habent ad exponenda, & demonstranda, quæ proposuimus in hac, & sequentibus adnotationibus. In adn. ad vers. 2102. habetur illud,

1. Vis secunda in quadraturis est nulla, at dum Luna inde tendit ad syzygias, ita crescit, ut in ipsis syzygiis evadat tripla vis prima. Nam sinus distantia a quadratura, cui ea est proportionalis per superius theor. 5, in ipsa quadratura evanescit, tum versus syzygias perpetuo crescit, ac in ipsis syzygiis sit æqualis radio, & ideo in theor. 1 erit ibi vis prima ad ipsam, ut radius ad triplum radius, ut 1 ad 3.

532 Additur 2. pars ejus prima crescit utique & ipsa a quadratura ad syzygiam, sed non æque; nam crescit usque ad octantem, tum usque ad syzygiam decrescit, adeoque quater evanescit in binis nimirum syzygiis, & in binis quadraturis, ac quater fiet maxima, in quatuor nimirum octantibus. Nam sinus duplæ distantia a quadratura, cui sinui ea est proportionalis per theor. 6, in ipsa quadratura evanescente ea distantia, est nullus, crescit autem inde perpetuo, donec ipsa dupla distantia fiat quadrans, nimirum distantia fiat octans, tum decrescit, donec dupla distantia fiat semicirculus, nimirum

rum distantia fiat quadrans, ubi evanescit, adeoque in syzygiis, & quadraturis est nulla, in octantibus est maxima. Addi poterat, in octantibus est $\frac{3}{2}$ vis primæ; cum ex theor. 1 vis prima sit ad eam, ut radius ad $\frac{3}{2}$ ejus sinus, qui ibi evadit radius.

532 Additur 3. pars secunda perpetuo crescit a quadraturis ad syzygias, in quibus evadit æqualis toti, evanescente parte altera, tum usque ad novam quadraturam decrescit, bis tantum evanescebat in quadraturis, & bis fuit maxima in syzygiis; nam sinus distantia a quadratura, cujus quadrato ea est proportionalis per theor. 7, in quadratura ipsa evanescit, tum crescit crescente distantia, usque dum ea fiat quadrans, quo casu est maximus æqualis radio; evanescit autem ibi pars altera, & hæc fit æqualis toti vi secundæ, cum per theor. 4 vis secunda, pars prima, & pars secunda sint ut radius, sinus, & cosinus distantia a quadratura, cujus cosinus, ubi ea fit quadrans, evanescit, & sinus fit æqualis radio.

534 Æque facile inde patebunt jam, quæcunque habentur in adn. ad vers. 2130: in quadratura urgebit Lunam in Terram tota vis perturbatrix: in recessu a quadratura eam urgebit initio excessus ipsius vis primæ supra partem secundam vis secundæ, qui decrescet usque ad distantiam proxime gr. 35, ubi is evanescet: evanescet enim, ubi vis prima, & pars secunda vis secundæ æquabuntur, nimirum ubi per theor. 3, erit radius $\frac{1}{2}$ sinus versi duplæ distantia, adeoque is sinus versus $\frac{2}{3}$ radii, & ejus differentia a radio, nimirum cosinus duplæ distantia $\frac{x}{3}$ radii $\frac{x}{3}$ ad rad. 10000, cui cosinus respondet dupla distantia 70°, 32', adeoque distantia 35°, 16'. Tum facta jam majore vi distrahente, ejus excessus supra vim primam distrahet Lunam a Terra, qui crescet usque ad syzygiam, ubi differentia virium distrahens fiet duplo major, quam fuerit vis prima urgens in quadratura. Erit nimirum dupla, si ponatur vis prima æqualis in utroque casu; cum enim vis distrahens in syzygiis sit tripla vis primæ urgentis in Terram in ipsis syzygiis, excessus erit duplus hujus, adeoque duplus ejus vis primæ, quæ habetur in quadraturis. Quod si distantia Lunæ a Terra, vel Terræ a Sole fuerit in iis binis casibus diversa; erit vis distrahens in syzygia ad vim urgentem in quadratura, ut 2 ad 1, & præterea in ratione directâ simplici prioris, & reciproca triplicata posterioris juxta theor. 8 numeri 530.

535 Ibidem additur, prævalere in tota periodo vim distrahentem vi urgenti in Terram, tum quia vis urgens agit per arcum minorem, tum quia eadem in quadraturis est duplo minor, quam vis distrahens in syzygiis. Si quærat mediis effectus utriusque vis simul agentis, habita orbita pro circulo descripto ad distantiam semper eandem, ut ad distantiam mediam; & considerata quadam determinata distantia a Sole, ut media permanente per totum Lunarem mensem, id quidem sic facile præstabitur. In fig. 57. fiat quadratum $LTQP$, cujus lateri QP , & diametro LP occurrat CI producta in R , & V , ac divisio LQ , TP bifariam in N , M , ducatur NM secans IR bifariam in O . Jam vero vim primam constantem poterit semper exponere IR æqualis LT distantia Lunæ a Terra, & vim distrahentem tripla IV æqualis triplæ LI : Quare summam virium urgentium in Terram exprimet quadratum $LTPQ$, &

sum

Summam virium distrahentium exprimet triplum triangulum LTP , cujus excessus $PLTP$ erit unum triangulum LTP , id autem æquale unæ rectangulo $LTMN$, in quo vis media $LO = LN$, quæ per totum quadrantem conversionis continuata æquetur excessui summæ omnium virium distrahentium supra omnes urgentes, erit æqualis dimidiæ vi primæ comprimenti; quod cum redeat eodem pacto in reliquis quadrantibus, vis mediæ perturbans gravitatem Lunæ in Terram per totam periodum erit vis eam gravitatem minuens, eritque æqualis dimidiæ vi primæ perturbatrici.

536 Hujus postremi theorema is usus nobis obvenit § 2. l. 4, ubi gravitatem Lunæ in Terram contulimus cum gravitate nostrorum corporum a num. 118, & ejus ope inquisivimus in distantiam Lunæ a Terra, cujus ope obtinetur etiam mensura tum vis primæ perturbatricis, tum reliquarum, quæ ad illam habent rationem datam. Ibi posito radio spheræ æqualis Terræ = r , gravitatis effectu redactio ad pedes in ejus superficie pro uno minuto secundo = g , distantia Terræ a Sole mediæ = d , Lunæ a Terra = x , ratione duplicata temporis periodici Terræ ad tempus Lunæ t ad 1, ratione massæ Terræ ad summam massarum m ad 1, sinu verso motus mediæ Lunæ debiti t ad radium 1 = s , obvenit radius orbitæ Lunaræ = mx , effectus vis retinentis Lunam in orbita suâ circa centrum commune gravitatis = msx , effectus vis Terræ in Solem = dsx . Inde factis ut distantia Terræ a Sole = d ad distantiam Lunæ a Terra = x , ita hic effectus $\frac{sd}{t}$ ad $\frac{sx}{t}$, ea juxta num. 530 est vis perturbatrix prima urgens Lunam in Terram, cujus dimidium $\frac{sx}{2t}$ juxta hoc

postremum theorema superioris numeri est vis mediæ distrahens Lunam a Sole; & huic vi distrahenti, quam elidit, ac vi msx retinenti Lunam in orbita æqualis gravitas Lunæ in Terram, quæ cum sit ad gravitatem in Terram g ,

ut r^2 ad x^2 , est $\frac{x^2g}{r^2}$, exhibet æquationem $msx = \frac{sx}{2t} = \frac{x^2g}{r^2}$, sive $\frac{x^3}{r^3} = \frac{g}{rs} \times$

$\frac{2t}{2mt+1}$ inventam ibidem, ex qua pro diversis valoribus m , $\frac{80}{81}$, $\frac{70}{71}$, $\frac{40}{41}$, in-

ventis a Newtono, Bernoullio, D'Alamberto per diversas methodos, eruta est distantia x in semidiametris r , 60. 24, 60. 26, 60. 32; ac parallaxis horizontalis Lunæ $57'$, $4''$; $57'$, $3''$; $56'$, $59'' \frac{6}{7}$, mutatione utriusque tam

exigua, licet in iis tribus valoribus m , ratio massæ Lunæ ad massam Terræ mutetur adeo immaniter; est enim $\frac{r}{80}$, $\frac{r}{70}$, $\frac{r}{40}$ ipsius; unde, cum ex parallaxes sint observationibus quamproximæ, & parallaxes Lunæ intra pauca secunda satis certo observari non possint, consequitur distantiam ipsam mediam Lunæ a Terra, quæ ex theoria gravitatis deducitur, consentire cum observationibus astronomicis, quantum fert earundem observationum natura, eamque multo accuratius, ac certius per theoriam ipsam definiti posse, determinato aliunde valore m , sive ratione massarum, quæ ratio hinc e contrario definiti accuratè non potest; distantiam autem ipsam conclusam jam esse intra arctissimos limites, etiam si non censeatur adhuc illa massarum ratio satis accuratè, & satis certo definita.

537 Facile autem ex valore $\frac{sx}{t}$ exhibente vim primam perturbatricem deducitur ejus ratio ad vim, quæ Lunam retinet in orbe suo circa Terram immotam, nimirum ad summam gravitatum Terræ in Lunam, & Lunæ in Terram juxta num. 521; nam ejusmodi vis esse debet sx ob ejus orbitæ radii x , & diviso $\frac{sx}{t}$ per sx , relinquitur quæsitæ ratio $\frac{1}{t}$. Ea ratio pertinet ad tempus quadraturarum, in quibus evanescente in fig. 54 LC , adeoque & LB , recta BA exprimens vim primam congruit cum distantia $LT = x$, ac habetur hujusmodi theorema. *Vis primæ perturbatrix in media distantia Luna a Terra, & Terra a Sole circa quadraturas est ad vim, qua concipitur retinere Lunam in orbe suo circa Terram habitam pro immota in ratione duplicata temporis periodici Lunæ ad tempus periodicum Terræ.* Ea ratio ex numeris temporum jam toties adhibitis evadit $\frac{1}{178.72}$, nec pendet, ut patet, a distantia Lunæ a Terra, nec a parallaxi, sed a solis temporibus periodicis. Ratio autem vis perturbatricis ejusdem ad vim minorem, qua Luna revera describit orbitam circa centrum commune gravitatis, obtinetur, diminuendo ejus fractionis denominatorem in ratione summæ massarum ad massam Terræ, adeoque si pro ea ratione assumatur 71 ad 70, erit $\frac{1}{170.20}$; ratio autem vis mediæ perturbatricis distrahentis Lunam a Terra, & minuentis gravitatem totam illius in hanc, quæ vis est dimidia vis primæ perturbatricis ad vim eandem, qua Luna retinetur in orbe suo circa centrum commune, sive ad gravitatem totam imminutam est $\frac{1}{352.40}$, & proinde ratio ejusdem ad totam gravitatem Lunæ in Terram $\frac{1}{353.40}$, & ratio totius vis primæ perturbatricis, quæ est hujus dupla, ad eandem gravitatem $\frac{1}{176.70}$, adeoque demum eadem ad gravitatem nostrorum corporum in superficie spheræ æqualis Telluri, ut 1 ad $176.70 \times 60.26 \times 60.26 = 641645$.

538 Potest hæc postrema ratio haberi minore ambitu; cum enim ea vis sit $\frac{sx}{t}$, & gravitas illa nostra g , est eadem ratio $\frac{sx}{t}$, ubi assumptis valoribus s , x , g ex num. 118, & posito $x = 60.26$, obvenit eadem ratio 1 ad 642351, discrimine exiguo orto ex fractionibus omissis in superioribus calculis ad obtinendam distantiam Lunæ, & vim adeo exiguam cum tanto majore gravitate comparandam.

539 Primam illam rationem $\frac{1}{178.72}$ pendentem a solis accuratissimè definitis temporibus periodicis Newtonus etiam eandem exhibuit pr. 25 lib. 3 expressam per $\frac{1}{178.29}$; & easdem dedit relationes reliquarum virium perturbatricium ad hanc, & hujus in casu expresso in theoremate num. 537 ad ipsam in re-

in reliquis casibus; sed ubi deinde utriusque vis perturbatricis effectum simul reducit ad vim, quæ Lunam distrahit a Terra, & ejus gravitatem minuit, adhibet & in pr. 3 lib. 3, ac ejus corol. & in corol. 7 prop. 38, non dimidium ejus vis, sed fere ipsam vim integram; auget enim vim in orbe in ratione $177 \frac{29}{40}$ ad $178 \frac{20}{40}$, sive ad $177 \frac{29}{40} \leftarrow 1$, ut obtineat vim totam gravitatis in orbe Lunæ; cum debeat ex vi media assumi $178 \frac{29}{40}$ ad $178 \frac{20}{40} \leftarrow \frac{1}{2}$. Id ipse videtur derivasse ex sua methodo determinandi motum apogei Lu-

naris, ubi satis vereor, ne duplex error, alter in ipsa methodo investigandi motum apogei, analogus illi, qui aliis summis viris principio imposuerat, exhibens motum ipsius apogei duplo minorem justo, alter in æstimanda vi media perturbatricis assumpta duplo majore justo, id effecerint, ut ipse censuerit motum medium apogei ipsius, cujus calculum vel non inivit, vel saltem non expressit, congruere cum theoria virium perturbatricium; sed ea de re fortasse aliquid inferius.

340 Hic interea statuendum illud, vim mediam, quæ Lunam distrahit, esse omnino dimidiam vis primæ perturbatricis, cujus idcirco dimidium, sive $\frac{1}{2}$ adhibendum omnino arbitror, ut adhibui, ad investigationem

gravitatis totalis, & distantiam Lunæ conciliandam cum theoria. Dimidium itidem adhibuit in perquisitione parallaxeos lunaris ex gravitatis theoria D. Mayer, licet de hoc, quem arbitror Newtoni errorem, mentionem faciat nullam saltem in eo loco, quem D' Alambertus profert sub finem suæ Lunaris theoriæ, nec ipse D' Alambertus, qui id ibi discrimen vidit inter ipsum, & Newtonum, ac Newtoni potius determinatione utitur, in ejus discriminis fontem inquisivit. Porro Newtonus partim e distantia Lunæ inde eruta, partim ex aliis elementis diversis a nostris, in eadem pr. 25 l. 3 deduxit rationem vis perturbatricis primæ ad gravitatem nostrorum gravium hic 1 ad 638092.6 aliquanto majorem nostra.

341 Pergendum jam ad ea, quæ habentur in adn. ad vers. 2159. Patent nimirum ex tam multis theorematis, quæ de hisce viribus demonstravimus, ea omnia, quæ ibidem proponuntur, ut illud, velocitatem debere esse minorem in quadraturis post actionem partis primæ vis secundæ, quæ in primo, & tertio quadrante minuit velocitatem angularem, majorem contra in syzygiis post contrariam ejus actionem in secundo, & quarto: vim autem majorem in quadraturis, in quibus eam prima vis auget, quam in syzygiis, in quibus eandem minuit excessus secundæ partis vis secundæ supra vim primam, & idcirco recedere Lunam, dum abit ad quadraturas, magis, quam sine iis viribus perturbatricibus recederet; accedere magis, dum redit ad syzygias, quam accederet; unde fiat, ut etiam si ejus orbis ex projectione, & gravitate in Terram debeat esse circularis, vires perturbatrices ipsum mutare debeant in ovalem productam axe majore transeunte per quadraturas.

342 Newtonus prop. 28 l. 3 inquisivit in rationem axium ejusdem ovalis hoc pacto: determinavit rationem celeritatum, quæ habentur in quadraturis post retardationem factam a prima parte vis secundæ, & in syzygiis post ac-

celerationem ejusdem; & rationem virium in quadraturis, ubi vis augetur a vi prima perturbante, & in syzygiis, ubi ipsa vis minuitur ab excessu partis secundæ vis secundæ supra vim primam. Inde invenit rationem curvaturæ orbis in syzygia, & in quadratura. Quoniam autem a syzygia ad quadraturam concipitur ipsam orbitam gyrare circa suum centrum eo motu, quo totum systema convertitur interea circa Solem; reducit alteram curvaturam ad eam, quam haberet orbis immobilis: hunc orbem concipit, ut ellipticum, & assumpta ratione curvaturarum, quam relatè ad suos axes debet habere ellipsis, & comparata cum ratione inventa per celeritates, & vires, determinat demum rationem ipsorum axium, & per eam determinat, quantum in orbe, qui sine viribus perturbatricibus esset circularis, debeat crescere ob ipsas vires perturbatrices distantia in quadraturis supra distantiam in syzygiis.

543 Hæc methodus rite procederet, si curva illa reducta, quam Newtonus ut ellipsim considerat, esset revera ellipsis, vel saltem si constaret in ea rationem curvaturarum esse eandem, ac in ellipsi eorundem axium. Ac id Newtonus nequaquam demonstravit, nec nisi casu aliquo accuratum esse potest illud, quod ea methodo inde deducitur: nam ut etiam supra innuimus, ovales diversæ eorundem axium diversas admodum habere possunt curvaturas in eorundem axium verticibus, quod admodum facile demonstratur. Simili methodo est usus Newtonus ipse in investiganda compressione Telluris; & ibi res successit, quia Mac-Laurinus demonstravit deinde figuram æquilibrii in casu homogeneitatis debere esse ellipsim conicam. Sed haud ita facile demonstrabitur, curvam, quam hic considerat, esse ellipsim; a cujus forma parum quidem abluet, cum & a circulo abjudat parum, sed poterit ab eadem plurimum etiam recedere in ratione curvaturarum. Nec desunt nunc quidem aliæ methodi inquirendi directè in formam orbis descripti vi gravitatis in Terram conjuncta cum illis viribus perturbatricibus supra definitis, & cum projectione, seu tangentiali vi ejusmodi, ut sine viribus perturbatricibus debeat haberi orbis circularis; sed ea fusius singillatim persequi, non est hujus instituti.

544 In adnot. ad versus 2221, & 2275 attingimus, quæ pertinent ad motum apogei lunaris, sive lineæ apsidum: primo loco occurrit theorema, quod Newtonus proposuit lib. 1 prop. 45, quod nimirum si aliud mobile describat quandam orbitam immobilem, aliud eandem mobilem circa centrum virium, differentia virium, quæ in iis binis casibus requiruntur, debeat esse in ratione reciproca triplicata distantiarum. Id quidem theorema facile accuratè demonstratur, sed facile est etiam ejus veritatem hoc pacto deprehendere. Concipiatur motus in curva mobili resolutus in duos, quorum priore describat mobile arcum curvæ immobilis, posteriore arcum circuli circa centrum virium, & vis requisita ad hunc posteriorem motum erit differentia virium. Porro cum area descripta tam in curva immobili, quam in mobili debeat esse constanti tempusculo constans, erit area etiam sectoris circularis constans, quæ cum sit productum ex dimidio arcu in radium, sive distantiam, erit is arcus, sive velocitas, reciprocè ut distantia. Est autem (num. 264 tom 1) vis in circulo directè, ut quadratum velocitatis, & reciprocè ut radius. Quare erit ea vis, sive differentia virium in orbita mobili, & immobili, in ratione composita ex reciproca duplicata, & ex reciproca sim-
pli-

pllici, adeoque erit in ratione reciproca triplicata distantiarum Q. E. D.
 545 Omittenda est hic nobis eadem expositio methodi, & demonstratio theorematis, quod ibidem innuimus, quibus Newtonus investigavit ipsum motum apsidum in orbibus ellipticis, qui sunt finitimi circulo, & invenit apsidem progredi, vel regredi, prout vis tota decrevit in ratione minore, vel majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum. Illud tantummodo innuam huic pertinens: Ubi vis tota non sit accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, is assumit formulam constantem binis terminis, quorum alter sit accurate in ea ratione, & alter in ratione reciproca triplicata. Huic formulæ aquat expressionem vis totalis, & determinat motum apsidum ex homogeneorum comparatione, posteaquam generaliter determinaverat, quæ motus orbitæ ellipticæ respondere debeat in casu binarum virium eas rationes reciprocam duplicatam, & triplicatam accurate servantium, data ratione vis alterius ad alteram in dato loco.

