

J. R. BOŠKOVIĆ

DE
VIRIBUS VIVIS

RIM, 1745.god.

A. M. D. G.

D E

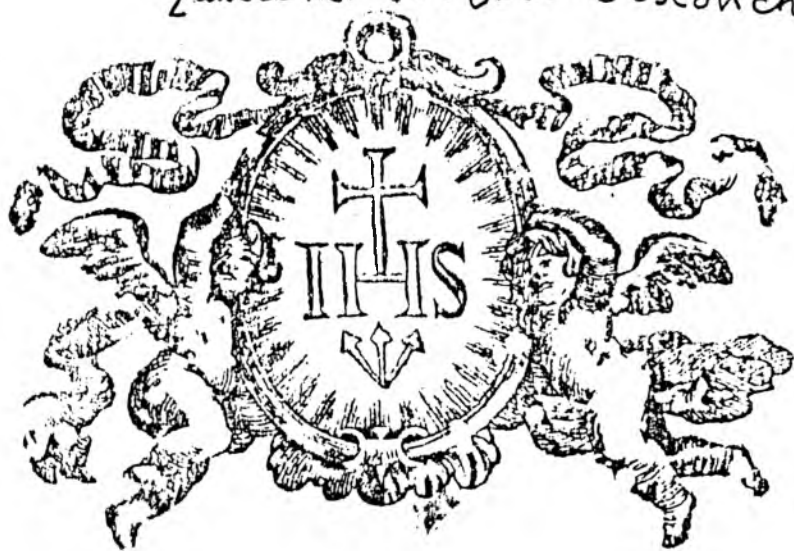
VIRIBUS VIVIS
DISSERTATIO

Habita in Collegio Romano Soc. JESU

A PP. EJUSDEM SOCIETATIS

Die 6.: Mense Septembri: Anno 1745.

[anatore R. Jos. Bosconich]



ROMÆ, MDCCXLV.

7
23-1
3.





Eleberrimam de virium vivarum mensura controversiam aggredimur vel dirimendam, vel componendam, vel potius summovendam: opus sanè arduum, & audax consilium: nulla enim fortasse alia Mathematicos primæ notæ, nulla certè Mechanicos gravius, diutiusque in factiones distraxit. At quid nocebit tentasse. Si res minus prospere cesserit; licebit saltem usurpare vulgatissimum illud: *Vel contendisse decorum est.*

1. Duo virium genera in corporibus universa distinguit antiquitas, quorum utrunque a potentiis quibusdam motus omnes vel generantibus, vel inmutantibus ortum duceret: alterum, quod in nisu quodam ad motum consisteret, qui sinè ullo etiam motu haberi posset, ut ubi per subjectum planum impeditur gravitatis effectus: alterum quod semper cum motu ipso conjunctum esset, quod Peripatetici Impetum appellarunt, & ita per nisum illum summoto obstaculo censuerunt gigni, ac corporibus communicari; ut ejus ope & motum continuarent, & obstacula, si quæ se offerrent, pervincere conarentur, ac summovere. Utriusque autem generis vires a sola celeritate æstimari consueverant, ubi de singulis aequalibus materiæ particulis ageretur; ut nimirum nisus ille duplus esset, vel triplus, qui summoto obstaculo duplam in eadem materiæ particula, vel triplam velocitatem generaret eodem tempore; impetus autem duplus censeretur, vel triplus, qui cum dupla, vel tripla celeritate

ejusdem particulæ conjunctus esset : ac proindè , ubi de inæqualibus materiæ quantitibus , sive ; quod idem sonat , de inæqualibus massis sermo esset ; estimabantur vires utriusque generis a summis celeritarum particularum omnium æqualium , nimirum à massis ipsis in simplicem celeritatem ductis .

2. Et quidem, quod ad primi generis vires pertinet, earum mensura facillè experimentis confirmabatur, cum & virium æqualitas, si æquales forent, ex æquilibrio innotesceret, ac per æqualitatem ratio quoque, si forent inæquales, deduceretur, & celeritates dato tempore genitæ facillè observando
 F. 1. detegerentur. In vertice *B* plani inclinati *AB* accuratissimè levigati sit trochlea, filo *DBC* advoluto, e cujus altero extremo globus *C* liberè pendeat, ex altero hinc æquales ex eadem materia globi *E*, & *D* partim ab ipso filo, partim ab eodem plano inclinato sustineantur. Quoniam nihil ad descensum per planum inclinatum minorem experimur, quam ad descensum liberum; invenietur facillè inclinatio illa, quæ globum *C* cum globis *E*, & *D* in æquilibrio sistat. Eo casu nihil ad descensum globi *D*, æqualis nisi globi *E* æquabitur dimidio nisi globi *C*, cum ob æquilibrio primi illi duo simul hunc tertium solum adæquent. Jam verò si filo disrupto diligenter notentur celeritates, quas in descensu acquirunt eodem tempore globi *C*, & *D*; invenietur prioris celeritas posterioris celeritatis dupla; in eadem nimirum ratione nisiuum; quod idem generalius deprehenditur si in *D* quicumque æqualium globorum numerus appendatur, vel globus cujuscunque massæ; celeritates enim singularum particularum in descensu acquisitæ eodem tempore erunt, ut nisius ex æquilibrio deducti, quod idem aliis quoque methodis, & in aliis virium generibus experiri liceret.

3. Quod verò ad secundi generis vires pertinet, tentatum quidem a Galileo, Merfeno, Ricciolio, aliisque, sed experimentis plures non ita notas circumstantias involventibus, ut nihil inde erui poterit, quod controversiæ occasionem prariperet. Adhuc tamen usque ad annum 1686. secun-

secundi quoque generis virium mensura eadem satis communiter est adhibita. Eo autem anno in Actis Lipsiensibus Leibnitiusschediasma edidit, cui titulus: *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii, & aliorum circa legem naturæ &c.*, in quo primi generis vires *Mortuas* appellavit, secundi generis *Vivas*, & illas quidem a massis in velocitates ductis, has vero a massis ductis in quadrata velocitatum æstimandas censuit; ut nimirum idem corpus cum dupla velocitate delatum non duplam sed quadruplam habere debeat vim vivam, cum tripla, vel decupla non triplam, vel decuplam, sed noncuplam, vel centuplam: cujus novæ sententiæ illud in primis protulit fundamentum vir celeberrimus, quod videret gravia sursum projecta ascendere ad altitudines proportionales non celeritatibus ipsis, sed celeritatum quadratis.

4. Et initio quidem non ita multos nova opinio sectatores habuit, plerisque adhuc veteri sententiæ addictis, Papino imprimis recentem illam impugnante, cum quo aliquandiu certavit Leibnitiuss. Verum Joanne Bernoullio redintegrante bellum, qui novis elastorum experimentis Leibnitianam sententiam restituit, plurimi statim per Germaniam potissimum, atque Italiam summi viri easdem partes amplexi sunt, quas Hermannus elasticorum globorum oculis, Polenus fovearum in molli corpore excavationibus factis impressione diversorum globorum decidentium ex diversis altitudinibus, alii aliis confirmare conati sunt, ac stabilire; maximo auctoritatis pondere Leibnitianæ sententiæ accedente a reliquorum Bernoulliorum, & Volffii suffragiis in Germania, Gravefandii, & Muschenbroëkii in Hollandia, Comitum Jacobi Riccati jam olim, & nuper Patris Vincentii Riccati ejus filii summi e nostra Societate Mathematici in Italia, ac demum in Gallia ipsa veteri potius sententiæ addicta Matronæ lectissimæ du Chatellet, quæ in suis physicis institutionibus Leibnitianas partes acerrimè propugnavit.

5. Nec tamen vetus sententia tanto auctoritatis pondere

obruta corrui, aut de suo dignitatis gradu devoluta est, plurimis per Galliam potissimum, & Angliam contra obnitentibus, & in hac quidem Stirlingio, ac Mac-laurino, in ea Mairanio summis viris, pro eadem tanquam pro aris, & focis acerrimè pugnantibus, quorum postremus ita nostro quidem iudicio veterem explicavit sententiam, & ab omnibus adversariorum telis protexit; ut nihil jam ab experimentis afferri possit, quod Mairanii methodo cum ea optimè conciliari nequeat, analogia præterea, & simplicitate naturæ ipsi abunde faventibus: quem tantum virum & injuria carpit, & quidem acrius, quam par esset, Petrus Martinus in opusculo de viribus vivis edito quatuor ab hinc annis, licet eandem ibidem, quam Mairanius sententiam propugnet. Ubi illud sanè Martino contigit, quod sæpe quosdam primæ notæ Auctores carpentibus usuvenire solet, ut in eo maximè, in quo eos corrigendos putant, labantur ipsi. Rem totam aperiemus quam brevissimè, non quod hac nostra defensione indigere arbitremur celeberrimum virum in re satis patente per se ipsam; sed ut erga doctissimum hominem, nobisque amicissimum, qualecunque hoc obsequii nostri argumentum exhibeamus.

F. 2. 6. Inter cætera experimenta, quæ pro Leibnitiana sententia afferri solent, illud est non vulgare, quo globus A , si demittatur successivè ex diversis altitudinibus AB in massam MN argillæ mollis, vel sebi, vel alterius ejusmodi materiæ cujuscunque, deprehenditur excavare foveas DCE proportionales ipsis altitudinibus, ex quibus globus demittitur: // cumque ex legibus Galilei quadrata celeritatum, quas gravia cadendo acquirunt, sint ut altitudines, ex quibus cadunt; patet foveas ipsas esse proportionales non velocitatibus, sed velocitatum quadratis, ex quo Leibnitiani deducunt vires quoque vivas corporum, quarum nimirum effectus sit ejusmodi fovearum excavatio, non ipsis celeritatibus respondere, sed celeritatum quadratis. // Id ipsum experimentum passim à Leibnitianis adductum recensuerat una cum aliis nonnullis in sua dissertatione Mairanius, quam anno

anno 1728. Commentariis Academiae Parisiensis inseruit, illud adjungens, ea in dubium revocari non posse, cum tradantur a viris æque doctis, ac in experimentorum diligentissima institutione exercitatis. Admisso autem experimento demonstraverat ex veteri ipsa de viribus vivis sententiam idem prorsus phænomenum consequi debere, si ratio temporis, quo velocitates singulæ amittuntur, habeatur; illud enim ostenderat, si earum virium, quæ in fovea excavanda amittuntur, ineatur ratio, duplam vim amitti non posse, nisi post quadruplum mollis illius materiae loco motum, atque compressum.

7. Mairanii locum in notis in suam illam dissertationem Martinus producit, ubi etiam idem experimentum addit & a Fontenello traditum, ut exactè institutum, ac sæpius repetitum, & a Cribellio fuisse propositum, & a Poleno admissum, quod idem demum in fine ipsius dissertationis apud Muschembroekium quoque se legisse affirmat. Nihilominus tamen minus ego, inquit, si opus esset jurarem a nemine hoc experimentum fuisse institutum. Sed ignoscamus Mairano experimenti ignorantem, se enim in eo libenter credulum præbuisse apparet. Quis ei ignoscet id, quod fidenter tradit, experimentum ipsum cum vulgari virium aestimatione mire consentire? Sub finem autem de Muschembroekio agens, Opponit, inquit, varia experimenta, inter quæ non reticet illud globi cadentis ab inæqualibus altitudinibus, imprimētisque foveas proportionales altitudinibus ipsis; qui quidem error est ei communis cum Cartesianis, Leibnitianisque omnibus sic experimentum se habere tradentibus. Mirum sanè videbitur contra tantam tantorum hominum, imò omnium Cartesianorum, ac Leibnitianorum licet contrarias inter se partes defendentium, auctoritatem in quaestione de factis, hac nostra ætate, qua ubique diligentissimis, & crebro repetitis experimentis in naturam inquiritur, affirmasse, paratum se jurare a nemine hoc experimentum institutum, & Mairanii credulitatem incusasse. Nec minus admiratione dignus tantæ fiduciae sors. Instituerat nimirum idem

experimentum Martinus, cujus successum cum Mairanii, cæterorumque omnium testimoniis apprimè consentientem, ut ex ipsa ejus narratione constat, ipse maximè iisdem contrarium censuerat. Dimensus enim fovearum profunditates BC , sive arcuum DCE sinus versos, invenerat profunditatem foveæ impressæ a globo ex quadrupla altitudine decedente esse proximè duplam non quadruplam. At ii cum foveam nominant, non ejus profunditatem intelligunt, sed spatium omne DCE longum, latum, & profundum, quod indicat quantitatem materiæ mollis loco motæ, atque compressæ, nimirum segmentum solidum spheræ, cujus segmenti axis est ipsa illa profunditas CB . Constat autem, si axes CB plurimum segmentorum ad diametrum spheræ rationem exiguam habeant, fore segmenta ipsa proximè ut profunditatum quadrata; posita enim ratione diametri ad circumferentiam ut 1. ad c , diametro spheræ $= a$, axe $CB = x$, est segmentum sphericum $\frac{1}{3} acx - \frac{1}{3} cx^3$, in qua formula si x respectu a sit satis exigua, secundum membrum contemni poterit sine notabili mutatione primi; ac proinde segmenta ipsa erunt proximè ut $\frac{1}{3} acx$, sive ob $\frac{1}{3} ac$ constantem, ut xx , in duplicata ratione profunditatum. Quamobrem ex eo ipso, quod Martino obvenerit fovearum profunditas proximè dupla in casu altitudinis quadruplæ, colligitur foveam ipsam proximè quadruplam extitisse; quod Mairanius, quod Fontenellus, quod Muschembroekius, quod Cartesiani, & Leibnitiani omnes, ipso Martino teste, haud illi quidem plus æquo creduli, ita se habere affirmaverant.

