Elementorum Euclidis Megarensis
Deffinitiones

Punctum est cuius nulla pars est ut punctus A. potest esse et initium et finis lineę, et punctum contactus divisionis et coniunctionis.

A

Linea quę intelligitur fluere ex puncto est longitudo latitudinis expers et hęc tamquam in duo genera suprema dividitur nimirum in rectam et obliquam

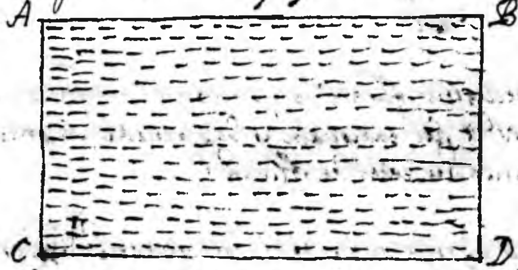
Recta est quę ex equo suo interiacet punctis, hoc est cum
3 eadem recta linea punctis intelligis terminatam nullam partem habet quę non intelligatur recte interiacere inter eadem puncta recta est linea. A. B.

Obliqua vero est omnis alia linea quę non habeat par:
4 tes suas ita rectas interiacentes inter puncta terminantia, et hęc multiplicem habet differentiam cum alia sit circularis alia ovata pluralis, et alia quęcumque linea quę recta non sit ut linea A. B. C. D.

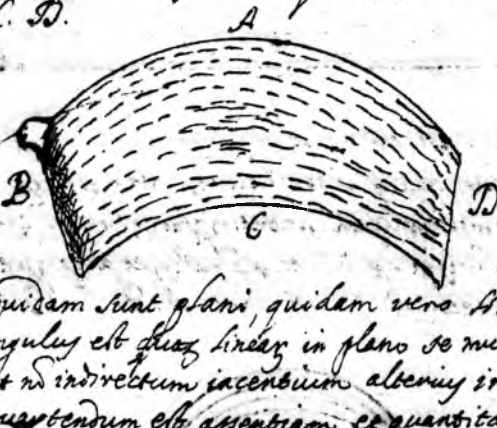
Ex lineis tamquam ex terminis oritur superficies quę
5 longitudinem latitudinemque tantum habet, et hęc etiam in duo genera dividitur, hoc est in superficiem planam

sive

sive rectam et obliquam, plana est que ex equo ducta interia~~cet lineas, que eiusdem habeat easdem lineas, et ter~~-minis inter illas nullam habet partem que non sit ex equo posita, ut est superficies. A. B. C. D.



Obliqua est alia quecumque superficies que non habeat omnes sui partes ita ex equo dispositas, sed ex ~~eminis depressas~~ et erit concaua uel partim depressas partim eleuatas, ut A. B. C. D.



Angulorum quidam sunt plani, quidam vero solidi.
Planus angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangentium et non indirectum iacentium alterius inclinatio ubi aduertendum est, assentiam, et quantitatem anguli totam esse sitam in huiusmodi duarum linearum inclinatione nihil ascendendo, ad longitudinem et qualitatem linearum; lineae quae angulum continent fuerint rectae angulus erit rectilineus si obliquae lineae et curvae angulus erit curvilineus, si una

recta

recta, et altera curva mistilineus

Triplex est angulus rectilineus, nimirum rectum obliquum et acutum.

Angulus rectilineus planus, est rectus quando recta li-
nea ita super aliam rectam consistit ut faciat qui sunt
hinc inde equales et propterea vterq illorum est rectus, et
linea insistens dicitur perpendicularis sicut est linea
insistens A. faciens Angulos A.B.D. hinc inde posi-
tos equales, ac proinde rectos, si vero linea insistens.
faciat angulos inequales sicut faciat insistens A. ma-
ior Angulus erit obtusus ut A.B.C. minor erit a-
cutus ut A.B.D.