546 Porro hæc methodus duplici ex capite videtur mihi minus tuta, & erronea. Primo quidem, quod dum orbis circulis finitimos indiscriminatum assumit, eccentricitatem negligit, & terminos ab ea pendentes, in quo neglectu negligitur magna pars motus apsidum: sic ex termino seriei neglecto a Clairautio profluxit ille error, quem is ipse deprehendit, qui error ei motum apsidum dimidiaverat, uti diximus in adn. ad vers. 2275. Deinde videtur mihi erronea methodus Newtoni idcirco, quod solas vires considerat, non etiam velocitatem tangentialem, a qua eadem res pendet. Si mobile, quod in elliptici immobili movetur, debeat moveri deinde in eadem mobili cum data quadam ratione motus apsidum ad motum corporis; præter illam vim in ratione reciproca triplicata, oportet, accedat velocitatis tangentialis mutatio, quæ his velocitatibus motuum respondeat; nam si velocitas non mutetur simul ea ipsa mutatione, quæ ad rem requiritur, non describetur ea curva; quæ oritur ex motu composito in ea elliptici, & ex eo motu ellipseos ipsius.

547 Atque hinc puto ipsi Newtono obvenisse erroneam determinationem motus apogei lunaris. Dum enim mutatur vis Lunæ in Terram ob perturbationem ortam a vi solari, non mutatur & velocitas tangentialis illa ipsa mutatione, quæ requiritur ad motum in orbita mobili respondentem illi ipsi mutationi vis; ex quo, & ex illo eccentricitatis contemptu erroneam obvenire necesse est motum apogei, nisi forte fortuna se errores mutuo compensent.

548 Newtonus quidem posteaquam prop. 45 l. 1 suam illam methodum exposuit, gradum facit ad ea, ex quibus pendet applicatio ad Lunam in cor. 2, ubi illud habet; si vi decrevissent in ratione reciproca duplicata distantiarum addatur vis, quæ sit in ratione directa simpliciter, sit autem hæc $\frac{1}{357.45}$ illius, motum apsidum in singulis revolutionibus fore 1° , 31° , $28''$; atque in posterioribus editionibus addit illud *Apsis Luna est duplo velocior ceteris*; unde constat, ipsum ibi respexisse lunarem theoriam. In cor. 7 prop. 37 l. 3 ad habendam gravitatem Lunæ in Terram auget vim Lunæ in orbita per $\frac{1}{178.19}$ ob attractionem Solis, quæ Lunam distrahit, & citat corollarium 3 prop. 3 ejusdem libri, in quo corollarium idem incrementum adhibet, posteaquam in ipsa pro-

positione dixerat illud *Actio Solis*, quatenus Lunam distrahit a Terra, est, ut distantia Lunæ a Terra quamproxime, ideoque per ea, qua dicuntur in cor. 2. prop. 15 l. 1, est ad Lunæ vim centripetam, ut 2 ad 357. 45 circiter, seu ut 1 ad $178 \frac{29}{40}$.

549 Ex his patet, Newtonum censuisse, motum apsidum, quem habet Lunarum orbita, provenire a vi distrahente Lunam a Terra, quæ æquivalet parti $\frac{1}{178 \frac{29}{40}}$ vis Lunæ in Terram, & inde intulisse, vim mediam perturbatricem distrahentem Lunam a Terra ejusmodi esse, ac ideoque in perquirenda gravitate Lunæ in Terram addidisse ejusmodi vim. Porro vidimus superius, vim mediam perturbatricem non esse $\frac{1}{178 \frac{29}{40}}$, sed $\frac{1}{357 \cdot 45}$ ejus dimidiam; unde

de patet methodo adhibita a Newtono, si assumatur vis media perturbatrix non erronea, inveniri dimidium motum, ut & Clairautius dimidium invenerat methodo sua; adeoque erroneam esse Newtoni methodum, & correctionibus indigere: binos autem errores apud ipsum compensari, quorum alter situs est in erronea methodo exhibente dimidium ejus, quod exhibere debet, alter in valore vis mediæ perturbatricis, quam inde deduxit duplo majorem iusto.

550 Sunt, qui in explicando motu apsidum in alios errores incurrant: dicunt motum lineæ apsidum fieri contra motum in orbita in descensu ab apside summa, si vis sit major, quam quæ requiritur ad describendam orbitam immobilem, & conspirare cum ipso, si vis sit minor, ac rem sic expediunt.

F. 53 In fig. 58 si vis sit major, quam quæ requiritur ad deveniendum ex *A* ad *B*, devenietur ad distantiam *SC* minorem distantia *SB*; quod si orbita movetur directione contraria, quoddam ejus punctum *D* motu retrogrado per *DC* abibit in *C*, eritque corpus in puncto *D* orbitæ ita translata: contra vero si vis sit minor, erit mobile in *c* ultra *B*, quod si deveniat per arcum *de* punctum *d* motu conspirante, erit ipsum mobile in puncto *d* orbitæ mobilis.

551 Hæc theoria nec generalis est, cum non possit ullum orbitæ punctum devenire ad *C*, vel *c*, si distantia *SC* sit minor, quam *SP*, vel distantia *Sc* major, quam *SA*; & præterea erronea est ex hoc capite, quod motum apsidum inducat etiam pro casu, in quo nullus eorum sit motus. Si nimirum projiciatur ex *A* corpus directione perpendiculari ad *SA*, & velocitate tali, ut orbitam describat ellipticam vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, concipiatur autem addita vis altera priori semper æqualis, adhuc manebit ratio virium reciproca duplicata distantiarum, & describetur ellipsis, diversa quidem a priore, sed ejus apsidæ jacebunt in eadem illa recta *ASP*; adeoque nullus apsidum motus orietur adjecta hac nova vi. Id vero accidit, quia non omnia illius prioris ellipseos puncta adduci possunt ad puncta ellipseos posterioris motu illo orbitæ prioris, & si eo motu pars motus in orbita posteriore habiti explicetur per motum compositum ex motu in orbita, & motu orbitæ, erit mobile in apside novæ orbitæ, & acquirere maximam, vel minimam distantiam etiam, ubi non sit in apside orbitæ prioris.

552 Substituenda hic esset aliqua theoria genuina motus apsidum Lunæ, & ostend-

ostendendum eundem motum conspirare cum vi gravitatis; sed id quidem longam tractationem requireret. Hunc consensum calculo integrali maximè elevato approximationibus usi invenerunt Clairautius, D'Alambertus, Eulerus: eundem methodo multo expeditiore, & fere prorsus geometrica invenit Walmesleyus in opere impresso Florentiæ superiore anno 1758, quod inscripsit: De inæqualitatibus motuum lunarium, ubi a pag. 46 habetur elegantissima determinatio motus medii apogei lunaris. Is assumpta vi media perturbatrice distrahente $\frac{1}{357.45}$, invenit motum apogei annum 400, 40', 38", qui apud Holleyum in tabulis est 40°, 40', 43"; nimirum adhibita vi dimidia vis adhibita a Newtono, & ejusmodi, cujusmodi vis media habetur revera ex actione Solis, invenit motum medium conspirantem cum observato. Multo autem adhuc difficilior est determinatio motus veri ipsius apogei, qui motus variationes plurimas subit, jam directus, ut in syzygiis, jam retrogradus, ut in quadraturis; sed hæc itidem vix licet innuere.

553 Etiam in mea dissertatione de inæqualitatibus Jovis, & Saturni habentur formulæ cruxæ methodo synthetica pro motu apsidum, quæ facile applicari possunt ad lunares motus; sed id ipsam vix itidem licet innuere, & progrediendum est ad motum linearum nodorum, quem attigimus in adnot. ad vers. 2284. Verum & hic demonstrationes plures omittendæ necessario sunt, & illustrandum schemate opportuno id unum, quod Noster expressit versibus.

554 Sit in fig. 59 orbita lunaris *HFKE* inclinata ad planum eclipticæ, F. 59 quod fecerit in recta *Nn*; & si *TS* tendat ad Solem, erit *STN* planum eclipticæ, cui perpendicularia si sint duo plana, alterum transiens per *ST*, alterum ipsi *ST* perpendicularare, occurret illud quidem orbitæ lunari in recta syzygiarum *FE*, hoc autem in recta quadraturarum *HK*, ac si recta nodorum *Nn* non congruerit cum linea syzygiarum *FE*, efficiet cum linea quadraturarum *HK* binos angulos acutos, ut *HTN*, *KTn*. & binos obtusos, ut *HTn*, *KTN*. Invenit igitur Newtonus, ubicunque fuerit in utrolibet e prioribus Luna, ut in *L*, nodos progredi eorum motu conspirante cum motu Lunæ, ubicunque autem fuerit in utrolibet e posterioribus, ut in *l*, nodos e contrario regredi.

555 Fiat enim motus Lunæ *L* directione *ELH*, & arcus tempusculo infinitesimo describendus vi gravitatis in Terram sit *LA*, cujus chordula producta occurrat linearum nodorum *nN* in *C*. Binæ sunt vires perturbatrices, quarum altera agit secundum directionem *LT*, quæ cum jaceat in plano orbitæ *HLNE*, non educit Lunam extra planum ipsum, adeoque nec turbat positionem linearum nodorum, nec inclinationem orbitæ ipsius ad eclipticam. Altera vis perturbatrix agit directione parallela rectæ *TS*. Sit *AB* ejus effectus debitus tempusculo, quo describitur arcus *LA*, & si producat *BL* usque ad planum eclipticæ in *D*, erit *CD* parallela *AB*; nam per *BA* parallelam *ST* potest concipi planum parallelum plano eclipticæ, & intersectiones eorum planorum cum plano *ALB*, quæ debent esse *AB*, *CD*, debent esse parallele inter se. Erit autem *CD* contrariæ directionis respectu *AB*, cum jaceant hinc, & inde ab *L*, & jacebit *D* respectu linearum nodorum *TNC* ad eandem plagam, ad quam *A* respectu *TL*. Erit autem nova linea nodorum *TD*, nam orbita nova motu composito transibit per *B*, & ejus planum erit

BLT, ejus interfectio cum ecliptica erit *TD*, existente *CTD* motu lineæ nodorum in eo casu in consequentia.

556 At existente Luna in *l*, & effectu vis perturbatricis *ab*, si arcus *Nl* sit minor quadrante, jacebit & *c* ad partes *N* respectu *T*, & *cd* habebit eandem directionem, quam *ab*, jacente nova linea nodorum *Td* ad partes contrarias respectu *Tc*, & existente motu nodorum retrogrado. Similis figura applicata punctis omnibus arcuum *NH*, *nK* ostendit semper motum nodorum directum, & punctis arcuum *NK*, *nH* motum eorundem retrogradum.

557 Quoniam autem etiam inclinatio plani *LDT* ad planum eclipticæ *DTC* non erit eadem, ac inclinatio plani *LCT*; mutabitur etiam inclinatio orbitæ lunaris ad eclipticam. Omnes mutationes tam lineæ nodorum, quam inclinationis orbitæ ad eclipticam Newtonus rite persequitur, & determinat, & quod ad hanc pertinet in prop. 30 l. 3 determinat motum nodorum in orbita habita pro circulo, in pr. 31 motum in orbita elliptica, & in pr. 32 motum medium. Invenit autem illud in pr. 30, nodis existentibus in quadratura, & Luna in syzygia esse motum horarium nodi in orbita habita pro circulari $33''$, $10'''$, 33^{IV} , 12^V ; pro aliis casibus ductis *LO*, *LM*, *LG* perpendicularibus ad *TN*, *TF*, *TH*, fore motum horarium ad hunc, ut est factum ex iis tribus sinibus *LO*, *LM*, *LG* distantie Lunæ a nodo, a syzygia, a quadratura ad cubum radii *LT*; ac in prop. 32 invenit motum medium esse retrogradum, cum diutius is retrogradus sit, quam directus, eumque in anno sydereo esse 19° , $18'$, $1''$, $33'''$, qui ex observationibus est 19° , $21'$, $21''$, $50'''$: discrimen autem est minus parte trecentesima motus totius, quod ipsum discrimen is tribuit eccentricitati orbis lunaris, & inclinationi orbitæ.

558 Calculis accuratius institutis, & exactioribus methodis adhibitis, invenitur multo major consensus; sed angustiis pressi cogimur omittere omnem ejusmodi tractationem, ut & reliquas omnes inæqualitates, quarum nonnullas innumus in adn. ad vers. 2329. Earum omnium expositio, & demonstratio majoris molis opus requireret, nec angustissimis horum supplementorum finibus contineri potest. Quæ autem proposuimus, ad quoddam specimen admirabilis consensus theoriæ cum observationibus motuum adeo inæqualium, & prima fronte irregularium, abunde sunt.

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM SEXTUM

559 **Q**UÆ hoc libro continentur, vix amplo volumine satis illustrari possent; hic autem priores bini libri spatium jam omne huic tomæ delinatum surripuerunt. Quamobrem vix quidquam perstringemus, præter maxime necessaria ad intelligenda ea, quæ Noster proposuit, indicatis nonnullis aliis, quæ nexum cum iis arctiorem habeant.

S. I.

DE LIBRATIONE LUNÆ.

560 **A** versu 93 ad 303 agit Noster de libratione Lunæ, & initio quidem causas ejus indicat, tum illud persequitur, cur tempus conversionis Lunæ circa proprium axem sit æquale tempori conversionis Lunæ circa Terram.

561 Hoc in genere notandum illud. Affirmavit jam olim Jo. Dominicus Cassinus omnia macularum phænomena explicari, si assumatur, Lunam motu æquabili converti circa proprium axem, dum inæquali motu convertitur circa Terram ita, ut conversionum tempora æqualia sint: æquatorem hujus motus inclinari ad eclipticam in angulo graduum $2\frac{1}{2}$, puncta vero æquinoctialia coincidere cum nodis orbitæ lunaris ita, ut ecliptica semper interjaceat inter orbitam, & æquatorem lunarem.

562 Primam ex his tribus conditionibus expressit Noster a versu 159, & quidem æqualitas temporum evidenter deducitur ex eo, quod post tot sæcula eadem semper Lunæ facies obvertatur Telluri. Secunda, & tertia quam veræ sint, ego quidem adhuc ignoro. Cassinus observationes, ex quibus eam theoriam deduxit, nequaquam exhibuit; nec vero eo tempore observandi ratio co deducta fuerat, ut satis accuratas ad hanc determinationem observationes exhiberet. Fusc hoc argumentum pertractavit vir doctissimus Thobias Meyerus in suo tractatu de motu Lunæ circa proprium axem Germanicè edito, ubi & observationes habet plurimas plurium Lunæ macularum potissimum Manilii, & theoriam eruendi per tres ejusdem maculæ positiones inclinationem æquatoris, ac positionem punctorum æquinoctialium proponit, sed admodum implexam, & per approximationem tantummodo.

563 At id problema solutiones plures admittit directas, & expeditas tam per trigonometriam sphericam, quam per planam. Ego rem perfecti per calculum trigonometricum erutum ex constructione, quam jam olim proposui in dissertatione de maculis solaribus, & adhibui tria ejus observationum ternaria pertinentia ad annos 1748, & 1749, nimirum 11, 16, 17, Maii, 2, 10, 15 Julii, Dec. 27, Febr. 25, Mar. 4. Inveni autem inclinationes ex iis ternariis $20, 8' : 10, 22' : 10, 38'$, distantias puncti æquinoctialis ascendenti a nodo ascendente orbitæ lunaris $110, 48' ; 40, 1' ; -200, 13'$, exprimente signo positivo illud esse orientalius hoc, negativo vero occidentalius. Meyerus sua methodo ex secundo ternario invenit inclinationem $10, 40'$, distantiam a nodo $30, 36'$, errore plurimum minorum
exi.

exiguo in se, sed non ita exiguo respectu totius: adhibitis autem alia methodo, sed itidem eidem approximandi rationi inixa simul omnibus Manilii observationibus, & supposito utroque valore proximè constanti per integrum annum, invenit inclinationem 1° , $30'$, distantiam a nodo 3° , $46'$.

564 Et quidem, quod pertinet ad positionem punctorum æquinoctialium, ipsa, ob adeo exiguam inclinationem, satis certo definiti non potest, saltem per observationes Mayeri, in quibus singulæ distantæ a polo ne ab ipso quidem censentur certæ, nisi intra arcum, qui visus e Terra subtendat 5 secunda, adeoque contineat fere trientem lunaris circuli; nam satis exigua assumptæ distantie mutatione, mutatur plurimum positio punctorum æquinoctialium. Verum quod pertinet ad inclinationem multo accuratius, & certius definitur, quamobrem illud videtur colligi posse ex hisce determinationibus collatis inter se, & cum Cassiniana eam variabilem esse, ut & mutationi distantie a nodo, ac positionis in ecliptica favent deductiones, quas habuimus, utcumque minus certæ: optandum autem, ut institutis multis accuratioribus observationibus, quæ pertineant ad plures diversas positiones nodi orbitæ lunaris, hic motus, quem huc usque Astronomi nimis neglexerunt, certius definitur, ut de re tota iudicium ferri possit.

565 Cæterum si inclinatio æquatoris mutatur, simplex motus conversionis circa proprium axem ad librationem Lunæ explicandam non sufficit, ut itidem is solus non sufficit, si puncta æquinoctialia perpetuo mutant locum in ecliptica, quæ si re ipsa comitantur semper accurate, vel proximè nodos Lunæ ita, ut post longam conversionum seriem adhuc sint ipsis proxima, oportebit, ipsorum motus medius sit idem, ac motus medius eorundem nodorum, nec illud jam tantum, quod in adnotationibus diximus, mirum videbitur, & causam physicam requiret, revolutionem mediam circa se esse æque diurnam, ac sit revolutio circa Terram; sed etiam tempora media conversionum punctorum æquinoctialium, & nodorum æqualia itidem esse inter se.

566 Quod autem pertinet ad causam mechanicam prioris æqualitatis, quam proposuit Nuster, & exposuimus in adnotatione ad vers. 216, eam ibi sententiam Mairanio adscripsimus. Illud quidem mihi videbar cum adnotationes perferipsi jam impressas, dum hæc conscribo, memoria retinere, me eam sententiam vidisse alicubi in aliquo Mairanii opere, & cogitabam hic ipsum indicare locum, quem cum quaesierim, invenire non potui, ut idcirco jure etiam dubitare incæperim, an in eo sim falsus. Ubi vero in eam ipsam causam diligentius inquisivi, paullo alia mihi quidem ratione visum est deduci debere illud phænomenum ab inæquali textu partium Lunæ, vel a discrimine aliquo non exiguo a figura spherica, quæ omnia hic brevissimè indicabo tantummodo.

