LOGISTIKA TROGIRANINA ALBINA NAĐA

Heda Festini

Talentirani trogirski filozof A. Nađ (Albin Nagy) postigao je u svojoj prebogatoj djelatnosti raznovrsne i stvaralački samosvojne rezultate. Baveći se uz pedagoški rad i poviješću filozofije, osobito neistraženom i slabo poznatom arapskom filozofijom[1] te patopsihologijom, ipak je najveći uspjeh postigao na području matematičke logike. Taj njegov rad izazvao je pozornost i naklonost tada najeminentnijih predstavnika logike toga smjera, kao što su bili E. Schröder i G. Peano.[2] Kao mnogi naši filozofi toga doba (G. Politeo, A. Petrić), pa i drugi znanstvenici (npr. V. Jagić), Nađ se uključivao u evropske kulturne dijaloge, kako se tada jedino moglo, pišući na stranim jezicima — na njemačkom i pretežno talijanskom — te je i napustio svoj rodni kraj, otputivši se u tuđinu, u Italiju, gdje je nastavio radom i objavljivanjem. Ipak je i dalje održavao kontakte štampajući mnoge svoje radove u Zadru, a prilično dugo bio je i redaktor zadarske kulturne revije »Rivista dalmatica« (Dalmatinska revija). Ostala je neobjašnjenom njegova životna odiseja u tuđini i osami,[3] kao poticaj izrade kompletne monografije koja bi i to objasnila.

[1] N. Abbagnano: *Storia della filosofia,* I tom, UTET, Torino, 1966². g str. 482. Abbagnano iznosi da su njegovom zaslugom prvi put s arapskog prevedeni i komentirani spisi Al Kindija.

[2] Peano mu je pisao 2. VIII 1889, a Schröder 31. V 1890. Oba je pisma Nađ objavio u djelu *Principi di logica, esposti secondo le dottrine moderne,* E. Loescher, Torino, 1892, str. 7. Vidjeti bilješke 65, 66.

[3] Rođen u Trogiru 1866. Albin Nađ je završio u Zadru gimnaziju, gdje je već u VII razredu začuđivao svoje nastavnike i suučenike genijalnim smislom za primjenu algebarske simbolike u logici. Već je 1884. napisao o tom pitanju esej *Sulla determinazione della sede dell'anima,* gdje je razvio vlastitu teoriju definiranja pojma, upotrijebivši matematičku simboliku. Naredne, 1885. godine odlazi u Beč na studij filozofije i matematike, a 1890. je diplomirao s disertacijom *Über Anwendungen der Mathematik auf die Logik,* koja je bila izdana iste godine u Napulju s mnogim dodacima i pod naslovom *Fondamenti del calcolo logico.* Iste godine u talijanskom gradu Velletri počeo je raditi na tamošnjem liceju, a u Rimu je preuzeo docenturu iz logike i matematike na Università di Roma. Do kada je tamo predavao, te iz kojih je razloga prešao u Taranto na tamošnji licej, nije saznao ni tako pažljivi proučavatelj svih filozofa koji su imali nekih doticaja sa Zadrom, zadarski filozof I. Tacconi. Osta-

Zbog ne baš sretnih okolnosti vlastite kulturne lokalizacije, kao pripadnik malog naroda koji živi na razmeđi interferencije talijanskih i austrijskih interesa, Nađ je svojim kratkim i nesretnim životom rječit primjer s koliko se osobnih žrtava u nas probijalo[4] do vrha svjetske filozofije i kulture. Zato za hrvatsku filozofsku baštinu postaje još značajniji, pa u njezinu revaloriziranju treba da mu pripadne mjesto koje zaslužuje.

Poznato je da su simboličku logiku u njezinim usponima i padovima, kao gotovo nijednu novu orijentaciju, pratile najoprečnije ocjene, bilo da su nastajale u početku ili na kraju njezina razvoja. Ta je različitost u ocjenama ponajviše razlog teškoća koje se ne mogu lako izbjeći pri nastojanju da se za neku od njih opredijeli, a što istodobno ostavlja otvorenu mogućnost daljeg vrednovanja i omogućuje da se nađe ona ocjena koja bi bila relevantnija s obzirom na povijesno mjesto koje simboličkoj logici treba da pripadne u dijalektici razvoja logičke problematike.