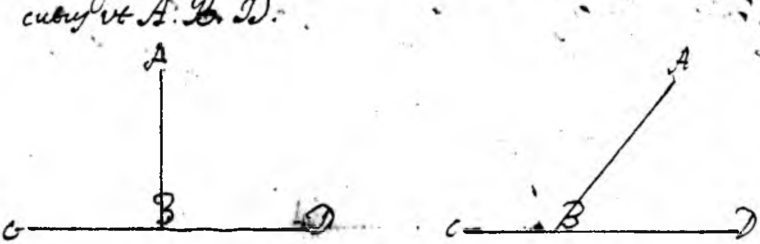
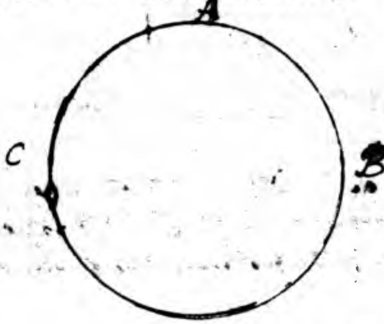


Figura est que sub aliquo vel aliquibus terminis compre-
henditur hoc est ambitus, et non solum terminatus, ut ex-
cludatur

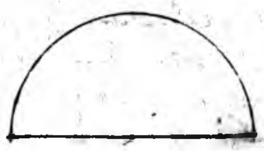
diuidatur linea que licet diminibur a punctis non tam comprehenditur.

Inter figuras planas omnium simpliciteners est circulus qui est figura plana una linea contenta que circumferentia apellatur ad quam ab uno puncto introrsum medio existentium, omnes prodeuntes linee in quibus in ipsius circuli circumferentiam incidentes ad inuicem sunt equales ut est figura A. B. C. punctus introrsum existens medium tabur centrum circuli.



Diameter autem circuli est recta quedam linea per centrum ductum et est ex utraque parte in circuli periferiam terminata que circulum bifarium seccat

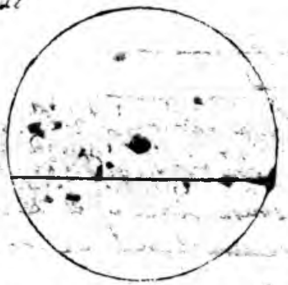
Semicirculus est figura que contihetur sub diametro et sub ea linea que de circuli periferia aufertur.



Si circulus diuidatur per aliam lineam que non transeat per centrum et ex utraque parte circuli periferia sit termi

nata

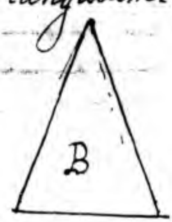
nato, circulus erit diuisus in duas figuras inequales, et maior erit illa in qua reperietur centrum et propterea dicitur maius segmentum circuli, minor uero ea, que caret centro, et dicitur minus segmentum eiusdem circuli



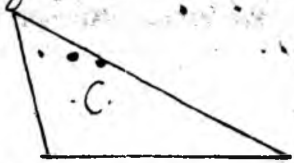
Sunt alie figure plane curui linea sed circulus est figura inequalis, et hec precipue attendit a Geometria

Post figuram circularem sequuntur figure recti linee que sub rectis lineis continentur, et primo loco venient trilatere que tribus rectis lineis ambiuntur harum figurarum deferentia peti potest tam ex lateribus quam ex angulis, si ex lateribus petatur uel est triangulum equilaterum, quod tria latera habet equalia ut triangulum A.

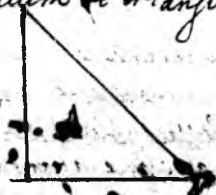
Vel est isosceles quod duo tantum habeat equalia latera ut triangulum B.



Vel scalenum omnia tria habet inequalia ut est triangulus C.

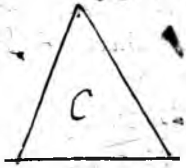


Si vero differentia trilateraz figuraz petatz ex angulis vel est triangulus rectangulus quod recto habeat angulum ut triangulus A.



Vel oligonius quod obtusus est triangulus B.

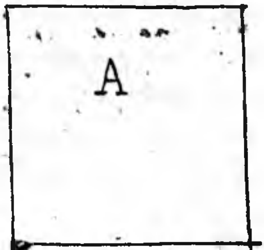
Vel oxigonius quod tres habet angulos acutos ut triangulus C.