567 Et primo quidem, ut habeatur recessus aliquis a motu parallelo non sufficit discrimen in vi motrice, sive in pondere particularum æqualis molis, sed requiritur omnino discrimen aliquod in vi acceleratrice. Hinc si grave cujuscumque figuræ projiciatur utcumque in spatio non resistente impresso motu æquali æqualibus ejus particulis, abibit motu parallelo, & gravitas, quæ concipiatur itidem æque agere in qualvis æquales ejus particulas per lineas parallelas, nihil turbabit parallelismum motus ejus corporis, utcumque alicubi multo sit densus, & cum multo majore pondere, sive motrice vi, quam
alibi.

alibi . Corpus , quod habeat centrum gravitatis extra centrum figuræ , ubi in aqua demersum sit , idcirco ita suspenditur , vel descendit , ut pars ponderosior imum fundum conetur despiciere , quia quæ specificam gravitatem majorem habent , minus amittunt suæ vis pro ratione suæ materiæ , quam quæ minorem ; atque idcirco vim acceleratricem majorem habent . Hæc ratio eodem pacto Lunæ applicari non potest , utcumque diversa ponatur ejus densitas ; cum vis acceleratrix non pendeat a densitate , hæc turbetur a motu circa Tellurem eodem pacto , quo a fluido , in quo innatat corpus grave .

568 Hoc discrimen patebit multo magis , posteaquam indicavero , quo pacto eam ego rem concipiam , ubi quæ mihi genuina videantur hujus perquisitionis principia , paucis proponam . Transferatur huc theoria illa , quam superiore libro persecuti sumus pro motu Lunæ circa Terram perturbato ab actione Solis in fig. 54 , sed in ea referat jam S Terram , T centrum gravitatis $F. 54$ Lunæ , L particulam quamvis lunaris massæ . Hæc præter vim in Terram communem puncto T habebit binas vires alteram agentem directione LT in T , & proportionalem ipsi distantiæ LT , alteram agentem secundum directionem TF , TE perpendicularem plano , quod refert linea HTK habitata pro recta . Prima vis nullam conatur inducere conversionem circa T , secunda conatur utique eodem pacto , quo si grave per T suspensum sit , gravitas data directione agens , & pertinens ad omnia puncta ipsius sita extra directionem gravitatis transeuntem per punctum suspensionis sollicitat totum corpus ad conversionem circa axem aliquem , quæ conversio habebitur , nisi opposita virium momenta se destruant .

569 Verum longe alia hic erit oppositionis ratio , ac in casu gravis suspensi ; nam ibi quidem gravitas punctorum omnium dirigitur in eandem plagam , hic autem vis punctorum sitorum citra planum HTK dirigitur in unam plagam , vis autem punctorum jacentium ultra dirigitur in plagam oppositam . Si concipiantur puncta omnia jacentia in unico plano $HFKE$, actiones punctorum jacentium in angulis HF , KE ibi opponerentur , hic tendunt simul ad inducendam conversionem secundum directionem $HFKE$, dum actio punctorum jacentium in angulis FK , HE tendit simul ad inducendam conversionem oppositam . Adest autem etiam discrimen in ipsa magnitudine vis , quæ ibi est constans in punctis omnibus , hic est proportionalis distantiæ a plano HK .

570 Adhuc tamen si Luna sit globus homogeneus , facile perspicitur actionum contrariarum summam æqualem fore , neque ullam hic haberi debere conversionem , ut in globo gravi homogeneo per centrum suspeso nulla itidem haberi debet conversio . At si vel figura non sit spherica , vel densitas non sit homogenea , poterunt illæ summæ non esse æquales , adeoque haberi poterit determinatio ad conversionem . An autem habeatur conversio , & in quam plagam haberi debeat , data singularum particularum positione , & densitate sic facile definiri posset . Quævis particula ubicunque in tota massa jacens ultra planum HK , ut L' , concipiatur translata citra ipsum per rectam $L'T$ tantundem productam in L , quo pacto tota massa jacebit jam citra planum : hujus massæ jacentis ita citra planum particula quædam , ut F , retineat suam densitatem , reliquæ autem omnes concipiuntur attenuatæ in ratione suæ distantiæ LC a plano HK ad distantiam FT illius particulæ ab eodem plano .

plano. Massæ hoc modo redactæ inveniatur centrum commune gravitatis, quod si jacuerit in recta TS , nulla habebitur conversio: si autem jacuerit extra, conversio habebitur circa axem transeuntem per T perpendiculararem plano transeunti per id punctum, & per rectam TS . Nam omnia puncta L' translata in L idem ibi momentum exercebunt, quod in L' , ad conversionem ob directiones vitium in iis locis contrarias; & particula densior sita in L cum vi respondente distantia CL æque aget, ac particula tenuior cum vi respondente distantia FT . Quare motus fiet in eandem plagam, in quam fieret in ea massa uniformi gravitate prædita; in qua massa cum centro gravitatis debeat descendere ad rectam TS , debet motus fieri circa axem perpendiculararem plano transeunti per TS , & per id punctum, in quo plano nimirum fit ejus motus.

571 Verum ad inveniendam celeritatem ejus conversionis oportet, translatis omnibus particulis ulterioribus L' in L sine illa attenuatione, querere centrum oscillationis massæ ita primo reductæ considerando gravitatem in singulis punctis non constantem, sed proportionalem distantia LC a plano HK ; nam acceleratio motus circularis erit eadem, quæ esset in pendulo simplici determinato per distantiam centri oscillationis a puncto T . Hinc ad eam theoriam evolvendam requiritur determinatio centri oscillationis pro hypothese gravitatis etiam non constantis, de qua agendum erit tomo 4, ubi, uti promissimus tomo 1, ex genuinis principiis inquiremus in ipsum oscillationis centrum, cujus determinationes ex subsidiariis quibusdam principiis petitas sub finem ejus tomi dedimus tantummodo pro gravitate constanti. At difficultas determinationis etiam pro data massa, & positione particularum augetur ex eo, quod conversione ipsius circa T mutantur distantia particularum ipsarum a plano HK , & totius massæ positio respectu ipsius, quod mutat ipsas particularum vires, & pro diversis positionibus anguli diversam requirit centri oscillationis distantiam a puncto T .

572 Facile autem jam hic apparet discrimen hujus theoriæ a theoria solidi immergi in aqua. Sic $EHEK$ sphaera homogenea, in qua in H addatur massa utrumque densa; in hac theoria nulla habebitur sollicitatio ad conversionem, cum vis massæ additæ evanesceat evanescente distantia CL ; ejusmodi autem grave immersum in aqua statim converteretur ita, ut punctum H abiret ad rectam TS .

573 Ut vero appareat, quo pacto ex hisce viribus oriri possit phænomenum ejusdem proxime faciei lunaris respicientis Tellurem, concipiatur corpus lunare $EHEK$ non prorsus sphaericum, vel non prorsus homogeneum in ea positione, in qua centrum illud gravitatis num. 570 sit in recta TL congruente initio cum TF : motu ipsius Lunæ menstruo circa S per TH , linea TFS respectu ipsius Lunæ movebitur motu angulari circa T , & radius TF abibit versus TK directione HFK per omnes positiones intermedias recedendo ita a recta TL . Hinc illud centrum conabitur redire ad ipsam novam positionem lineæ TF , & punctum illud L superficiei lunaris, quod prius congruens cum F respiciebat Terram S , conabitur abire versus ipsum punctum F , quod Terram cum respicit, inducta hoc modo conversione quadam, qua semper eadem facies nitatur se Telluri obvertere, & vis hujusmodi motum angularem inducens par sit gignenda velocitati æquali illi, quam habet punctum F conversisque menstrua rectæ TS circa T , adeoque desinat augeri distantia punctorum

nam LE , & incipiat minui, donec etiam elidatur. Porro vis ejusmodi prius creverit in recessu rectæ TS a positione æquilibrii, tum decreverit, & potest evadere etiam negativa, sive motum urgere in partem contrariam; ubi oritur ingens complicatio casuum, quos hic evolvere non vacat.

574 Huc autem reducitur causa ejusdem faciei Lunæ obversæ semper Telluri, quam Newtonus innuit tantummodo in corol. propositionis 38 lib. 35 sed is Lunam concipit ut homogeneam, & inde illa propositione determinat figuram, quam ipsa Luna affectat spheroidis oblonge obversæ Telluri, quam si Luna initio habuit, debet illa materia redundans circa axem id efficere, ut axis ipse oscillet hinc & inde a recta Telluri obversa. Ut id pronius fiat, considerabimus hic casum simplicissimum rectæ lineæ, in cujus extremis punctis sint binæ massæ, quæ concipiantur connexæ per virgam inflexilem, & omni inertia carentem.

575 Sit ejusmodi recta LTL' , cujus medium T , ac recta $ETFS$ constanter respiciente Terram sit HTK recta quædam ipsi semper perpendicularis. Si LTL' congruat cum ETS , nulla erit vis ad conversionem; sed si jaceat in angulis HTF , ETK , uti figura exhibet, habebitur utique a viribus CL , $C'L'$ vis proportionalis rectæ CI urgens descensum obliquum versus positionem FTE , quæ vis in majore angulo LTF erit perpetuo major usque ad gradus 45, tum incipiet decrescere; & si LTL' congruat cum HTK , evanescet. In omnibus autem iis positionibus ea vis conabitur inducere motum angularem directione HFH . At si angulus LTF sit major recta, ut puncta L , L' abeant in quadrantes HE , KF , jam vis oppositam directionem acquireret, & conabitur inducere conversionem contraria directione KFH .

576 Jaceat recta LTL' in plano orbitæ lunaris, & per ipsam initio transeat directio TS : motu angulari puncti T , directione TH , abibit recta TS a positione TL directione HFH . Tum statim vis CI incipiet inducere motum angularem lineæ TL versus TF . Quoniam initio is motus erit perquam exiguus, erit utique minor motu rectæ TF , quæ ideo ab ipsa recedet, adeoque augetur vis urgens motum angularem rectæ TL , qui ideo crecescit motu plusquam uniformiter accelerato.

577 Si jam alicubi ante, quam angulus LTF fiat rectus, evadat celeritas ejus motus angularis æqualis motui angulari rectæ TF , eo motu continua ejusdem vis actione adhuc crescente, incipiet e contrario recta TL accedere ad TF , & ad ipsam deveniet, tum ad partem oppositam transcurreret, abeunte L in arcum EK , & celeritas motus angularis minuetur, donec velocitas angularis rectæ LT evadat iterum æqualis velocitati ipsius FT , quod fiet in eadem priorè distantia, si conversio rectæ FT concipiatur æquabilis. Inde vero velocitate rectæ TL adhuc imminuta eadem accedet ad TF , & sic circa ipsam perpetuo oscillabit. Habebitur nimirum conversio mediæ rectæ TL æqualis conversioni mediæ rectæ TF , sed eadem hinc & inde ab ipsa TF oscillabit, celeritate ejus conversionis jam imminuta, jam aucta.

578 Quod si recta TL recedat per quadranteis a recta TF ante, quam ii motus angulares fiant æquales, abibit ipsa recta TL in angulum HTA , ubi opposita virium æqualium actione ejus motus angularis minuetur per eandem gradus, per quos creverat, & in impulsu L ad E evanescet.

579 Si congruente LT cum FT habeat massa motum angularem aliquem
alium.

aliunde in eadem directione parum differentem a motu rectæ FL , vis multo minor sufficit ad inducendam æqualitatem: nam relicta TL post TF ubi habuerit motum minorem, aget vis CL ad accelerandum ipsum, vel eam progressa, ubi habuerit motum majorem, aget eadem jam contraria ad ipsum minuendum, & citius ad æqualitatem perducet elisa differentia motuum medianorum, & inducto motu medio æquali motui rectæ TF . At si is motus angularis impressus rectæ TL fuerit multo major motu rectæ TF , vis autem CL exigua; tum abibit punctum L ad K , imminuta quidem perpetuo velocitate circulari puncti L , sed non extincta, quæ deinde per arcum KE crescet iterum, ac proinde habebitur conversio integra rectæ TL circa TF velocitate tantummodo variata magis, vel minus pro quantitate illius vis; quod quidem accidet multo magis, ubi velocitas rectæ TL impressa fuerit in partem contrariam.

580 Hic posterior casus pertinet ad Planetas primarios, quorum conversio, saltem eorum, in quibus ea deprehendi potuit, circa proprium axem est multo velocior, quam conversio circa Solem, vis vero perquam exigua erit etiam, si concipiatur tota eorum massa redacta in illa bina puncta L , L' , ob exiguam diametrum respectu distantia a Sole, quæ multo minor evadet ob eorum formam sphericam, & evanescet, si vel homogenea sit massa, vel ita distributa, ut contrariæ actiones se elidant; atque idem & Terræ debet accidere respectu Lunæ ob majorem celeritatem motus diurni, ob exiguam Lunæ massam, & ob materiam circa centrum fere æqualiter distributam, quod e pluribus indicis colligitur. Priores autem binæ ex hisce tribus causis applicari possunt etiam Jovi respectu suorum satellitum, ac secunda Saturno quoque respectu suorum. Idcirco Planetæ primarii nec Soli, nec suis secundariis eandem semper faciem obvertent, motum autem circa proprium axem habebunt nonnihil variabilem, sed parum admodum, si inæqualitas omnium actionum provenientium ab omnibus viribus CL fuerit exigua.

581 Prior ille casus exhiberet Lunam, si tota ejus massa redacta esset ad illa duo extrema puncta; nam ejus exigua distantia a Terra id efficit, ut in eo casu illa vis sit multo major, quam quæ requiritur ad inducendum motum circularem, qui evadat æqualis motui circa Tellurem, antequam deveniatur ad quadrantem; sed ut reducatur ad Lunam juxta Newtoni theoriam, oportet concipere non virgam inertia carentem, sed globum, qui connectat, non massas in binis punctis constitutas, sed dispersas per totam superficiem, quo pacto vis minuitur plurimum, & dum dividitur effectus per totam massam globi, pene totus evanescit; nam in illa Newtoni prop. spheroidis elevatio est tantummodo pedum 187 pars utique nimis exigua respectu totius Lunæ. Quamobrem omnino necessarium arbitror adhibere etiam inæqualitatem densitatis, & motum primitivum aliquem initio impressum, ac parum recedentem a motu circa Terram; sed ea omnia calculos requirunt admodum sublimes, & fere inextricabiles, ad accuratam determinationem.

582 Insistendo casui virgæ cum duabus massis, illud addam tantummodo, si recta LL' jaceat in plano orbitæ lunaris, & ipsum planum sit immotum, conversionem inductam debere fieri constanter in plano.

583 Atque hic quidem patens admodum aperitur campus investigationi, ut determinetur omnis motus primo quidem binarum massarum LL' , ac-

que

que id ipsam cum conversione imp' ressa secundum quamcumque directionem, qui casus facilius ad calculum reduci potest, tum plurium massarum, atque id cum conversione impressa secundum quamcumque directionem, & conferatur theoria cum observationibus circa macularum loca, quæ, ut huc usque habentur, indicant variationem tam inclinationis, quam positionis punctorum æquinoctialium; verum multo accuratiores requiruntur observationes, ut initio diximus. Credo autem omnino illud, a principiis, quæ hic exposui, petendam esse omnem explicationem, & determinationem librationis Lunæ; ipsam enim Lunam aliis viribus non agitari præter gravitatem in Solem, & Terram, videtur omnino deduci a consensu motuum ejusdem cum theoria gravitatis generalis, qui eo major invenitur in dies, quo magis ipsa theoria excohitur, inæqualitas autem virium in Solem pertinentium ad diversas particulas nihil ad sensum turbare poterit motum angularem inductum a vi in Terram, cum eæ ob tantam a Sole distantiam tanto minores sint. Sed nobis hic in eo diutius immorari non licet.

§. 2.

DE PRÆCESSIONE ÆQUINOCTIORUM,
ET NUTATIONE AXIS.

584 **D**E hoc argumento egimus cum Nostro ab adnot. in versum 345 usque ad adn. in vers. 449. Id etiam argumentum exigit longiorem tractationem, & sublimes methodos; pendet autem a theoria centri rotationis spontaneæ, connexa cum theoria centri percussionis, & oscillationis, de quibus agemus juxta meam theoriam virium tomo 4, ubi, si locus adfuerit, indicabimus etiam, quæ huc pertinent. Hic tantummodo innuam, qua ratione Newtonus progressus sit ad præcessionem æquinoctiorum determinandam, & in quo ejus theoriam corrigendam censeat D'Alambertus.

585 Newtonus omnem hanc præcessionem æquinoctiorum repetit, uti diximus in adnotationibus, ab inæqualitate virium, quas exercent Sol, & Luna in illam quantitatem materiæ terrestris, quæ redundat supra globum inscriptum illi spheroidi compressæ ad polos, cujus figuram habet Terra ob rotationem diurnam. Pertractat autem id argumentum post prop. 38 lib. 3, ubi prius quidem præmittit quædam Lemmata pertinentia ad virium comparationes, tum partim ex theoria motus nodorum Lunæ, partim ex earum virium consideratione deducit quantitatem motus medii præcessionis æquinoctiorum.

586 Ut hæc omnis ejus ratio intelligatur, referat in fig. 54 HFKE sectio F. 54 nem Telluris factam per polos, quæ in æquatore LL' assurgat in formam spheroidis ellipticæ, sit autem homogœna ejus materia, uti eam Newtonus considerat, & recta EFF tendat ad Solem S. Singulæ ejus particule, uti L, habebunt vires perturbatrices secundum TL, & CL, quarum prima nullam contendet inducere conversionem, contendet autem secunda, uti & in superiore paragrapho vidimus, eritque proportionalis distantie cujusque particule a plano HK, & particule quidem, quæ fuerint in angulis HTE, ETK
nitau-

nitantur inducere conversionem directione HFK , quæ vero in angulis KTF , ETH , directione opposita. Quod si diameter æquatoris $L'L$ obvertatur Soli S , vires omnium particularum in angulis illis prioribus erunt æquales viribus in hisce posterioribus ob similem positionem respectu rectæ EF , & HK ; si vero diameter æquatoris $L'L$ recedat a linea EF , oportebit concipere sphæroidem divisam in partes duas, quarum altera sit globus inscriptus, altera materia redundans in forma cuiusdam annuli lati, vel cuiusdam veluti duplicis pilei: hinc, & inde ad polos perpetuo attenuati. Facile patet, sphærx materiam fore itidem in æquilibrio; at redundantis materiæ vires erunt majores in illis angulis, in quibus illa æquatoris diameter jacuerit, ut hic in angulis HTE , ETK , ubi nimirum crassitudo pilei maxima in L , & L' rotationem in eandem plagam inducit.

587 Circa harum virium considerationem Newtonus ante prop. 39 præmittit in posterioribus editionibus tria lemmata, & unam hypothesim. Lemmate 1. habet illud, vires ejusmodi in ea sphæroide elliptica niti ad inducendam conversionem circa axem perpendicularem plano transeunti per polos æquatoris terrestris, & Solem; vim autem totam, & efficaciam ad circumagendam Terram particularum omnium uniformiter distributarum per æquatoris peripheriam in formam annuli, ad vim, & efficaciam particularum totidem sitarum in æquatoris puncto L , quod maximè omnium distat a plano HK , esse ut unum ad duo. Lemmate 2. habet illud, vim totam, & efficaciam particularum omnium sitarum extra globum in illis binis velut pileis ad vim, & efficaciam totidem particularum distributarum uniformiter per totam peripheriam æquatoris in morem annuli fore, ut 2 ad 5. Lemmate 3. habet illud, motum Terræ totius compositum ex motibus omnibus particularum circa eum axem fore ad motum annuli prædicti circa eundem axem in ratione, quæ componitur ex ratione materiæ in Terra ad materiam in annulo, & trium quadrantum quadrantis peripheriæ cuiusvis circuli ad duo quadrata diametri, quæ secunda ratio est, ut 925275 ad 1000000.

