

Pogled na matematiku

Damir Barbarić

Odjel za povijest filozofije
Centra za povijesne znanosti
Sveučilišta u Zagrebu

Izvorni znanstveni tekst,
UDK 1(091):51
Primljeno 26. travnja 1986.

Čini se potrebnim odmah u početku iznijeti nekoliko napomena koje bi trebale pomoći razumijevanju motiva i nakanе ovoga rada.¹

Prije svega, ovaj »pogled na matematiku« sebe ne shvaća kao jedan od priloga »filozofiji matematike«. Zašto? Navodimo nekoliko razloga.

Ponajprije stoga što se svaka »filozofija matematike« danas nužno, znala to ili ne, htjela to ili ne, kreće u horizontu nečega takvog kao što je *theory of science*. Ova pak, pojmljena u svojoj biti, nije drugo do jedna samorefleksija znanosti, s jedinim pravim zadatkom da osigurava i definitivno etablira znatljivost i znanstvenost svega i učini je konačno bezupitnom. To znači: tzv. *theory* (pa i onda kad izigrava jednu radikalno historijsku, sociologijsku ili pak genetičko-evolucionističku orijentaciju) uvijek već unaprijed sa *science* dijeli sveobuhvatni znanstveni horizont, pravila i postupke specifično znanstvenog promišljanja, čak i terminologiju.

(Slično tome jesu npr. i filozofija jezika, umjetnosti, društva, tehnike itd. jasni znakovi temeljne iskorijenjenosti fi-

[1] Neizmijenjen tekst predavanja održanog travnja 1985. pod istim naslovom u okviru seminara o teoriji znanosti u organizaciji Zavoda za filozofiju znanosti i mir JAZU.

lozofije, koja, sad u liku jedne »slobodno lebdeće« teorije, uvijek kaska za »predmetom« uz kojeg prijanja, s time da taj »predmet« biva odnekud drugdje, vanfilozofijski ispostavljen.)

Za pravo ispitivanje biti znanosti zahtijeva se međutim, smatramo, stajalište koje je ukorijenjeno izvan samog horizonta znanosti. Gdje je to, i koje je to stajalište? Nismo li već samim tim zahtjevom izručeni na milost i nemilost nekom golom iracionalizmu? S odgovorima na to pitanje i nije nužno žuriti. Neka ovdje ostanu otvorena.

Drugi je razlog zašto ovo ne razumijevamo kao neku »filozofiju matematike« u tome što matematika i nije uopće nešto od filozofije drugo, nešto što tek naknadno i akcidentalno može postati ili ne postati njenim »predmetom«. Baš tome nasuprot: matematika je vid i lik samog filozofiranja, premda nikako ne i jedini, izgleda ne niti najviši. Ili drugim riječima: filozofiranje samo u jednom svojem vidu je matematičko. Kada tome ne bi bilo tako, ne bi ono najdublje u poslu matematičara i ono u njih povijesno najproduktivnije bilo jedno stalno navraćanje na takozvana granična pitanja. Naoko paradoksalno: pouzdanost i izvjesnost sigurnog i nekolebljivog izvođenja — ta opsesija i ponos sve realizirane matematike — hrani se zapravo iz rijetko pokušavanog, još rjeđe polučenog mislećeg boravka u području tako zvane *Grundlagenkrisis*, u području spora, dileme, aporije i radikalne skepse.

S druge strane, kad ne bi bilo tako da je matematika nužni konstitutivni moment filozofiranja, ne bi svaka velika filozofija bila tako snažno i neodloživo privučena zagonetkom matematike i matematskog znanja, prepoznavajući ga kao jednu od svojih osobitih mogućnosti.

Druga prethodna napomena: »matematika« nam ovdje znači kako cjelinu tako i bit znanosti uopće.² Moderni spor

[2] Čini se da je u potpunosti u pravu bio Bruno Snell, svakako jedan od najinstruktivnijih klasičnih filologa današnjice, kad je u svom značajnom istraživanju *Die Ausdrücke für den Begriff des Wissens in der vorplatonischen Philosophie* (Philosophische Untersuchungen 29, Berlin 1924) ustvrdio da je upravo riječ *μάθησις, μάθημα* (od *μανθάνω*) već u 6. stoljeću prije n. e. bila najpogodnija da — u razlici od nekih drugih riječi koje ukazuju na oblast znanja i spoznaje, recimo *ἵστωρία* ili *γνώσις* — iskaže takvo neko znanje koje je nezavisno kako od empirije tako i od bilo kojeg pojedinca koji to znanje »ima«. Sigurnost, općenita valjanost i nužnost, ili drugim riječima apriornost matematičke spoznaje — što tijekom povijesti i čini najveću njenu snagu i izuzetnost — već je dakle položena u samoj riječi, a osobito pak, dodajemo mi, u njenom samoosvještenju, koje nalazimo u Platonovu *Menonu*.

oko primata matematike ili logike obzirom na čistoću znanstvenosti neodlučen je i ovdje nas ne zanima. Svojevrstu povijesnu nužnost progresivnog i načelno totalnog logificiranja i ujedno matematiziranja svega što hoće da nastupi kao znanost držimo indiskutabilnom činjenicom. Novalis, dubinom čijih intuicija mišljenje biva uvijek iznova pokrenuto i potaknuto, kaže na jednome mjestu svoje *Enciklopedije*: »Cijela matematika jest zapravo jedna velika porredba za ostale znanosti«, a malo dalje: »Na koncu, cijela matematika nije uopće nikakva posebna znanost — već samo jedno općenito znanstveno oruđe ... Ona možda i nije drugo do egzoterizirana, vanjskim organom i objektom učinjena duševna sila razuma — realizirani i objektivizirani razum.«³

Ne uvaži li se ova apsolutnost i univerzalnost koja leži u samoj naravi matematike, teško će se razumjeti, recimo, motiv, svrha, pa i sama ideja jedne *mathesis universalis*,⁴ koja možda dublje i moćnije od svih drugih upravlja zbivanjem povijesti novoga vijeka i danas zapravo tek priprema svoju punu realizaciju.