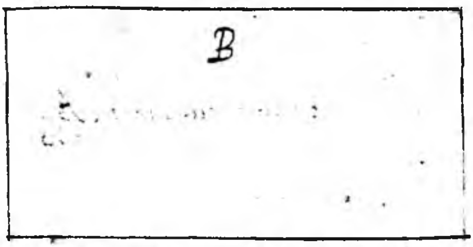
Tri

Trilateris figuris succedunt figure quadrilatere que sub quatuor lineis continentur et harum differentia est quinduplex vel enim est quadratus

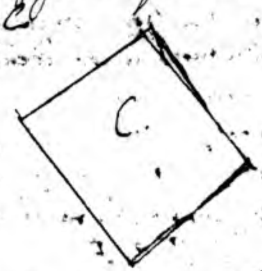
dratus quod et equilaterus et rectangulus est ut quadratum A



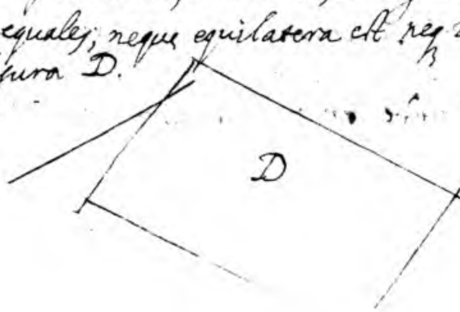
Vel figura altera parte longior que rectangula quidem sed equilatera non est ut est B.



Vel rombus qui figura equilatera sed rectangula non est ut est C.



Vel Romboides qui adversa, et latera, et angulos habens inter se equales, neque equilatera est neque rectangula ut Est figura D.

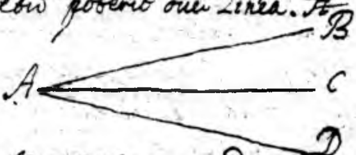


Vel trapezita suqua comprehenduntur tres aliæ figuræ quadrilateræ

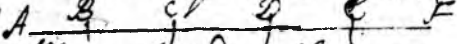
Primæ etiam figuræ quadrilateræ dicuntur Paralelograma quia bina illorum opposita latera sunt paralella seu equidistantia; Post quadrilateras figuras veniunt pentagonæ idest quinque contentæ sub lineis; Exagonæ sex; Eptagonæ Septem, et aliæ multi lateræ figuræ inumeræ.

Petitiones sive Postulatus

1 Postulatur ut a quovis puncto in quovis punctum recta lineam ducere concedatur ut sunt lineæ. A.B. A,C. A.D. A puncto A. id concedi debet ex definitione essentiali ipsius lineæ cum n. a quolibet puncto ad quolibet punctum poterit duci linea.



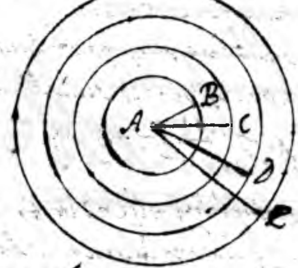
2 Rectam lineam terminatam producere ut exempli gratia linea A.B produci posse concedatur usque in E et C, in D. et sic in infinitum id concedendum est ob eadem rationem superius alatam cum semper recta possit ultro punctum fluere.



3 Quovis centro et intervallo circulum describere ut exempli gratia ex centro A. tam ad intervallum B. quam ad intervallum C. D. E. F

Data enim quacumque linea terminata cuiuscumque longitudinis si hæc concipiatur aplicata uni puncto secundum unum extremum et circumduci secundum alium donec revertatur unde primum discessit describatur circulus

Quacumq magnitudine data sumi posse aliam vel maiorem vel minorem.
Hoc intelligi debet de qualitate secundum illam dimensionem quam habet et concedendum est a paritate quantitatis discretae sicut in dato quocumque numero alius minor aut maior dari potest.



Axiomata

1 Quae eidem equalia et inter se sunt equalia A B C
ut si linea A est equalis lineae B, et linea C est equalis eidem lineae B. Linea A C erunt inter se equales et hoc principium est similium illi Philosophico: Quae sunt eadem uni ~~tertio~~ sunt eadem inter se

2° Et si equalibus equalia adiciantur, erunt omnia equalia ut si lineis A. et B equalibus addideris C. et D. equalis tota linea erit equalis, alioqui si una esset maior plus illi esset adiectum.