588 Hisce propositis, ac demonstratis circa ejusmodi vires, & motum, qui debet esse earundem virium effectus, proponit hypothesim pertinentem ad theoriam motus nodorum, quod nimirum si is annulus, Terra sublata, solus in orbe annuo circa Solem ferretur, & interea circa axem suum ad planum eclipticæ in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ inclinatum motu diurno revolveretur; idem foret motus medius punctorum æquinoctialium, sive is annulus esset fluidus, sive constaret ex materia rigida, & firma. Nodi quidem singularum particularum in casu fluidi jam progredierentur, jam regrederentur, sed post integras conversiones excessum regressus supra progressum haberent æqualem omnes; in casu autem solidi impedito progressu haberetur semper continuus regressus æqualis motui medio regressui, sed actiones ex illo nexu profluentes se mutuo elidere ita, ut effectus medius sit idem cum ipso, qui esset sine ipso.

589 Jam vero in prop. 39 sic progreditur ad determinandam præcessionem æquinoctiorum. Primo quidem ex theoria motus nodorum Lunæ assumit motum medium eorundem nodorum, quem Luna haberet, si moveretur in orbe
circu-

Circulari ad distantiam mediam a Terra, quem ponit $20^{\circ}, 11', 46''$. Deinde ex eadem theoria habet illud, si Luna spatio diei sideris, quo nimirum Terra diurnam suam conversionem absolvit, juxta superficiem Terræ revolveretur, motum annum nodorum fore ad $20^{\circ}, 11', 46''$, ut est dies sideris horarum 23, 56' ad tempus periodicum Lunæ dierum 27, hor. 7, 43' sive ut est 1436 ad 39343. Quamobrem motum ex hac proportione erutum attribuit annulo continuo in periphæria æquatoris sito, nulla adhuc habita ratione inclinationis æquatoris ad Eclipticam, quæ minuit vim, & effectum in ratione radii ad cosinum ipsius: eam imminutionem neglexerat, ubi egerat de Lunæ nodis ob ipsius exiguitatem (nam inclinatio orbitæ lunaris ad Eclipticam est proxime graduum 5) & indicaverat tantummodo in ipso sine prop. 22; hæc autem ejus rationem habet post totum calculum, cum inclinatio sit tanto major, nimirum graduum $23 \frac{1}{2}$.

590 Ut a motu ejus annuli transeat ad motum Terræ ei annulo adhærentem, considerat illud, motum ipsum, dum ob adhærentem hanc debet communicari toti etiam Terræ, fore minorem pro ratione motus ipsius annuli ad motum totius Terræ ab eo inducitur. Concipit igitur materiam in annulo æqualem toti materiæ, quæ ob figuram spheroidalem habetur in Terra supra globum inscriptum, & assumpta ratione diametri æquatoris ad axem 130 ad 129 invenit rationem materiæ in globo ad materiam in annulo, ut 52441 ad 459, adeoque ex lem. 3 motum annuli ad motum globi in ratione composita ex 459 ad 52441, & 1000000 ad 925275, sive ut 4590 ad 485223, adeoque motum annuli ad summam motuum ut 4590 ad 489813. In hac igitur ratione imminuto motu annuli, invenit, illum fore ad $20^{\circ}, 11', 46''$ in ratione composita ex ratione 1436 ad 39343, quæ habebatur prius, & hac nova 4590 ad 489813, nimirum in ratione 100 ad 292369. Hunc autem motum adhuc minuit ex lem. 2 in ratione 5 ad 2 idcirco, quod materia illa non est collecta in unicum annulum, sed dispersa per totum spatium ab æquatore ad polos, quo pacto demum invenit motum annuli oriundum a Sole $9'', 56''', 50''''$.

591 Hunc jam minuit in ratione radii ad cosinum $23^{\circ} \frac{1}{2}$ inclinationis nimirum hujus annuli ad eclipticam, quo pacto ipsum reducit ad $9'', 7''', 20''''$.

592 Hæc illi est præcessio æquinoctiorum orta a Sole: definitæ autem ex phænomenis æstivi marini actionem Lunæ ad actionem Solis in ordine ad ejusmodi effectus esse, ut 44815 ad 10000, unde illi consequitur motus a Luna oriundus $40'', 52''', 52''''$, adeoque tota præcessio æquinoctiorum oriunda ab utraque causa $50'', 00''', 12''''$.

593 Mirum sanè, quam bellè hæc determinatio congruat cum phænomenis Naturæ; nam 50 secundorum proxime est media æquinoctiorum præcessio annua, quam Astronomi per observationes determinarunt; & quidem methodus ipsa expedita, & elegans videtur primo aspectu ad rem ipsam aptissima; ac multas contra totam solutionem hanc difficultates D'Alambertus movet in introductione ad tractatum de præcessione æquinoctiorum.

594 Primo quidem, ut in adnotationibus dictum est, censet demonstratione positiva indigere illud, quod Newtonus assumit, motum medium nodorum regentis annuli debere esse eundem, ac motum medium nodorum se-

rici lunularum a se invicem disjunctarum, quam tamen æqualitatem ipse demonstrat.

595 Deinde difficultatem habet in compressione Telluris, quam Newtonus assuit $\frac{1}{230}$, cum eam censcat D'Alambertus assumendam $\frac{1}{178}$ ex observationibus graduum, quæ major compressio majorem deberet effectum gignere, & proinde consensum Newtonianæ determinationis evertere. Verum ex iis, quæ de figura Telluris diximus, constat adhuc incertam esse compressionis quantitatem: Newtonus autem in fine addidit & illud, si Terra magis compressa sit, oportere ad eundem gignendum effectum, sit densior prope centrum; quanquam, ut pariter vidimus, ubi de Telluris figura agebatur, id theorizæ opponitur, cum major densitas prope centrum requiratur minorem compressionem, non majorem, ut Clairautius invenit, & ibidem ostendimus.

596 Præterea ipse majorem adhuc difficultatem habet in ratione actionis Solis ad actionem Lunæ. Hanc Newtonus eruit e phenomenis ætus marini methodo, quam & ipse D'Alambertus, & alii minus accuratam censcat, Ea ratio requirit massam lunarem respectu massæ terrestris esse $\frac{1}{40}$ circiter, quam Daniel Bernoullius alia ratione, de qua agemus infra, ubi de Maris ætu, invenit $\frac{1}{70}$, D'Alambertus potius $\frac{1}{80}$, & alii fere omnes minorem agnoscunt, quam Newtonus statuerit.

597 Hac ad hypotheses pertinent, sive data, quibus solutio inicitur, & calculus; at in ipsa geometrica ratiocinatione difficultates habet D'Alambertus, censens male a Newtono assumi motum nodorum annuli in æquatore sitæ ad motum totius materiæ dispersæ ab æquatore ad polos in ratione summæ virium, quæ habentur in uno casu ad summam in alio; ac præterea male distribui motum nodorum annuli inter ipsum, & globum, cui adhæret, quam distributionem Newtonus desumit a summis motuum: demum Newtonum omisisse considerationem motus diurni ipsius globi, quæ tamen ita influat, ut ejus ratione habita, & habita ratione omnium virium, quæ agunt, præri debeat ex sola actione Solis 24 secunda præcessionis æquinoctiorum: annuæ, quod nisi Lunæ actio statuatur multo minor, quam apud Newtonum habetur, totalem effectum redderet multo majorem, quam observationes exhibeant.

598 Hinc alia methodo in ipsam æquinoctiorum præcessionem inquiri D'Alambertus, idque ita, ut ei produat ex eadem solutione tam præcessio æquinoctiorum, quam nutatio axis, quæ partim provenit ab inæqualitate ipsius præcessionis, partim a mutatione anguli, quo inclinatur æquator terrestris ad eclipticam. Angustiz, quibus præmimur, non sunt hic litæ dirimere, sed nec singula singillatim persequi, & sola evolutio methodi, qua D'Alambertus est usus, ac eorum, quæ plures alii ad eam quæstionem pertinentia protulerunt, in longum abiret nimis, & justum fere opus exigere. Quamobrem inuam pauca tantummodo, ac primo illud inveniri a D'Alamberto, polos æquatoris terrestris juxta theoriam gravitatis non debere describere circellum, quem Bradleyus proposuit, sed exiguam ellipsim, cujus axes sint proxime ut 3 ad 4, quod quidem cum tota semidiameter circelli sit secundo-

rum proximè 9, exiguum a medio duorum circiter secundorum discrimen afferre potest: inveniri præterea ab eodem ex eo, quod præcessio æquinoctiorum debeat viribus conjunctis Solis, & Lunæ, nutatio autem soli Lunæ, actionem Lunæ ad actionem Solis esse tantummodo ut 7 ad 3, quod illi obvenit, quæcunque lege inæqualem ponat densitatem in accessu ad centrum, quin immo, etiam, si ponatur figura æquatoris elliptica, certa quadam ratione, & meridianorum itidem elliptica, uti definivit in dissertatione edita in Commentariis Parisiensibus anni 1754, ubi nullo longius promovet perquisitionem hanc, quam in suis perquisitionibus de Mundi systemate itidem longe promoverat.

599 Illud quoque adjiciam, ubi agitur de definienda quantitate absoluta præcessionis æquinoctiorum, ex materia, quæ supra globum accollitur ob figuram Terræ compressam, rem pendere tantummodo a parte solida; nam actio, quæ in ipsam partem solidam agens, inducit mutationem in positione æquatoris terrestris, agens in partem fluidam, uti sunt maria, quæ pars potest ipsi actioni obedire, sine motu inde inducto in globum solidum, parit æstum maris, de quo mox. Si tota materia redundans supra globum esset fluida, nulla haberetur præcessio æquinoctiorum, quæ cæteris omnibus stantibus erit major, vel minor, prout minor, vel major erit pars fluida respectu solidæ; cumque ignorata Oceani profunditate ignoremus omnino & quantitatem, & positionem ejusmodi fluidi; nunquam penitus accuratè, quæ huc pertinent, definiiri poterunt, quanquam admodum probabile est, satis exigui esse Oceani massam respectu totius extantis solidi.

§. 3. Ad notam in vers. 582.

DE CAUSA MECHANICA MARINI ÆSTUS.

600 **P**Hænomena marini æstus exposuimus in adnotationibus cum Nostro a versu 449. Illustranda sunt hic per Geometriam, quæ ad causas pertinent. Causa est actio Solis, & Lunæ orta ex viribus perturbantibus, quæ in fig. 54 agunt directionibus *LT*, *CL*, & quarum prima est proportionalis ipsi distantie *LT* a centro, secunda ipsi *CL* distantie perpendiculari a plano *MK*, de quibus fuse egimus a num. 531. Patet ex iis, quæ ibi demonstrata sunt, summam earum virium in *F*, & *E* distrahere a centro *T*, in *H*, & *K* premere versus ipsum. Hinc si consideretur actio Luminaris unius existentis in *S*, figura produci debet in axe *EF*, qui respicit ipsum Luminare, & contrahi in toto circulo maximo, qui transit per *H*, & *K*, & mutata positione axis directi ad Luminare, debet mutari locus maximæ elevationis, quod parit reciprocactionem marini æstus. F. 54

601 Et quidem Mac-Laurinus invenit illud, quod diximus, cum de figura Telluris ageremus num. 203, fluidum homogeneum, cujus particule se invicem trahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, habeant autem tria virium genera, quarum primum directionem habeat perpendicularem ad axem quandam transeuntem per centrum, & sit proportionale distantis ab ipso, secundum directionem habeat perpendicularem ad planum quoddam

transiens per idem centrum, & proportionem itidem habeat distantiarum eandem, tertium vero directionem habeat transeuntem per centrum, & sit proportionale distantie ipsi, debere id fluidum induere figuram spheroidis ortæ ex ellipsi conica, in qua vis in axe ad vim in æquatore sit, ut est vis in hoc ad vim in illo, quod & ego aliquanto contractiore methodo demonstravi in postremo opusculo voluminis de Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem.

602 Pertinet id quidem generaliter ad figuram Terræ consideratæ, ut homogeneæ, & fluidæ, habita ratione & motus diurni, & harum binarum virium perturbatricium; ast ibi rationem habuimus tantummodo gravitatis, & vis centrifugæ ad eruendam pro figura Telluris formulam, quæ habetur num. 228 neglecta harum virium perturbatricium actione, quæ nimis exigua est respectu reliquarum. Hic ubi in maris æstum inquiritur, & consideratur sola mutatio figuræ, quam vires perturbantes inducunt, poterit omitti consideratio vis centrifugæ, & considerari figura Telluris, ut spherica sine actione virium perturbantium, ac determinari mutatio, quam inducent solæ illæ binæ vires perturbatrices; nam mutatio, quæ inducitur in spheroidem spheræ proximam, a mutatione, quæ induceretur ab iisdem viribus in eam spheram, parum admodum differre itidem potest.

603 Et quidem hic methodo haud absimili illi, qua usi sumus pro figura Telluris orta ex vi centrifuga rotationis diurnæ ad eruendam formulam pro ellipticitate inde orta, liceret eruere formulam pro elevatione, quæ debetur hisce viribus perturbantibus etiam in hypothese densitatis nuclei solidi diversæ a densitate fluidi ambientis assumpta ratione vis solaris perturbatricis ad gravitatem. Verum multo facilius res perficietur ope illius ipsius formulæ inventæ num. 228, in qua posita differentia semiaxium ellipsos genitricis $= x$, semiaxe nuclei solidi $= r$, ratione vis centrifugæ sub æquatore ad gravitatem $\frac{n}{m}$, ratione densitatis fluidi ad densitatem solidi $\frac{t}{q}$, & posito semiaxe ipso nuclei æquali semiaxi spheroidis, est $x = \frac{q}{nr} \frac{nr}{2m \left(1 - \frac{3t}{5p} \right)}$.

Eadem formula inserviet pro hisce viribus perturbatricibus, si $\frac{n}{m}$ exprimat rationem, quam habet summa virium contrarias perturbaciones inducentium in fig. 54 in H , & F ad vim gravitatis.

604 Id facile deducitur ex eo, quod & vis centrifuga, & hæc vires perturbatrices in singulis canalibus TH , TF agant in ratione distantie a centro, ac proinde, si concipiatur in canali tendente secundum axem spheroidis TF vis nulla, & in canali TH vis premens æqualis vi prementi ibi, & vi distrahenti in TF ; nimirum tripla vis prementis in HT , res eodem redibit, ac si consideretur in TF sola ravitas, & in TH vis analogæ vi centrifugæ: formula nimirum eadem obveniet, & solum, ob directionem vis prementis in centrum contrariam vi centrifugæ distrahenti, exprimet x productionem, non contractionem figuræ in axe.

605 Hinc autem substituto hoc novo valore pro n , & reliquis manentibus, habebitur huiusmodi theoremata: *elevatione aqua sub Sole orta a vi solari perturbante ad elevationem Telluris sub æquatore ortam a motu diurno*

no erit tam in hypothesi nuclei spherici homogenei, quam in hypothesi densitatis diversa, ut est vis centrifuga ex motu diurno ad triplam vim Solis perturbatricem primam, directam in centrum Terra.

606 Porro hujusmodi ratio facile invenitur; nam per num. 265 tomi I, juxta theoriam virium pertentium ad motus circulares, si semidiameter Terræ dicatur d , & tempus motus diurni, sive dies sidereus t , distantia Terræ a Sole D , & annus sidereus T , erit vis centrifuga motus diurni, ad vim, qua Terra retinetur in orbe annuo, ut $\frac{d}{tt}$ ad $\frac{D}{TT}$. Est autem hæc posterior vis ad vim primam perturbatricem in L vel H , ut ST ad TL , sive TH , nimirum ut D ad d . Igitur vis centrifuga ad primam vim perturbatricem ut $\frac{Dd}{tt}$ ad $\frac{Dd}{TT}$, sive ut TT ad dd nimirum in ratione duplicata anni siderei ad diem sidereum.

607 Hinc igitur habetur hujusmodi theorema: *Ut quadratum anni siderei ad triplum quadratum diei siderei, ita elevatio sub æquatore orta a motu diurno ad elevationem marium, quam pro altu marino gignit solæ actio solaris.* Est autem annus sidereus dierum 365 hor. 6. 9': dies autem sidereus hor. 23. 56'; elevationem autem sub æquatore ex motu diurno n. 404

statuimus $\frac{1}{248}$ semidiametri æquatoris, quam numer. 402 invenimus pedum

19668203; unde calculo inito profluit elevatio ex motu diurno pedum 79307, & elevatio ex vi solari æstum gignente proxime pedis 1 digitorum 8. Newtonus, qui adhibet elevationem sub æquatore ob motum diurnum

$\frac{1}{230}$, ac adhibet semidiametrum æquatoris aliquanto majorem, adhibito etiam ambitu paullo longiore ad eruendam rationem, quam habet vis

centrifuga ad vim perturbatricem solarem, invenit elevationem pedis 1 & digitorum 11 aliquanto majorem hac nostra, sed utraque pendet ab assumptis nondum satis accuratè definitis.

608 Progreditur Newtonus, & quærit rationem vis solaris ad vim lunarem methodo, quæ huc reducitur: elevatio aquarum in syzygiis est summa effectuum Solis, & Lunæ, uti vidimus in adnotationibus in hunc locum, & in quadraturis differentia: dicatur vis Solis S , vis Lunæ L , elevatio in syzygiis a , in quadraturis b , eritque $L + S : L - S : a . b$. Est autem $2L$ summa, & $2S$ differentia priorum terminorum. Igitur erit $2L$ ad $2S$, sive L ad S , ut $a + b$ ad $a - b$; nimirum *vis Lunæ ad vim Solis est, ut summa effectuum, qui habentur in syzygiis, & in quadraturis, ad eorum differentiam.* Porro pro hisce effectibus adhibet observationem Struonii, qui in syzygiis invenit Bristolii elevationem pedum circiter 45, in quadraturis 25; unde a , & b essent, ut 45 ad 25, sive ut 9 ad 5, quibus numeris substitutis habetur vis Lunæ ad vim Solis, ut 14 ad 4, sive ut $3\frac{1}{2}$ ad 1. Sed Newtonus adhibitis pluribus eorum numerorum reductionibus demum delabitur ad rationem 4. 4815 ad 1; & inde eruit elevationem a Luna oriundam pedum 8 digitorum 7, & ab utraque vi conjuncta elevationem pedum circiter 10. Inde autem itidem progreditur ad definiendam densitatem Lunæ ex

theoremate, quod demonstraverat cor. 14 prop. 66 lib. 1; quod ejusmodi vis Lunæ ad vim Solis sit, ut densitas Lunæ ad densitatem Solis, & cubus diametri apparentis illius ad cubum hujus; ex ratione autem densitatum progreditur etiam ad rationem massarum.

609 Verum ea methodus definiendi rationem actionum videtur minus accurata, cum admodum diversa invenitur in diversis locis ratio elevationis in syzygiis ad elevationem in quadraturis, quæ quidem pendet a pluribus circumstantiis in superficie marium tot solidis partibus interrupta, præterquam quod in aperto itidem mari perseverantia motus impressi ab actionibus præcedentibus turbat rationem effectuum. Atque idcirco Daniel Bernoullius longe alia methodo aggressus est eandem determinationem, quam eruit e solutione problematis, de quo mentionem fecimus in adn. ad vers. 646, ex qua fluxit etiam tota illa constructio, quam exposuimus ibidem.

F. 61 610 Problema est hujusmodi; referat in fig. 61 *QLq* sectione Telluris factam plano transeunte per Lunam, & Solem, in quorum directione fiat diametri *LL*, *SS*, ac utriusque Luminaris actiones tendant ad mutandam formam circulearem in ellipticam mutationibus exiguis; quaeritur punctum *G*, in quo summa elevationum supra arcum circulearem respondeoriam binis actionibus sit omnium maxima.