Na koncu i treća napomena. Precizniji bi naslov našega pokušaja — to će se iz daljnjeg izlaganja sigurno zapaziti — imao glasniti »pogled na povijest matematike«. Smatramo ipak da upravo pitanjem o njenoj povijesti pitamo o matematici samoj. Kako to? Odgovor je u tome što nam izgleda kako se ne treba dati brzopleto zavesti tvrdnjom, oslonjenom u krajnjoj liniji na Platona (da li s pravom ili ne, to ostavljamo zasad otvorenim), da su matematska bića bitno nevremenita i nepovijesna, tako da njihovo otkrivanje u vremenu za njih same jest nešto sporedno i slučajno i njihova se istina ima tražiti u tome kakva jesu po sebi i van svakog odnošaja spram vremena.⁵ Takva tvrdnja naime previđa dvoje. Prvo, to da neko čudnovato kretanje, neka procesualnost, a time onda i svojevrstna »vremenitost« prebiva i u samim matematičkim bićima. I upravo je taj uvid, nagovijestimo to samo, doveo do »pitagoriziranja« kasne Platonove filozofije i ostao unaprijed jedna od najdubljih tajni

[3] Novalis, *Werke und Briefe*, München 1962, pp. 478—79.

[4] Vidi npr. H. Scholz, *Mathesis universalis. Abhandlungen zur Philosophie als strenge Wissenschaft*. Darmstadt 1961.

[5] O tome pobilje O. Becker u predgovoru zbornika *Zur Geschichte der griechischen Mathematik (Wege der Forschung XXXIII)*, Darmstadt 1965.

sve matematike.⁶ Kao drugo, ta tvrdnja drži da razumije što vrijeme i povijest uopće jesu. No što ako je bit povijesnog vremena srodna ili štoviše istovjetna upravo tom unutarnjem, imanentnom kretanju svojstvenom matematici? Slutnjom potvrdnog odgovora na to pitanje vođen je naš sadašnji pokušaj.

Dodajmo tu još usput: iza privida radikalnog historiziranja i time, kako se barem čini, relativiziranja svega krije se jedan dublji zakon našeg povijesnog mjesta, »mjesta« na rubu jedne bitno ispunjene povijesne epohe i pred ulaskom u novo središte. Uvjet je takvog uskoka, dakako, prethodno dostatno zadubljenje u središte vlastite epohe. Stoga je pitanje o biti znanosti, preciznije o povijesnoj biti znanosti — ovdje dakle, u skladu s prethodno kazanim, o povijesnoj biti matematike — nama jedno od najprećih. U službi tog nezaobilaznog zadatka, rad koji slijedi ograničen je na izvedbu dva bitna pripremna koraka: pokušaj sažete karakterizacije grčke matematike te pokušaj uvida u smisao povijesnog prevrata grčke matematike u novovjekovnu.

* * *

Ocrtajmo dakle na početku, makar u grubom orisu, osnovne karakteristike grčke matematike.

Prije svega, već pri površnom upoznavanju upada u oči da je grčka matematika prvenstveno geometrija. Kao takva, oslonjena je na zrenje konačnih likova, a kao jedini dokaz egzistencije nekog matematskog bića prihvaća konstrukciju, i to uvijek konačnu konstrukciju. Što se aritmetike tiče, ona prihvaća i bavi se samo prirodnim (cijelim) brojevima. I razlomci bivaju donekle priznavani brojevima, iracionali već ne.

Opće suglasje vlada kod historičara i interpreta grčke matematike o tome da njen presudni događaj bijaše otkriće iracionala tj. otkriće linearne nesumjerljivosti. To čudesno otkriće zaprijetilo je smjesta rušenjem stare pitagorejske teze da sve jest broj, teze koja, čini se, počiva na uvjerenju o gospodstvu i vladavini reda, forme i oblika u cjelini svega.

[6] Vidi npr. Proclus *in Eucl.* 187.25ff. (ed. Friedlein) o imaginativnom (φανταστική), ne tjelesnom ili prostornom kretanju u geometriji. O dilemi oko kretnosti matematičkih bića vidi npr. Ph. Merlan, *From Platonism to Neoplatonism*, The Hague 1986, osobito p. 29 i 35.

Nesumjerljiva dužina, ona koja se ne da numerički izraziti biva nazvana ἄρρητον, »neizrecivo«, »neiskazivo« i ἄλογον, »nemislivo«, »iracionalno«.

Početno iznenađenje dovodi međutim ubrzo do spoznaje da crta čijoj se duljini ne može pridati numerička vrijednost treba da bude mjerena svojim kvadratom. Pojam λόγος, koji je do tada bio primjenjivan samo na brojeve, morao je sada biti preformuliran tako da u sebe uključi i ove nesumjerljive veličine. Posao konstruiranja i klasificiranja samih iracionala pomoću novozadobivenog pojma λόγος -a uzeli su na sebe Teetet i Eudoks, u čijem će mišljenju λόγος konačno u potpunosti zadobiti novo značenje odnosa (*ratio*) dvaju brojeva, odnosno dužina. Može se slobodno reći da upravo ta njihova dostignuća, sintetizirana nešto kasnije na briljantan način od strane Euklida, sačinjavaju ono najznačajnije klasične grčke matematike.

Ako se dakle hoće tražiti neki grčki supstrat za moderni pojam broja, onda to nije niti ἀριθμός grčke aritmetike niti μήγεθος geometrije, nego upravo sam taj λόγος koji je načelno neutralan spram razlike aritmetike i geometrije i omogućava, čak štoviše traži i zahtijeva njihovo međusobno stapanje.

No, ovdje je grčka matematika stala, da tako kažemo, na pola puta: Grci nisu nikad učinili taj korak da ovim λόγος -ima, brojno-dužinskim odnosima koji omogućuju svojevrsno »razumijevanje« iracionala pridaju samostalnu egzistenciju.⁷ Svaki novi takav odnos morao je naime biti konstruiran i tek time osiguran u egzistenciji. Naoko tako malen korak: pomisao egzistencije svih iracionala naprosto — taj nije nikada učinjen.⁸

S tim u skladu, ostaje grčka matematika, unatoč jednoj, tako reći, «podzemnoj» prisutnosti iracionala, osobito u 5. 10. i 12. knjizi Euklidovih *Elementa*, ipak zauvijek — kako smo rekli u početku — konstruktivistička i konačna. Ujedno s tim ide i jedna pažljivo čuvana stroga odvojenost aritmetike i geometrije. Aritmetika je područje čiste konačnosti, u geometriji pak jest na neki način i ono beskonačno, ili kako će to izraziti Proklo komentirajući Euklida: »U geometriji

[7] Usp. Otto Toeplitz, *Mathematik und Ideenlehre bei Plato* (Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Abt. B: Studien, Bd. 1, pp. 3—33), Berlin 1931. Osobito p. 9.