3° Et si ab equalibus equalia auferantur quae relinquentur erunt equalia, ut si possitis lineis equalibus dempseris

por

portionem C. et D. equales remanebunt A. et B. inter se

4° Et si inequalibus equalia adiungantur omnia inequalia erunt ut si lineis A et B inequalibus addideris C et D equales, ~~remanebunt~~ linee ~~tota equalis~~, A et B erunt inequales

A C

B D

5. Et si inequalibus equalia auferantur reliqua inequalia erunt, ut si lineis positis inequalibus demseris C et D equales, remanebunt linee A et B inequales

~~Et si inequalibus equalia auferantur reliqua inequalia erunt ut si linei~~

6 Que eidem duplicia sunt ad invicem sunt equalia et quod unius equalium duplum est, duplum est et alterius equalium ita magnitudinibus equalibus uni tertie equales adunt excessus sic linee A, C. sunt equales quia utraque est dupla eiusdem linee B et linea B quia est dupla linee A est etiam dupla linee C equalis ipsi linee A, ac pariter que eiusdem sunt triplicia quadruplicia &c inter se sunt equalia propter allatam rationem.

A

B

C

7 Et que eiusdem sunt dimidia inter se sunt equalia, preterea quod ab eadem magnitudine equalis aufferantur excessus sicut sit linea A dimidium linee B, et linea C dimidium eiusdem linee B, linea A et C erunt equales ad invicem

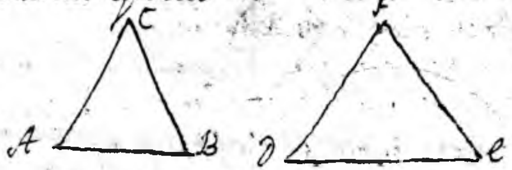
A

B

C

et que ab

8° Ea quę sibi mutuo ipsis conveniunt equalia sunt ad invicem
Hoc est si super possitionem duę rectę lineę intelligantur
convenire in limitibus et duę superficies in lateribus et
angulis et quę sunt similia similibus ex omni parte
conveniunt ea oportet esse ad invicem equalia et e contra
sit triangulum A B C, et triangulum D E F, si tres anguli
et latera primi trianguli utrumque utrique erunt hec tri:
angula invicem equalia



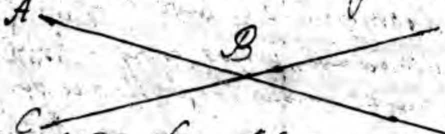
9° Totum est sua parte maius A———C———B
Cum enim totum nil est aliud quam tres partes integrales simul
una pars erit minor toto sic tota linea A B maior
est eius parte A C.

10 Duę rectę lineę unum et idem segmentum commune

Intelligo quando constituunt duas lineas, sic implicat
ut linea A B, A C habeant commune A D, esset enim
rectarum linearum esse non item duę rectę lineę non ex equo
sua intersiciunt puncta quando autem duę rectę li-
neę constituunt unam tantum rectam lineam non implicat
illas habere segmentum commune, linea enim A D, et
linea B C habent commune segmentum

11 Duę rectę lineę in uno puncto coniunctę si producantur

ambę necesario se mutuo in vno puncto intersecabunt

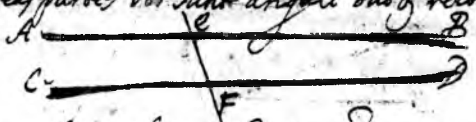


Vt si linea AB, et linea AC concurentes in puncto B pro-
ducantur intersecabunt se inuicem in B in quo concurrunt, et
id ob rationem lineę rectę pariter non alioquin non interiacente
ex ęquo sua puncta

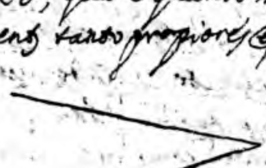
12 Omnes anguli recti sunt inter se equales