611 Ille quidem analyticam solutionem exhibet, & ex ea deducit corollaria, quæ Noster est persecutus, at ego geometrica methodo primum facile invenio illud, elevationem in *L*, vel *S* ad elevationem debitam alteri puncto cuilibet proveniente ab actione Lunæ, vel Solis esse, uti est quadratum radii ad quadratum cosinus distantie ejus puncti ab *L*, vel *S*. Inde autem consequitur, ibi haberi ejusmodi maximam summam, ubi quadrata cosinum arcuum *GL*, & *GS* ducta singula in singulas actiones totales Lunæ, ac Solis simul sumpta exhibeant maximam summam. Tum tribus theorematibus utor pertinentibus ad Geometriam elementorum infinitesimalium; primum est, ubi quaeritur maxima summa duarum quantitatum, debere differentias ipsarum æquales esse, unde mihi profluit illud, debere differentiam cosinus arcus *LG* ad differentiam cosinus arcus *SG* esse, uti est actio totalis Solis in *S* ad actionem Lunæ in *L*; secundum est, differentiam quadrati esse duplum productum ex differentia lateris & ipso latere; tertium est esse radium ad sinum, uti est differentia arcus ad differentiam cosinus. Ex his tribus theorematibus ablatis differentia arcuum *LG*, *SG*, quæ est eadem, & radio; mihi provenit maximum, ubi producta ex sinibus, & cosinibus arcuum *LG*, *SG*, sive, quod eodem redit, ubi sinus duorum eorundem arcuum fuerint e contrario, ut sunt actiones totales in *S*, & *L*. Quamobrem remanet arcus datus *LS* secandus in *G* ita, ut sinus dupli alterius segmenti ad sinum dupli alterius sit in ea ratione data. Id autem methodo satis expedita deduco ad constructionem, quæ sequitur.

612 Secetur radius *LC* in *A* in ratione actionis Solis in *S* ad actionem Lunæ in *L*. Centro *A*, radio *AL* describatur circulus occurrens diametro *LL* in *B*. Ducatur ejus chorda *BD* parallela diametro *SS*. Per *C*, & *D* ducatur diametret *ff*, & sectis bifariam arcibus *LE*, *lf* in *G*, & *g*, ea puncta exhibebunt maximum quaesitum: arcus autem *Lf*, *lf* bifariam secti in *H*, & *h* exhibebunt e contrario minimum.

613 Aptissima est hæc constructio ad calculum numericum incundum, ubi ratio actionum totalium innotescat: Ducta enim AD satis constat angulum LAD , duplum ABD , sive LCS fore summam angulorum ADC , ACD trianguli CAD , cujus latera AD , AC sunt, ut actiones Solis, & Lunæ. Habebitur enim ex Trigonometria per ejus trianguli resolutionem hujusmodi theoremata. Ut summa actionum ad differentiam, ita tangens elongationis Lunæ a Sole ad tangentem arcus, qui ablati ab ejusmodi elongatione exhibebit duplum arcus quasi LG .

614 Ex eadem autem constructione facile eruentur etiam casus omnes, ac mutationes positionis axis maximæ elevationis Gg respectu axium Ll , Ss , quos tres axes Notter considerat, ac appellat primum quidem axem Terræ, secundum axem Lunæ, tertium axem Solis. Concipiatur ut immotus axis Ll , dum axe Ss recedente ab ipsius positione post Novilunium (nam ab eo distat versus Occidentem, quantum locus Solis distat a loco Lunæ, sive quantum Luna respectu Solis progreditur in Orientem) recedit etiam axis Gg , ac consideretur horum motus, & relatio ad se invicem, ac cum ipso Ll : sententur autem bifariam semicirculi Lsl , Lsl in Q , & q :

615 II axes in Novilunio congruunt, ut patet: post Novilunium axis Solis Ss abit in Occidentem respectu axis Lunæ Ll , donec in prima quadratura delatis punctis S , s ad q , Q fiat ipsi perpendicularis, abeunte nimirum Luna in Orientem, donec ab eo distet per quadrantem. Interea vero punctum D percurreret semicirculum LDB , & puncto S appellente ad q ipsum D appelleret ad B . Nam ob angulum LBD æqualem LCS , & terminatum ad circumferentiam habebit arcus LD duplo majorem numerum graduum & minorum, quam arcus LS ; discedet autem D in eandem plagam, in quam abibit S , & semicirculum percurreret, dum S percurreret quadrantem Lq : idcirco etiam percurreret D secundum semicirculum BdL , dum S percurreret secundum quadrantem ql : hoc autem percurrente quadrantem tertium lQ , & quartum QL , iterum D percurreret semicirculum LDB , & deinde BdL .

616 Quod si, ut phænomena ostendunt, actio Solis sit minor, quam actio Lunæ, erit LA minor, quam CA , & proinde C jacebit extra circumulum $LDBd$, & puncto D existente in primo semicirculo LDB , punctum F , adeoque & G jacebit ab L versus q extra ipsum, ac ipso D existente in secundo semicirculo BdL , jacebit F , & G ab L versus Q itidem extra ipsum. Erit autem LF semper minor, quam LS in primo semicirculo, nam angulus BCD , quem metitur LF , internus, & oppositus, erit semper minor, quam ABD , sive quam ipsi æqualis LCS , quem metitur LS , & idcirco ipso initio magis recedet ab L punctum S , quam F , & multo magis, quam G ; erit autem GS major, quam GF , adeoque major, quam LG ; nimirum locus maximæ intumescentiæ erit propior loco Lunæ, quam loco Solis in primo quadrante mensis lunaris, quod & pro tertio quadrante habet eandem vim subeunte s locum S ; & in secundo, ac quarto, abeunte s in quadrantem lQ , erit itidem maxima intumescencia propior loco Lunæ, quam loco Soli opposito.

617 Porro excurrente puncto D per semicirculum LDB , patet punctum F initio quidem recessurum ab L semper magis, donec CF evadat tangens ipse circuli, quo casu LF erit distantia puncti F ab L omnium maxima, tum recedente adhuc magis D ab L , & accedente ad B incipiet F regredi ad L , in

quod incidet, ubi D abibit in ipsum B abeunte S in prima quadratura in q . Deinde abeunte D in semicirculum BdL eodem ordine retrogrado abibit F in arcum LQ , recedendo ab L , donec in eadem distantia maxima fiat iterum CD tangens, ac deinde in ulteriore accessu D ad L accedet ad ipsum F & F , ac in ipsum recidet in ipso appulsu S ad l , iisdem vicibus redeuntibus in reliquo lunationis dimidio. Et eadem vices habebuntur in motu punctorum maximæ intumescentiæ G, g , quæ puncta in singulis lunationibus peragent binos itus, & reditus singula circa locum Lunæ L , & ipsi oppositum l oscillando hinc, & inde ab iis punctis. Quater autem cum ipsis congruent, bis nimirum in binis syzygiis, & bis in binis quadraturis, sed in illis movebuntur directione QLq in Occidentem, in his directione opposita in Orientem; nec difficile est perspicere velocitatem motus ibi fore maximam in media nimirum oscillatione, quæ in maximis illis excursionibus in infinitum decesset.

618 Porro maximus excursus facile invenitur, si consideretur, ubi recta CD evadat tangens, angulum CDA fore rectum, adeoque fore CA ad AD , ut est radius ad sinum anguli ACD , sive arcus LF , nimirum duplæ elongationis maximæ LG . Inde enim eruitur hujusmodi theorema, *Ut est vis Lunæ ad vim Solis, ita radius ad sinum duplæ maximæ elongationis*. Inde vero colligitur & illud, quo major fuerit actio Lunæ respectu actionis Solis, eo minorem fore ipsam elongationem maximæ intumescentiæ a loco subjecto Lunæ.

619 Is autem casus maximæ elongationis habebitur, ubi distantia ipsius maximæ intumescentiæ a loco Solis, sive arcus GS fuerit graduum 45. Nam ab angulo externo LAD , quem metitur arcus LD , sive duplus arcus LS , demendo angulum ACD internum & oppositum, quem metitur arcus LF , sive duplus LG , remanet angulus alter internus ADC , qui in casu contactus est rectus. Quare ab LS demendo LG , remanebit arcus GS metiens dimidium rectum, adeoque graduum 45.

620 Et ex his quidem patent omnia, quæ hinc in adnotationibus sunt dicta, & ex iis consequuntur explicationes posteriores phænomenorum, in quibus nihil fere occurrit, quod illustratione aliqua indigeat, præter id, de quo hic nos æturos promissimus in adn. ad vers. 945, pertinens ad singularem positionem tractus marini inclusi, in quo in certa Lunæ positione nullus habetur æstus ad certum littus, quæ de re paullo inferius; nam interea proderit notare illud, quod omnem hanc Newtonianam theoriam marini æstus mirum in modum commendat, & fluit ex illa Bernoulliana problematis solutione.

621 Nimirum cum ex inertia fluidi intumescentiæ maxima debeat accidere aliquanto post, quam vires possant, ad plures autem portus unda ipsa deveniat serius per longiora itinera, etiam in syzygiis & quadraturis hora maximæ intumescentiæ non erit in ipso appulsu Lunæ ad Meridianum, sed alia hora alibi. Hæc hora haberi poterit pro hora quadam lunari media intumescentiæ maximæ, quæ in aliis portibus erit alia. Porro extra ejusmodi tempora æstus anticipabunt, vel posticipabunt momentum maximæ intumescentiæ respectu illius horæ mediæ, prout punctum illud G fig. 58 jacuerit respectu L ad Occidentem, vel Orientem; tempus hujus anticipationis, vel posticipationis exhibebitur ab arcu illo LG , qui data distantia Lunæ a Sole in-

venitur per theorema supra propositum in nostra problematis solutione, reducendo ipsum ad tempus lunare, quo nimirum Luna motu diurno tantum arcum percurrit. Id tempus erit quedam æquatio demenda, vel addenda horæ mediæ, ut habeatur hora vera, & hæc æquatio erit communis proximè omnibus iis portubus.

622 Porro haberi horam mediam diversam pro diversis Galliæ portubus, & æquationem communem omnibus, deductum jam fuerat initio hujusæ sæculi a Cassino ex observationibus institutis jussu Academicæ Parisiensis, & mediarum horarum, ac æquationum regulæ inde deductæ, ac editæ jam fuerant, cum Bernoullius eandem æquationum tabulam computavit ex theoria ipsa per solutionem problematis, quod proposuimus, quam in eadem dissertatione hic in adnotationibus indicata exhibet, intra pauca minuta consentientem cum Cassinianis regulis, consensu sane admirabili in phænomeno, quod & vehementiores venti, & locorum constitutio, & aliæ plures accidentales causæ facile admodum perturbare possunt.

623 Data ex observationibus æquatione maxima, & redacta a lunari hora ad arcum circuli, facile definitur ratio vis lunaris ad vim solarem, quæ est, ut radius ad sinum dupli ejus arcus, juxta theorema paullo superius erutum. Verum etiam data quavis æquatione pertinente ad datam distantiam Lunæ a Sole, potest eadem ratio inveniri regressu facto in theoremate, quod erui-mus ex solutione generali, ac ex ipsa differentia intervalli inter binos æltus consequentes in syzygiis, & quadraturis, erui potest ea ratio si minus accuratè (nam ea momenta æltuum nunquam penitus accuratè observari possunt, & sæpe perturbantur ab aliis causis, ut innuimus) ut saltem proximè; & ejusmodi methodo Bernoullius invenit rationem actionis Lunæ ad actionem Solis,

ut 5 ad 2, ac inde eruit Lunæ massam $\frac{1}{70}$ massæ Telluris; ea vero deductio facile fit ope hujus theorematis; *Massa Luna ad massam Terra est in ratione composita ex ratione simplici actionis lunaris exposita ad actionem solarem, & duplicata mensis periodici lunaris ad annum sidereum*, quod theorema facile demonstratur. Sed hæc innuisse sit satis.

624 Quod pertinet ad casum singularem illum, quem exposuimus in adn. ad vers. 245, rem hic absolvemus methodo diversa ab Euleriana. Sit in fig. 62 F. 62 PpB circulus, cujus diameter AB perpendicularis ad Pp . Per quodvis ejus punctum D transeat ellipsis parum ab ipso abludens $FDEG$, cujus semiaxis major CE sit radius CA productus, quæ quidem secabit arcum Ap in puncto H ita, ut sit arcus AH æqualis AD . Si radius AI occurrens ipsi in K abscindat arcum AI , cujus sinus sit duplus sinus AD , convertatur autem tota figura circa axem Pp ; superficies $DAHE$ generabit solidum æquale solido genito ab HKI . Hoc theorema haud difficulter demonstratur ope geometriæ infinitesimalis, vel calculi, sed ipsam demonstrationem hic omittimus ob angustias, quibus coarctemur; inde autem, quæ huc pertinent, facile deducuntur.

625 Referat enim Pp meridianum terrestrem quandam, & sit $DLNM$ sectio maris contenti sinu clauso binis meridianis proximis, & binis parallelis transeuntibus per D , & I . Illo momento temporis, quo Luna sita in æquatore, & syzygia, puncta maximæ intumescentiæ in ipso æquatore di-

stant

stant a puncto A per quadrantem, debebit superficies illius aquæ disponi in formam arcus circularis DAI . Proredientibus illis punctis, debebit eadem assumere formam ellipsoeos parum a circulo recedentis cum ea conditione, ut spatium contentum nova superficie, & fundo sit æquale priori, ut nimirum eandem aquæ quantitatem contineat. Hinc si ellipsis ejus speciei, quæ responderet tali distantia cuicumque, sit FEG ; & transeat per D superficies nova, in quam aqua illa conformabitur, erit ipsa $DEHK$. Nam forma meridiani proximi meridiano PAP , debebit esse proxima ejus formæ, adeoque superficies erit proxime eadem, quæ haberetur facta conversione superficiæ DEX circa axem Pp , & spatium $DAHE$ æquale erit spatio HKI inter illos meridianos contento; adeoque, & totum spatium $MNLDEHKM$ æquale toti $MNLDEHKM$. Quare asurget quidem aqua in A per AE , depressurum autem in I per KI , sed in D , & H perseverabit in eadem altitudine; & in tota conversione res eodem modo habebitur, aqua $DEHA$ post maximam intumescens abeunte in HIK , sine alteratione elevationis in D .

626 Si arcus AI non fuerit ingens, arcus ipse erit proxime duplus, existente duplo ejus sinu; atque adeo id accidet proximè, ubi mare duplo plus excurrat in Austrum, quam in Boream, uti in adnotationibus diximus. Eulerus hunc casum dupli sinus invenit pro spatio arcto & longo, nimirum binis proximis meridianis incluso; sed ibidem multo generalius problema resolvit, in quo alia plura ad æstum marinum pertinentia, & scitu dignissima continentur. Hic postremo loco notari potest illud; in mari ita clauso eodem momento temporis haberi elevationem in A , quo habetur depressio in I sub eodem meridiano, dum si tota Terra esset fluida, & arcus DI non ingens, per totum ipsum arcum ubique elevatio haberetur simul, & simul ubique depressio. Impedimenta, quæ solidarum partium occursum parit, æstum phænomena variant plurimum. Sed hæc itidem innuisse sit satis.

627 Æstui maris responderet æstus atmosphære, de quo in adn. ad vers. 1003 promissimus hic ostensurus, quod pertinet ad elevationem ipsius atmosphære oriundam ab eadem causa, a qua æstus maris oritur. Daniel Bernoullius censuit elevationem debere esse eo majorem elevatione aquæ, quo minor est aeris densitas densitate aquæ; sed in eo vir sane summus humani quidpiam est passus. Vidimus nimirum num. 228 differentiam axium contineri formula $\frac{nr}{2m - 1 - \frac{3r}{5p}}$, quæ exprimit ellipticitatem, si $\frac{2n}{m}$ sit ratio vis centrifugæ ad gravitatem, sed eandem, ut paullo supra hic diximus, eam exprimit pro æstu, si $\frac{2n}{m}$ sit ratio actionis Luminarium ad gravitatem, ubi r exprimit semidiametrum Terræ, & $\frac{r}{p}$ rationem densitatis fluidi ad densitatem solidi, quæ quidem formula convenit cum ea, quam longe alia methodo & Clerautius, & D'Alambertus invenerunt.

628 In ea formula stantibus valoribus reliquis, & mutata sola densitate fluidi r , erit valor formulæ reciprocè, ut $1 - \frac{3r}{5p}$, sive reciprocè ut $5p - 3r$. Si valor r decrescat, valor $5p - 3r$ crescet, adeoque valor formulæ ipsi recipi-

reciprocus decreſcet, non creſcet. Hinc major atmofphæræ tenuitas non auget, ſed minuit ejuſ æſtum. Si aqua ſit ad ſenſum ejuſ denſitatis, quæ eſt media Terræ denſitas, erit pro ipſa $t = p$ & $5p - 3t = 2p$; ſi autem ſit in immenſum minor, ut eſt aeris denſitas, evaneſcente $3t$ fiet $5p - 3t = 5p$. Erit igitur intumeſcentia in hoc ſecundo caſu, ad intumeſcentiam in primo, uti eſt 2 ad 5, minor non major.

629 Quoniam autem ita exiguus eſt æſtus maris, perquam exiguus erit etiam æſtus aeris, & in hoc ſenſu accipiendum eſt id, quod hic Noſter expreſſit, & in adnotatione innuimus; nimirum æſtus tenuiſſimi fluidi erit perquam exiguus, ut eſt exiguus æſtus fluidi magnæ denſitatis, quam habet aqua; nam ex illis ipſis hypotheſibus, quas hic expoſuimus in adnotatione, amandata nimirum in centrum materia nuclei redundante ſupra denſitatem æqualem fluidi, eruitur formula ſuperior, quæ variata ratione denſitatis t ad p non remanet ejuſdem valoris, ſed mutatur; mutatur tamen ita, ut relinquat contra id, quod Bernoullius propoſuerat, minorem potius, quam majorem atmofphæræ æſtum; ſed in æſtibus exiguis paucorum nimirum pedum dici quodammodo hic poterit, *aque ſe exagitant*, nimirum parum admodum & aqua, & aer.

§. 4. Ad notam in verſ. 1403.

DE COMETARUM CAUDIS.

630 **A**Ntequam ad Cometarum caudas delabatur Noſter, agit de convectione Planetarum circa proprium axem, & de atmofphæra Lunari attingens præcipua capita de more. In iis, quæ ipſe proponit, nihil eſt, quod ulteriorem declarationem, & geometriam, ac calculum penitus requirat, quamquam utrumque argumentum longiorem hic tractationem admitteret, ſi liberiorem haberemus excuſſionibus campum; quamobrem ad Cometarum caudas faciemus gradum.

631 De iis egimus ab adnot. in verſum 1403, & in iis, quæ perſecuti ſumus, per figuram geometricam clariora ſient duo potiſſimum; primo quidem illud, quod in hac adnotatione occurrit, de inclinatione, & curvatura caudæ. Sit in ſig. 60 S Sol, CGA portio exigua orbitæ cometice, & dum Co-
meta progreditur ex C in A , ſumus egreſſus in C aſcendat recta a Sole per
 CD , ſumus autem egreſſus ex G per GE . Tractus ſumi non dirigitur ad partes oppoſitas Soli S per rectam AK continuationem rectæ SA , ſed deſſect ab ipſa per AED ad partes C , quas nucleus relinquit. Ea eſt deviationis cauſa.