[8] Usp. O. Becker, *Mathematische Existenz. Untersuchungen zur Logik und Ontologie mathematischer Phänomene*. Halle 1927, p. 135 i 144.

naime onog najmanjeg uopće nema«, nastavljajući: »Geometriji su svojstvene postavke o iracionalnome (τὸ ἄλογον), jer iracionalno ima svoje mjesto samo tamo gdje je moguća beskonačna djeljivost«. ⁹

U naporu da pod svaku cijenu osiguraju konačnost barem u aritmetici, dospjeli su Grci i do jedne nama danas zacijelo silno začudne postavke, te naime da jedan uopće nije broj. Euklidova definicija broja glasi ἀριθμὸς τὸ ἐκ μονάδων συγχείμενον πλῆθος: »broj je mnoštvo sastavljeno od jednota«, a u prvoj definiciji sedme knjige nalazimo slijedeću odredbu jednote: Μονάς ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται »Jednota jest ono po čemu se svako pojedino biće zbori jednim«. Konzekvenca je dakle ova: brojevi, ako su mnoštvo sastavljeno od jedinica, mogu u njih biti i razloženi. Jedinica sama pak, kao jedinica, ne može dalje biti razložena. Stoga ona nije broj.

Ovako pobrojane osnovne karakteristike grčke matematike ostale su sačuvane i u školskoj odredbi i razdiobi matematike koju nalazimo u neopitagorejca Nikomaha (*Intr. arithm.* I—III, pp. 1—9 Hoche) i koja je, od strane Boetija prenesena u latinsko srednjevjekovlje, ostala sve do kasno u srednji vijek osnovom sveukupnog školskog naučavanja znanosti, kao tzv. *quadrivium* u sklopu *septem artes liberales*. Matematika tu biva određena kao znanost kvantiteta. Kvantitet međutim može biti ili diskretan (πηλίκον) ili kontinuiran (ποσόν). Diskretan kvantitet po sebi izučava aritmetika a diskretan kvantitet u relaciji akustika ili harmonika. Kontinuirani pak kvantitet ukoliko je nepokretan izučava geometrija, ukoliko je pokretan astronomija.

Sad je, čini se, krajnje vrijeme da bude izrečeno odlučno pitanje, ono za postavljanje kojega svo dosadašnje izlaganje bijaše tek priprema. Pitanje glasi: zašto Grci nisu — iako su, kako smo rekli, bili već duboko k tome na putu — uveli iracionalne brojeve? Recimo odmah: odgovor na to pitanje nemoguć je samo iz obzora matematike, povijesti matematike, kao i iz obzora jedne, bilo kako shvaćene, općenite teorije znanosti. S druge strane, upravo bi taj odgovor imao proizaći iz cjeline našega pokušaja da se približimo smislu matematike, kao neka vrsta njegove krune i konačne svrhe. Dat ćemo ovdje preliminarno dva ponajbolja odgovora na to vječno intrigirajuće pitanje, ponuđena razmatranju od

[9] Proclus *in Eucl.* 60.11ff. (Friedlein).

dvaju vrsnih znalaca kako grčke matematike tako grčke filozofije u cjelini.

Istražujući problematiku takozvane krize temeljâ grčke matematike, kaže Heinrich Scholz: »Posljednji dohvatljivi razlog zašto Grci nisu izgradili iracionalne brojeve jest jedan pojam znanstvene matematike koji načelno ne dopušta proširenje područja prirodnih brojeva, i to stoga što samo prirodni brojevi zadovoljavaju postulat one egzistencije koja je nezavisna od sve proizvoljnosti mišljenja, ispunjenje kojeg postulata, pri grčkom shvaćanju spoznaju zasnivajućeg mišljenja i suđenja, jest sâmo opet uvjet za to da neka znanstvena matematika uopće bude moguća.«¹⁰

U naoko različitom kontekstu izjasnio se o istom pitanju i Julius Stenzel: »... pri tome je značajno u kojoj se mjeri ipak unutar grčkoga načina mišljenja ne teži na kretanje kao takvo, nego na ograničavanje, na točke zastoja kretanja, jedna bitna razlika spram modernog shvaćanja matematičkog problema beskonačnog, oko kojeg čak Arhimed još obilazi«. Razlog će tomu Stenzel dalje iznaći u grčkom fundamentalnom poistovjećenju kretanja, mišljenja i brojanja: »Mišljenje se nikad — to su Grci vrlo točno spoznali — ne zbiva kontinuirano, u smislu fizičkog klizanja, nego uvijek dijalektički, to znači raščlanjeno točkama zastoja...«¹¹

Ovim bitnim uputama trebali bi se jednom, spremniji za promišljanje, vratiti pri pokušaju konačnog odgovora na pitanje o biti i smislu matematike uopće. Sada nam je, međutim, zadatak da makar u najgrubljim potezima kušamo ocrtati glavne značajke tog tako odlučnog povijesnog prevrata u novovjekovnu matematiku.

Hoće li se jednim stavom izraziti sâmo načelo duboke mijene matematike koja započinje u renesansi i progresivno se razvija do u naše dane, tad se može reći s Oskarom Beckerom: strah i uzmak pred aktualno beskonačnim nestaje.¹² To se očituje ponajprije u tome što sad beskonačna konstrukcija tj. granični postupak (*limes*) biva prihvaćen kao legitimna definicija nekog matematičkog entiteta. Od kraja 17. stoljeća štoviše konačne i zorne geometrijske definicije

[10] H. Hasse — H. Scholz, *Die Grundlagenkrisis der griechischen Mathematik*, Charlottenburg 1928, p. 69.

[11] J. Stenzel, *Zahl und Gestalt bei Platon und Aristoteles*, Bad Homburg 1959, pp. 95—96.

[12] O. Becker, *op. cit.*, p. 158: »Die Scheu vor dem Aktual-Unendlichen verschwindet«.

potpuno ustupaju mjesto beskonačnim konvergentnim procesima, tako da čak i sami egzaktni geometrijski likovi bivaju shvaćeni kao limesi. To će konačno u 19. stoljeću rezultirati potpunim »aritmetiziranjem« matematike.