Varietas angulorum oritur a uarietate inclinationis li-
nearum in omnibus autem angulis rectis semper est eadem inclina
tio nec augeri nec minui potest ad augumentum uel decre
mentum linearum. Hoc idem demonstrari potest per suprapositi-
tionem

13 Si in duas rectas lineas altera recta incidens internos ad
easdemque partes ~~ubi duo~~ angulos duobus rectis minores faciat.
Duę illę rectę lineę in infinitum productę sibi mutuo inci-
dent ad eas partes vbi sunt anguli duobus rectis minores



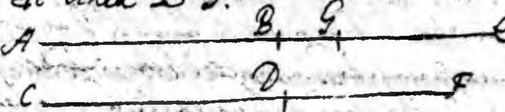
Quoniam plus inclinantur ad inuicem partes EB, FD quam
alię partes AE, CF, quare quanto magis partes EB
et FD producentur tanto propiores efficientur donec con-
currant



Duę rectę

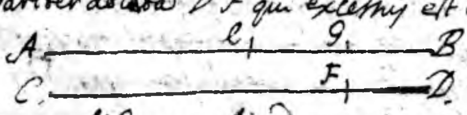
14 Duę rectę lineę spatiū nō comprehendunt
Patet ex definitione lineę rectę s.m. ex una parte coeant ita ut faciant angulū ex altera semp magis recedunt ab inuicē quare ut claudat spatiū hoc est efficiat superficiē undiq clausā requiretur saltē altera linea quę efficiat triangulū

15 Si equalibus inequalia adijciant͂ erit totoꝝ excessus adiun:ctorū excessui equalis
Hoc est si lineis A B, C D equalib. adant͂ inequales B C, D F tota linea A C maior erit C F quantum est maius additamentū B C additamento D F hoc est quanta est linea B G.



16 Si inequalibus equalia adiungant͂ erit totoꝝ excessus eoꝝ excessui quę a principio erat equalis
Proxima superiori figura tota linea A C superat totā lineā C F quantū linea A B C, superat lineā D F qui excessus est linea B G.

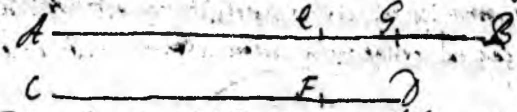
17 Si ab equalibus inequalia demant͂ erit residuū excessū excessui ablatoꝝ equalis
Si n. a lineis A B, C D, dempseris B C, D F inequalis Linea maior residua C F excedit lineā residuā minorē A C quantū linea maior oblata B C superat lineā minorē pariter ablatā D F qui excessus est linea C G.



18 Et si ab inequalibus equalia demant͂ erit residuū excessus excessui totoꝝ equalis

Sit

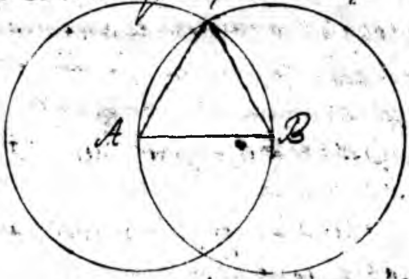
Sit linea A B que excedat lineã C D, G B, si ab lineis dempseris duas partes equales nimirum A E, F C, linea residua A B, excedit aliã lineã residuã F D pariter G B



19 Omne totũ equale est omnibus suis partibus simul sumptis idẽ .n. est totũ ac omnes partes simul sumpte &c

Propositiones

1 Prima demonstratione Euclidis ostendit triangulũ super datã lineã A B esse equilaterũ quia habet tria latera equalia, ostendit autẽ in dato triangulo tria latera esse equalia quia sunt linee ducte ab eodem centro ad eandẽ circumferentiã et sunt equales universis



Praxis huius problematis erit si centro facto in uno ex terminis linee date ad aperturã illius linee descripseris arcũ circuli deinde ad eandem aperturã centro facto in altero termino eiusdem linee duxeris aliũ arcum circuli, a puncto .n. ubi duo hi arcus se intersecant ducte linee efficient triangulũ equilaterũ

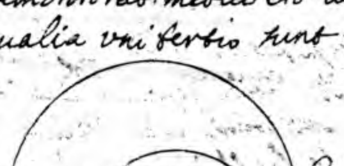
Triangulũ

Triangulū Isosceles eodem modo describatꝫ ad aperturam tamen vel maiorē vel minorē quam sit linea data