S. Nec primum hoc eo in genere Martini infortunium. Accusaverat gravius ipse in epistola illa de luminis refractione (de qua epistola & nos mentionem fecimus in dissertatione De natura & usu infinitorum, & infinitè parvorum edita anno 1741., & meminit Martinus in hoc opusculo eodem anno edito) PP. Clavius, & Tacquetum, quod affirmarent è falso directè ratioeinando verum demonstrari posse, & integram dissertationem de eodem argumento promiserat. Nos ibidem, & quæ Martinus inter se confunderet, & in

& in quo maximè falleretur, paucis exposuimus, illud polliciti, si ejusmodi dissertationem edidisset, defensionem suscepturos, & quæ nobis tam in ea epistola, quam in edenda dissertatione displicerent, evulgaturos. Edebat autem ipse eodem ferme tempore opusculum suum de virium vivarum mensura, cujus notis immiscuit nonnulla, quæ ad ejusmodi quæstionem pertinerent. Cum vero ibidem nihil profus invenimus, quod ad ea spectet, quæ nos obicimus; censemus opusculi impressionem absolutam esse, ante quam nostræ dissertationis exemplum ad ipsum perveniret. Nec verò inter ea, quæ adjecta sunt ibi, quidquam adest, quod nos magnopere moveat, si vè rationem illam spectemus, qua Martinus utitur ad probandum, non posse e falso deduci, verum, si vè responsum, qua Tacquetianam demonstrationem conatur eludere. In ipsa enim ratione æquivocationem quandam latere, haud difficulter ostendi potest, quod tamen manifestius patet ex ipsa Tacquetiana demonstratione, in qua illud sanè omninò insiciari Martinus non potest; ex falsa hypothese, quod recta linea, quam ibi Tacquetus nominat, perpendicularis sit dato plano, deveniri ad veram propositionem, quod perpendicularis non sit, absque eo, quod ullum in toto illo discursu ratiocinationis vitium deprehendi possit. Deducit quidem Tacquetus demonstrationem eo; ut evincat, falsa illa hypothese admitta, angulum quendam, qui verè rectus esse debet, obliquum esse; sed malè iccirò Martinus infert, a Tacqueto nihil nisi falsum ex falso erui; nam in ea Tacquetus propositione non sistit, sed recta utique ratiocinatione ex illa anguli obliquitate jam deducta ad veram tandem propositionem progreditur, quod nimirum Recta illa ipsa dato plano perpendicularis non sit, quæ propositio & deducitur ex falso, & cum ex ipsa sua contradictoria deducatur, evidenter vera deprehenditur. Verùm hic in eo susius immorari nec licet, nec libet: immorabimur fortasse alibi potissimum, siquid ad ea, quæ in nostra illa dissertatione proposuimus, reponat uspiam. Interea verò proposita de viribus vivis controversia ad se nos vocat.

9. Nos quidem posteaquam & phænomena omnia, & phænomenorum explicationes ab utriusque partis propugnatoribus propositas diù diligentissimè consideravimus, in eam tandem sententiam devenimus, quam hic proponimus propugnandam, *Vires vivas in corporibus nullas esse*: illud enim contendimus, phænomena omnia ita pèndere a vi inertix, & momentaneis, ac perpetuo pereuntibus potentiarum actionibus, sivè viribus mortuis, ut vires vivæ sint prorsus superflue, ac ex illo Newtoni principio satis communiter admisso, causas non plures admittendas esse, quam quæ veræ sint, & effectibus explicandis sufficiant, omnino è physica reiiciendæ. Si eam sententiam satis comprobaverimus summovebitur ipsa de virium vivarum æstimatione controversia. Si autem adhuc virium vivarum nomine uti libuerit, & id nomen adnectere ideæ alicui objectæ aliâ aliunde nota complectenti; tùm vero poterit ita adhiberi, ut vires vivæ vel massis respondeant in simplices celeritates ductis, vel massis ductis in quadrata celeritatum, quo quidem pacto controversia ipsa componeretur redacta ad litem de nomine. Si demum secluso principio illo, vires vivas licet superfluas illas quidem, & inutiles, quispiam omninò velit admittere; affirmamus, salvis phænomenis, admitti posse vel ita, ut respondeant massis in celeritates simplices ductis, vel massis ductis in celeritatum quadrata, ita tamen, ut simplicitati & analogiæ naturæ melius consulatur in priorè, quam in posteriore sententia, quo demum pacto controversia dirimeretur. Hæc autem omnia cum exposuerimus; addemus ex ea occasione nonnulla, quæ ad corporum compositionem, & partium, ex quibus coalescunt, naturam, viresque pertinent, nobis saltem nova, & ut speramus nec injucunda, geometris potissimum, nec infæcunda, & quæ nostram hanc ipsam de viribus vivis sententiam simplicioream reddant, atque elegantioream.

10. Agnoscunt sômmes utriusque sententiæ Mechanici vim eam in corporibus, quam Keplerus omnium primus vim *Inertiæ* appellavit, Newtonius vim insitam, & passivam.

Ea est determinatio quædam materiæ ad perseverandum in eo statu quietis, vel motus uniformis in directum, in quo semel est posita, nisi aliqua potentia cogat statum mutare. Ea vel est quædam natura: lex Conditori libera, vel est quædam, ut scholasticorum voce utamur, exigentia conditionata ipsius essentia corporis, quam & Peripatetici possunt admittere, & si velint in qualitate etiam aliqua collocare, quæ habeat ejusmodi conditionatam exigentiam. In quo ea sita sit physice, hic nimirum non quærimus. Satis est nobis, quod eam in corporibus admittant Mechanici, tam ii, qui vires vivas admittunt solis velocitatibus proportionales, quam ii, qui velocitatum quadratis, cum quibus agimus. Ea vi inertia corpora si nullam habent velocitatem, quiescunt; si habent aliquam, eandem retinent, donec nova ab aliqua potentia generetur.

11. Porro Velocitas, vel Celeritas, potest considerari (ut hic etiam scholasticorum utamur vocibus, hic maxime idoneis) in actu primo, & in actu secundo. Velocitas in actu secundo est relatio quædam spatii, quod percurritur, & temporis, quo percurritur: nec ejus idea quidquam aliud involvit præter tempus, spatium, & eorum relationem quandam, quæ hæc celeritas eo major dicitur, quo plus spatii eodem tempore percurritur motu uniformi, & quo minus tempus in eodem spatio percurrendo impenditur; ac proinde est ut spatium divisum per tempus. Huic celeritati in singulis particulis materiæ respondet quantitas motus dato tempore perfecti ab eadem particula, qui motus, cum sit translatio de loco in locum, est ut spatium percursum. Ac proinde in toto corpore est quantitas motus, ut summa celeritatum particularum omnium, sive ut celeritas in massam ducta. Hæc ipsis Mechanicæ tyronibus notissima sunt.

12. Velocitas in actu primo est ipsa determinatio, quam habet corpus ad hanc celeritatem in actu secundo; sive est determinatio percurrendi dato tempore determinatum spatium. Hanc velocitatem retinet corpus in motu uniformi

vi inertiae; immò ea nihil est aliud, nisi ipsa vis inertiae determinata a precedentibus dispositionibus, nimirum vel a primo statu, in quo eam materiam Conditor posuit, dum conderet, vel ab actionibus potentiarum, quae in illam egerunt prius.

13. Potentiarum nomine intelligimus eas causas, quae per actiones suas statum corporis mutant, quae cum illud determinant ad habendam aliam celeritatem in actu secundo, dicuntur producere in ipso novam celeritatem in actu primo. Actio momentanea, qua haec velocitas generari concipitur, dicitur vis activa, quae nobis quidem est unica vis, a Leibnitio autem vis mortua dicta est. Ejusmodi potentiae sunt impenetrabilitas in collisione corporum, si per contactum fiat: gravitas in accessu ad centrum, vel ad aliud corpus: ea causa, quae, si partes quorundam corporum, ad se plus aequo accedant, eas repellit, si recedant plus aequo, ad se invicem adducit, & dicitur vis elastica; causa pariter adhaesionis particularum corporum, qua unius motum altera sequitur; causa obliuiscens compressioni quorundam aliorum corporum, quae figuram amissam non recuperant, & mollia dicuntur; & aliae ejusmodi, si quae sunt.

14. Ex pariter potentiae possunt reponi vel in libera Dei lege, vel in alia conditionata exigentia quadam essentiae ipsius corporis, vel etiam a Peripateticis, si velint, in qualitate quadam, salvis profus phenomenis. In quocunque enim physicè sita sint ejusmodi potentiae, modo eandem velocitatem in actu primo generent in corpore, sive ipsum eandem celeritatem in actu secundo determinent, eadem semper motuum phenomena habebuntur. Quanquam autem hic & actionis, & generationis nomine utimur; tamen nulla vera, & physica actione, aut productione est opus, in ea generatione velocitatis in actu primo; ut ipsa celeritas juxta ideam, quam de ea tradidimus, non est aliquid, quod physice producat, & de novo adveniat. Habetur abunde per praesentem combinationem illius vel legis, vel exigentiae conditionatae, in qua vis inertiae sita est, & illius alterius,

rius, in qua sita est potentia ipsa, ac per circumstantiam loci, vel aliam ejusmodi; quæ conditionem in potentia ipsa imbibitam determinet. Sic Gravitatis per Newtonianos est quædam vel determinatio ipsorum corporum naturæ, vel potius libera Dei lex, qua si bina corpora posita sint in quacunque distantia etiam in vacuo, statim acquirant determinationem accedendi ad se invicem, & acquirendi novam celeritatem in actu secundo eo majorem, quo minus est quadratum distantia. Intelligentur ea corpora existere: intelligatur vis inertia, qua priorem celeritatem retineant si nulla potentia agat: intelligatur tanta determinata distantia; intelligatur genita nova celeritas in actu primo, determinatis conditionibus omnibus: & intelligatur nova celeritas perpetuo advenire, si intelligentur perpetuo determinari conditiones eadem. Nulla in hac idea involvitur vera productio cujusdam, quod sit velocitas in actu primo, nulla actio physica; quod quidem hic semel ita præmittimus, ut intelligatur semper, quo sensu actionem velocitatis generativam accipiamus, eamque usurpare nobis liceat in posterum, quin ullius vivæ vis productio ad velocitatis generationem requiratur.

15. Potentias plerunque concipimus tanquam perpetuo agentes, ut gravitatem, & elasticitatem. Ex singulis momentis temporis solam producant pressionem, quæ in velocitatem non transit ulla multiplicatione, sed solo ductu per tempus continuum; prorsus ut linea nulla sui multiplicatione evadit superficies, sed continuo ductu per aliam lineam. Verum impenetrabilitas, ut in congressu eorum corporum, quæ figuram nulla vi mutant, & dicuntur dura (quæ corpora an existant in natura hic non quærimus, ea autem inferius excludemus), ipso momento temporis, quo contactus fit, velocitatem generat; & tanquam per saltum mutat; atque ideo vis, quæ in percussione exercitur, dicitur esse altioris ordinis, nec pura pressio utcumque multiplicata ipsam adæquat, sed solum, ut diximus, ducta per tempus continuum.