632 Si ſumus aſcenderet motu ad ſenſum uniformi ex C per CB , ex G per GI , tractus AIB eſſet rectilineus ad ſenſum. Nam exiguus arcus CGA eſt itidem ad ſenſum rectilineus, & percurritur motu uniformi, eſt autem GI ad ſenſum parallela CB . Quare eſſet GI ad CB , ut tempus per AG , ad tempus per AC , ſive ut ipſa AG ad AC : nimirum alternando AG ad GI in ratione conſtanti AC ad CB ; unde ob ſenſibilem paralleliſmum rectarum CB , GI ſequitur punctum I eſſe in recta AB . Sed ſi celeritas aſcendendo minuatur, tum vero accepta AG infiniteſima, vel perquam exigua, aſcenſus GE erit
xqui-

æquipollenter, vel proximè, ut AG , & initium ductus continget illam rectam AB , quæ in casu ascensus uniformis exprimeret directionem caudæ: verum assumpto majore intervallo AG ascensus GE magis deficiet a recta GI , & proinde habebitur curva quædam AED , cujus tangens erit AB , & cavitas respiciet plagam C , ex qua Cometa venit, adeoque convexitas illam plagam, in quam tendit; uti in ea adnotatione est dictum.

633 Quod si ascensus esset potius acceleratus, tum vero tractus GF , CH essent majores, quam GI , CB , qui sunt debiti motui uniformi, adeoque curvatura respiceret partem oppositam, atque id proposuimus in adnot. ad vers. 1442, ad excludendam sententiam, quæ impulsui radiorum Solis tribuit ascensum vaporum Cometicorum efformantium Cometarum caudas. Nam cavitas caudæ respicit semper partes, quas Cometa deserit, quæ tamen ingens esse solet in Cometis satis accedentibus ad Solem, ubi discrimina densitatum atmosphæræ solaris, per quas vapores transeunt, majora sunt, ac velocitas Cometæ major, & directio motus magis divergens a recta transeunte per Solem, & Cometam, majorem deviationem caudæ parit a directione Soli opposita, sine qua curvatura non habetur; si enim Cometa staret, vel rectè in Solem descenderet, aut a Sole ascenderet, nec deviatio exposita caudæ haberetur, nec curvatura.

634 In ascensu vaporum nos hic non habuimus rationem motus, quem vapores habebant prius cum nucleo, cujus habet rationem Newtonus de his agens, nam hic statim perit totus, cum ascensus vaporum protrusorum ab atmosphæra Solis ibi gravitante magis in Solem, quam ipsi gravitent, ostendat, ipsos esse in medio densiore, in quo ideo amittunt citissimè ob ejus resistantiam omnem motum sibi impressum, & ascendunt solum ob continuam actionem præponderantis atmosphæræ solaris; sed ob ipsam ejusmodi resistantiam, & actionis diminutionem ascendunt motu retardato, non accelerato.

§. 5. Ad notam in vers. 1891 &c.

DE VORTICIBUS.

635 **P**osteaquam de Cometis egit Noster, proponit difficultates nonnullas, quæ contra gravitatis generalis theoriam proferri solent, quas nos exposuimus in adnotationibus ab adnotatione in vers. 1696. Multa essent, quæ eo pertinentia proferri possent, ad evolvendas æquivocationes eorum, qui ignari theoriz, & destituti calculo, geometria, mechanica, necessariis ad eruenda, vel etiam percipienda consecraria theoriz ipsius ineptas objectiones congerunt; verum in iis immorari non licet. Nec vero quidquam in iis adnotationibus occurrit, cujus explicationem uberiores referavimus supplementis, & quod sine uberiore ipsa expositione satis intelligi nequaquam possit. Quamobrem faciemus gradum ad ea, quæ ad vortices pertinentia illustratione indigent.

636 De vorticibus agere cœpimus in adn. ad vers. 1891, de quibus, quæ referavimus hic illustranda, jam persequemur. Primo autem loco occurrunt ea, quæ dicta sunt in adn. ad vers. 1968, de directione vis centrifugæ in vortice.

E. 63 Sit in fig 63 Pp axis vorticis sphericæ, cujus centrum C , æquator AB .
Quod-

Quodvis punctum D positum extra planum æquatoris ipsius describet circulum non maximum, cujus diameter DF parallela AB , & centrum alicubi in E in ipso axe Pp extra centrum C . Quare vis centrifuga, quæ oritur ex eo motu, dirigetur ad partes contrarias puncto axis E , non centro C , & corpora, quæ ab ista vi centrifuga debeant trudi ad partes oppositas, tendent ad punctum axis E , non ad centrum C . Atque idcirco corpuscula, quæ in vitrei rotundi vasis aqua pleni vertigine versus medium protruduntur in experimentis, non sphericam, sed cylindricam assumunt figuram.

637 Ex iis, quæ ad hanc difficultatem dissolvendam sunt dicta, de quibus hæc aliquid promissimus, seligemus duo, quorum alterum Hugenius protulit in Diatriba de causa gravitatis, alterum Bulefingerus in Dissertatione de causa physica gravitatis generali, quæ a Parisiensi Academia præmium retulit anno 1723.

638 Hugenius censuit, ex collisione continua particularum vorticis debere illud sequi, ut particulæ ipsius singulæ directionem motus mutant post exiguos tractus, qui haberi possint pro arcibus circulorum maximorum, adeoque vim centrifugam habeant directam ad centrum, diversæ autem particulæ habeant diversas motus directiones, ut idcirco non transferant secum in aliquam determinatam plagam, sed tantum cogant descendere corpora fluido gyranti immersa. At præterquam quod fluidum ejusmodi, quod pressione orta ex vi centrifuga posset gignere tantum descensum gravium, deberet multo magis corporibus ipsi immersis resistere; illi exigui motus in omnem plagam, non est, cur fiant in arcibus circulorum maximorum potius, quam circulorum minorum, quorum arcus exigui itidem ad rectas accedunt, ut arcus circulorum maximorum, vis autem centrifuga dirigitur extra centrum spheræ. Quin etiam ille motus ita temere excitati sæpe peragentur in lineis ad sensum rectis, in quibus nulla est vis centrifuga, & multo sæpius in arcibus aliarum curvarum jacentium in positionibus admodum diversis a positione arcuum circulorum maximorum.

639 Bulefingerus autem censuit rem expediri posse per duplicem rotationem, ejus exhibendæ & machinam excogitavit. Inclusit globum circulo BpB inferens ejus axem punctis Pp ita, ut motum circularem posset acquirere celerem circa eum axem, dum interea ipse circulus infixus polis A, B circa eosdem haberet conversionem æquè celerem. Censuit autem, ea duplici rotatione motum compositum puncti cujusvis assumpti in eo globo debere fieri in circulo maximo, adeoque vim centrifugam debere dirigi ad partes ipsi centro oppositas, & gravitatem e contrario ad centrum idem, ac machinam exhibituram in materia levi ad centrum abacta formam sphericam, sed machinam nondum acceperat ab Artifice, cum dissertationem transmisit.

640 Præter difficultatem a resistantia repetitam, & omnibus communem vorticibus, illud hanc explicationem funditus evartit, quod demonstravi jam olim, & edidi, nimirum viam a singulis punctis globi motu illo composito descriptam non fore circulum maximum, immo nec circulum, sed curvam altiorem, cujus projectio sit gradus sexti. Et quidem idcirco machina pluribus in locis confecta ad exemplum ab ipso propositum sphericam in centro figuram nequaquam exhibuit.

641 In sequenti adnotatione affirmavimus celeritatem, quæ vim centrifugam habeat gravitati terrestri æqualem, fore 17 vicibus majorem celeritate motus diurni; quod quidem ibidem satis accuratè est demonstratum.

642 Quod attigimus in adn. ad vers. 2031 de Cassiniana conciliatione vorticum cum motu elliptico, & arcibus æqualibus, huc redit. Referat in fig. 64 *ABCD* orbitam Mercurii: ut arcus *ASB*, *BSC*, *CSD*, sint æquales æqualibus temporibus, censuit Cassinus id obtineri posse, si materia vorticis ex uno sectore eadem in alium transeat, adeoque idem occupet spatium. Præter alia multa, quæ contra ejusmodi hypothèsim obijci possunt, illud in hac adnotatione proposuimus, primo in ejusmodi hypothèsi omnes particulas fluidi, quæ semel fuerint in eadem recta, debere itidem semper esse in eadem recta. Id patet, si assumantur sectores infinitesimi; nam materia, quæ simul fuit in sectore quovis *ASB*, semper erit in alio quovis *CSD*; sectores autem imminutis in infinitum angulis in rectas abeunt. Id autem est contra vorticium naturam, in quibus particule remotiores lentius moventur, non celerius, uti illa communis angularis conversio requireret.

643 Secundo loco diximus, utrumque id habere locum possit pro orbita intima, non posse applicari orbitis reliquis. Sic *ABCD* orbita Mercurii, & *EFH* orbita Veneris, & sint arcus *ASB*, *CSD* æquales productis rectis *SA*, *SB*, *SC*, *SD* in *E*, *F*, *G*, *H*, non erunt æquales sectores *ESF*, *GSH*; nam ob diversam ellipsis speciem, & apheliorum positionem anguli ad focum *S* requisiti ad habendas areas æquales in orbitis diversis diversi sunt. Si *A* sit aphelium Mercurii, *G* aphelium Veneris, quæ aphelia a se invicem distant per 54 gradus, ac arcus *ASB*, *CSD* æquales sint, angulus *CSD* debet esse major angulo *ASB*, ob *SC*, *SD* minores *SA*, *SB*; erunt autem & *SG*, *SH* majores, quam *SE*, *SF*, adeoque *CG* major, quam *AE*. Quamobrem area *GC DH* erit major, quam *EABF*, & tota *GSH* major, quam *EAF*, nec ideo simul poterit transferri & fluidum *ASB* in *CSD*, & *ESF* in *GSH*.

644 Accedit, quod in orbe sphærico æqualitas fluidi non pendet a puris arcibus in uno plano positis: accedit inclinatio planorum ad diversas orbitas pertinentium: accedit resistentia, quam Cometæ sentirent: accedunt alia plurima, quæ hanc peculiarem vorticium correctionem evertunt, ut reliquis.

645 In adnot. in vers. 2073 fit mentio theoriæ Joannis Bernoullii ab ipso propositæ in dissertatione, quæ præmium retulit a Parisiensi Academia anno 1730, in qua illud itidem pertraxit, quod pertinet ad adnotationem sequentem. Porro tria ibi a Bernoullio explicantur, elliptica orbium forma, motus apheliorum, & tertia Kepleri lex, quod nimirum quadrata temporum periodicorum sint, ut cubi distantiarum mediarum. Breve quoddam ejus theoriæ specimen hic exhibebimus, comparando ejus determinaciones inter se, & cum determinationibus Newtoni, quas ipse impugnat.

646 Sit in fig. 65 Sol in *S*, circa quem convolvitur fluidum motu circulari per *BAC*, *DLG*, *HMK*; sit autem collocatus Planeta in aliqua parte vorticis *A*, quæ densitatem habeat diversam ab ipso ita, ut dum circa *S* convertitur cum ipso vortice, a quo transfertur, cogatur descendere versus *S*: posteaquam advenerit ad regionem suæ densitatis, motu jam concepto transiret ultra, donec iterum cogatur retro regredi, & oscillare per ascensum, ac descensum alternos.

647 Circulis *DLG*, *HMK* habentibus centrum in *S* ellipsis *AEP* habent focus in ipso *S* occurrat in punctis *E*, *I*, recta autem *AS* in *L*, *M*, & rectæ *SI*, *SE* in *F*, & *N*. Planeta describer ellipsim illam, si cuius descensui *AL*, *AM* respondeat motus angularis *ASE*, *ASI*, nimirum si cuius descensui per *EN* æqualem *LM* respondeat motus materiæ vorticosæ *EF*, vel *NI*. Sumpta *SO* æquali, & opposita minimæ distantiæ *SP*, oscillatio ascensus, & descensus fiet per amplitudinem æqualem *AO*, quæ oscillatio si juxta factam hypothesein absolvatur accuratè illo eodem tempore, quò completur integer circulus motus angularis, redibit Planeta ad idem punctum *A*, ex quo discessit, & ellipsis erit immobilis; sed si oscillatio absolvatur tempore tantillo breviorè, aut longiorè, redibit Planeta ad aphelium paullo citius, aut serius, adeoque ipsum aphelium regredietur nonnihil versus *B*, vel progreditur versus *C*. Denum si velocitas vorticis motum circulem imprimētis fuerit in ratione reciproca subduplicata distantiæ, habebuntur tempora periodica, qualia requirit tertia Kepleri regula, existentibus quadratis temporum, ut sunt cubi distantiarum. Nam generaliter quadrata temporum sunt directè, ut quadrata spatiorum, & reciprocè ut quadrata celeritatum, adeoque sunt directè, ut quadrata distantiarum, quibus distantiiis sunt proportionales peripheriæ circulorum descriptorum sive spatia, & iterum directè ut distantiæ, quarum ratio directæ supponitur esse eadem, ac ratio reciproca quadrati celeritatum. Quoniam autem Newtonus methodo indicata in hac postrema adnotatione deduxerat longe aliam celeritatum rationem in vortice sphaerico; ipsius solutionem carpit, & ea reformata substituit aliam, in qua, assumpta etiam differentia densitatis ipsius materiæ vorticis, ipsi obvenit ejusmodi velocitatum ratio, quam tertia requirit Kepleri regula.

648 Ut hæc singula evolvantur, in primis mihi videtur admodum manifestum illud, quod in ipsis hisce adnotationibus exposui, cum Planeta ponatur in medio jam æque denso, jam etiam densiore, semper autem satis denso respectu ipsius, debere ejus oscillationem paulatim minui, ut oscillatio penduli etiam plumbei in aqua cito deficit ex ipsius aquæ resistentiæ.

649 Mitto consensum celeritatis in ascensu, & descensu oscillatorio cum celeritate circulari vorticis tali, qualis requiritur determinate ad ellipsim, & quidem aliam in aliis Planetis, quæ conspiratio fortasse repugnat, sed omnino haberi non potest sine hypothesebus prorsus arbitrariis, & secum invicem parum admodum consentientibus; ac illud potissimum considerandum propono, non esse satis, ut describatur ellipsis utcumque, sed cum prima Kepleri lege arearum æqualium. Porro ea lex requirit celeritatis legem omnino diversam ab illa, quam exigit tertia Kepleri lex quadrati temporum proportionalis cubo distantiæ. Nam hæc tertia lex exigit, uti vidimus, celeritates in ratione reciproca subduplicata distantiæ; at areæ æquales requirunt eandem celeritates in ratione reciproca simplici. Nam si sector *ESF* sit infinitesimus, erit areola *ES* dimidium productum ex basi *ES*, & altitudine *NI*; adeoque ut areola sectoris binis diversis temporibus eadem sit, debet esse altitudo in uno casu ad altitudinem in alio, ut basis in hoc ad basim in illo; nimirum celeritas expressa per *NI* debet esse in ratione reciproca simplici distantiæ expressæ per *SE*. Quare pugnant hæc duæ leges inter se,

se, & si assumantur conditiones, per quas habeatur vortex respondens legi tertiæ Kepleri, evertetur lex prima arcarum æqualium.

650 Verum, quod ad hæc ipsas conditiones pertinet, Newtonus prop. 52. libri 2 Principiorum inquirens in vorticum sphericorum naturam hac methodo E.66 in ejusmodi investigatione progreditur. In vortice spherico *AGH* in fig. 66 considerentur tria strata æque crassa *BD*, *DE*, *EF*, quarum singula concipiuntur translata motu circulari in omnibus suis punctis eodem. Ut vortex in statu permanenti conservari possit, oportebit, stratum intermedium tantundem acceleretur ab inferiore, quantum retardatur a superiore, adeoque oportebit, actiones extremorum in medium æquales sint. Assumit autem eas actiones proportionales superficiibus contiguïs, quæ separantur, & translationi a se invicem, a qua nimirum pendet celeritas separationis. Superficies autem sphericæ sunt, ut quadrata radiorum *GE*, *CD*, sive distantiarum. Quare debebunt esse illæ translationes reciprocæ ut hæc quadrata, & inde constructione hyperbolæ gradus quarti infert fore tempora periodica, ut quadrata distantiarum, quæ ratio differt a ratione sesquuplicata distantiarum tertiæ Keplerianæ legis, & ab ipsa infertur, celeritates fore reciprocæ, ut distantias, quæ lex, uti diximus, differt a lege celeritatis reciprocæ subduplicatæ; unde ipse intulit Newtonus non posse tertiam Kepleri legem conciliari cum hac hypothesis vorticum.

651 Bernoullius hanc Newtoni solutionem carpit primo quidem, quod is omittat vim vectis, qua ipse censet stratum alterum agere in alterum; secundo, quod is faciat vim proportionalem superficiibus, quæ se separant, & omittat vim ortam e vi centrifuga, qua altera contra alteram apprimitur, nam in frictionibus solidorum corporum constat illud, frictionis vim esse proportionalem vi, quæ alteram superficiem contra alteram apprimat, & nihil pendere omnino a magnitudine superficierum, quæ contra se invicem applicantur: tertio quod consideraverit materiam vorticis ut homogeneam, cum possit in diversis distantis diversa densitas concipi. Ex hisce elementis ita mutatis calculum restituit, ac soluto generaliter problemate pro lege quavis densitatum pendentium a distantis, invenit ad habenda quadrata temporum, uti sunt cubi distantiarum, satis esse, si densitates sint in ratione reciproca subduplicata distantiarum, nimirum in illa eadem, in qua sunt celeritates.

652 In primis ego quidem arbitror hic Newtonum male a Bernoullio carpi. Nam illa strata, quæ in se invicem agunt, non sunt solida strata, neque per aliquem vectem cum centro connequuntur. Hinc primo considerationem vectis nullum arbitror habere locum. Deinde nec leges frictionum habent locum: nam in solidorum frictione, quæ ab asperitate oritur, difficultas motus provenit ab eo, quod, ut detur procurfus partium prominentium alterius superficierum inferturam cavitatibus alterius, debet discedere una superficies ab alia contra directionem vis premencis, & quantitas hujus discessus est eadem, sive superficierum appressæ pars sit exigua, sive sit ingens; unde fit, ut resistentia orta a frictione sit proportionalis vi comprimentis, non magnitudini superficierum. At in casu vorticis resistentia oritur a vi, qua sibi mutuo adhærent particule fluidi, quæ separari debent a se invicem altera superficie ultra alteram procurrente. Hinc resistentia inde orta est proportionalis summæ momentorum, quibus omnes particularum separandarum vires agunt.

agunt. Momenta autem singularum sunt, ut celeritates, quibus particulæ debent a se invicem discedere, & numerus virium est, ut summa particularum, nimirum, ut superficies, quæ separatur. Quare illa resistentia est solum, ut superficies, & translatio ab invicem conjunctim, quemadmodum Newtonus posuit. Quod autem ad densitates pertinet, Newtonus, ubi Cartesianos vortices ad trutinam revocavit, debuit utique homogeneam considerare materiam cum ipso Cartesio, & ejus asseclis.