Scalenū efficias si descripseris ex uno termino lineę datę arcū ad aperturā maiorē eadem linea data et rursus ex alio termino eiusdem lineę ad aperturā ad hunc maiorē aliū circulū

Problema 2um propositio 2a

Ad datū punctū datę rectę lineę equalē rectā lineā ponere. In hac demonstratione probat lineas AG, BC, esse interse equales quia sunt equales uni tertię nimirū GC, et huius demonstrationis mediū est illud axioma quę sunt equalia uni tertio sunt equalia interse

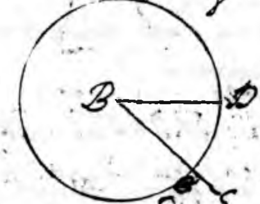


Prob:ma 3um propos:o 3a

Duobus datis rectis lineis inequalibus de maiore equalem minori rectā lineā detrahere A

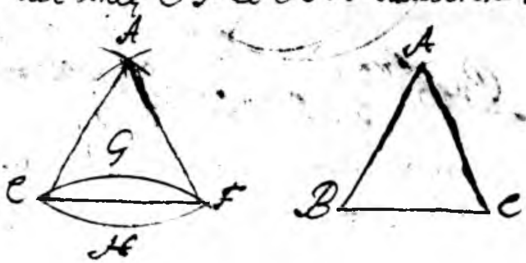
Demon

eodem medio
Demonstrat quod in 2ª demonstrationum de maiori linea
CB detracta est linea CB que quia est equalis lineę
DB, est equalis lineę A, que ratione equalis ipsi DB.



Theorema primum propositio 4ª

Si duo triangula duo latera duobus lateribus equalia
habeant utrumque, utrique habeant vero et angulum angulo
equalem sub equalibus rectis lineis contentum et basim
basi equalem habebunt ergo triangulum triangulo
equale ac reliqui anguli reliquis angulis reliquis angulis
equales erunt utrque utrique sub quibus equalia latera
subtendunt videlicet si triangulum ABC habuerit duo
latera equalia lateribus alterius trianguli DCF
et angulum BAC equalem angulo CDF etiam
bases horum triangulorum erunt equales et totum trian
gulum toti triangulo et omnes anguli sunt equales
quia si intelligantur hec duo angula supposita
congruent sibi mutuo alioquin due recte lineę CGF
et CF vel lineę CF et CHF clauderent spatium



Theorema

Theorema 3^um^ propos. Quinta .V.

Isoscelium triangulor. qui ad basis sunt anguli inter se sunt equales et producsis equalibus rectis lineis qui sub basi sunt anguli inter se equales erunt.
Sit triangulum isosceles A B C anguli supra basim A B C et A C B erunt equales quia si auferantur equalia triangula B C F, C B D ab equalibus triangulis A B F, A C D qui remanent anguli A B C, A C B, A C B sunt equales. 2° ostenditur angulos infra basis esse equales. nimirum angulos A B C et F C B quia equalibus oponuntur lateribus et existunt supra commune basim

Theorema 3^um^ propositio VI

Si trianguli duo anguli equales inter se fuerint et sub equalibus angulis subtensa latera equalia inter se erunt si anguli A B C, A C B sunt equales etiam latera A B, A C erunt equalia si n. no sunt equalia abscindatur si fieri potest verbi gratia ex maiori A B in D latus A D cui sit equale ipsi A C
Jam hoc posito sequeretur quod duo triangula A C D

DCB erunt equalia totum et pars quod est absurdum

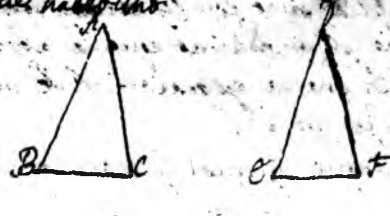
Theor: 4. propos: VII

Super eadem recta linea duabus eisdem alie recte lineę alię due recte lineę equales utraque utrique non constituentur ad aliud atque ad aliud punctum ad easdem partes eosdemque terminos cum duabus initio ductis rectis lineis habentes