Da bismo bolje sagledali svu dubinu i značaj te bitne preinake, osmotrimo poblize tri njena bitna momenta: postavku o relativitetu mjesta i kretanja, postavku identiteta prirode i matematike te na koncu prevrat kružnog u pravocrtno gibanje.

A) Nikola Kuzanski, možda najznačajniji mislilac razdoblja koje zovemo renesansom, po prvi put u cjelokupnoj filozofskoj predaji eksplicite naučava potpuni relativitet kretanja i mjesta. Sva spoznaja za Kuzanskoga jest mjerenje, odatle i duh (*mens*) po njemu ima ime od mjerenja i mjere (*mensura*). Svako je mjerenje međutim — i to je upravo srž njegova novog pristupa — moguće tek na temelju nekih prethodno postavljenih točaka. Te su pak točke slobodne postavke duha, one nemaju neko apsolutno i ontološko značenje. Mjerenje tj. spoznavanje ne orijentira se više i ne oslanja na neko, bilo koje već postojeće biće, već uistinu neko tek pomišljeno biće (*ens rationis*), kao slobodna postavka duha, jest ono što upravlja i vodi matematičku, a onda i svaku drugu spoznaju. Tome shodno reći će npr. i Kepler: *omnis locatio est mentis... opus*: »svo kretanje obzirom na mjesto djelo je duha.«¹³ Krajnju i povijesno najpresudniju radikalizaciju ovog nauka o relativitetu kretanja imamo u Galileja. Kod njega apsolutni realitet mjesta nekog, bilo kojeg prirodnog tijela ne igra više nikakvu ulogu.¹⁴ Stajalište prosuđivanja i mjerenja svih pojava kretanja u cjelini svijeta stvar je slobodnog izbora.¹⁵ Za to sveodmjeravajuće stajalište može se izabrati sunce, poput Kopernika, ili zvijezde stajačice, poput

[13] J. Kepler, *Opera* (ed. Frisch) II, p. 55.

[14] Usp. E. Cassirer, *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit*, Bd. I (Berlin 1911), p. 360f. (o Galileju): »Nije mjesto ono koje djeluje i tvori u prirodi stvari, koje odlučuje o kretanju i mirovanju tijela. Jer ono nije o sebi niti neki djelatni uzrok, štoviše tijela se određuju tek pomoću sila koje u njima pribivaju, njihovog međusobnog razmještanja i položaja. Mjesto je neko ništa; ono ne egzistira i ne vrši nikakvu silu, nego je sva prirodna moć sadržana i utemeljena u samim tijelima.«

[15] J. Mittelstrass, *Die Rettung der Phänomene*, Berlin 1962, p. 207: »... s Galilejem biva čovjek promatračem na mjesecu i može za svoje svrhe zemlju 'apstrahirati' ('wegzudenken'). Znanstvena svijest Novog vijeka otkriva svoju nevezanost, ali s time i svoju bezzavičajnost. Zemlja više nije, kao središte Svega, ujedno i primjereno mjesto nekog promatrača koji se za to Sve interesira; on sad stoji bilo gdje. Znanstvena svijest kao eksperimentirajuća svijest, kakva Antici još bijaše strana, ne poznaje više nikakvo izuzetno mjesto.«

Galileja i Newtona: — jedna unutarnja inkonzekventnost takve mehanike ostat će ipak prisutna u postavci mirovanja tog središnjeg tijela. Napredak će fizike preko spoznaje unutarnjeg kretanja i samih tih prividno mirujućih tijela voditi postepeno tezi totalnog i posvemašnjeg relativiteta, čiju impresivnu deskripciju nalazimo recimo kod Maxwella:

»Što jasniji postaju naši pojmovi prostora i vremena, to razgovjetnije uviđamo da sve na što se odnose naša dinamička učenja pripada zajedno u jedan jedini sistem. Početno smo još mogli biti mnijenja da bismo kao svijesna bića morali kao nužne elemente naše spoznaje imati apsolutnu spoznaju mjesta na kojemu se nalazimo i smjera u kojem se krećemo. Ali to mnijenje, koje je bez sumnje bilo mnijenje mnogog mudraca staroga vijeka, iščezlo je postepeno iz spoznaje fizičara. U prostoru nema nikakvih označenih mjesta; jedan dio prostora posve je jednak svakom drugom dijelu, tako da ne možemo znati gdje smo. Nalazimo se kao na nekom neuzgibanom moru, bez zvijezda, bez kompasa, bez vjetrova i valovlja i ne možemo reći u kojem se smjeru pokrećemo. Nemamo mjerača kojeg bismo mogli postaviti da bi po njemu spravili neki proračun; možemo doduše odrediti stupanj našeg kretanja u usporedbi sa susjednim predmetima; ali mi ne znamo kako se ta tijela kreću u prostoru.«¹⁶

Traži li se povijesno-filozofijsko porijeklo ove nauke relativiteta, naći će se ono u jednom odlučnom pretumačenju srednjovjekovnog religijskog i mističkog, simboličko-geometrijskog stava *deus est sphaera infinita, cuius centrum ubique, circumferentia nusquam*: »bog je beskonačna kugla, kojoj središte jest posvuda a obod nigdje«, koji sâm opet vodi porijeklo iz Plotinove nauke o *σφαῖρα νοητή*, o »duhovnoj kugli« i njoj pripadnoj »intenzivnoj« beskonačnosti.¹⁷ Kuzanski, a zatim na njega oslonjeni Bruno, iz te intenzivne beskonačnosti boga izvode ekstenzivnu beskonačnost od njega stvorenog univerzuma. Konzekvencija toga je pobijanje geocentrike i ujedno konačno-heliocentrične astronomije, kao i relativiranje uopće svakog individualnog centriranja.¹⁸ Potpuni relativitet kretanja i mjesta naučava već Bruno, pišući: »Kad bismo bili na kojoj drugoj zvijezdi, činilo bi nam se

[16] J. C. Maxwell, *Substanz und Bewegung (Matter and motion)*, dtsh. von E. v. Fleischel, Braunsch. 1881, p. 92f.

[17] Vidi D. Mahnke, *Unendliche Sphäre und Allmittelpunkt. Beiträge zur Genealogie der mathematischen Mystik*. Haale/Saale 1937.