Gotovo dvije tisuće godina suvereno je vladalo uvjerenje da je matematika prototip pojma znanstvene strogosti zbog apodiktičkog značaja njezinih teza koje su svoju moć zadobile apstrakcijom, pa joj ona daje osnovno obilježje — kvantitativne znanosti. Matematika je implicitno poslužila kao model za ustrojstvo filozofije, već od Pitagore, Platona, pa i Aristotela, a eksplicitno od XVII. st. i za sve znanosti.

Međutim, nakon otkrića infinitezimalne analize (Newton, Leibniz) i pokušaja sve intenzivnije aritmetizacije analize (D'Alambert, Couchy, Gauss), kao i otkrića neeuklidovskih geometrija, pedesetih godina prošlog stoljeća javlja se potreba za obnovom tzv. strogosti matematičkih konstrukcija, koju su spomenute novosti zapravo dovele u pitanje. Pod znak pitanja nisu dospjeli samo rezultati nego i matematički postupci, a osobito pretpostavke. Na taj način započeo je onaj veliki pothvat traženja nove znanstvene strogosti, koja će postati ishodištem suvremenoga kritičkog stava u znanosti,[5] a koju je tako dobro anticipirao G. Galilei: povremeno, ali postojano treba kritički preispitivati pojmovne instrumente kojima se služimo.[6] Matematiku, nekadašnji uzor dogmatičke uvjerenosti u vlastitu nepogrešivost, prvu je dovelo takvo preispitivanje do napuštanja starog pojma znanstvene strogosti i do njegove zamjene novim zahtjevom — treba oprezno kritički provjeravati svoje teze i pretpo-

vio je trideset djela i zagubljeni rukopis od 2000 stranica, umrijevši vrlo mlad 1901. u Tarantu. Na groblju u Zadru i danas se može vidjeti njegova impresivna bista na grobnici. Najopsežniju i vrlo objektivnu kritiku o njemu napisao je I. Tacconi, pod naslovom *Un logistico dalmata*, Zara, 1934. U znak odužeṇja ovom autoru sačuvan je u naslovu ovog rada naziv *logistika.* Vrlo pohvalno o Nađu pisao je i najpoznatiji talijanski filozofski kritičar onog vremena Vailati u *Rivista di matematica*, Torino, 1893.

[4] Usporediti s bilješkom 122.

[5] N. Abbagnano: *Filosofia, religione, scienza,* Taylor, Torino, 1960^2, str. 127.

[6] L. Geymonat: »La fisica e il metodo di Galileo«, *La scuola in azione,* no. 15, 1962/63, Milano, str. 61.

stavke, koje ne isključuju ispravke, promjene, pa i priznanje pogrešaka. Takav zaokret u matematici najavio je Weierstrassov poziv na preispitivanje temelja matematike.[7]

Aritmetizacijom analize učestali su pokušaji da se matematičke operacije svedu na prirodne brojeve (pozitivni cijeli brojevi). Weierstrass je iznio ideju da se matematički temelji mogu objasniti polazeći od teorije realnih brojeva (pozitivni, negativni, racionalni i iracionalni brojevi), kako bi se našao kao temelj prirodni broj. Poticaj u tom pravcu dalo je otkriće teorije skupova Cantora, Dedekinda i Fregea, te pokušaji definicije broja. Uvidjelo se da se temelj aritmetike tumači s pomoću samo dva pojma: klasa i nasljednost. Takvo usmjerenje matematike uzrokovalo je dosada njezino najtješnje povezivanje uz logiku[8] jer je matematički objekt dobio logičko-objektivnu egzistenciju, a tako je omogućena definicija broja, što približava pojam i broj. Tako se prvi put desilo da je logika mogla poslužiti matematici, jer je dosada bio uvijek obratan odnos, pa i sama algebra logike nije bila drugo do primjena matematike u logici. U takvom smislu novi razvojni impuls matematici dao je Peano jer je cijelu aritmetiku reducirao na tri primitivna pojma (prirodni broj, nula i nasljedna klasa), a pomoću pet aksioma sve grane matematike sveo je na aritmetiku *(Aritmetices principia nova methodo exposita,* 1889). On je svu matematiku preveo u jedinstven sustav zna-

[7] U tom smislu se na njega opozivlje i Nađ u *Fondamenti del calcolo logico,* Pellerano, Napoli, 1890, str. 8.