16. Pressio tamen ita cum velocitate connectitur, ut li-

(XIV)

nea recta cum plano. Ut enim recta linea per aliam datam rectam ducta in eodem angulo planum describit sibi proportionale, sic pressio per datum tempus continuata abit in velocitatem sibi proportionalem. Ut variata etiam linea, in quam altera ducitur, est planum genitum in ratione composita lineæ, quæ ducitur, & per quam ducitur; ita etiam variato tempore, quo eadem pressio durat; velocitas genita est in ratione composita pressionis, & temporis, per quod ea continuatur. Ut si in fig. 3. recta EF perpetuo maneat ejusdem longitudinis, dum per rectam AC ducitur ad angulos rectos; describit rectangulum, in quo singulis particulis Ee respondeant spatiola $FEef$ aequalia; At si ipsa perpetuo vel crescat, vel minuatur, & fortasse etiam evanescat, ac ad partes oppositas abeat; aliam figuram planam describit, vel ad easdem partes jacentem, vel partim ad easdem, partim ad contrarias; sic & pressio, si semper ejusdem magnitudinis perseveret, motum generat uniformiter acceleratum, in quo singulis tempusculis aequalibus accedunt aequalia velocitatis incrementa; at si perpetuo varietur, producit motum difformiter acceleratum, in quo incrementa ipsa celeritatis tempusculis aequalibus facta, vel majora sint, vel minora perpetuo, aut etiam pressione directionem mutante, abeant in decremента. Ut demum si spatiolum, Ee concipiatur indefinitè parvum, ob differentiam rectarum ef , EF indefinitè parvam concipitur areola $FEef$ tanquam rectangulum; Ita ob binarum pressionum differentiam tempusculo indefinitè parvo indefinitè parvam, motus etiam difformiter acceleratus tempusculo illo ipso concipitur tanquam uniformiter acceleratus. Quamobrem si segmenta AE rectæ AC expriment tempora: recta autem EF exprimat pressionem ipsam; optimè per planum $BAEF$ exprimetur ipsa celeritas, in quam abit pressio EF continuata per tempus AE . Quanquam ut omne aliud quantitatum genus, velocitates quoque per lineas exprimi poterunt, assumpta ad arbitrium una aliqua lineæ, quæ unam aliquam velocitatem exponat.

17. Ut autem hæc theoria generalior sit; in ipso æquilibrio, in quo oppositis pressionibus binæ potentix inter se pugnant, & nullus consequitur motus, nulla celeritas in actu secundo; concipiuntur tempore quovis continuo velocitates in actu primo produci, sed contrarias, & æquales, quarum proinde summa perpetuo maneat $= 0$; actione autem potentix exercita momento temporis, quod temporis continui non est pars, sed terminus, eodem profus pacto, quo punctum in geometria non est lineæ pars, sed terminus, generari concipimus pressionem illam tantum, quæ ad celeritatem est ut linea ad superficiem.

18. Celeritas nova, quæ generatur, si generatur in eadem directione cum priore, additur ipsi, & exurgit utriusque summa, ut in analysi accidit quantitativis eodem signo affectis: si generetur in directione contraria, ipsi negativè additur, nimirum subtrahitur, & exurgit utriusque differentia, ut quantitas negativa addita positivæ eam minuit, non auget; quo casu si velocitas contraria est æqualis priori; remanet velocitas $= 0$, sive determinatio ad quietem, ut diximus in pressionibus contrariis; si major, remanet velocitas negativa, sive cum directione opposita priori. Si demum nova celeritas generetur in directione aliqua obliqua; ei obliquè applicatur juxta legem notissimam compositionis, & resolutionis motuum. Exponat priorem velocitatem AB , posteriorem AC ; completo parallelogrameno $ACDB$, diameter AD exponet & magnitudinem, & directionem velocitatis, quæ ex utriusque compositione exurgit. Idem & in pressionibus, & in velocitatibus contingere ab experimentis manifestè discimus, & cum ex binis velocitatibus, vel pressionibus AB , AC , tertia AD exurgit; ea dicitur compositio motuum: cum una AD concipitur tanquam orta a binis AB , AC definitis per latera parallelogrammi cujuscunque, cujus AD sit diameter; ea dicitur resolutio. Nec illud hic quærimus, an ex aliis anterioribus naturæ, legibus necessario fluat, & demonstrari possit; an sit potius primaria quædam lex, cui aliam quampiam Na-

F.4.
5.

tura Auctor pro arbitrio suo substituere potuerit, & illud fancire, ut ex motuum compositione alia quæpiam directio, alia mensura novæ pressionis, ac celeritatis exurgeret.

19. In compositione velocitas, quæ exurgit semper est minor componentibus simul sumptis, quia latera AB , BD ideoque & AB , AC simul majora sunt latere AD . In resolutione augetur ob oppositam rationem, seu, ut verius dicamus, augeri concipitur; facile enim ex theoria, quam tradituri sumus, deducitur, resolutionem nunquam habere locum, sed solum mente concipi; revera autem solam haberi compositionem. At si velocitates componentes intelligantur resolvi in duas, alteram secundum directionem novæ exurgentis, alteram secundum directionem ipsi perpendiculararem; perpendicularares ipsæ semper sibi æquales se elident mutuo, reliquarum summa, vel differentia semper eadem erit in ea, quæ exurgit, ac in componentibus. Nam ductis CF , BE perpendicularibus ad AD , & completis reſtanguſis Ff , Ee , ac resoluta AC in Af , AF , & AB in Ae , AE , satis patet ex æqualitate triangulorum AFC , BDE , quæ facile demonstratur, æquales fore AF , DE , & CF , BE ; ac proinde etiam Af , Ae ; adeoque ipsas Af , Ae oppositas se mutuo elidere, reliquarum summam in fig. 4., differentiam in fig. 5. esse AD .

20. Hisce omnibus præmissis; en demum, in quo cum Leibnitianis, & Antileibnitianis convenimus, & in quo discrepamus. Actionem illam potentiarum, qua generatur pressio, vel celeritas, & quam appellavimus vim ipsarum, metimur per aggregatum celeritatum illarum, quæ generantur in singulis particulis, nimirum per massam in simplicem celeritatem ductam; in quo & Leibnitius convenit, qui vires mortuas ita æstimat. Ea æstimatio est satis conformis rationi. Cum enim concipimus ea actione generari vel celeritatem, vel pressionem, quæ per tempus datum continuata, velocitatem producit sibi proportionalem; ea actio, quam nos ad eum unicum finem concipimus, ab ipso effectu æstimanda erit. Eam autem actionem, nos nihil aliud produce-

ducere concipimus, & affirmamus, præter hanc pressionem, & velocitatem. Leibnitiani, & Antileibnitiani admittunt præterea vim vivam, ab his potentiarum actionibus in corpore relictam, & permanentem; quocunque demum modo eam explicent phylicè; sive eam velint consistere in Peripatetica quadam qualitate, quæ sit impetus, quod nolunt; sive in alio quocunque. Nos hanc vis vivæ sive qualitatem, sive tantum ideam rejicimus, ut prorsus superfluum, & affirmamus phænomena omnia abunde explicari per ideas tantum a nobis hætenus traditas quibus concipiamus, a potentiis per actiones suas immediatè produci solam velocitatem, & cum priori per vim inertie conservata componi vel directè, vel obliquè: illi inter se pugnant, quæ debeat esse mensura vis ejus vivæ, quam vel concipiunt, vel admittunt. Quamobrem si illud ostendimus, phænomena omnia motuum optimè explicari sine hac nova vel re, vel idea; evicimus sanè, vires vivas nullas esse, & objecto quæstionis summoto, quæstionem ipsam summovemus.

21. Verum ut a motu uniformi ducamus exordium; evidentissimè patet ad conservationem velocitatis, quæ per præcedentes potentiarum actiones est acquisita, satis esse solam vim inertie, nec ullam vim vivam requiri. Ea conservatio in ipsa idea vis inertie manifestè includitur. Quære si, ubi potentie agunt ad velocitatem generandam, nulla pariter vis viva necessaria sit; omnia omnino phænomena sine viribus vivis explicabuntur.

22. Jam verò si velocitas producat per vires earum potentiarum, quæ concipiuntur agere sine ullo etiam contactu, & impulsu alterius corporis, quemadmodum & a Newtonianis, & a Peripateticis concipitur agere gravitas etiam in corpus in vacuo collocatum; pariter manifesto apparet, nullum opus esse viribus vivis. Ex eo, quod vires gravitatis singulis momentis temporis E in fig. 3. producant pressiones EF sibi proportionales, & tempusculis Ee velocitates $FEef$; producent totis temporibus AE , AC velocitates $BAEF$, $BACD$ juxta num. 16. Si autem ejusmodi ve-

(XVIII)

locitates exprimantur per ordinatas EH ad lineam quandam AHG , spatiola tempusculo Ee producta a velocitate EH erunt, ut areolæ $EHbe$, & tota spatia respondentia temporibus AE , AC , ut areæ AEH , ACG . Licet autem, & celeritates singulis tempusculis productæ sint, ut vires, & spatia percursâ ut celeritates; in aggregatis varia deprehendetur summarum ipsarum relatio, pro varia mutatione virium EF . Si vires sint constantes; evadit BFD recta linea parallela AC , velocitas $BAEF$, ut vires, & tempora conjunctim: quare manentibus viribus, sit EH , ut AE , sit AHG recta desinens in G , evadunt spatia AEH , ut quadrata laterum EH , vel AE , nimirum ut quadrata velocitatum, vel temporum, vel etiam ut productum ex AE , & EH , nimirum ex tempore, & velocitate. Patet igitur cur in hac hypothesi gravitatis corpus ex quadrupla altitudine descendens duplam celeritatem acquirat, & duplum tempus impendat. Eadem prorsus de causa si sursum impellatur cum dupla celeritate; ascendet ad altitudinem quadruplam sine ulla necessitate quadruplæ vis vivæ, quæ sursum trudit ipsum corpus. Ascendit enim donec dupla velocitas contraria impressæ generetur, quæ impressam elidat, & mutet directionem motus in contrariam. Quod ascensus ille habet de positivo motu sursum, pendet a sola vi inertię conservante priorem celeritatem: quod habet de negatione ulterioris motus, provenit a gravitate, quæ post quadruplam demum altitudinem duplam genuit velocitatem.

23. Quod si jam AE exprimat non tempora, sed spatia, & EF vires, quæ singulis aequalibus tempusculis generent velocitates sibi proportionales; jam areola $FEef$ non exprimet velocitatem genitam spatiolo Ee , quia quo celerius id spatiolum percussitur, eo minorem velocitarem generabit vis eadem. Erit autem celeritas producta in ratione composita ex directâ vis FE & tempusculi, quod tempusculum cum sit ut spatiolum Ee directè, & velocitas tota inversè; erit velocitatis incrementum directè ut FE , & Ee , & reci-
procè

procè ut tota velocitas, ac proinde productum ex velocitate in suum incrementum, erit ut arcola *FEef*. Inde autem ex infinitesimorum lege colligitur, fore quadratum Celeritatis corporis ex *A* descendens ex quiete, ut est arcola *BAEF*; & cum de decremento in velocitatem contrariam, ducto idem discursus sit; si motus incipiat in *A* verus *C* cum velocitate, quam exprimat *BACD*, & vires contraria directione agant; erunt residuarum velocitatum quadrata ut *CEFD*, & motus in *C* extinguetur totus. Si autem sit *EI* ordinata ad lineam quandam continuam *NIAM* reciproca velocitatis *EH*; quæ nimirum sit ad datam quandam rectam *L*, ut hæc ad *EH*; erit arcola *Elie* directè ut spatium *Ee*, & reciprocè ut velocitas *EH*, nimirum ut tempusculum; ac proinde totum tempus, quo percurritur *AE*, erit, ut tota area *MAEIm*. Ex ejusmodi autem linearum natura, omnia quæ ad hosce motus acceleratos, aut retardatos pertinent in elementis Mechanicæ facile deducuntur: ut *e*:*g*: si vires *EF* fuerint ut distantie *EC* a fine motus *C*; linea *BD* sit recta desinens in *C*, linea *AHG* vertitur in quadrantem vel Ellipseos, vel circuli, area *MAEIm* datur per quadraturam circuli, velocitates in fine spatiorum acquisitæ sunt ut ipsa spatia, & tempora sunt æqualia. Hinc in hac lege gravitatis, quæ decreseat in ratione distantiarum a centro, velocitas, quæ acquiritur in casu per duplam distantiam, est dupla; ideoque e contrario si corpus exeat e centro cum dupla velocitate; elevatur ad duplam altitudinem. Atque ut elevatio ad altitudinem quadruplam in hypotheli gravitatis constantis non evincit vim vivam quadruplam; sic in hoc casu elevatio ad altitudinem duplam non evincit vim vivam duplam. Pendet utrunque phænomenum a solis summis velocitatum, quas singulis tempusculis æqualibus producent vires ipsis proportionales, & a solis summis spatiorum, quæ singulis tempusculis æqualibus percurreuntur cum velocitatibus sibi proportionalibus.