[18] Usp. Mahnke, *op. cit.*, pp. 53–55.

da smo u centru, a zemlja da pripada perifernim dijelovima.«¹⁹

Sva presudna novost i značaj ove postavke relativiteta dade se možda ponajbolje shvatiti u jednoj makar ovlašnoj komparaciji s klasičnom verzijom grčke fizike kako ju je izveo Aristotel i koja, ma koliko god modificirana, ostaje u temelju srednjovjekovnog peripatetizma, protiv kojega ona gore ocrtana novovjekovna teza i biva izričito upravljena.

Kretanje je tamo shvaćeno bitno kvalitativno, što znači da svako tijelo ima vlastito, njemu urođeno kretanje koje ga po naravi (φύσει) vodi uvijek jednom, njemu pripadnom i svojstvenom mjestu. Mjesto (τόπος) pak neodvojivo je od njime obuhvaćenog tijela. I tijelo i mjesto opet posjeduju vlastitu narav (φύσις), koja zapravo nije drugo do uvijek individualna, neusporediva i nemjerljiva, apsolutna sila za državanja u tom vlastitom naravnom mjestu.

Kod Galileja međutim kretanje prestaje biti neko vlastito i svojstveno *quale* koje u različitim tijelima pribiva u različitim, međusobno nesumjerljivim vidovima. Ono sad biva određivo jednim i istim općevažećim zakonima mjere i veličine. Kretanja više ne bivaju određena shodno različitim naravima i silama pojedinih tijela, već se sama bit sile određuje sad iz osnovnog stava kretanja, i to jednog beskonačnog, pravocrtno-jednolikog kretanja.

S time ujedno iščezava i izuzetnost i individualnost pojedinačnih mjesta (τόποι). Mjesto više nije ono čemu pojedno tijelo pripada prema vlastitoj unutrašnjoj naravi, već postaje puki položaj (*situs, positio*) koji biva ustanovljavan uvijek tek relativno, obzirom na ostale položaje. Sad tek biva mogućom izgradnja jednog homogenog, sistematskog, a to znači apriornog, svakom pojedinom tijelu i mjestu nužno prethodećeg prostora. Ovo svakom pojedinom tijelu i mjestu nužno prethodeće područje jednakomjernog prostornovremenskog sklopa kretanja dobiva sad ime prirode (*natura*), što je dakako za čitav jedan svijet različito od onoga što su Grci bili imenovali prividno istim imenom φύσις.²⁰

[19] *Jordan Bruni Nolani Opera latine conscripta*, Neapel-Florenz 1879—91, vol. I, 1, p. 216 (*De immenso et innumerabilibus*). Usp. i p. 218: «*Centrum spatii immensi statuetur ubique*».

[20] Usp. M. Heidegger, *Die Frage nach dem Ding*, Tübingen 1975, pp. 66—72; E. Cassirer, *Zur modernen Physik*, Darmstadt 1980 (= *Zur Einsteinschen Relativitätstheorie*, Berlin 1921), pp. 15—18; E. Cassirer, *Individuum und Kosmos in der Philosophie der Renaissance*, Darmstadt 1977, pp. 183—201.

B) To tako značajno, ovdje samo u najgrubljim crtama naznačeno pretumačenje kretanja, iz kojega onda slijedi novi pojam prostora, vremena i sile, utemeljeno je i samo na jednoj još dubljoj postavci, koju bismo ovdje naveli kao drugu glavnu značajku prelaza grčke matematike u novovjekovnu. Da kažemo u formuli: riječ je o postavci identiteta matematike i prirode. Kepler i Galilej, Descartes i Leibniz, da navedemo samo najveće, dijele jedno i isto uvjerenje: priroda mora imati istu pouzdanost, sigurnost i nepogrešivost kao što je ona koja se izražava u matematičkom mišljenju i zaključivanju. Inače bila bi matematičari nedostupna, što je dakako nemoguće. Dvije su glavne metafizičke podloge tog panracionalističkog uvjerenja.

Prva je sadržana u nauci o stvaranju svijeta, kako ju je izgradio kršćanski neoplatonizam. Prema toj nauci bog misli bića tako da ih ujedno i stvara, a sam taj iskonski čin stvaranja određen je temeljnim mislima matematike: veličinom, mjerom, brojem. Tako će npr. Kepler reći: *Creator Deus mathematica ut archetypus secum ab aeterno habuit in abstractione simplicissima, et divina ...*: »Bog stvoritelj imaše sobom od vječnosti ono matematičko kao matrice-originale u najjednostavnijoj i božanskoj apstrakciji«. ²¹ Isti će taj stav slijediti onda i Galilej, nadopunjujući ga tvrdnjom da upravo u pogledu matematske spoznaje postoji između boga i čovjeka samo gradualna, a ne i kvalitativna razlika.

Druga bitna metafizička podloga imenovanog uvjerenja jest princip kontinuiteta, dohvaćen već u formuli Kuzanskoga *quodlibet in quolibet est*: »svakô pojedino jest u svakôme«, a definitivno izgrađen i ekspliciran tek u Leibniza. U jednom pismu Ch. Wolffu veli tako Leibniz: *Apud me magna uniformitate naturae omnia ubique in magnis et parvis, visibilibus et invisibilibus, eodem modo fiunt soloque gradu magnitudinis et perfectionis variant*: »Prema meni jest velika jednolikost prirode; i sve posvuda, u velikome i malome, vidljivome i nevidljivome, biva na isti način i razlikuje se jedino stupnjem veličine i savršenosti«. ²² Upravo na tom principu počiva Leibnizova analiza beskonačnog, koja zasniva novovjekovnu dinamiku, sjedinjujući tako matematiku sa spoznajom prirode. Posao zasnivanja potpunog sistema dinamike nastavljaaju onda d'Alambert i Lagrange i u tom

[21] J. Kepler, *Opera* (ed. Frisch) I, p. 136.

[22] *Briefwechsel zwischen Leibniz und Christ. Wolff*, hrsg. Gerhardt, Haale 1860, p. 44.

poslu definitivno sjedinjuju infinitezimalnu analizu s fizikom, i to tako da algebru primjenjuju na geometriju, geometriju na mehaniku, a zatim tako preinačene algebru, geometriju i mehaniku na fiziku. Time se sad konačno ruši ona stroga raščlanjenost grana sveopće matematike, kako smo je bili upoznali kod Nikomaha. Pažljivo i strogo čuvana različitost i uzajamna nesvodivost aritmetike i geometrije, a time onda i cjelokupne matematike s jedne i fizike s druge strane, gubi se nepovratno i cjelina novozasnovane znanosti biva sad sažeta u jedno, noseći kao možda najprimjerenije svoje ime naziv »matematička fizika«. Svako strogo razlikovanje fizike i matematskih disciplina ostaje, čini se, nadalje i sve do danas samo prividno. Jedan te isti princip, jedna izvornija, posve nova znanost sad nosi sve i prožima sve.