[8] Iako se logistička problematika u zapadnoevropskoj filozofiji najprije pojavljuje kao scientia sermocinalis, kod sofista i erista, ipak se kao logička disciplina utemeljuje na matematičkoj paradigmi, u Platona i Aristotela. U Aristotela je to osobito uočljivo, jer druge *Analitike* su interpretacija znanosti kao inferencije teorema iz aksioma, a prve *Analitike* (učenje o silogizmu) nisu ništa drugo do pravila za taj postupak. Uostalom, nije nova stvar da je Aristotelova logika pokazivala izrazitu tendenciju k aksiomatizaciji. I moderna logika propozicija imala je svoje prethodnike — stoici su ilustrirali buduću tablicu istine za implikaciju. Gallenus je logiku shvatio kao geometrijski red, ideju o idealnom jeziku već je imao Boetius, pa Lullus koji je anticipirao kombinatoriku, što je toliko oduševila G. Bruna i Gassendija, a Leibniz je preuzeo. I Ockhamova teorija konzekvencija, kao nastavak stoičke anapodiktičke logike najavila je tendenciju, toliko karakterističnu za početne korake algebre logike — tretiranje silogizma kao podvrste. Njegovi učenici bili su poznati pod karakterističnim nazivom »kalkulatori«. Bavili su se također tipičnim problemom za matematičku logiku, paradoksima. Vrlo tijesno povezuju se logika i matematika u XVI st. kod de Viétea, kasnije (XVII st.) kod Sacchierija, Descartesa i Hobbesa, a u XVIII st. i kod Galileja. Ideju o logičkom računu imao je Hobbes, nju je preuzeo Leibniz te zajedno s Lullusovom koncepcijom postavio prve pretpostavke logističkog sistema i prve odredbe logističke metode. Lambert i Hegelov učitelj Ploucquet izgradili su prvi logički račun. Nezavisno od njih, sredinom XIX st. izgradili su prvi najpoznatiji logički račun De Morgan i Boole. Prema tome, i iz ovog kratkog i sumativnog pregleda može se steći dojam da u logici od njenog početka postoji tendencija zbližavanja s matematikom u smislu preuzimanja matematičkih operacija, da bi se formalizacija na što adekvatniji način izrazila.

kova i uspio pokazati da se svaka matematička propozicija može uključiti u jedan hipotetičko-deduktivni sustav. Zato Abbagnano kaže da je strogost koju je Weierstrass zahtijevao, Peano ostvario,[9] osobito u svojem *Formulario mathematico* (1895).[10] No, ta strogost zadržala je u svojoj osnovi tako značajnu, a već zaboravljenu značajku galilejevskoga istraživačkog duha, koja se ticala podjednako matematike i logike. Već je Russell uočio da Peanovih pet postulata (aksioma)[11] ne treba shvatiti kao implicitne definicije osnovnih triju pojmova.[12] Tri osnovne ideje podložne su beskonačnom broju različitih interpretacija, a da svaka od njih zadovoljava pet temeljnih postulata. Stoga je temelj matematike koji predlaže Peano, ekstremno neodređen,[13] što je sasvim u skladu s najmodernijim stajalištem u matematici koje tolerira fleksibilnost i izmjenljivost postulata, kao i promjenljivost sustava, te drži suvišnim i samu definiciju broja.[14] Russell prigovara Peanu i sadržaj tog prigovora otkri-

[9] Abbagnano: *Storia della filosofia*, III tom, UTET, Torino, 1966², str. 698-699.

[10] Za to djelo kaže Brunschvigg, da je didaktička metoda za znanost, L. Brunschvigg: *Les étapes de la philosophie mathématique*, Alcan, Paris, 1929³, str. 381. Zanimljiva je i ocjena lenjingradskog semiotičara Reznjikova: »Peano pokazuje da upotreba takvog znakovnog sistema (koji zamjenjuje prirodni jezik na području matematike i logike) omogućuje izgradnju matematičkih i logičkih sistema bez ikakve potrebe da se pribjegne govornom jeziku; dakle on je znatno više koristan i rigorozan«, L. O. Reznjikov: *Semiotica e marxismo*, Bompiani, Milano, 1967, str. 192.