653 Verum admittâ ratione incundi calculi, quam Bernoullius adhibuit, adhuc res male illi cedit; cum densitas ipsi obvenerat major in minore distantia. Nam in vorticum systemate materia densior recedit a centro vorticis ob prævalentem centrifugam vim. Viderat Newtonus etiam variata densitate posse rem accommodari tertix legi Kepleri, quod innuit in scholio ejus propositionis, sed eam hypothesim rejecit idcirco etiam ipse, quod ad id requireretur densitas major in distantis minoribus. Vidit eandem difficultatem Bernoullius, quam amovere studuit distinguendo duplex densitatis genus; ut nimirum alterum consistat in majori mole particularum, alterum in eo, quod particulæ minores quidem sint mole, sed inter se propiores; ac dicit admodum probabile esse, hanc spissitudinem esse majorem prope centrum vorticis, quam in majore distantia. Verum cum nifus totius vis centrifugæ debeat esse major in distantis majoribus, æqualis nimirum summæ pressio-num, quas exercent omnes inferiorum orbium vires centrifugæ, patet & eam spissitudinem ibi majorem esse debere, contra id, quod Bernoullii theoria requireret.

654 Demum & illud addi potest, aliud esse, quod densitas versus centrum sit major, aliud quod sit major in aliqua ratione reciproca distantix imminutz. In hoc secundo casu densitas versus centrum deberet in infinitum augeri, quod fieri non potest in sententia Cartesianorum, nec vero illorum omnium, qui, ut & Bernoullius, continuam admittunt extensionem materix, in qua sententia ratio materix ad rationem spatii finita est, & proinde densitas augeri non potest, nisi in ratione finita, & evadit quidem maxima, ubi rotum spatium ea materia sit plenum, sed finita omnino remanet.

655 Ex iis omnibus, quæ dicta sunt, constat, vorticum theoriam nullo modo coherere posse cum Keplerianis legibus, cum quarum una si concilietur, pugnat cum altera, nec vero cum iis etiam singulis ita conciliari potest, ut alia absurda secum non trahat; usque adeo hæc moles toties labefactata, & nequidquam reparata, perpetuo rimas iterum agit, & ruit, quam omnium maximè evertit tot Cometarum liberrimè permeantium motus, qui cum iis conciliari nullo modo potest; quam ob causam hæc Naturæ explicandæ ratio ab omnibus jam Academiis rejecta soli generali gravitati locum ita cessit, ut hæc una demum censeatur quædam veluti clavis totius omnium cælestium corporum theorix.

§. 6. In adnot. ad vers. 2306.

DE APIUM CELLULIS.

656 DUO hic ad Geometriam pertinentia proponit Noster, alterum jam olim cognitum, figuram hexagonam, qua utuntur apes in cellulis construendis, inter omnes figuras regulares spatium implentes eadem magnitudine perimetri omnium maximam aream concludere; alterum recens detestum, cellulam quamvis terminari tribus rhombis, quæ ejusmodi formæ sint, ut datam capacitatem minima omnium superficiei quantitate concludant; adeoque utrobique apes parere ceræ, quam licet, maxime, in qua conficienda laborant plurimum. Utrumque hic exponendum.

657 In elementis Geometriæ demonstrari solet illud, tres solas figuras planas regulares posse spatium implere, nimirum triangula æquilatera, quadrata, & hexagona: primorum anguli sex, secundorum quatuor, tertiorum tres efficiunt 4 rectos, quod requiritur ad spatium planum implendum. Porro facile demonstratur, inter hæc tria figurarum genera omnium maximam aream includere hexagonum.

F. 67 658 Sit in fig. 67 ABC triangulum æquilaterum, in fig. 68 $EMGF$ quadratum, in fig. 69 $IKLMNO$ hexagonum, in quibus perimenter æqualis sit. Patet in primis latus quodvis hexagoni fore dimidium lateris trianguli, cum illa sex latera æquantur hisce tribus. Ductis autem ad centrum P rectis IP , KP &c. dividitur hexagonum in 6 triangula æquilatera, quorum singulorum areæ erunt ad aream trianguli itidem æquilateri ABC , ut quadrata laterum, sive ut 1 ad 4. Hinc area totius hexagoni continentis sex hujusmodi triangula erit ad aream trianguli ABC , ut 6 ad 4, non solum major, sed & multo major.

659 Ad comparandum hexagonum cum quadrato concipiatur perimenter data divisa in partes 12, & latus quadrati erit partium 3, ac area 9; demisso autem perpendicularo PQ , quod basim IK trianguli IPK bifariam secabit, continebit IK , sive IP partes 2, PQ partem 1, adeoque erit $PQ = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$; & area $IPK = \frac{1}{2} \times PQ$ erit itidem $= \frac{\sqrt{3}}{2}$, adeoque totius hexagoni area $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} = \sqrt{108}$, quæ quidem evadit major, quam 10, adeoque adhuc major, quam area quadrati 9.

660 Et hoc quidem ad præsentem rem sufficit: verum generaliter, & quidem facile demonstratur illud, inter omnia polygona ejusdem numeri laterum cujuscumque, polygonum regulare eadem perimetro maximam aream comprehendere, atque inter polygona regularia illud semper majorem, quod latera habet plura, ac proinde inter omnes rectilineas figuras omnium maximam complecti aream circulum, in quem polygona regularia desinunt numero laterum excrecente in infinitum. Sed hæc huc non pertinent.

661 Ut alterum, quod propositum fuerat, demonstraretur, oportet prius concipere formam alveoli, quam suse explicat Reaumurius tomo 5. de Insectis Dissertatione 8. Ejus basis altera est in fig. 70 hexagonum apertum $ABCDEF$, supra quod eriguntur ad perpendicularum sena latera in morem prismatis, sed non terminatur, ut prisma, basi altera $GHIKLM$ parallela

prio-

priori, & æquali, quo casu latera singula essent rectangula; ut *AGHB*, *BHIC* &c. Ea latera sunt trapezia *ANHB*, *BHOC*, *COKD*, *DKPE*, *EPME*, *FMNA*, quæ sine alia basi efformante operculum relinquerent figuram sex laterum *NHOKPMN*, non jacentem in eodem plano, sed continentem tres angulos in *H*, *K*, *M* procurrentes in cuspidem, & tres in *N*, *O*, *P* recurrentes in hiatum quendam. Hisce tribus hiatibus singulis singuli inseruntur anguli trium quadrilnearum *MNHR*, *HOKR*, *KPMR*, quæ quadrilinea concurrunt in puncto *R* elevato ad perpendicularum supra centrum \mathcal{Q} hexagoni *GHIKLM*, ad distantiam $\mathcal{Q}R$ æqualem rectis *GN*, *IO*, *LP*, per quas hiatu *N*, *O*, *P* deprimuntur infra basim eandem, ob quam æqualitatem, & formam hexagoni regularis, facile constat illa quatuor quadrilinea fore rhombos inter se æquales.

662 Igitur tres ejusmodi rhombi basim alteram efformant, qua alveolus clauditur, cuspidatam in *R* ad formam pyramidis, & habentem eandem basim seniorum laterum *NHOKPMN*, sed e contrario cum tribus angulis procurrentibus in *N*, *O*, *P*, qui inseruntur tribus hiatibus figuræ prismatice, & cum tribus hiatibus in *H*, *K*, *M*, quibus inseruntur cuspidem ejusdem. Hoc pacto in hac basi alveoli habentur anguli solidi septem, quorum quatuor constant ternis angulis planis singuli in *R*, *N*, *O*, *P*, tres vero singuli quaternis in *H*, *K*, *M*, & in priore quidem ex illis quatuor in *R* omnes anguli plani pertinent ad rhombos singuli ad singulos, in singulis autem reliquorum trium in *N*, *O*, *P* unus angulus pertinet ad unum e tribus rhombis, reliqui duo ad duo latera figuræ prismatice. In posterioribus vero angulis solidis in *H*, *K*, *M* bini anguli plani singulorum pertinent ad binos rhombos, reliqui autem bini ad bina prismatica latera.

663 Ejusmodi alveoli constructionem Maraldus cum Cassino diligenter contemplati, ut ipse Maraldus affirmat in Commentariis Parisiensibus ad annum 1712, invenerunt angulum rhombi cujusvis ad *R*, una cum opposito ad *N*, *O*, *P* esse circiter graduum 110, reliquos autem angulos idcirco esse graduum circiter 70. In trapeziis autem angulos itidem ad *N*, *O*, *P* observaverunt graduum circiter 110, ad *H*, *K*, *M* circiter 70, & notarunt idcirco angulos solidos ad *N*, *O*, *P* esse æquales angulo solido ad *R*, constantes nimirum tribus angulis planis æqualibus, iis, quibus, is constat; angulos vero solidos ad *H*, *K*, *M* constare singulos quatuor angulis itidem æqualibus inter se. Verum idem Maraldus ibidem addit ad habendam æqualitatem angulorum rhombi, & trapezii in *N*, *O*, *P* requiri angulum graduum 109 min. 28, remanente altero ad *H*, *K*, *M* gr. 70 min. 32.

664 Ipsi quidem nihil cogitaverant de ullo minimo, quod in ejusmodi inclinatione contineri posset; ac Reaumurius loco supra citato affirmat, se suspicatum latere ibi aliquod ceræ compendium, pluribus Geometris proposuisse problema, quo quaratur forma rhombi, quæ cellulam efficiat habentem superficiem minimam omnium eandem capacitatem includentium; solutionem autem impetrasse a solo Koenigio, qui invenerit angulos rhombi ad id minimum pertinentes debere esse gr. 109, 26' & 700, 34', quam determinationem affirmat consentire intra duo minuta cum ea, quam Maraldus definivit, ubi cum majore præcisione dimensiones rhombi dedit, atque ita invenit Maraldum invenisse per observationem angulos 1090, 28' & 700, 32' 3

quod quidem ipsum expressius affirmatur in Historia Academiæ Parisiensis ad annum 1709, ubi dicitur, Maraldum per observationem invenisse illa minuta 28, & 32, & minimi determinationem a Koenigio inventam 26, & 34 solis duobus minutis ab ea determinatione discrepare.

665 Mirum sane esset, si Maraldus ex observatione, angulum æstimasset intra minuta, quod in tam exigua mole fieri utique non poterat. At is, ut satis patet ex ipsa ejus dissertatione, affirmat se invenisse angulos circiter graduum 110, & 70, nec minutâ eruit ex observatione, sed ex æqualitate angulorum pertinentium ad rhombos, & ad trapezia; ad quam habendam Geometria ipsum docuit requiri illa minuta. Quin immo satis vercor, ac hæc ipsa, aut aliqua ejusmodi consideratio dederit ipsum graduum numerum illum tam proximum; nam observatio intra plures gradus incerta esse debuit in mole adeo exiua, nec ita accuratè efformatâ; cum plures irregularitates, & in hisce rhombis, & in omni reliqua constructione, alveolarum observari passim asseret ipse Reaumurius.

666 Verum quidquid sit de graduum numero, certe numerum minorum Maraldus non proponit tanquam observatione immediata definitum; sed ex illa æqualitatis consideratione, quam diximus, adeoque si Koenigii solutio rite procederet, determinatio minimi non ab angulo observato per illa duo minuta discederet, sed ab angulo requisito ad ejusmodi æqualitatem, cum observato tamen congrueret adhuc intra limites admodum arctos, & qui in ejusmodi argumento omnem superant Observatoris industriam. At ejus solutio intra illos ipsos limites aberrat ita, ut conditio minimi non exigat illa Koenigiana 26' & 34', sed illa ipsa 28' & 32', quæ Maraldus invenerat requiri pro æqualitate. Oportet sanè, Koenigius in solutione problematis viam aliquam inierit admodum implexam, quæ ipsum deduxerit ad formulam, ex qua per approximationem eruerit angulum duobus minutis aberrantem a vero, ac mihi sane displicet, quod ipsam ejus solutionem nusquam invenerim, ut methodum, quam is adhibuit, videre possem. Cæterum ne illa quidem minuta accuratè rem exhibent ita, ut secunda non remaneant; verum & problematis solutio est admodum expedita, sive adhibeatur calculus, sive etiam sola Geometria, & determinatio rhombi, atque angulorum provenit admodum simplex, & elegans, quæ simul & æqualitatem illam angulorum accuratè exhibet, cum accurata minimi quæsti conditione connexam. Rhombus nimirum provenit is, in quo quadratum majoris diametri est duplum quadrati diametri minoris, & anguli illi, quorum cosinus est triens radii. En geometricam solutionem problematis, quæ eo deducit.

667 Ductis MH , MQ , HQ , satis patet $MGHQ$ fore rhombum, in quo triangula MHQ , MHG equalia erunt, ac proinde pyramides, quæ habent ea triangula pro basibus, & vertices in R , ac N erunt itidem æquales ob altitudines QR , GN æquales. Quoniam autem substituendo rhombum $MNHR$ rhombu $MGHQ$, substituitur pyramidi MGN , pyramis $MQHR$, atque idem fit in reliquis tribus rhombis $HQKI$, $KQML$, mutatis in rhombos $HRKO$, $KRMP$, satis patet fore, capacitatem cellulæ terminatæ in R a tribus rhombis semper æqualem capacitati cellulæ terminatæ hexagono $GHIKLM$, quæcumque fuerit eorum rhomborum forma, & inclinatio.

668 Quærenda igitur superest forma rhomborum ejusmodi, quæ superis
cicm

ciem exhibeat omnium minimam. Minimum illud habebitur, ubi, mutata positione rhomborum transeuntium semper per eadem tria puncta M , H , N , binæ superficies infinitè proximæ fuerint inter se æquales, redeunte retro quantitate post minimum, ad magnitudinem, quam habuerat ante. Abeunte igitur rhombo $MNHR$ in $MnHr$ (latera Mr , Hr non ducuntur hic, vitandæ confusionis gratia) oportebit, ut excessus rhombi longioris supra brevioris æquetur binis triangulis NHn , NMn , quibus decrescunt trapezia $ANHB$, $ANMF$.

669 Porro cum in rhombis $MGHQ$, $MNHR$ diametri se mutuo bifariam secent ad angulos rectos, tam GQ , quam RN transibit per idem punctum S , existentibus SN , SH , SG dimidiis RN , MH , QG , ac area rhombi $MNHR$ dupla trianguli MNH æquali rectangulo sub MH , & SN . Cum vero latus hexagoni GH æquetur radio QG circuli circumscribendi, erit & GH dupla GS , adeoque quadrata rectorum GH , GS , SH ut 4, 1, 3.

670 Jam vero si abeunte N in n concipiatur usque ad Sn arcus NT radio SN ; erit excessus rhombi terminati ad n , r , supra rhombum terminatum ad N , $R = MH \times nT$, & similia erunt triangula rectangula NTn , SGn , sive SGN ; binæ autem triangula NHn , NMn cum habeant supra basim Nn altitudines æquales HG , MG , erunt ambo simul $= Nn \times GH$. Erit igitur $MH \times nT = Nn \times GH$, adeoque Nn ad nT , sive NS ad NG , ut MH ad GH , vel, sumptis dimidiis, ut SH ad SG , quantum quadrata cum sint ut 3 ad 1, erit & $N^2 \cdot Nn^2 :: 3 \cdot 1$, adeoque $SG^2 \cdot NG^2 :: 2 \cdot 1$. Sed alternando in proportione $NS \cdot NQ :: SH \cdot SG$, habetur $NS \cdot SH :: NG \cdot SG$. Igitur & quadratum NS erit dimidium quadrati SH , ac sumptis duplis quadratum diametri NR dimidium quadrati MH . Quod fuerat inveniendum.

671 Hinc admodum facile geometrica constructione invenitur rhombus $MRHN$ in fig. 71 data in fig. 70 ejus diametro longiore MH . Ipsa bifariam F.71 secta in S fiat angulus HSA semirectus, & demittatur HA perpendicularum in ipsam, eriganturque ipsi MH perpendiculares SN , SR æquales SA , & erit factum, ut patet; nam triangulum rectangulum HAS erit isosceles, & proinde quadratum SA , sive SN dimidium quadrati SH .

672 Facile autem inveniuntur etiam inde anguli per tabulam sinuum. Est enim NS ad SH , ut radius ad tangentem anguli RNH , adeoque ejus anguli tangens logarithmica habetur, si logarithmo radii addatur $\frac{1}{2} \log. 2 = 0.1505150$, quæ idcirco evadit 10.1505150: ipsi respondet in tabulis angulus $54^\circ, 44'$, $8''$, cujus duplum $109^\circ, 28'$, $16''$ idem cum Maraldiano illo, si secunda demantur, a quo inventus a Koenigio diffidet per $2'$, $16''$.

673 Verum angulus ipse adhuc facilius invenitur simul totus, ducta RB perpendiculari ad MN . Erunt enim similia triangula rectangula RBN , MSN ob angulum ad N communem, adeoque erit $MN \cdot NS :: NR \cdot NB$, & proinde $MN \times NB = NS \times NR = 2NS^2 = MS^2$, ac idcirco $MN \times NB$ ad MN^2 , sive NB ad MN erit, ut MS^2 ad MN^2 , sive ut 3 ad 2. Quare MB erit triens MN , sive MR , nimirum æqualis trienti radii sinus anguli MRB , qui est complementum tam anguli acuti NMR , quam obtusi MNH ejus complementi ad duos rectos; unde oritur hoc theorema: *anguli rhombi exhibentis questum minimum sunt ii, qui habent pro cosinu trientem radii. Ex eo theo-*

theoremate sola inspectione tabularum invenitur angulus in minutis, cum triens radii 1000000, sit 333333, qui est sinus 19°, 28', ubi si secunda adhibere libeat, redeunt illa eadem 16", quæ prius, existentibus binis angulis quaesiti rhombi 109°, 28', 16", & 70°, 31', 44".

674 Et quidem idem angulus minimi est ille, qui exhibet accurate, non proximè solum, æqualitatem angulorum rhombi, & trapeziorum. Cum enim sit inventum in fig. 70 GS^2 duplum GN^2 , & GH^2 quadruplum GS^2 , erit GH^2 octuplum GN^2 , adeoque NH^2 noncuplum ipsius, & idcirco HN erit tripla GN , nimirum sinus anguli GHN , qui est complementum tam anguli acuti BHN , quam obtusi ANH , erit triens radii; & proinde ii duo anguli erunt accuratè æquales angulis rhombi, & idcirco casus minimi quaesiti erit accuratè idem, ac casus angulorum solidorum ad N, O, P æqualium angulo solido ad R , quem casum accuratè in minutis primis exhibuit Maraldus, non quidem ex observatione, sed ex inquisitione geometrica. In casum æqualitatis observatione illum exhibente multo crassius, & a quo casu Koenigius discessit paulo plus, quam per duo minuta ex eo, quod approximatione aliqua est usus minus accurata intra limites tam arctos.

675 At multo magis illud a veritate aberrat, quod Reaumurius addit de ipsius Koenigii solutione, dicens illum demonstrasse, apes præferendo fundum pyramidibus terminatum fundo plano, lucrari tantum ceræ, quantum requiritur ad integrum ipsum fundum planum, Ipse apes ponunt rhombum $MNHR$ pro rhombo $MGHQ$, & binis triangulis NMG, NGH . Quare erit id, quod lucrantur, ad planum $GHIKLM$, ut excessus horum trium supra id, quod substituitur ad rhombum $MGHQ$, qui substituitur. Dicitur $SG = 1$, erit $GH = 2, GN = \sqrt{\frac{1}{2}}, SH = \sqrt{3}, MH = 2\sqrt{3}, SN = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Hinc rhombus $MQHG = MH \times G = 2\sqrt{3}$, bina triangula $MGN, HGN = GH \times GN = \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$, rhombus $MRHN = MH \times SN = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. Quare erit ille excessus $= 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$, qui non est æqualis rhombi $2\sqrt{3}$, sed illo multo minor, nimirum est ad illum, ut $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ad $\sqrt{3}$, sive ut $\sqrt{6} - 2$ ad 2, nimirum cum $\sqrt{6}$ sit adhuc aliquanto minor, quam $2\frac{1}{3}$, erit lucrum minus quadrante illius superficiæ planæ, cui ipsum Koenigius æquale fecerat juxta Reaumurium. Si quis pro $\sqrt{6} - 2$, includat sub signo radicali ipsum 2, fiet $\sqrt{4} = 2$, & ratio illa evadet ratio æqualitatis. Quid, si aliquam ejusmodi æquivocationem commiserit vel Koenigius inter calculandum, vel Reaumurius in calculo legendo, & describendo?