No još dublja i još presudnija novost ove fundamentalne postavke identiteta prirode i matematike u tome je što tek ona uopće i omogućuje pojavu fizike kao znanosti u strogom smislu riječi. Oglada li se na primjer mjesto fizike u cjelini Aristotelove filozofije, tad valja reći da prava Aristotelova fizikalna pitanja, ona o φύσις, o mjestu, vremenu, kontinuumu, beskonačnom, o cjelini i biti kretanja, prvom pokretaču itd. ostaju u potpunosti izvan horizonta novozasnovane fizikalne znanosti i s njenoga stajališta mogu biti viđena sad samo još kao metafizička, nikako kao fizikalna pitanja.²³

Nova fizika, to znači prvenstveno mehanika neba, bavit će se isključivo tematikom koju Aristotel raspravlja u svojim spisima o nebu, o postojanju i propadanju i o meteorologiji. No i u ovako drastično reduciranu fizikalnu problematiku unosi matematička fizika bitnu preinaku. Aristotel naime strogo luči supralunarnu od sublunarne oblasti kozmičkog zbivanja. Prvoj je svojstven red i pravilnost kružnog kretanja i ona je zapravo predmet matematike, osobito astronomije. U donjoj, navlastito zemaljskoj sferi kozmosa red i pravilnost kružnog kretanja gube se u bitnu neodređenost kretanja u pravcu. Tu je područje slučaja, neodređenosti, slobode i nepredvidivosti, područje djelatnosti ($\pi\rho\alpha\acute{\iota}\nu\sigma\iota\varsigma$) i proizvođenja ($\pi\acute{o}\iota\eta\sigma\iota\varsigma$). To područje ostaje, za Aristotela, zauvijek uskraćeno svakom strogo znanstvenom, pa i matematičkom — što kod njega uvijek znači koliko i čisto teorijskom — zahvatu. O tome da bi matematika bila nekako

[23] Usp. W. Wieland, *Die aristotelische Physik*, Göttingen 1962, pp. 13–19.

primjenjiva i na samu načelnu neodredivost mnogolikih zemaljskih kretanja nema kod Aristotela niti naznake.

Stvar je još radikalnije postavljena u Platona. Zemaljske, osjetilne, tjelesne i vidljive stvari ostaju vazda polje mnijenja i uobražavanja-naslučivanja ($\delta\acute{o}\xi\alpha$, $\epsilon\iota\kappa\alpha\sigma\iota\alpha$), budući da njihova kretanja vodi prevrtljiva i neuhvatljiva »lutajuća nužda« ($\pi\lambda\alpha\nu\omega\mu\acute{\epsilon}\nu\eta$ $\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\gamma\kappa\eta$). Pa i pokušaj starog Platona, u *Timeju*, da se geneza i ustroj vidljivoga svijeta znanstveno, a to onda znači matematski, razumiju i istumače, ostaje samo jedan $\epsilon\iota\kappa\acute{\omega}\varsigma$ $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\varsigma$, jedan zbor koji tek nalikuje istini i ništa od toga više.²⁴

Novovjekovno sjedinjenje aritmetike s geometrijom i astronomijom tj. »mehanicom neba«, a zatim i te novozadobivene cjeline s univerzalnom naukom o kretanju, čime biva dakle tek uspostavljena fizika kao znanost, ruši i ukida Platonovo strogo čuvano razlikovanje istinskog bića tj. ideje i prividnog bića tj. vidljivih, opipljivih, tjelesnih stvari, kao što ruši i ukida i Aristotelovo razlikovanje nebeskih tj. božanskih i vječnih tijela od onih smrtnih, postajanju i propadanju izručenih. Svako razlikovanje neba i zemlje ostaje nadalje zauvijek bez istinskog uporišta.²⁵

C) Smislu i punoj životnoj istini tog dosad ocrtavanog zbivanja možda ćemo se ponajbolje približiti razmatranjem treće osnovne značajke mijene grčke matematike u novovjekovnu. Bit je te mijene, rekli smo, u prihvaćanju beskonačnog konvergentnog procesa kao legitimne tj. realne definicije nekog matematičkog entiteta. Isto to bit će u metafizičkoj čistoći izraženo kod Kuzanskoga jednom od bitnih konzekvencija njegova temeljnog filozofijskog načela o *coincidentia oppositorum*, koje zapravo — rečeno je već — nije drugo do predformulacija Leibnizova principa kontinuiteta. Ta značajna konzekvencija glasi: u beskonačnom se krug i crta podudaraju. Ili drugim riječima: beskonačni krug je ujedno *minime curva* i *maxime recta*. Odatle onda to da su gotovo svi brojni matematički radovi Kuzanskoga posvećeni

[24] Načelnu nemogućnost neke »matematičke prirodne znanosti« u Platona energično je i uvjerljivo ustvrdio J. Mittelstrass, *op. cit.*, osobito pp. 70–130. Istu tezu zastupao je već ranije P. Duhem, *Le Système du Monde. Histoire des Doctrines Cosmologiques de Platon à Copernic*, Vol. I (Paris 1914), pp. 134–150. Inspirativnu rekonstrukciju cjeline »fizičke« problematike iz obzora Platonove kasne filozofije dao je Léon Robin, *Études sur la Signification et la Place de la Physique dans la Philosophie de Platon*, Revue Philosophique de la France et de l'Étranger 43 (1918), pp. 177–220, 370–415.