[11] L. Geymonat: *I fondamenti dell'aritmetica secondo Peano e le obiezioni »filosofiche« di B. Russell*, separat bez oznake, str. 52.

[12] B. Russell: *Introduction to mathematical philosophy*, G. Allen and Unwin, London, 1938, str. 18.

[13] L. Geymonat, op. cit., str. 54.

[14] Dugo problem definicije broja nije bio jasan ni logičarima ni matematičarima. Čak i tako suptilni mislilac kao što je Quine još 1966. nakon kritike Russellove definicije broja kao klase klasa, kaže da je istom 1948. i 1950. zaslugom Wanga redefiniran prirodni broj, pa stoga i broj uopće. W. van O. Quine: *Methods of Logic*, Routledge and Kogan, London, 1966³, str. 252. Međutim, sam Quine je smetnuo s uma što je prije tvrdio, da nakon Gödela o temeljima matematike može raspravljati samo metamatematika (ibid., str. 248), a tu svakako spada definicija broja. Međutim, ni u samoj matematici više se ne postavlja problem definicije broja, jer se i bez nje dobro napreduje u istraživanju, kako kaže Abbagnano, (N. Abbagnano: *Dizionario di filosofia*, UTET, Torino, 1968. g., str. 613.), dok su u metamatematičkim raspravama prisutni sasvim drugi problemi. Geymonat kaže da su to problemi strukturalne indukcije, indukcije o dužini dokaza i gedelizacija. (L. Geymonat: »Matematica, metamatematica e filosofia«, *Rendiconti di Matematica*, 1-2, vol. 19, 1960, str. 3). Problem definicije broja riješen je tako u matematici — on se može definirati na bezbroj načina, kao što je k tome vodila ova teoretska razvojna linija Peano, Zermelo, Hilbert, Dingler. Npr. Hausdorff kaže da se konačno prestalo pokušavati definirati redni broj, i to se ostavilo filozofima (F. Hausdorff: *Set Theory*, New York, 1962, str. 29. po G. Lolli: »La teoria degli insiemi pre-zermeliana e l'assioma di rimpiazzamento«, *Rivista di filosofia*, vol. LXII, n. 3/1971, str. 262). A sve je to dobro u početku stoljeća naslutio već Le Roy: »Ni definicija glavnog, niti rednog broja nema smisla, jer matematika ne računa ni s jednim od njih čistim«, E. Le Roy: *La pensée mathématique pure*, Présses Universitaires, Paris, 1960, str. 188.

va temeljnu razliku u njihovim matematičkim i logičkim orijentacijama. Russell kritizira Peana što se njegove tri osnovne ideje ne mogu shvatiti jednoznačno, a to bi omogućilo primjenu matematičkih formula na predmete dnevnog života, tj. Russellu smeta što Peano nije bio zainteresiran za postizanje kompatibilnosti običnog i matematičkog jezika,[15] koja je, upravo, priprema teze o idealnom jeziku, priprema reduciranja matematike na logiku. Tako je Russell, kao i Frege, izabrao čisto logički put,[16] koji će uroditi logicizmom i neopozitivizmom, dok je Peano smatrao da je nemoguća sistematizacija logike, kakvu je inače zahtijevao i nalazio u matematici.[17] Logika je po Peanovu mišljenju mogla koristiti matematici, dok je Russell, kao što je poznato, pokušao izvesti cijelu matematiku iz logike, tj. iz logičkih postulata.