24. Quod autem attinet ad corporum collisionem præmittimus prius principium satis celebre *Actioni semper æqua-*

lem, & contrariam esse reactionem, quo tam feliciter usus est Wrennus; Vallisius, Hugenius ad elasticorum corporum congressus definiendos, & Newtonus. ad suam mutuam gravitatem, per quam cœlestium corporum motus implicatissimos explicavit. Nos id principium ita intelligimus, ut quotiescunque vis alicujus potentia agat secundum unam directionem in unum corpus, ita æquè agat in aliud secundum oppositam; ut aequales summas velocitatum producat utrinque in particulis, a quibus aequales motuum quantitates pendeant; ac proinde velocitates singularum particularum generet massis reciprocas. Nullum sane phœnomenum huic adversatur principio, plurima illi favent, immo quantum experiundo licet animadvertere, favent omnia. Sic in magnete, & ferro, vis magnetica velocitates producit massis reciprocas: sic in navicula, & navi majore funis distensus: sic si ceram digito premas, & digitus premitur simul, & illa materia. Quare hoc principium ex analogia naturæ satis apertè deducitur. At nos ex eo, & durorum, & elasticorum, & mollium corporum congressus eadem generali methodo facillimè deducemus.

- F. 6. 25. Sint jam in fig. 6. bini globi duri AB , & CD ; quorum massa M , & m , velocitates, cum quibus sibi invicem occurrunt V , & u , quæ quidem dicantur positivæ secundum directionem BC , negativæ secundum oppositam. Momento temporis, quo puncta B , & C se contingunt, debent immutari velocitates vi impenetrabilitatis ita; ut ad quietem respectivam reducantur, sive ad æqualem velocitatem, cui nimirum impenetrabilitas non opponitur. Considerabimus igitur impenetrabilitatem, tanquam potentiam quandam, quæ ita in utroque globo producat velocitates oppositas, ut eæ ex una parte relinquunt velocitatem utrobique eandem, ex altera sint ob actionem utrinque æqualem reciprocas massis. Dicatur communis velocitas x ; erit velocitas a priore amissa $V-x$ ad velocitatem acquiritam a posteriore $x-u$, ut m ad M ; ac proinde $VM - Mx = mx - mu$, sive $VM + mu = Mx + mx$, sive $\frac{VM + mu}{M + m} = x$; formula communis

(XXI)

nis pro collisione corporum durorum, in qua velocitas communis post collisionem habetur; si singulæ massæ per suas velocitates multiplicentur, & productum dividatur per massarum summam. Si autem quaratur $V-x$ velocitas in priore globo producta ad partes oppositas; invenitur ipsa $\frac{VM+Vm-VM-um}{M+m} = \frac{Vm-um}{M+m}$; nimirum ut $M+m$ summa massarum est ad m massarum alteram; ita $V-u$ differentia velocitatum ad easdem partes, vel summa ad oppositas, quæ est velocitas respectiva, ad velocitatem illam, quæ in altero globo producitur secundum directionem oppositam rectæ jungenti centra.

26. Nulla hic pariter necessitas virium vivarum. Si bini globi celeritatibus, quæ sint reciprocè proportionales massis, sibi invicem occurrant; sistitur ex eadem formula momento temporis utriusque motus. Inde colligunt Antileibnitiani, vires vivas eorum fuisse ante concursum ut massas, & celeritates; ac proinde in conflictu ob eorum æqualitatem sisti motum. Si impenetrabilitatem respicimus ut potentiam quandam, quæ secundum communes leges agat, licet per saltum, ex natura scilicet duritiei; nulla virium vivarum necessitas est in eo casu.

27. Concepiamus jam eosdem globos, ubi venerint ad distantiam BC , repelli vi quadam, quæ ulteriori accessui resistat, & imminutis distantiis augeatur. Mutabitur, non quidem momento temporis, sed successivè velocitas utriusque ita, ut ex principio actionis, & reactionis æqualis post quodcumque tempus continuum producantur velocitates massis reciprocae ad partes contrarias. Interea verò minuetur perpetuo distantia, donec si vis illa repulsiva fuerit satis magna, distantia maneat quidem aliqua, sed sit minima: quo casu reducentur ad eandem velocitatem, quod nimirum requiritur, ut distantia ulterius non minuatur. Tum verò, vel incipiet iterum crescere distantia, si nimirum perseveret repulsiva illa vis: vel perseverabit; si sibi ea omnis cesset. Primus casus exhibet nobis binos globos impingentes in ela-

strum BHC , quod dum clauditur angulus H , globi ipsi repelluntur, donec ad priorem positionem ventum sit, postquam elastrum retrahi incipit plus aequo apertum a celeritate jam acquisita, & globi cum acquisita celeritate pergunt recedere a se invicem: ac potest idem primus casus referre etiam binorum elasticorum globorum concursum, quorum partes, dum post contactum in B , & C introrsum cedunt, velocitatis inæqualitate in iis punctis inhibita per vim impenetrabilitatis; elasticitas, quæ earum accessui ad reliquas resistit, agit utrinque aequaliter. Secundus casus exhibet corporum mollium naturam, qui haberetur, si elastrum in illa minima distantia disrumpetur in H ; quæ proinde concipi possunt tanquam composita fibrillis elasticis illis quidem, sed breviusculis, & quæ citissimè vel disrumpantur, vel dissolvant quosdam veluti nodos, quibus continebantur. Sic enim partes, dum introcedunt, resisterent, sed figuram nequaquam recuperarent.

28. Quoniam autem in illa minima distantia habemus globorum velocitatas redactas ad æqualitatem, & velocitates utrinque productas massis reciprocas; habemus elementa eadem, ex quibus in congressu corporum durorum eruta est velocitas, quæ ab altero globo acquiritur secundum directionem oppositam rectæ jungenti centra. Eadem igitur erit formula pro corporum mollium congressu; & pro elasticorum corporum collisione duplicanda erit eadem acquisita velocitas; eritque ut summa massarum, in iis quidem ad massam simplicem alterius, in his vero ad duplam; ita velocitas respectiva ad velocitatem ab altero acquisitam.

F. 7. 29. Si fuerint quotcumque globi intermedii in EFG ; sub initium quidem punctum B cum tota velocitate, globi AB celerrimè accedet ad E ; interea E incipiet acquirere velocitates versus F , & B cum globo AB ad partes oppositas, ac proinde incipiet globus AB retardari. Ad accessum puncti E , vis, quæ repellit E , & F , statim utrumque punctum ad partes oppositas urgebit, sed minus, quamvis, quæ repellēbat B , & E , ob minorem sub initium velo-

citatem puncti E , quam B , adeoque minorem accessum. Quantunivis exiguo tempore post primum occursum in B sublato æquilibrio propagabitur mutatio status per omnia puncta $EFGC$, sed multo major erit velocitas acquisita secundum directionem BC in proximis globis, quam in remotioribus. Progressu temporis deveniri debet ad distantias omnium minimas, post quas globi incipiant a se invicem recedere. Id non contiget; nisi ubi velocitas respectiva evaserit nulla; & proinde omnium globorum velocitates æquales. In eo casu ob actionem & reactionem æquales summa celeritatum, quas ob vim repulsivam exercitam per BE acquisiverunt particule globi AB , erit æqualis celeritati acquisitæ ad partes oppositas a particulis globi E ; ac ad partes pariter oppositas velocitatem acquirant æqualem globi E , & F , & ita porro usque ad globum CD . Summæ velocitatum particularum omnium productæ a vi repulsiva in intervallis BE , EF , FG , GC , sint x , y , z , u : erit summa omnium velocitatum, quas acquirant particule globi AB secundum directionem CB usque ad illam minimam distantiam, = x summa autem omnium, quæ remanent secundum directionem oppositam ex iis, quæ productæ sunt in particulis reliquorum globorum, erit = $x-y$, + $y-z$, + $z-u$, + u sive erit = x . Nimirum prior summa posteriori æqualis. Quamobrem si in plures globos quocumque de latos eadem velocitate cum globo CD incurrat globus AB ; eodem prorsus modo res cedit, ac si ii globi omnes in unicam massam coalescerent, & sola vis per BE ageret; ac proinde recurrent, quæ dictæ sunt num. 28. Idem autem esset discursus, si globi quocumque pergerent etiam cum globo A , & alii quocumque cum globo D cum iisdem velocitatibus eorundem globorum. Semper in minima distantia reducerentur omnes ad velocitatem æqualem, & reducerentur productis utrinque æqualibus velocitatum oppositarum summis ita, ut velocitas singularum particularum primi aggregati acquisita per vires repulsivas ad velocitatem particularum singularum secundi aggregati esset in ratione reciproca massa secundi ad massam

primi . Et idem pariter discursus esset, si vires aliqua non solum agerent in globos proximos, sed & immediatè remove-
rent *E* a *G*, vel a *CD*.

30. Potest hic casus accommodari globis vel elasticis, vel mollibus, dum concurrunt: in quorum primas partes, quæ se contingunt, agat vis impenetrabilitatis, in reliquis verò, & in eas ipsas, dum introcedunt, & ad se accedunt magis, quam pro data distantia, vires repulsivæ. Potest pariter accommodari corporibus duris, concipiendo ea divisa in plures particulas, quarum alias ab aliis removeat vis impenetrabilitatis; qui casus a casu elasticorum solum differet in eo, quod in corporibus duris impenetrabilitas agat momento temporis, & in reliquis elasticitas successivè, nec dura post æqualem celeritatem resilient. Potest demum accommodari globis impingentibus in elastra pluribus angulis constanti; quem casum figura exprimit, considerando solum effectum elasticitatis, & abstrahendo ab illa translatione virgarum elastri, quæ pendet ab aliqua rigiditate, & parum effectum turbat. Ubi datis singulorum intervallorum viribus absolutis determinari posset, globis *AB*, *CD* ad se invicem accedentibus, quod punctum debeat quiescere, qui debeat esse singulorum punctorum motus, quando singula puncta, quorum propiora potissimum initio plurimum accelerantur, tum retardantur, ad maximam celeritatem deveniant, & alia ejusmodi. Nobis satis est ostendisse, quomodo per solam generationem velocitatis ortam a potentis agentibus utrinque æqualiter pendeant hi omnes effectus, sine ulla necessitate virium visuarum.

31. Et quidem illud etiam simul patet, quoniam pacto in elasticis, & in mollibus corporibus fiat illa introcessio partium, & fovearum excavatio. Cum primum se molles globi contingunt, mutatur initio magis celeritas particularum, contactui proximarum; donec paulatim partes omnes ad æqualem celeritatem reducantur. Ob illam velocitatis inæqualitatem accedunt partes aliæ ad alias magis, quam prius; ea est mutatio figura, introcessio partium, excavatio fo-

veæ. Si materia sit elastica; figura recuperatur; immo etiam ultra priores limites jam conceptos excurritur, & oscillationes quedam sunt, ex quibus in fluidis elasticis undæ quedam exurgunt. Si materia sit mollis; ubi ad illam celeritatem communem ventum est, manet distantia particularum eadem, & manet fovea. Sic in fig. 2. dum globus *A* impingit in primas materiæ mollis particulas in *B*, statim eæ vi impenetrabilitatis, & repellentium potentiarum acquirunt velocitates, per quas æquilibrium summoto, velocitas aliqua generatur in omnibus, ita tamen; ut in propioribus sub initium multo major generetur, quam in remotioribus, donec demum, & globus, & particule, & tota massa *AN*, cum toto sustentaculo ad eandem velocitatem reducantur, quæ minima erit, & fere nulla ob immensam totius Telluris massam, cui fulcrum innititur.

31. Hæc autem omnibus præmissis sponte propemodum fuit explicatio phenomenorum, quæ a Leibnitianis adducuntur ad probandum, vires vivas adesse, quæ sint ut massæ in quadrata celeritatis ductæ. Concipiatur globus *CD* maximus, versus quem globus *AB* delatus cum una velocitate F. c elastrum claudat ad datum intervallum. Si globus idem cum dupla velocitate impingat in quatuor ejusmodi elastra illa F. eodem intervallo claudet, & ab aliis quatuor duplam pariter in regressu non quadruplam velocitatem acquireret. Quia si recta *AC* in fig. 3. sit eadem ac *BC* in fig. 6.; vires *EF* in singulis spatiis *E* erunt, ut numerus elastrorum, sive quadruplæ in secundo casu; quare & areolæ *FEef*, & totæ areæ *ACDB*, quæ per num. 23. expriment quadrata velocitatum tam acquisitarum, quam amissarum spatio eodem *AC*, erunt in secundo casu quadruplæ, ac proinde velocitates duplæ; quamobrem rectæ *EI* semper subduplæ, & subdupla aggregata omnium tempusculorum *EeiF*. Ex eo nimirum, quod singulis tempusculis velocitates generantur viribus proportionales; cum per idem spatiolum *Ee* corpus cum majore velocitate delatum, minus diuturnam sentiat quatuor elastrorum actionem velocitatis generativam, quam corpus dela-
tum

tum cum unica vim sui elastri ; minus quam quadrupla velocitas generatur, vel destruitur per id spatium, & aggregatum simul omnium est ex exposita demonstratione non quadruplum, sed duplum. Nulla igitur virium vivarum necessitas : quas tamen si quis velit admittere, licet inutiles, & ponat singulis tempusculis æqualibus generari proportionales viribus eodem passu, quo celeritates ; hic profecto arque bene, ac nos, hæc phenomena explicabit, quod & desequentibus intelligi debet. Et eo reducitur luculentissima Mairanii explicatio, requirentis, ut amissarum virium summa colligatur.