[25] O. Becker, *Grösse und Grenze der mathematischen Denkwelse*, Freiburg/München 1956, pp. 20, 35/6, 38/9, 63.

problemu kvadrature kruga i da uvijek iznova nastoje oko njegova konačnog rješenja.²⁶ Smisao pak i pravi povijesni značaj tog naoko samo uže matematičkog problema izrazio je jasno i sažeto Hermann Hankel, vrsni historičar matematike:

»Pomisao da se, ma koliko god se daleko moglo ići u nizu poligona, nikada ne dostiže kružnica, premda joj se uvijek bliže i na koncu koliko god hoćemo blizu dolazi, napreže predstavljajuće mišljenje u tolikoj mjeri da ono nastoji pod svaku cijenu ispuniti tu pukotinu koja kao da leži između stvarnosti i ideala, te je psihološki prinuđeno učiniti korak — beskonačno malen ili beskonačno velik? — i reći: krug je poligon s beskonačno mnogo beskonačno malih stanica. Stari taj korak nisu učinili: dok god bijaše grčkih geometara, ostali su oni uvijek stajati pred ovim bezdanom beskonačnoga...«²⁷

Rekli smo, grčka fizika — ako takvo ime uopće ima smisla — jest fizika »naravnog mjesta« svakog fizičkog tijela i urođene mu naravne sile koja upravlja i vodi njegovo individualno kretanje. Odatle u toj fizici nema mjesta nekom produženju kretanja u beskonačno. Budući da aktualno beskonačnoga nema, to nema niti slobode nekog beskonačnog napredovanja, ni u stvarnom kretanju fizičkih tijela ni u samom procesu mišljenja.

Međutim, novovjekovno prihvaćanje aktualno beskonačnog unijet će tu, kako u matematici tako i u fizici, jedan presudni obrat. Primjer su Keplerova stereometrijska istraživanja. Svaki tjelesni lik biva tu promatran kao nastajući od beskonačno mnogih odredbi položaja. Općenito rečeno, beskonačno pravocrtno kretanje postaje sada utemeljujućim razlogom kako kružnog kretanja, u astronomijskim izučavanjima, tako i egzistencije svakog fizičkog tijela, u radovima na stereometriji.

I upravo će to beskonačno pravocrtno kretanje biti, čini nam se, ono najdublje i najodlučnije cjelokupne početne novovjekovne fizike, preciznije rečeno mehanike. Ogladajmo to na nekoliko primjera.

Prvi aksiom Newtonove *Philosophiae naturalis principia mathematica* glasi: *Corpus omne perseverare in statu suo*

[26] Vidi npr. F. Nagel, *Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaft*, Münster 1984, pp. 61—82.

[27] H. Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter*, Leipzig 1874, p. 123.

quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare: »Svako tijelo ustrajava u svojem stanju mirovanja ili kretanja jednoliko u pravcu, osim ukoliko biva od utisnutih sila prisiljeno promijeniti to stanje«, što biva ponovljeno u četvrtoj definiciji djela: *Vis impressa est actio in corpus exercita, ad mutandum eius statum vel quiescendi vel movendi uniformiter in directum:* »Utisnuta sila jest radnja vršena na tijelu da bi ono promijenilo svoje stanje mirovanja ili kretanja jednoliko u pravcu«.

Galilejeva pak predverzija prvog i osnovnog Newtonova aksioma kazuje: *Mobile super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento, jam constat ... illius motum aequabilem et perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur:* »Duhom zamišljam neko pokretno po ravnini horizontalno pruženoj i odmah je sigurno ... da će njegovo kretanje biti jednoliko i neprestano po toj ravnini, ako ravnina bude protegnuta u beskonačno«. Na drugom jednom mjestu reći će Galilej još određenije: ... *essendo il motto retto di sua natura infinito, perchè infinita e indeterminata, è la linea retta...*: »... budući da je ravno kretanje po svojoj naravi beskonačno, jer je beskonačna i neodređena ravna crta...«²⁸

Što onda uistinu znači to da sada jedno beskonačno pravocrtno kretanje postaje dno i temelj na kojemu ti iz kojega se tek svako zakrivljeno, bilo kako savijeno i zatvoreno kretanje daje razumjeti i ujedno iz njega izgraditi — to se više ne da istumačiti ni iz fizike ni iz same matematike. Za to se zahtijeva zblizenost s, nazivamo je tako, metafizičkom matematikom, ili — što je isto — s ontologijski orijentiranom matematikom, onako kako su je shvaćali i prakticirali Grci.²⁹

[28] G. Galilei, *Dialogo I* (Ed. Naz. VII, p. 43)

[29] O. Becker u tekstu navedenom u bilj. 5 uvjerljivo ukazuje na »unutarnju spletenost filozofije i matematike kod Grka 5. i 4. stoljeća pr. n. e., dakle u klasičnom razdoblju«. No »u helenističkom i kasnijem vremenu odvaja se grčka matematika više ili manje od filozofije i biva pojedinačnom znanosti s vlastitom tehnikom, utoliko što svoje pretpostavke formulira ali ih ne zasniva i tako predstavlja u osnovi već jedan hipotetičko-deduktivni sistem«. (Vorwort, p. XVIII) Nešto o neopitagorejskoj »metafizičkoj matematici« nalazimo u E. W. Stronga, *Procedures and Metaphysics*, Berkley 1936 (repr. Hildesheim 1966), Chap. II: *Metaphysical Mathematics*. Strongov je prikaz međutim rađen bez dubljeg razumijevanja problematike. »Metafizičku matematiku« nakon Platona vidi on samo kao neki *number mysticism* (p. 27), ili kao *the religions transformation of Platonism* (p. 33). Citavi sklop pitanja oko Platonove nauke o »idealnim brojevima« ostaje tu netematiziran.

U samome iskonu grčke matematike, kod starijih pitagorejaca susreće nas jedna od njihovih tajanstvenih akusmata u obliku pitanja i odgovora: *Τί κάλλιστον σχῆμα; κύκλος καὶ σφαῖρα*; »Koji je najljepši lik? Krug i kugla.«³⁰ Istu ćemo tvrdnju zateći i u kasnom zaključenju epohe grčke matematike, u Proklovu komentaru Euklida: *τὸ πρώτιστον καὶ ἀπλούστατον τῶν σχημάτων καὶ τελειότατον ὁ κύκλος ἐστὶ*: »Najprvi i najjednostavniji od likova, i najsavršeniji jest krug.«³¹

U čemu je uopće, metafizički ogledano, ta ljepota i savršenost kruga? U tome, naznačimo samo najkraće, što on ujedno ostaje u sebi i izlazi iz sebe i vraća se sebi.³²

Ostajanje u sebi temelji se u središnjoj točki kruga kao u onome što je uvijek isto i u sebi ostajuće. Središte je tako izvor i čuvar kruga, temelj njegove postojanosti. Iz središta postaje i rađa se polumjer (*radius*). Kao što svaka crta jest tijek točke (*ῥύσις τοῦ σημείου*), tako je i polumjer tekuća tj. iz sebe izlazeća točka središta. Crta je, međutim, po svojoj naravi beskonačna i napreduje uvijek dalje. Da bi uopće bilo kruga, morat će dakle ova beskonačnost crte biti opet zatvorena, ograničena i ta granica polumjera jest obod kruga. Obod je tako na neki način zastoj beskonačnog (*τὸ ἄπειρον*) i njegov povratak granici (*τὸ πέρας*), crte točki.