Nam si ponantur alię lineę equales datis AC. CB que coincidant in alio puncto quam in C hoc punctum aut erit in altera rectarum iam datarum ut in puncto D in prima figura aut intra triangulum in puncto D in secunda figura aut extra triangulum in D ut in 3a figura aut in tali loco ut posteriores duo lineę ambiant priores duas in D, ut in ultima figura nihil autem horum dici potest nam vel sequeretur partem equalem toti aut angulos Isoscelis sub basi vel circa eos qui supra basim esse inequales

Theor: V. propos: 8a

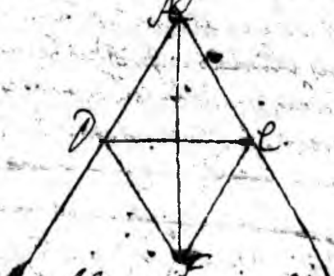
Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus utrumque utrique equalia habuerint vero et basim basi equalem angulum quoque sub equalibus rectis lineis contentum angulo equalem habebunt



Nam si triangulum ABC habens latera et basim equa-
lia triangulo DEF utrumque utrique intelligatur illi super-
poni, congruent [illegible] eorum bases quae sunt [illegible] eque-
les et congruent [illegible] latera et [illegible] Anguli
[illegible] potterit alio quod in [illegible] demonstratum est pro-
positione proxime [illegible]

Problema 4. proposit. 9.

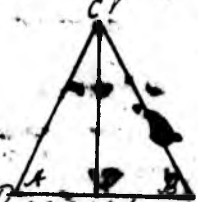
Datum angulum rectilineum bifariam secare
Anguli DAF et FAE sunt equales quia latera
DA F et basis DF trianguli DAF sunt equa-
lia lateribus et basi trianguli FAE utrumque utrique
ergo et angulus DAF angulo EAF, 8 octava
primi



Praxis huius problematis erit: e centro A, abscindantur
duae rectae equales DE cuiuscumque magnitudinis et ex cen-
tris D et E, ad quamcumque distantiam describantur duo
arcus sese secantes in B, linea ducta ab A in B dividet
datum angulum bifariam

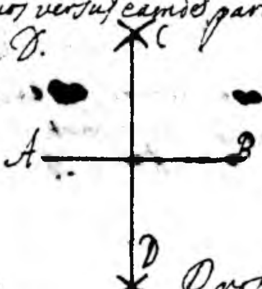
Problema V. propos: X

~~Datam rectam lineam finitam bifariam secare~~
~~Super lineam datam~~ erecto ~~triangulo equilatero~~ et diviso bifariam, ~~recta~~ dividens secet ~~lineam datam~~ que divisa erit bifariam. Nam cum duorum triangulorum A C D, D C B latera et anguli ad C, sunt equales, erunt etiam bases inter se equales



Praxis

Ex centro A ad quodvis intervallum quod tamen dimidium lineae A B excedat ducens duo arcus unus superne ad C alter inferne ad D et ex centro B ad eandem aperturam ducantur duo pariter arcus intersecantes priores recta n. C D dividet datam lineam bifariam. Si arcus inferne duci non possunt quod linea data sit in extremo verbi gratia alicuius plano descriptis ad C duobus arcubus describemus alios duos versus eandem partem ad ad maiorem aperturam in D.

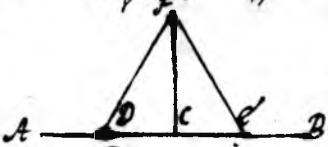


Prob: VI. propos: XI -

Data recta linea a puncto in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare

A puncto C sumptis hinc inde duabus lineis equalibus C. D

C D, C E, et super hoc latere recto triangulo equila-
tero linea ex F ad C erit perpendicularis quia cum bases
et latera triangulorum DCF ~~[illegible]~~ ECF sint equalia
erunt anguli ad C, equales ~~et~~ atque adeo recti



Praxis

Ex puncto C abscindantur utrinque lineae equales CD, CE
et ex D et E describantur duo arcus secantes se in F,
recta namque FC erit perpendicularis