F. 2. 32. Eodem modo explicatur, & Polenianum experimentum, quo demissis globis *A* ejusdem molis, diversarum, massarum ab altitudinibus, quæ massis ipsis sint reciproce proportionales, excavantur in argilla foveæ æquales *DCE* ; Deveniet globus subquadruplus cum dupla tantum velocitate : & si globum quadruplum in quatuor æquales partes mente dividimus ; singulis viribus in hæc partes æquales distributis, agent in globum minorem in singulis punctis spatii vires quadruplæ earum, quæ agent in partes singulas globi majoris ; ac ideo proorsus, ut numero superiore, duplam tantum iisdem illis spatiis percursis usque ad quietem destruent velocitatem, tempore subduplo dimidiam tantum contrariam producendo.

33. At in eo experimento de quo num. 6. & 7. diximus, cum globus idem ex diversis altitudinibus demissus semper foveas excavet altitudinibus, adeoque, quadratis velocitatum proportionales ; causâ pariter ex eodem fonte petenda est. Superficies *DCE* segmenti sphericæ est, ut sinus versus *CB*, quod ex Archimede constat. Quare dum globus immergitur incurrit in singulis punctis spatii *BC* in numerum particularum proportionalem distantie *BC*. Hinc sit ut vires quæ in eo producant velocitates contrarias, sint ut distantie ab initio *B* motus retardati. Quare, ut in num. 23. notavimus, in hac vires hypothese velocitas dupla extinguetur duplo emenso spatio *BC*, & eodem tempore. Quadrupla

drupla est materiae quantitas, ea fovea contenta, quae comprimitur; sed non ideo quadrupla velocitas contraria generatur. Globus duplo velocior singulis tempusculis æqualibus successivè incurrit ille quidem in quadruplum numerum particularum, sed ea potissimum de causa singularium virium actiones excipit dimidio tantum tempore, ac proinde dimidias, & omnium simul duplas. Nusquam autem virium vivarum vestigium ullum, & multo minus necessitas.

34. Denum, & in globorum elasticorum collisione, quo pacto se res habeat, facile est expedire. Impingat globus in globum triplum, cum binis gradibus velocitatis, inquit Hermannus; unum illi communicabit, cum uno ipse resiliet, cum quo si incurrat in aliam sibi æqualem, quiescet, illo abeunte cum eodem gradu. Quare quadruplam habebat vim vivam, quam in quadruplam massam dividit. Phænomenum quidem ita se habere debet, ut evincitur etiam ex nostris formulis quas exposuimus. num. 25. & 28. Sed causa in promptu est. Elasticitas in globo triplo unum gradum velocitatis produxit, in globo impingente tres oppositos, quorum duo priorem velocitatem elidunt; tertius relinquitur, qui pariter in secunda collisione amittitur æquali velocitate per elasticam vim in utroque globo producta. Nulla igitur hic quoque necessitas vis vivae e globo in globos translata. Sic si globus *A* delatus ad *C* ita obliquè impingat in globum *B*, ut facta $AC = 2$, & ducto perpendicularo in rectam jungentem, centra *BC*, sit $CD = 1$, perget globus per *CF* parallelam *AD* cum velocitate $AD = \sqrt{3}$, & globus *B* abibit cum velocitate $= 1$. Si autem rursus cum data lege impingat in globum *G*, tum in *I*; iidem globi abibunt cum velocitate $= 1$, & globo *A* relinquetur primum velocitas $= \sqrt{2}$, tum $= 1$. Sed inde colligi non poterit habuisse vires vivas 4. quas dividerit in 3. globos, una sibi reservata. Vis elastica in globo *B* generavit illam ejus velocitatem $= 1$, & in globo *C* contrariam *CD*, quae composita cum $CD = CA$ obliquè, ipsam potius minuit, & reduxit ad $\sqrt{3}$. Et idem in reliquis collisionibus contigit, vi elastica semper binas aequales contrarias velocitates producente.

35. Cæterum quod in experimentis potissimum, in quibus globus in argillam decidit, excavatio fovearum a nulla vi viva pendeat, sed a potentiarum actionibus explicatis; sic manifestè colligitur. Si massa MN impingat in globum A ; eadem profus fovea excavatur, ac si globus cum eadem velocitate impingat in massam. Excavatio autem ejusmodi nec tribui potest vi vivæ globi A , qui nimirum quiescebat, neque viribus vivis particularum materiæ mollis MN , quæ vires vivæ tendunt ad conservandum omnium motum, non ad minuendum. In eo casu provenit ex eo, quod impenetrabilitas, & alia potentia, dum agunt in globum A , ad generandam velocitatem in eo, agunt & in partes materiæ mollis generando celeritates oppositas, majores quidem initio in proximis, in remotioribus minores; donec paulatim omnes evadant æquales; & accessus particularum ad se invicem, pendens ab illa inæquali velocitate initio motus, tandem sistatur, & maneat fovea.

36. Hoc pacto per omnia phænomenorum genera excurrendo, ostendimus, nusquam viribus vivis opus esse: sed ex simplicissimis principiis omnia omnium generum phænomena motuum explicari posse per immediatam celeritatis productionem factam actionibus potentiarum nihil post se relinquentibus in ipsis corporibus, præter diversam determinationem vis inertia, cum ipsa vi inertia perseverantem. Jam verò si quis, non obstante inutilitate vis vivæ, illam adhuc velit admittere; poterit, ut libuerit, salvis profus phænomenis. Si enim statuat, potentias illas quotiescunque in singulis particulis singulis temporibus producant celeritatis gradus sibi proportionales, producere etiam vires proportionales; erunt vires ipsæ, ut massæ in simplices celeritates ductæ. Si autem velit, singulis æqualibus spatiis confectis, produci singulos vis vivæ gradus viribus producentibus proportionales; tum vero erunt virium aggregata, ut massæ in quadrata velocitatum ductæ. Nam singulis spatiolis Ee in fig. 4. producentur vires proportionales arcola $FRef$; ac proinde vires productæ toto spatio AE exprimentur per arcam

aream *B A E F* experimentem etiam quadrata velocitatum. In utraque sententia phænomena eodem modo contingent, quæ, ut vidimus, pendent a sola celeritatum productione.

37. Prior sententia est Antileibnitianorum, posterior Leibnitianorum. Neutram amplectimur ob inutilitatem vis vivæ. Neutrius fallitatem ex phænomenis demonstrari posse affirmamus. Prima tamen magis conformis esset simplicitati, & analogiæ naturæ, & illam quidem potius defenderemus, si alterutra omnino defendenda esset. Cum Potentiæ singulis temporibus, non singulis spatiis producant celeritates sibi proportionales; analogia melius servabitur, si & vires eadem lege producat. In opposita sententia minima quæcunque vis per magnam velocitatem elevari posset ad maximam viâ brevissimo tempore producendam, & multo majorem quam maxima vis longissimo. Id sane simplicitati naturæ minus consonum videtur esse. Demum cum mortuæ vires sint in ratione massarum & celeritatum; etiam vivæ, si æquè bene possunt, debent potius eodem modo æstimari. At possunt: nam quæcunque diximus de potentiis generantibus celeritates, si dicantur de generantibus vires, & colligantur summæ sive eorum, quæ acquiruntur, sive eorum, quæ amittuntur; constabunt sibi simul omnia, & phænomenum nullum repugnabit, ut in num. 31. indicavimus.

38. Nec nos magnopere movet Leibnitiana, & Bernoulliana conservatio virium vivarum, quæ habetur in Leibnitiana sententia in corporibus elasticis. Demonstravit jam olim Hugenius in congressu corporum elasticorum semper conservari post congressum summam productorum, quæ sunt singulorum massas ducendo in quadrata suarum celeritatum. Id Leibnitius, & Bernoullius attribuunt legi naturæ vires vivas conservanti semper easdem. At nostro quidem iudicio melius vires in opposita sententia conservarentur, si ullæ essent. Nam quadrata velocitatum, licet in Leibnitiana sententia satis exprimant quantitatem virium; earum directionem exprimere non possunt; cum quadrata semper positiva sint, & vires habere possint directiones contrarias, ac proinde ex
poli-

positivis in negativas transire. Sic in Newtoni sententia gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, si distantia dicantur x , vires exprimi quidem possunt per $\frac{1}{x^2}$; donec directionem non mutant, Ea mutata formulæ motuum, quæ ex tali expressione eruuntur, fallaces sunt. Ex: gr: notum est, in ea virium lege, si punctum tendat ad singula puncta superficiæ sphericæ, mensuram attractionis ex omnibus resultantis, donec est extra superficiem, posita distantia a centro = x fore $\frac{1}{x}$; at simul ac infra superficiem descendit, evadit = 0. Jam verò quoniam vires vive deberent esse & positivæ, & negativæ; si summa maneret, maneret utique, ut in omni & geometria, & analysi ita, ut negativa addita positivis ea minuerent, & additioni subtractio substitueretur. At eo pacto in Leibnitiana sententia summa non manet: in Antileibnitiana verò sententia, cum summa motuum ad easdem partes, & differentia ad oppositas conservetur, motibus nimirum, qui producuntur ab actionibus potentiæ aquè semper in partes oppositas agentium, neutram turbantibus; vis autem viva in ea sententia sit ut massa in celeritatem ducta, adeoque ut motus: conservatur utique etiam vis viva ita, ut positiva pro positivis in ea summa, & negativa habeantur pro negativis. Quin immo si hoc sensu reformetur Cartesii principium de conservatione quantitatis motus, rite servatis directionum signis; ita erit verum, & de iis viribus, & de motibus; ut animæ quoque liberæ vires nihil turbent ejusmodi conservationem; si modo ea tantum lege ipsa etiam in corpora agat; ut semper oppositas debeat binis particulis celeritates imprimere, cujus oppositum non evincitur.

39. Si demum, quis vires vivas nullas admittat, at in corpore consideret dispositionem illam, quam habet, ad foveam excavandam in molli massa, ad tendendum numerum elastrorum, ad ascendendum contra gravitatem uniformem ad aliquam altitudinem, considerando hos effectus tanquam ab ipso præstitos, sine ullo respectu ad potentias, a quibus pendent, ad seriem actionum, & tempora, quibus exercentur;

tur; poterit is eam dispositionem ita consideratam appellare vim vivam, eritque ejus mensura massa ducta in quadratum velocitatis. At æquè alter poterit considerare dispositionem ad quoddam spatium dato tempore motu uniformi percurrendum, vel in vincendis obstaculis, seriem, & tempora actionum considerare, & huic erunt vires vivæ in eadem consideratione usurpatæ, ut massæ ductæ in simplices celeritates. Qui ita voces usurpari non permittat, quæstionem de nomine instituet. Verum in quæstione de nomine vetustiori potius loquendi modo est adhaerendum, quam recentiori. Nec est cur Leibnitiis, si de nomine tantum immutando contendit, se tantopere jactet, tanquam si magnum aliquem omnium Mechanicorum errorem deprehenderit; quod bene notat Mairanius.

40. Explicatis hoc pacto phenomenorum generibus omnibus per actiones potentiarum, quæ communiter considerari solent, & reductis ad simpliciora, & generalissima principia productionis immediatæ velocitatis; remanet, ut nostram sententiam quandam aperiamus, quæ majorem etiam simplicitatem inducit, & analogiam circa potentias ipsas, & eorum agendi modum: in quam nos quidem maximè inclinamus, tum ob hanc ipsam simplicitatem, & analogiam; tum quod plurimis etiam primariis corporum affectionibus explicandis sit apta; licet videamus, eam quidem ab iis omnibus, qui rem altius non perpenderit, cum risu quoque excipiendam. Nihilo tamen minus diutissimè meditati eam hic proferre non dubitamus, paratissimi tamen si gravius quidpiam contra ipsam proferatur nobis, eandem deserere, & communem sequi. Lis ea est acerrima Newtonianos inter & Cartesianos circa motuum generationem, quod Cartesiani solo corporum impulsu eorum motum mutari, contendunt, Newtoniani vires admittunt etiam in corporum distantia agentes. Sic gravitatem hi etiam in vacuo agnoscunt, illi contra vociferantur, unum esse in Mechanica impulsu admittendum, cætera omnia a mechanica plurimum abhorre.