Za Prokla, kao i za grčku filozofiju i matematiku uopće, je ovako kroz sukob i sklop granice i beskonačnog iskušeni i shvaćeni krug uistinu slika ili — jednim izrazom Hansa Blumenberga³³ — »apsolutna metafora« s jedne strane duha (*νοῦς*) a s druge svijeta (*κόσμος*) samog. Vječno kruženje vremena i u njemu danâ, godišnjih doba, godinâ, naposljetku i same velike kozmičke godine, kao i zaobljenost, sferičnost prostora, bolje rečeno mjesta, — to su bitne i neuklonjive karakteristike grčki shvaćenog i doživljenog »svijeta.«³⁴

[30] W. Burkert, *Weisheit und Wissenschaft. Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon*. Nürnberg 1962, p. 154 Anm. 23.

[31] Proclus in *Eucl.* 146.24 (Friedlein).

[32] Usp. W. Beierwaltes, *Proklos. Grundzüge seiner Metaphysik*, Frankfurt a. M. 1979, pp. 173–182.

[33] H. Blumenberg, *Paradigmen zu einer Metaphorologie*, Archiv für Begriffsgeschichte 6 (1960), p. 123ff. Blumenberg tu pokušava »bitna duhovnopovijesna zbivanja Novoga vijeka u njihovu homogenitetu« sagledati kao »obesnaženje metaforike kruga«. Ostaje međutim pitanje može li se pravi životni doseg tog obesnaženja uopće dostatno iskusiti pri istovremenoj redukciji metafizičkog horizonta u okvire jedne »metaforologije«.

[34] T. G. Sinnige, *Matter and Infinity in the Presocratic Schools and Plato*, Assen 1971, pokušao je sagledati cjelokupni slijed ranije grčke filozofije kao »općeniti slijed ... od sferičnog ka pravocrtnom univerzumu« (p. 168). Izvedbom knjige problem je ipak prije tek postavljen nego već i riješen.

Wolfgang Schadewaldt, jedan od rijetkih koji još u našem stoljeću uspijevaju živim održati spomen na tajnu grčkog kozmosa i života uopće, upućuje nas mjerodavno: »Grcima... u načinu kako su svoj kozmos vidjeli i oblikovali u potpunosti nedostaje smisao za beskonačno«. I dalje: »Taj je grčki kozmos u svojoj cjelovitosti li zornoj zatvorenosti jedan čudnovato-divotni svjetski otok«. Ili opet, na drugom jednom mjestu: »Grčki zatvoreni, pregledni model svijeta dao je čovjeku onog prošlog vremena čudesno-divni osjećaj sklonjenosti i još povrh toga sreću neposredno osjetilno motrenog božanskog reda«. ³⁵

Bilo kako bilo, prava putanja svijeta sad je beskonačna ravna crta. Jednosmjerno eshatologiziranje pojma vremena, od kršćanske apokaliptičnosti sekularizirano u prosvjetiteljski pojam napretka, metafizički preciziran npr. kod Kanta do pojma aproksimacije u beskonačnost, samo je jedan od mnogih, često prikrivenih znakova za to.

Pa ako ovaj prodor i bezuvjetna samouspostava samog onog beskonačnog i biva već u renesansi, na primjer u Ficina, Pica, Kuzanskoga ili Bruna popraćen silnim entuzijazmom i beskrajnim patosom oduševljenja, dobro je ipak imati ili tek zadobiti uho i za poneki drugačije ugođeni glas. Tako već Kepler u svoje vrijeme bijaše primijetio Brunu kako »ni sam ne zna kakvu mu to mračnu jezu (*quid horroris occulti*) izaziva pomisao da luta u tome neizmjernom (*errare in hoc immenso*), kojemu su osporene granice, a time i sredina i određenost mjesta«.

* * *

Pripreme za konačno postavljanje pitanja o smislu i životnoj istini matematike mogu ovim biti dovršene. Okrenuti u smjeru posljednjeg i najtežeg koraka, a promišljajući ujedno ono do sada kazano, možda smo spremniji čuti i uvažiti proročki Nietzscheov ³⁶ uzvik:

»Što smo napravili kada smo otkočili ovu Zemlju od njenog Sunca? Kamo se ona sad kreće? Kamo se mi krećemo? Dalje od svih sunaca? I unutra, postance, unaprijed, na sve strane? Ima li još uopće neko gore i neko dole? Ne lutamo li kao kroz neko beskonačno ništa?«

[35] W. Schadewaldt, *Das Welt-Model der Griechen*. U: W. Sch., *Hellas und Hesperien I*, Zürich und Stuttgart 1970, pp. 601, 615, 616.

[36] F. Nietzsche, *Die fröhliche Wissenschaft* 125 (Schlechta II 127).

Abstract*Damir Barbarić / A View
of Mathematics*

The paper represents guidelines for the philosophical question of the essence and meaning of mathematics, within which mathematics is seen as a paradigmatic figure of science in general, and as a whole. As such, the article branches into two basic contemplative directions: first, the characterization of Greek mathematics, and second, an attempt at essential description, and then at philosophical interpretation of meaning of the transformation between Greek and New Age mathematics.

The point of essential distinction between Greek and New Age mathematics is found in the difference of their relationship towards the infinite. Here the difference is further presented in more detail with a discussion of the three basic characteristics of the change from Greek to New Age mathematics, namely: postulates on the relativity of place and movement, postulates on the identity of nature and mathematics, and, finally, a change from circular to straight movement.

With a final emphasis on the meaning which the circle and sphere, as a closing and restriction of the very infinite itself, had in Greek ontologically oriented geometry and mathematics in general for the wholeness and closedness of the Greek world (the *cosmos*), the guidelines are completed for examining the essence and meaning of mathematics neutral to any distinction between its classic and New Age versions.