676 Æqualitas illa angulorum solidorum ad N, O, P cum angulo ad R aliam æqualitatem secum fert, cujus nec Maraldus meminit, nec Reaumurius, nimirum inclinationem æqualem omnium planorum ad plana, quibus adnectuntur in toto hoc admirabili sane Naturæ opere, tam ubi plana vel trapeziorum vel rhomborum junguntur sibi invicem, quam ubi junguntur illorum plana planis horum, quæ quidem omnes sunt graduum 120. Cum enim tres anguli plani in N æquentur inter se, inclinationes ipsorum ad se invicem

erunt omnes æquales, nimirum æquales angulo FAB , qui metitur inclinationes planorum ANM , ANN , & est graduum 120, quod rem conficit pro omnibus inclinationibus trapeziorum ad se invicem, & cum rhombis. Cum autem angulus solidus R constet angulis planis æqualibus iis, quibus constat N , erunt ibi inclinationes rhomborum ad se invicem æquales inclinationibus in N , nimirum ipsæ etiam graduum 120 singulæ.

677 Fieri sane posset, ut hæc ipsa omnium inclinationum æqualitas conferret plurimum ad determinandam constructionem alveoli, instrumentis, quibus apes utuntur ad perficiendum opus adeo mirum, ita ab Auctore Naturæ dispositis, ut non nisi in hoc angulo possint planum plano adnectere, quæ quidem instrumenta cum fere nunquam habeant penitus perfectam constitutionem, uti videmus in nostris etiam humanis membris tam multos defectus, & inæqualitates, inde oriuntur irregularitates illæ tam multæ, quas Reaumurius non dissimulat, cum dicat, sæpe visa sibi esse quadrata pro rhombis, sæpe figuram aliam nonnihil oblongam, licet addat, plerumque haberi formam rhombi cum angulis Maraldianis, addit autem & facies sæpe se invenisse inæquales, aberrante altera quoque basi ab hexagonali forma, & trapezii nec per totam longitudinem æque latis, nec ad H , K , M non accuratè conspirantibus ad unicum punctum, qui fortasse pendent ab angulis ad R , N , O , P prius constructis, sed nonnihil aberrantibus ab accurata mensura.

678 Quidquid de eo sit, Divinum Auctoris Naturæ consilium in eo admirari licet, quod ejusmodi instrumenta indiderit, & instinctum, sive principii harum bestiarum adivi determinationem, quæ ad eam formam cellularum impellant, in qua maximum ceræ compendium habeatur.

679 Problema superius a Mac Laurino etiam solutum esse novi, cujus solutionem nec vidi, nec ejus opera incassum conquesta habeo præ manibus, dum hæc scribo, ut videam: quamobrem ignoro, an eadem synthetica methodo illud solverit, qua hic ego, & an eadem, quæ hic ego adnotavi, motaverit, quod quidem admodum facile fieri potest, cum in tanto Geometra nihil desiderari unquam possit, quod aut ad simplicitatem solutionum, aut ad penetrationem, & combinationes consequentiorum pertineat. Illud tantummodo hic addam, si analytica usitata methodo sit procedendum, adhuc admodum expeditam solutionem esse, & eandem determinationem obvenire.

680 Ponatur $AB = GH = a$, $AG = b$, $GN = x$. Erit trapezium $ANHB = ab - \frac{1}{2}ax$, adeoque summa facierum $6ab - 3ax$. Erit autem $GS = \frac{1}{2}a$, & $SH = \sqrt{\frac{3}{4}aa}$, $MH = \sqrt{3aa}$, $SN = \sqrt{xx + \frac{1}{4}aa}$, adeoque rhombus $MNHR = MH \times SN = \sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}$, cujus triplum additum faciebus exhibet superficiem $6ab - 3ax + 3\sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}$. Differentiando hanc formulam, ponendo differentiam $= 0$, ac dividendo

per dx obtinetur $-3a + \frac{9aax}{3aaxx + \frac{3}{4}a^4} = 0$, & dividendo per $3a$,

transponendo ac quadrando $\frac{9aaxx}{3aaxx + \frac{3}{4}a^4} = 1$, sive $3xx = xx + \frac{1}{4}aa$,

vel $12xx = 4xx + aa$, sive $xx = \frac{1}{2}aa$. Cum autem sit $SG^2 = \frac{1}{4}aa = \frac{2}{3}aa$, erit $SN^2 = \frac{7}{8}aa$. Erat $SH^2 = \frac{7}{4}aa$. Igitur quadratum SN est dimidium quadrati δH , & quadratum NK dimidium quadrati MH , ut per Geometriam inventum fuerat. Verum Geometria ipsa immediatè eo deduxit, quo calculis non deduxisset, nisi ex notitiâ tam simplicis relationis inter diametros rhombi, data opera quæsitus fuisset valor $Nô$, & comparatus cum valore SH . Et quidem sæpe accidit, potissimum in hujusmodi problematis admodum simplicibus, ut Geometria simpliciores, & elegantiores determinationes exhibeat, quam calculus. Hic tamen calculus angulos trapeziorum satis expedite exhibet: cum (enim sit $x^2 = \frac{1}{2}a^2$ patet fore $GH^2 = a^2 = 8x^2$, & $NK^2 = 9x^2$, adeoque $NH = 3x = 3NG$. Sed de his omnibus jam satis.



CATALOGUS LIBRORUM

IN TYPOGRAPHIA PALLADIS

Romæ prostantium anno 1760.

- SS. **P**atrum opera selecta De Gratia Dei, & Prædestinatione Sanctorum. Scilicet.
- S. Aurelii Augustini Hipponen. Episcopi, S. Prosperi, & S. Fulgentii de Gratia Dei, & Libero arbitrio hominis, & prædestinatione Sanctorum Opera selecta. Editionem emendatis. & variis lectionibus undique collectis, præcipue verò ex Codd. mss. Var. adornatam curavit Petrus Franc. Fog. inlus. 12. 5. to. Ro. 1758. 1760. — 2. 50
- Enchiridion ad Laurentium, sive de Fide, Spe, & Caritate liber. unus, Editio emendatis. cum variis lectionib. 12. Ro. 1754. — 20
- S. Prosperi Opera de Gratia Dei &c. 12. Rom. 1758. *separatim*. — 50
- Eiusdem Carmen de Ingratis, & epigrammata cum notis. 12. Rom. 1758. — 20
- S. Fulgentii Ruspensis Episcopi opera de Gratia Dei, & Prædestinatione Sanctorum. 12. Romæ 1760. — 1. —
- Baconis, *Franc. Rogeri*, Opus Majus, ad Clementem IV. P. M. primum à Samuele Jebb. M. D. Londini editum 1733. nunc verò diligenter revisum: Accedit Prologus Galeatus in reliqua Opera ejusdem auctoris. Ven. 1750. 4. — 1. 10
- Ballarini, *Simon*, Animadversiones in Musæum Florentinæ Gorli. Rom. 1743. — 1. 5
- *Petri*, De Jure Divino & Naturali circa Usuram lib. IV. 4. 2. tom. Bononiæ 1747. — 1. 50
- Belloni, *March. Hieron.*, de Commercio dissertatio: Italicè & Latine. in fol. Romæ 1751. — 1. 50
- Boscovich, *Rog.*, De centro gravitatis & de Centro Magnitudinis. 4. Romæ 1752. cum fig. — 35
- Bullarium, sive Collectio Bullarum, Brevium, Decretorum, Rescriptorum & Oraculorum &c. quæ à S. Sede Apostolica pro Ordine S. Francisci Cappuccinorum emanant, cum notis, ac variis scholiis illustrata à PP. Michaelè & Tugio ejusd. Ord. fol. max. 7. vol. Romæ 1745. 1753. — 12. —
- Castellani, *Fr. Vinc. M. Cong. s. Marci Ord. Pr.*, Preces & Meditationes ex divinis Scripturis depromptæ, & paraphrasi illustratæ. 12. Rom. 1752. Lat. Ital. — 20
- Chiapponi *Justiniani* Acta Canonizationis Sanctorum habit. à Clemente XI. fol. Romæ 1720. — 1. 50
- Clementis XI. Pont. Max. Albani Epistolæ & Brevia selectiora. fol. 4. tom. Rom. 1724. — 8. —
- Concina Epistolæ Theologico Morales adversus librum *P. Bonzi* inscrip. Dissertatio in Casus reservatos. 8. Ven. 1744. — 15
- Gorsui, *Edwardi*, Dissertatio in qua dubia adversus Manifestari Regis

- Nummum & novam Arsacidarum Epocham a Froelichio propoſita diluuntur. 4. Rom. 1757. — 30
- Corſini Epiftoſa in qua Gotarzi Parthiæ Regis nummus hæcenus ineditus explicatur, & pſura Parthiæ hiſtoria capita illuſtrantur. 4. Rom. 1758. — 20
- S. Epiphaniſ Salaminis in Cypro Epifcopi de XII. Gemmis Rationalis ſummi Sacerdotis Hæbræorum liber ad Diſcodorum. Prodit nunc primum ex antiqua verſione latina opera & ſtudio Fr. Foggini, qui & notas adjeçit. 4. Rom. 1743. — 35
- Epiftoſæ Clarorum Virorum Theodori Prodromi gr. lat. Danthis, Pæterarchæ, Colutii Salutati, Leonardi Aretini, Porcelli, Manzini de Motta, & Jacobi Cardinalis Sadoleti, Pontificum Rom. ſæc. XIII. ſcriptæ, Aonii Palearii, M. A. Mureti, Lambini, Lipſii, P. Morini nunc primum editæ, & notis illuſtratæ a P. Lazzari. 8. Rom. 1754. 1758. 2. tom. Tomus ſecundus ſeparatim. — 2. —
- De Florianis, Horatii, & Luca Terrænova Epiftoſæ, quibus Malpighii innumeri ſoci exponuntur, & proponuntur. Adjeçta ſunt multa ad ejuſdem Vitam, atque opera attinentia nunquam antehac edita. 4. Rom. 1705. — 40
- Fontanini, Juſſi, Hiſtoriæ Litterariæ Aquilejenſis libri v. accedit Diſſertatio ejuſdem Auçtoris de Anno emortuali S. Athanaſii Patriarchæ Alexandrini, necnon Virorum illuſtrium Provinciæ Fori Julii Catalogus, cum duplici Indice. Opus Poſt. 4. Ro. 1742. — 1. 80
- Georgii, Dominici, Vita Nicolai V. Pont. Max. ad Fidem Veterum Monumentorum, Accedit ejuſdem Diſquiſitio de Nicolai V. erga litteras, & Litteratos Viros patrocinio. 4. Rom. 1742. — 60
- De Liturgia Romani Pontificis in ſolemni celebratione Miſſarum ubi ſacra Myſteria ex antiquis codicibus præſertim Vaticanis, aliſque monumentis plurimum illuſtr. 4. to. 2. & 3. Ro. 1743. 1744. — 2. 60
- Joanne (Jo.) Codex Diplomaticus Siciliæ, complectens Documenta a primo Chriſtiæ Religionis ſæculo ad noſtram uſque ætatem, notis, diſſertationibusque illuſtrat. fol. Panormi 1743. — 2. 50
- Gori, Ant. Fr. Symbolæ litterariæ, Opuſcula varia Philologica, ſcientifica, antiquaria, ſigna, lapides, numiſmata, gemmas, & monumenta mediæ ævi nunc primum edita complectentes. Dec. Romana 8. to. x. cum fig. ære inciſ. Rom. 1754. — 5. —
- Gradonici, Jo. Hier. Cl. Reg., S. Gregorius M. Pont. Rom. a criminationibus Caſimiri Oudini vindicatus. Accedit Diſſertatio Epiftoſaris de nova S. Gregorii M. editione procuranda, ſecundis curis retractata, & aucta. 8. Rom. 1753. — 40
- Inſcriptiones Antiquæ Baſilicæ S. Pauli ad viam Oſtienſem. fol. Rom. 1654. — 70
- Laderchii, Jacobi, Aq̄a Sanctorum Chriſti Martyrum vindicata. 4. 2. to. Rom. 1728. — 1. 50
- Lancii Jo. M. de Motu Cordis & Aneurysmatibus Opus poſth. in duos libros diviſum, editio Romana ſecunda quamplurimis acceſſionibus aucta, ſtudio, & opera Ant. Leprotti. 4. Rom. 1745. fig. — 1. 20.

- Lanfredini, *Jacobi S. R. E. Card.*, Responsa Juris ex ejus Codd. Mss. excerpta tom. 1. Juris Canonici Responsa continens. fol. Rom. 1747. 1.
- Laurentana Synopsis. Sive Summorum Pontificum Constitutiones Sac. Congr. Laurentanæ resolutiones super Controversiis Jurisdictionalibus inter Episcopum, & Governatorem Laurentanos, ac plurima dubia a SS. D. N. Benedicto XIV. Decisa, cum Alphabetica Synopsis. 4. Rom. 1743. 40
- Marchinæ, *Martha Virginis Neapolitana*, Musa Postuma. 8. Rom. 1662. 5
- Mazzocchi Epistola qua veterem inscriptionem Christianam nuper in Cœmeterio Prætextati detectam interpretatur, & illustrat. 4. Roma 1745. 10
- Monclæ, *Fr. Thom. Vinc.*, De annis Jesu Christi Servatoris, & de Religione utriusque Philippi Augusti Dissertationes duæ, Tabulis æri incisis illustratæ. 4. Romæ 1741. 80
- Ven. P. Monetæ Cremonensis Ordinis Præd. S. P. Dominico æqualis, adversus Catharos, & Valdenses lib. v. quos ex Mss. Codd. Vaticano, Bononiensi, & Neapolitano nunc primùm edidit, notisque perpetuis, & Dissertationibus illustravit P. F. Thomas Augustinus Richinius. fol. Romæ 1743. 2. 50
- Pacchioni, *Antonii*, Opera omnia Médica, & Anatomica: editio quarta, novis Accessionibus auctior, presertim Tabulis eleganter æri incisis. 4. Romæ 1741. cum fig. 80
- Pacciaudi, *Paulli-Maria Cl. R.*, Diatriba, qua Græci anaglyphi interpretatio traditur. 4. Rom. 1751. cum fig. 30
- *Σκιαδιογράφια*, sive de Umbellæ Gestatione Commentarius. 4. Romæ 1752. cum fig. 50
- De Beneventano Cereris Augustæ Mensore Commentarius, cum notis & tab. æri incisis. Romæ. 4. 1753. 38
- De Athletarum palestra exercitatione Græcorum Commentarius. 4. Rom. 1756. 30
- Ad Nummos Consulares Triumviri Marci Antonii Animadversiones philologicae. Accedit explicatio Tabulæ Peloponnesis. 4. Romæ. 1757. fig. 35
- Puteus Sacer agri Bononiensis jussu SS. D. N. Benedicti XIV. P. M. Commentario illustratus. 4. Rom. 1757. 25
- De cultu s. Johannis Baptistæ Antiquitates Christianæ, Accedit in Veterem Ordinis Hierosolymitani Liturgiam Commentarius. 4. Romæ 1755. cum tab. æri incisis. 2. 50
- De Sacris Christianorum Balneis Liber Singularis, secundis curis emendatior & auctior. 4. Rom. 1758. cum fig. 1.
- Piissimi in Deum Affectus cordis laudantis, pœnitentis, humilis, gratias agentis, amantis, petentis ex D. Augustini Confessionibus sincere delecti. 12. Romæ 1748. 20
- Placentini De Sepulcro Bened. IX. P. M. in templo Monasterii Cryptæ ferratæ detecto Diatriba, in qua ejusdem Pontif. pius obitur vindicatur,

- ictur, atque ad mss. Codices acta illustrantur; & castigantur. 4.
 Romæ 1747. — 40
 Posini, *Petri*, Isidorianæ collationes, quibus s. Isidori Pelusiotæ
 epistolæ omnes hæcenus editæ cum multis antiquis optimæ notæ Mss.
 Cod. comparantur; & inde circiter bis mille locis suppletur aut
 emendantur ex Bibliotheca Barberina. 8. Rom. 1670. — 80
 De Probabilistarum querelis, Sermones 11. ad Danielem Concinam 14.
 Lucæ 1744. — 30
 Precationes ante, & post Missam dicendæ, quæ ex Missali Rom. aliisq.
 locis depromptæ emendatioris & Auctiores procedunt. 12. Ro. 1757. — 10
 rub. nigr.
 Rigantii, *Josephi*, de Protonotariis Apostolicis tam de numero par-
 ticipantium, necnon Titularibus, seu non participantium. fol. Ro-
 mæ 1751. — 1.
 Rondinini, *Philippi*, De S. Clemente. Papa, & Martyræ ejusque Ba-
 siliæ in Urbe Roma. Lib. 11. 4. Rom. 1706. — 60
 De Rotundis, *Petri*, De Viçus ratione in febrî acuta continua. 4.
 Rom. 1739. — 40
 Sray *Bened.* Philosophiæ recentioris vcrsibus traditæ lib. x. cum Notis
 P. Rogerii Jos. Boščevich. 8. tom. 2. Romæ 1755. — 1. 20
 — Tomus secundus separatim.
 P. Terentii Comædiæ sex cum novis Prologis elegantissime scriptis edi-
 tæ ab Academicis Latinis. 8. Romæ 1737. — 1. 20
 Vicorii *franc.* SS. Septem Dormientium historia, Dissertatione, &
 Veteribus Monumentis Sacris, prophaniisque illustrata. 4. Ro. 1741.
 — cum fig. — 50
 — Dissertatio Philologica, qua nonnulla Monumenta sacræ Vetur-
 statis deprompta, æri incisa tabula vulgantur, expenduntur, illu-
 strantur. 4. cum fig. Rom. 1751. — 50
 — Veteris Gemmæ ad Christianum usum Excaltæ. 4. Ro. 1760. — 15
 P. Virgilii Maronis Codex. Antiquissimus. a Rusio Turcio Aproniano. vi. c.
 distinctus, & emendatus, qui nunc Florentiæ in Bibliotheca Me-
 diceo Laurentiana adseruat bono publico typis descriptus an. 1741.
 cura Pet. Franc. Foggini. 4. Florentiæ. —
 De Vita, *Johannis*, Thesaurus Antiquitatum Beneventanarum, in quo
 de Urbe Beneventana: de rebus sacris veterum Beneventanorum:
 de tempore quo primum Beneventi suscepta est Christiana fides: de
 Antiquis Magistratibus Urbis Beneventanæ, de Collegiis veter.
 Beneventanor. de Via Trajana Benevento Brundisium producta: de Au-
 gustis Viris qui Beneventum frequentarunt: de Re Litteraria: de
 Re Militari veter. Beneventanor. de Operibus publicis veter. Beneventi;
 & de Sepulcralibus titulis veterum Christianorum Beneventi
 extantibus. Accedunt. Dissert. Joh. Baptistæ Passerii de veteri Ana-
 glypho Beneventano; & Pauli M. Pacciaudi de Beneventano Ce-
 ceris augustæ mensore, & appendix omnium veterum Inscriptionum
 Beneventanarum in proprias Classes distributarum, quibus etiam
 illustrandis breves notæ sunt adjectæ fol. cum fig. Ro. 1754. — 3. 50

2



1

B
E

1