(XXXII)

41. Nobis autem rem diutius, & diligentissimè considerantibus illud in mentem venit; Si analogiæ, & simplicitati naturæ consulatur; nullam mutationem motus fieri per impulsionem, sed semper per vires agentes in aliqua distantia, sive ex in natura ipsa corporum sitæ sint, sive potius ex libera quadam pendeant Opificis supremi lege; qui pro arbitrio suo potuisset non solum hanc materia mcondere potius, quam non condere, sed etiam, cum his potius, quam cum illis condere affectionibus, & legibus, nulla vi illata naturæ corporum nihil aliud requirenti, nisi summam subjectionem Conditoris sui Divinis nutibus. Quamobrem censemus, ab illis principiis derivari, corpora, & eorum particulas nullo unquam casu se ita contingere; ut verè nihil intermedii spatii intersit; sed viribus quibusdam præditas esse singulas materiæ particulas, quæ in aliis distantis attractivæ sint, in aliis repulsivæ ita; ut demum imminutis in infinitum distantis, augetur vis repulsiva in infinitum, non vincenda nisi infinita vi, quam solus Deus ipse O. M. possit exercere, qui proinde solus possit, compenetrare corpora, & iis adimere extensionem.

42. Nec illud nos movet, quod videamus continuas, & non interruptas superficies corporum, videamus, ad motus globis nullum apparere intervallum, admota manu contactum experiamur; nec illud veremur, ne quis baculo utendum dicat, ut innotescat nobis; an verè contactus corporum habeatur. Minima intervalla sub sensum non cadere, satis patet. Trans pellucidam cristallum liberè radii permeant quaquaversus: immo, ut norunt, quicumque microscopiis tractandis assueverunt, trans omnium corporum tenues laminas, licet ad sensum continuas, transeunt. Ad sunt iccirco meatus, qui non apparent, & ad sunt in immensa copia. Idem globorum intervallis potest contingere. Si maxima vis repulsiva in minimis distantis sese exerat; ubi globum globo admoveris; vis illa, ut in fig. 6., agat in utrumque globum; donec utrumque ad eandem celeritatem reduxerit. Promovebi-

vebitur globus, qui ante quiescebat, altero, si ipsum semper promoveas, semper intervallum illud minimum retinente, quod tu sensu percipere cum non possis; non poteris sanè inde arguere, ipsum intervallum verè nullum esse. Idem in manu continget, idem in baculo. Ubi ad minimas eas distantias ventum fuerit, vis repulsiva aget illa quidem & in id corpus, & in fibras, ut in vero immediato contactu vis impenetrabilitatis: fiet introcessio partium, ut in pressione ex contactu derivata: tendentur fibræ ea vi, & inde motu ad cerebrum propagato, eodem prorsus modo perceptio fiet, quo fieret per contactum: Ea omnia adduximus, ut ante quam fundamenta ipsa nostræ sententiæ aperimus; ostendamus manifestò, neque ejus veritatem, neque ejus fallitatem hujusmodi experimentis, & sensuum testimonio evinci, ac in ipsis sensibus nullum prorsus fundamentum haberi posse pro utralibet. Sed ut magis communi loquendi modo consulamus, quo & nos utimur, contactum dicemus physicum, & cui, ut unicè per sensus noto, nomen contactus ex hominum institutione est impositum, eum, in quo bina corpora deveniunt ad distantiam; quæ nullo hominum sensu possit percipi, & in qua vis repulsiva ita sit magna, ut nulla humana vi vinci possit. Contactum mathematicum, & immediatum eum, in quo intervallum in se sit nullum. Illum priorem in baculo formidaremus, hunc secundum, si nostræ sententiæ vera sit, timere non possumus.

43. Sed ut ad fundamentum nostræ hujus sententiæ deveniamus; in primis difficultatem omnem amovebimus, qua hujusmodi vires in distantia quadam agentes reiici solent, tanquam hic agendi modus, nec mechanicus sit, nec naturæ congruens. Quæ nobis communis est difficultas cum Newtonianis, & quidem etiam Peripateticis gravitatem suam, vel in libera Dei lege, vel in ipsa natura, & essentia corporis, vel in qualitate quadam reponentibus, quæ licet in vacuo positum, corpus ad aliud corpus, vel ad centrum distans adduceret. Illud a Cartesianis petimus. Cur tandem per impulsum communicatur motus? Cur ubi globus globum im-

pellit, motus quieto globo communicatur? Dicent sanè, impenetrabilitatem esse in causa; si enim bina corpora idem spatium occupare possent; non esset, cur alterum ab altero retineretur. Urgebimus: quid autem est impenetrabilitas ista? unde fit, ut idem spatium bina corpora occupare non possint? Dicent sanè, eam esse vel naturam corporum, ut alterum alterius locum non occupet, vel liberam Dei legem, vel ignotum aliquid; & siquidquam aliud reponant; semper urgebimus, donec eodem recidant. Sinant igitur, nos quoque eadem responsione uti: nimirum eam esse vel corporum naturam, vel liberam Dei legem, ut alterum ad alterum in quibusdam distantis accedere, in aliis recedere debeat, & quidem in minimis semper recedere secundum certas quasdam leges, quas paulo infra explicabimus.

44. Et sane ut alia innumera attractionum & repulsionum genera omittamus, quæ in minoribus distantis se abunde produunt; luculentissima ejusmodi virium exempla in gravitate habemus, & in viribus illis, quibus corpora in lumen agunt, & lumen in corpora. Multa a doctissimis viris ingeniosissimè reperta sunt ad gravitatem explicandam per corporum impulsionem ope materiæ gyrantis. Censemus nec per Cartesianos vortices, licet reformatos, nec per Hugenianum, gravitatem explicari posse. Et Cartesianorum potissimum vorticum reformatio, quam infeliciter a summis etiam viris tentata sit, exemplis aliquot illustravimus in Disquisitione in universam Astronomiam, quam anno 1742. exhibuimus. Hic ipse infelix exitus tantorum tentaminum nobis abunde suadet, gravitatem ab impulsionem nequaquam pendere, & Planetarum, Cometarumque motus tam diuturnos procedere a vi inertæ, & a viribus gravitatis agentibus in immenso pene vacuo, vix ullam resistantiam exhibente. Radios autem luminis in transitu prope corporum opacorum acies intorqueri vi quadam sine ullo contactu, deprehendit olim Grimaldus noster, & Newtonus inde illam activam vim deduxit, qua tam feliciter usus est, ad reflexionem, inflexionem, & refractionem potissimum explicandam.

Et quidem ita putamus, luminis repulsum in reflexione non fieri ab impactione in eam superficiem, a qua id reflectitur, ut eam propositionem censeamus a Newtono demonstrari, quantum in physicis licet, Optices l. 2. parte 3. prop. 8. Binis hisce loculentissimis exemplis instructi, adversariorum clamores nullis rationibus, sed solis præjudiciis ab infantia secum deductis innixos non formidamus; & vires aliquas adesse in natura, per quas sine immediato contactu mutetur corporum status, & velocitas generetur, ita admittimus; ut cum agendi modum satis naturæ ipsi familiarem esse immo etiam in hac nostra sententia unicum arbitremur. Accedit mira illa vis magnetica diu, & pariter frustra tentata per vortices materiæ magneticæ, cujus præcipua phenomena, qua ratione a nobis explicari possint, innuemus inferius.

45. Cur autem hujus tantum generis vires admittamus in natura, & impulsionem excludamus; causa in promptu est. Communis jam est multorum sententia, nihil in natura per saltum fieri, sed ut in locis etiam geometricis, & in algebraicis formulis accidit, quidquid augetur, aut minuitur, ita continuo augeri, aut minui, ut ab una quantitate ad aliam motu semper continuo per omnes intermedias quantitates transeat. Hujus principii nulla experimenta fallitatem evincunt: plurima, quantum per sensus licet deprehendere, eo nos manifestè deducunt. Et quidem in ipso locali motu nulla sanè alia de causa per saltum ex uno loco transire non licet in alium; nisi continuo motu per intermedia transeat. Sic & per tempus continuum ab uno momento ad aliud distans devenimus, sine interruptione, & saltu. Id ipsum autem, & in motuum generatione ita a Leibnitianis potissimum admitti solet; ut nulla velocitas momento temporis intereat tota, aut oriatur, nec ab uno velocitatis gradu transeat ad alium, nisi per intermedios omnes transitus fiat. Hinc dura corpora excludunt a natura, in quorum congressu momento temporis generaretur velocitas, vel extingueretur; & omnia corpora vel elastica esse volunt plerique, vel mollia, vel potius mixta, ita nimirum, ut in congressu

binorum corporum, dum partes introrsus cedunt, paulatim extinguatur velocitas per decrementum continuum, quæ vel iterum restituatur paulatim ad partes contrarias per continuum incrementum, ut in elasticis, vel prorsus intereat, ut in mollibus.

E. 9. 46. Jam verò si id principium verum est; verum erit etiam mutationem motuum nunquam fieri per impulsione; quod ex ipso, nobis quidem videtur evidenter consequi. Fac enim duo globi elastici AB , CD æquales & cum æqualibus celeritatibus delati, quas exprimant rectæ AF , DO ipsi AD perpendiculares, in se invicem impingant in E : ipso momento temporis, quo impingunt in se invicem puncta diametrorum C & B , motum omnem necessariò sistent diametris BA , CD abeuntibus in Ea , Ed æquales: at omnes reliquæ particule præter illas primas, ut postremæ a & d , adhuc moveri pergent motu retardato semper; donec omnis earum celeritas alicubi extinguatur in M , & N mutata jam figura; & diametris contractis: & si globi quidem sint molles; perseverabunt in eo statu: si elastici; singulæ particule per eodem gradus retro reflectentur. Si autem erigantur semper BG , aH , EI , dK , CL usque ad rectam FO ; velocitates punctorum A , & D , experimentur illæ quidem per ordinatas semper æquales ad rectam FO usque ad H , & K ; tum per ordinatas perpetuo decrecentes ad lineas quasdam HM , KN . At velocitates particularum B , & C , si quæ primæ particule solidæ sunt, vel saltem punctorum B , & C , vel superficieum circa B , & C , si globis substituantur cylindri, momento temporis extinguentur totæ, & quiescent ea puncta, vel superficies toto eo continuo tempore, quo a , & d abeunt in M & N ; exponentur autem multo etiam post velocitates ipsæ per ordinatas ad rectam FO usque ad I , tum in I abruptetur omnis expressio per ordinatas, & ordinatæ EI succedet punctum. Si igitur nulla velocitas momento temporis extinguatur; non pergunt globi cum uniformi velocitate usque ad contactum; sed ubi particule B , & C accesserint ad quandam exiguam distantiam; vis aliqua repulsiva eas per-

(XXXVII)

perpetuò repellat ita, ut velocitas paulatim extinguatur ante contactum. Substituendo corpora mollia, & elastica duris, evitatur quidem saltus in velocitatibus particularum *A*, & *D*; saltus autem in velocitatibus particularum *B*, & *C* evitari non potest, nisi in minimis distantis ejusmodi vis repulsiva admittatur.

47. Et verò, quod in motu globorum æqualium, cum velocitatibus contrariis, & æqualibus ostensum est, idem contiget in congressu quorumcunque corporum cum inæqualibus velocitatibus. Velocitates primarum superficierum momento temporis reduci debent ad æqualitatem, cum impenetrabilitas non sinat alterum corpus alterius locum subire, & toto eo tempore, quo mutantur figuræ, & cæterarum partium velocitates ad æqualitatem pariter reducuntur, quies illa respectiva partium contingentium perseverabit. Hanc autem vim repulsivam distantis perpetuò imminutis crescere ultra quoscunque limites, inde eruitur; quod sit finita esset, globis cum aliqua velocitate delatis, quæ definiiri posset, punctorum *B*, & *C* velocitas in ipso contactu elidi desineret; at ea velocitate aucta contactus haberetur, ante destructam velocitatem illam totam, & proinde saltus. Et multa quidem saltuum hujusmodi afferri possent exempla alia, tum pressio- num simplicium, tum mutationis momentanæ loci geometrici, celeritates exprimentis; Sed casum evidentissimum, & facillimum delegimus. Ex analogia, & simplicitate naturæ deducitur principium illud expositum num. 45.; illo principio admisso, contactus mathematicus necessariò excluditur, & vires repulsivæ in minimis distantis crescentes ultra quoscunque limites recta ratiocinatione colliguntur.

48. Ut autem alius impediatur saltus; oportet vires easdem, quibus particulæ in minimis distantis se invicem repellunt, ad omnes etiam distantias in infinitum extendi; licet possint in majoribus distantis ita decrescere, ut sensum omnem effugiant, & in attractivas etiam mutantur, ut jam explicabimus. Si enim ejusmodi vires aliquo intervallo nullæ prorsus essent, tum alicubi agere inciperent; novo ibi ele-

mento adveniente, abrumperetur, prior geometricus locus exprimens celeritates, & novus substitui deberet. Sic si particula A & D motu uniformi delatae usque ad a & d , ibi tantum vires repulsivas sentire inciperent; velocitates usque ad a , & d exprimerentur per ordinatas ad rectas FH , OK , quae ibi abrumperentur, & iis succederent vel rectae, vel curvae quaedam HM , KN . Id ne fiat oportet actionem aliquam, fuisse in omnibus distantis, & quidem expressam per ordinatas ad curvas quasdam continuas, de quibus mox agemus, ac nullam, si ullibi nulla est, solum in punctis quibusdam, in quibus ea curvae axem secant, & repulsio mutatur in attractionem, vel viceversa; eo enim pacto, velocitates exprimentur per curvam quandam, quae ad datam quidem rectam accedere poterit, sed nusquam ineam ipsam mutabitur.

49. Directa igitur rationatione ex illo principio deducto per analogiam naturae devenimus ad vires particularum corporum in minimis distantis repulsivas, & iis imminutis auctas ultra quoscunque limites, iis auctis variatas ita, ut exprimantur per ordinatas ad curvas quasdam continuas. Mirum autem, quam ea particularum idea explicandis plurimis corporum phaenomenis per quam idonea sit; mirum, quanta inde pulcherrimorum, & difficillimorum problematum seges erumpat, quibus & geometria sublimior, & analysis exerceatur. Rerum multitudine, & magnitudine obruimur, quae cum per universam late naturam excurrant intra tam angustos unius dissertatiunculae fines contineri non possunt. Quamobrem delibabimus tantum nonnulla, omittis quamplurimis.

50. In corporibus omnibus gravitatem mutuam detexit Newtonus, quam ipse in particulis omnibus agnovit decre-
F. 10. scentem in ratione reciproca duplicata distantiarum: agnoscimus nos repulsiones has in minimis distantis, quae distantis imminutis in infinitum exerefcant. Si ad eas solas vires in corporum particulis, attendendum esset; sic exponi possent. Exponent segmenta rectae AG distantias binarum particularum a se invicem; Siqve curva quaedam $MCKIH$ ejus natu-

rae, ut habeat pro asymptoto rectam NL perpendicularem, axi AG ; a qua perpetuò recedat; secet axem alicubi in C , a quo recedat usque ad K ; tum reflectatur versus ipsum, & ab aliquo puncto I habeat pro asymptoto hyperbolam secundi ordinis, cujus factum sub abscissis, & quadrato ordinatarum constans sit, ad quam nimirum hyperbolam arcus in I accedat ultra limitem sensibilem, tum perpetuò magis, & distantia pariter puncti I a recta NL sit perquam exigua. Eius curvæ ordinatæ BM , quæ versus alteram plagam spectant, expriment vim repulsivam; quæ spectant oppositam plagam, ut DK , EI , FH , mutatæ in negativas, expriment vires attractivas. Utimur autem virium attractivarum, & repulsivarum nomine, non quod aliquam physicam actionem ponamus particulæ distantis in distantem, sed ut hisce vocabulis exprimamus determinationem illam, quæ vel sita est in libera Dei lege, vel in natura, & essentia particularum corporum, vel in qualitate aliqua, qua particulæ ad se invicem conentur accedere, vel a se invicem conentur recedere; quæcumque ex iis sit causa physica ejus conatus. Hæc quidem curvæ, & gravitati Newtonianæ, & nostræ vi repulsivæ satisfaciæ.

51. In omnibus enim distantiiis majoribus, quam sit AE , ut AP , polita ipsa $AP = x$, & $FH = y$, erit ad sensum xy constans, & y ut $\frac{1}{x}$; sive attractio in ratione reciproca duplicata distantiarum. Crescet ea attractio imminutis distantiiis usque ad AD , tum decreset, & in C erit nulla. In minoribus autem distantiiis ut AB mutabitur in repulsivam, quæ, in infinitum imminuta distantia, in infinitum augetur.

52. At ecce tibi simul, ex eadem lege per ejusmodi curvam expressa, & impenetrabilitatis ratio patet, & extensio- nis, quæ semper habitæ sunt tanquam primariæ quædam corporum affectiones, a simpliciore quodam principio non pendentes. Profecto si imminuta distantia AB , vires ejusmodi repulsivæ in infinitum crescunt: sine infinita vi particulæ ad se invicem ita admoveri non poterunt; ut eundem occu-

pent locum. Quamobrem solus Naturæ auctor infinita potentia pollens eam poterit resistentiam vincere, & corpora, compenetrare. Pariter si se in minimis distantis particulæ ita repellunt; disponentur profecto ita, ut per locum aliquem distribuantur in longum, latum, atque profundum.

53. Verum & illud statim sese obiicit oculis, quo nimirum pacto fluidorum particulæ inter se adhaereant ita; ut aliæ magis compressioni, & dilatationi resistent, aliæ minus. Si enim eorum particulæ sint in illa distantia AC , & ea utcunque parum imminuta, vel aucta statim ordinatæ utrinque plurimum crescant; vi ad comprimendum adhibita, etiam maxima, minimum accedent: quia cito vi comprimenti æqualis invenietur repulsiva; & idem dilationi accidet. Sic aqua nulla vi adhibita comprimetur ad spatium ita minus, ut sub sensus cadat; nec tamen inde erui poterit, eam constare globulis solidis, se contingentibus, quo casu nullum aliud fluidum continere posset duplum materiæ, adeoque & ponderis, quam aqua: sed nec illud, elasticitate carere aquæ particulas; verum potius summam esse elasticitatem, concludetur. Sic etiam separationi resistet, magis, vel minus pro natura rami CK . Contrarium accidet, ubi eæ ordinatæ non statim multum augentur.

54. At quoniam aqua majore vi, ut per ignis actionem, in vapores convertitur, quorum particula maxima vi a se invicem recedunt, & in exiguis distantis sibi invicem adhaerent vi majore, quam quæ ex gravitate oritur; iis viribus, ut & aliis chymicis aliorum corpusculorum effectibus explicandis, arcus curvæ CKI figuræ 10. ita flectendus est, ut axem in aliis binis, vel etiam quocunque punctis secet. Mutabitur curva in aliam in fig. 11., in qua in maximis distantis AF sit vis attractiva proximè in ratione reciproca duplicata distantiarum usque ad AE : usque ad AD adhuc crescat, sed ab ea ratione magis recedat, ut possit deinde decrescere usque ad AT : tum fiat repulsiva crescens usque ad AS , decrescens usque ad AQ : ibi iterum vertatur in attractivam crescentem usque ad AO , decrescens usque

ad AC , & demum in repulsivam abeat. Si particulae aquae habeant distantiam AC eum tuebuntur, donec vis aliqua, superata maxima vi attractiva OP , eas ultra AQ removeat: tum enim sponte a se recedent plurimum; & si punctum R plurimum recedat ab axe; maximas vires repulsivas acquireret. Vires autem attractivae versus O possunt esse multo majores, quam quae a gravitatis expressione requirantur.

55. Harum attractionum usque ad certos limites, & repulsionum post eosdem exemplum habemus in elastis, quae in certis angulis aperta quiescunt, magis distracta ad se invicem conantur accedere, magis compressa vim exerunt repulsivam. Et quidem ex eadem theoria, & mollium corporum discrimen habebitur ab elasticis. Si enim intervalla QT , CQ , per quae vires repulsivae, vel attractivae exeruntur, majora sint; corpus erit elasticum: si post modicissima intervalla, repulsivae vires in attractivas transeant; erit molle. In primo casu post multam compressionem a T versus Q , adhuc semper vires repulsivae agent, & ad veteres distantias redibitur. In secundo casu statim pervenietur ad Q , post quem limitem vi repulsiva in attractivam versa nullus erit conatus ad regressum. Sic & in filis, ac funibus videmus, earum massas plus a quo compressas, compressioni resistere: fiet id per intervallum AC ; si autem distendi incipient, quo plus distenduntur, plus distensioni resistunt; id vero continget per CO . Si superetur maxima vis attractiva OP , multo magis, & citissime minores quoque vincuntur usque ad OQ , & vi attractiva in repulsivam versa funis disrumpitur.

56. Multo autem plures itus curvae, & reditus, ad alia complicatiora phaenomena explicanda requiruntur, quae singula persequi, infinitum foret, nec est hujus loci. Illud notandum omnes hujusmodi curvas esse de genere earum, quas Parabolicas vocant; & quae exprimuntur per $a + bx^m + cx^n + dx^r$ &c. = y ; in quibus nimirum data distantia x , unica habetur vis y , vel attractiva, vel repulsiva; potest autem eadem vis y respondere pluribus distantibus x . Et quoniam,

solu-

(XLII)

solutum jam est a Newtono problema, invenire curvam parabolici generis, quæ per data quotcunque puncta transeat, poterit semper inveniri curva continua, & regularis, quæ exprimat vires cujuscunque particula respectu cujuscunque alterius, quæ vires ex phaenomenis deductæ sint; & eadem curva poterit ad arcus datos quaruncunque aliarum accedere quantum libuerit, & eos in quotlibuerit, & quam libuerit proximis punctis interfecare; dummodo ii arcus diversis axis segmentis respondeant, Harum verò curvarum natura, & ea puncta, per quæ transeunt, ex phaenomenis investiganda sunt.

F. 12. 57. Illud tamen nequaquam omittendum, quo pacto & solidorum corporum adhaesio ex iisdem fontibus repetatur. Si enim vires particulae *A* versus particulam *C* per omnem directionem in gyrum circa eas distantias, in quibus sunt positæ, sint semper æquales; constituent corpus fluidum, cujus partes resistent quidem separationi, qua cogantur majores distantias acquirere, sed, servatis distantiiis iisdem, liberè altera circa alteram movebitur, & excurret, quo excursu fiet, ut fluidum cedat vicicunque illatæ, & cedendo facile moveatur, ac corpus utcunque parum excedens fluidum in gravitate, si totum demergatur, descendat lentè quidem, sed tamen semper descendat, eodem particularum numero ad se invicem accedente, qui recedit, & motu circa, se servatis distantiiis, nullam habente difficultatem. Unde etiam fiet, ut si massa fluidi separanda sit; non magna aliqua superficies simul abrumpatur; sed attenuato fluido in loco separationis per excursum particularum circa se revolutarum, successivè aliæ post alias separentur; quod & in decidentibus aquæ guttis aspicimus. Et id quidem separationem fluidorum perfectorum facillimam redderet. At si alia curva exponat vires particulae *A*, secundum directionem *Gg*, alia secundum aliam, quancunque ita; ut sit axis quidam virium *qQ*, & vires quaquaversus non exprimentur per curvam aliquam, sed per ordinatas ad superficiem quandam, & in eadem distantia *AC* per gyrum superficies illa ordinatas habeat jam positivas, jam

(XLIII)

negativas ; in eadem pariter distantia particulæ se mutuo fugabunt , si in una aliqua directione sint , se attrahent in alia , & in limitibus attractionis , ac repulsionis constitutæ eam positionem servare poterunt , & ab ea depulsæ verticilitatem quandam acquirere , qua se restituant , in quo ipsa corporum solidorum connexio sita esse poterit , qua non solum separationi resistent , sed etiam inflexioni . Id autem potissimum necessariò accidet , si major pars ex minoribus constet , quæ inter se sint in distantis multò minoribus habentibus validissimos connexionis limites ; sed in illis majoribus distantis aliæ attrahant magis , aliæ minus , aut etiam repellant ; tum enim necessariò consequetur verticitas .

58. In plurimis autem problematis , quæ circa hæc expressiones virium , ut ita dicamus , superficiales proponi possunt , & circa motus , qui inde consequuntur , patet quantæ in Mechanica utilitatis sint præclarissima inventa D. Clerici circa curvas duplicis curvaturæ , & loca ad superficies . Sed fieri posset , ut nec axis ullus haberetur in his viribus , & nullæ binæ rectæ linæ a particula exeuntes eandem haberent curvam ; quo casu per ordinatas ad eandem superficiem eæ vires generaliter exprimi non possent ; analyticè possent ; sed ea non sunt hujus loci , & tam multa persequi non vacat .

59. Hæc autem idea nos perducit ad compositionem particularum majorum ex-minoribus omnino homogeneis , dissimillimam tamen . Ponatur , vires minorum particularum tam secundum axes quosdam , quam secundum quancunque aliam directionem habentem respectu ejus axis positionem datam , exprimi iisdem curvis in omnibus iis particulis , & diversis curvis secundum diversam positionem in singulis ; ubi autem binæ combinantur in quavis distantia secundum , quamvis directionem , vim mutuam exprimi per summam ordinarum , quæ pertinet ad particulam utranque in iis distantis , & directionibus ; & poterunt majores particulæ componi ex minoribus ita ; ut dissimillimas habeant virium leges , & ex his aliæ majores gradatim pariter , ut libuerit , dissimiles .

Nam si distantiae assumantur aliae aliis ita minores, ut ratio minorum ad proximè majores sit insensibilis; & circa terminos singularum ex iis distantis fiat in recessu transitus a magna vi repulsiva ad magnam attractivam, quæ tamen, antequam ad sequentem distantiam ventum sit, iterum in magnam repulsivam convertatur, ac deinde varietur utcumque; plures particulae minores, positæ circa eos terminos, coalescent validissimè in unam majorem particulam, ac in majoribus distantis unitim agent: nec majores particulae ejusdem ordinis se mutuo dissolvent; aut ultra quosdam limites ad se accedent. Quid autem, si eodem modo Fixæ quoque sint in limitibus quibusdam attractionum, & repulsionum omnium, curva nimirum *KIII* ut in minimis, ita quoque in maximis ultra omnes Planetas distantis plurimum abluudente ab ea Hyperbola, quæ exprimit gravitatem decreascentem in ratione reciproca duplicata distantiarum, & secante axem iterum, ac fortasse in aliis punctis quamplurimis? An non distantiam seruant a se invicem proximè eandem, nec in se mutuo irruerent, & Mundus totus ita constaret sibi, ut una ex majoribus illis particulis? Quid ni ea potissimum de causa in tam imensa distantia a nobis, & a se invicem collocatæ sunt? Quid ni Cometæ, qui longè ulterius procurrunt, dum in nostra quidem vicinia sunt, Planetarium sistema subeunt, viribus, quæ sunt quamproximè in ratione reciproca duplicata distantiarum, describant curvas quamproximè accedentes ad Parabolas, vel Ellipses; at mutata in majoribus distantis virium lege, ab iis orbibus plurimum recedant, & redeant illi quidem, at longè alios, longè aliarum orbitalium arcus describant in reditu? An non saltem in iis, qui procul recedunt, nullum haberi poterit indicium reditus, licet iidem redeant, mutata fortasse etiam Atmosphæræ illius vastissimæ magnitudine, & forma, ex qua eorum apparens magnitudo æstimatur, nucleo ipso ingenti semper caligine quadam involuto?

60. Porro majorum particularum vires, quæ ex minorum combinatione prodeunt, poterunt esse, ut diximus, inter se

& dissimillimæ : nam ex diversâ axiom combinatione , & minorum particularum numero diversissimæ virium leges exurgerent . Qui autem inde elegantissimis tam directis , quam inverſis problematis aditus aperitur ! ut nimirum , si data minorum particularum communi lege , dato numero , & earum positione ad se invicem , queratur lex , quæ in majoribus ab his compositis consequi debeat : vel numerus , & positio axiom queratur ejusmodi , ut in particula majore ex his composita data aliqua exurgat lex , vel saltem datae aliqua vires in datis datarum directionum punctis : quæ quidem problema solus ille semper omnia unico intuitu penetrat , qui Mundum dum conderet , si hoc , quo diximus modo se res habent , iis est usus .

61. Quin immo quoniam per illos attractionum , & repulsionum limites tam feliciter explicatur adhæſio partium ; quid ni nulle sint minime particule solidæ ; sed , ut omnes adhesiones ejusdem generis sint , ultimò resolvantur corpora in puncta quadam , quæ partes non habeant , ac proinde continuam extensionem nec habeant , nec componant . Ut puncta Mathematica in Geometria nec lineam , nec superficiem , nec solidum continuum componunt ; sed vel congruunt , vel aliquâ lineâ a se invicem distant ; sic ejusmodi puncta physica & realia , iis viribus prædita continuam extensionem non possent componere , sed vel compenetrari deberent , ad quod ipsum divina infinita vis requireretur , vel a se invicem aliquo intervallo distare , quod in utrisque ex ipsa indivisibilitate & extensionis carentiâ consequitur . Continuum physicum ex pacto summo veretur e natura . At quoniam in hac hypothese phenomena omnia ex earum virium actionibus pendentia eodem modo se haberent ; continui existentia probari non potest . Qui autem de continuo ipso diu cogitaverit , agnosce sine , in lucro potius ponendum esse , si id e natura expelli possit , atque exturbari . Quid quod ex una parte omnium quantitatum genus , quod augeri potest in infinitum , potest etiam minui , naturâ utraque ex parte limites omnes respiciente ; ac proinde moles corporis , quæ particulis a se invicem

(XLVI)

distractis potest augeri in infinitum, videtur illa quidem ex natura analogia debere posse in infinitum & minui: ex altera verò parte, si nullæ sunt infinitissimæ partes in se determinatæ, sed infinitè parva sunt indefinitè parva, in quibus nos tantum a determinata magnitudine abstrahimus, ut in singulis casibus demonstrationem liceat deducere ad absurdum, & si eadem materiæ particula non potest jam majorem, jam minorem locum occupare totum; in nulla alia sententia moles ultra quoscunque limites minui potest, particulis solidis, ubi ad contactum devenierint, omnem ulterioiorem compressionem omnino respuentibus: dum punctorum intervalla utcunque parva, in quacunque data ratione possint semper dividi, & moles corporis cujuscunque, si punctis constet hujusmodi, reduci ad aliam in quacunque data ratione minorem? Quid quod ibi sane multò expeditius illud intelligitur, qui fieri possit; ut radii luminis secundum omnes directiones liberrimè excurrant, nec quidquam se invicem turbent. Nimirum numerus punctorum utcunque maximus, ex quo constarent, ad spatium totum haberet rationem quavis data minorem, sive nullam; & eadem esset ratio numeri casuum, in quibus sibi invicem deberent occurrere, ad numerum casuum, in quibus se vitarent? Quid autem, si ea potissimum de causa tanta lumini celeritas, tanta raritas data est; ut cum occursum evitari necessariò debeant, virium quoque omnium, quas in exiguis distantis in se invicem exercerent diversorum radiorum particulae, actiones minimæ evadant, & inceptum iter ad sensum non mutant? Non hæc ita se habere, dicimus: Sed campi hujusce incredibilem quandam, & ingenii exercendis aptissimam innuimus ubertatem.

62. Demum quod ad magneticos effectus pertinet; potiores sanè sponte inde fluunt. Nam tres in primis sunt præcipuæ magnetis affectiones: Attractio, ac repulsio juxta diversos polos, Communicatio virtutis, & Directio. Attractio inde pendere potest, quod lex virium inter particulas ferri potissimum, & magnetis, ad multo majorem distantiam, quam reliquæ, a gravitatis lege plurimum adhuc distideat,

(XLVII)

& secundum diversas directiones vires exerceantur in iis particulis quæ repulsivæ, quæ attractivæ. Vbi multæ ejusmodi particulæ coaluerunt simul cum axibus Attractionum vel congruentibus, vel parallelis, ii enim verò erunt magnetes optimi, qui quidem vires etiam aut acquirere poterunt, aut amittere; prout plures particulæ, quocunque demum artificio eandem positionem acquirant, vel amittant, vel cum aliis coniungantur, ex quarum conjunctione immutetur lex. Patet autem eos habere etiam posse polos attractionis, & repulsionis, & iis contrafactis, singula frustra suos pariter polos habitura. At si ferri particulæ quocunque demum pacto eam axium positionem acquirant; ferrum ipsum poterit in magnetem abire, & eandem attractivam, ac repulsivam vim exercere.

63. Hinc Communicatio virtutis in eo sita esse potest, quod ferri particulæ casu & sine ullo ordine dispositæ, ob magnetis vicini actionem obvertant axes suos ita, ut in pluribus particulis ii congruant; tum enim se prodet magnetica vis in ferro quoque. Et eadem de causa si filum ferreum, quod super magnetem ductum virtutem contraxit, poterit virtutem amittere, si motu contrario priori ducatur ita; ut axium positiones iterum perturbentur. Ferrum autem, quod diu in eodem jacuit situ, in magnetem abire poterit, particularum axibus paulatim convergentibus ex actione continua subpolarium magnetum, quos ibi in magna esse copia infra superficiem telluris patebit ex ipsa directionis explicatione.

64. Directio acus in singulos magnetes pendere potest ab ipsa attractione, & repulsione juxta diversos particularum polos, & axium positionem, ex quibus, licet in majore distantia, verticitas pendeat prorsus, ut in num. 57. Directio autem versus certas Terræ plagas polo proximas, & altero tantum polo magnetis eo se sponte obvertente, provenire potest ex eo, quod per universam quidem Tellurem ingentes adsint sub ipsa superficie massæ ferri, & magnetum, sed multò plures, quam alibi, versus polos. Quod enim ejusmodi fodinæ adsint non tantum sub ipso polo; id efficiet; ut non versus polum accuratè dirigantur acus; sed hinc inde aberrant. Quod ejus-

(XLVIII)

modi sodinæ minores nullo certo ordine dispersæ sint per omnem tellurem, id efficiet, ut in declinatione magnetis nullus sit certus quidam ordo, sed & linea, in qua nulla est declinatio, & reliquæ, in quibus ea est certi graduum numeri, sint admodum irregulares ad sensum, & compositæ: quæ quidem ex historia magnetica habemus omnia. Atque ejus rei imaginem quandam expressam habere possumus; si majorem aliquem magnæ virtutis magnetem ad mensæ caput collocemus; tum alios minores dispergamus irregulariter. Acus se ad magnum illum magnetem potissimum diriget; sed minorum actionibus deflectetur nonnihil. Erit autem linea quædam irregularis, in qua laterales actiones se mutuo elidant, & directio fiat versus magnetem illum maximum: hinc inde ab ea linea declinationes habebuntur contrariæ, & curvæ, in quibus erunt certi graduum numeri, erunt pariter satis compositæ.

65. Hinc autem elegantissimis, & difficillimis problematis aperitur iterum aditus: ut si datis in plano binis, vel ternis, vel quocumque massis utcumque inæqualibus materiæ attrahentis in quacumque distantiarum ratione, oporteat invenire curvam, in qua corpusculi attracti directio fiat versus datum punctum, vel ab eo deflectat per datum angulum. Id autem difficilissimum, & generalius evadit; si eæ massæ dentur extra planum utcumque: multò autem magis crescit difficultas; si attractiones exprimantur per curvas quascumque datas, vel etiam per ordinatas ad superficiem, vel ita, ut in diversis quibusvis directionibus diversæ curvæ adhibendæ sint. Quid autem si problemata proponantur inversa, ut si datis attractionis legibus, & datis curvis directiones easdem experimentibus, quaratur numerus, & dispositio ejusmodi massarum? An non eo pacto iniretur via, ad determinandam ex observationibus sodinarum magnetifarum positionem, & magnitudinem?

66. Ac si ea est declinationis, & inclinationis causa; quid ni inde fiat: ut quotidie parum admodum mutetur directio;

(XLIX)

fit? Nimirum fodina illæ perpetuas mutationes subeunt, novæ alibi generantur, augenturque, alibi minuuntur, & intereunt; quæ mutatio & perpetua est, & exiguo quidem tempore exigua, si summam spectes mutationum omnium contrariarum, longiore verò multò major. At si ita res habet; an non inanis est cura, variationem declinationis ad certas leges, quas omnino respuit, revocandi? Fodinas autem magneticas & ferreas in pluribus locis esse maximas, ignorat nemo. Ad hosce effectus explicandos eæ sufficiunt; eæ igitur sunt causæ. A phænomenis earum positio determinanda, ex quibus, maximam esse sub polo copiam, deducitur. Si quis verò & difficiliora velit problemata; is motum quærat puncti attracti a massis dispersis, quarum attractiones, vel exprimantur per curvas, vel per ordinatas ad superficiem, vel in quavis recta ex ipsis massis exeunte diversæ sint; vel ab ejusmodi motibus quærat vel massas datis legibus, vel leges datis massis. Quam vastus hîc Geometriæ, & sublimiori analyti campus, in quo vires suas experiantur, & promoveant analysim ipsam summi etiam Geometriæ, & Analytiæ!

67. Nos autem nimium sane evagatos eo regredi necesse est; vnde digressi sumus; ut manum tandem de tabula removeamus. Omnia virium genera per hæc curvas ad unicum, & sibi semper constantem agendi modum reducuntur: Corpora dura eliminantur e natura, eliminatur saltus omnis, qui etiam in aliis quibusdam virium legibus haberetur; ut supra vidimus num. 38. in puncto a punctis superficiei sphericæ attracto in ratione reciproca duplicata distantiarum; ubi attractio in infinitum potest excrecere in accessu; quod in nostris curvis nunquam accidit. Phænomena autem motuum eodem, quo supra, modo hîc explicantur per actiones utrinque æquales virium per curvas explicatas expositarum, quæ novas celeritates immediatè producant in corporibus tanclasticis, quam mollibus, sine ulla uspiam necessitate virium vivarum, sine ulla necessitate impenetrabilitatis agentis per