Peanova upotreba logike u matematici upozorila je na potrebu fleksibilnog tretmana matematičkih pretpostavki, koji zapravo omogućuje njezin otvoreni razvitak, dok je Russellov logicizam zatvorio ne samo matematiku nego i logiku. Pokretač Peanova mišljenja bilo je »moguće«, a Russellova nužnost. Stoga je Russell prišao izgradnji savršenoga, zaokruženoga logističkog sustava, vjerujući da je moguće izbjeći sve protivurječnosti. Poraz koji je doživio, tražio je rekonstrukciju predmeta nove logike i njezinih problema iz drugačijeg horizonta — mogućeg, a ne nužnosti. Matematički razvoj ugrozio je metafiziku nužnosti, a nakon njena neuspjelog obnavljanja od Russella u logici, dalji razvoj matematike ju je dokrajčio. Hilbert je u *Temeljima matematike* (1934) prikazao matematiku kao znanost o mogućem, s uvjerenjem da se matematički pojam mogućeg može definirati. Matematika je protumačena kao račun ili aksiomatski sustav u kojem su svi temeljni pojmovi, kao i temeljni odnosi, potpuno nabrojeni, dok su svi drugi pojmovi koji se kasnije uvode pomoću definicije njima privedeni.[18] To je značilo da se iz aksioma izvode sve formule, dok se o samim aksiomima može raspravljati jedino izvan matematike, tj. u metamatematici u kojoj je dopustivo da se neformalnim jezikom raspravlja o temeljima matematike. Otuda je proizašao zaključak da su matematičke grane sasvim autonomni deduktivni sustavi koji sami u sebi nalaze svoju granicu i utemeljenje, a to im daje garanciju za njihov razvitak u svim mogućim pravcima, ako ispunjavaju samo jedan uvjet — da ne donose protivurječnost. Zato je za tu koncepciju matematike bilo osnovno određenje mogućnosti kao neprotivurječnosti samih aksiomatskih sustava. Iako u sekulariziranom obliku,

[15] B. Russell, op. cit., str. 21.

[16] L. Brunschvigg, op. cit., str. 382. kaže da je prijelaz od logističke metode (Peano) na logistički sistem djelo Fregea, a nezavisno od njega je do istoga došao i Russell.

[17] To iznosi najveći poznavalac Peana L. Geymonat, ali kao njegov nedostatak, dok je ovdje to prikazano kao prednost. L. Geymonat: L'esigenza di sistematicità nella logica post-Peaniana«, *Rendiconti di matematica,* vol. 19, 1959-60, str. 41.

[18] D. Hilbert, W. Ackermann: *Grundzüge der theoretischen Logik,* Springer-Verlag, Berlin. Göttingen. Heidelberg, 1959, str. 24, 31.

metafizika nužnosti još se jednom pojavila kao vjerovanje u mogućnost zatvorenih i sasvim osiguranih sustava. No, i tu posljednju barijeru metafizike u matematici, trebalo je prijeći. Gödelov i Churchov teorem izveli su to jer su otkrili da se ne može dokazati neprotivurječnost sustava vlastitim sredstvima, tj. putem aksioma, definicija i pravila dedukcije. Neprotivurječnost nekog sustava može se dokazati jedino uporištem na drugi sustav koji je bogatiji logičkim sredstvima od prethodnoga. Može se dokazati neprotivurječnost nekih grana matematike, npr. aritmetike, ali se ne može jedanput zauvijek dokazati neprotivurječnost cijele matematike. Tako se nametnuo zaključak da je sama aksiomatika ograničena. Nijedan aksiomatski sustav ne sadrži sve moguće aksiome, a to znači da se ne može isključiti mogućnost otkrića novih principa dokaza koji bi taj aksiomatski sustav pretvorili u drugi: ne samo da je moguć niz različitih i drugačijih aksiomatskih sustava nego su i u pojedinima moguće nove varijacije. Hilbertov je formalizam tako dobio bolje određenje, a istodobno Heytingov intuicionizam mogao se interpretirati kao komplementarna teorija s formalizmom.[19] Dok je Hilbertov formalizam u oslabljenoj varijanti u duhu spomenutih teorema bio interpretacija matematičkog postupka konstrukcije samog sustava, intuicionizam im osigurava karakter mogućih konstrukcija postavljajući u njihovu osnovu intuiciju prostora. Evolucija u poimanju znanstvenosti matematike odvijala se u nekoliko faza: prvotno je to znanost kvantitete, u što nas je i Hegel uvjeravao; postala je znanost relacije u doba otkrića teorije skupova; u formalističkoj školi bila je znanost mogućega, a danas je znanost mogućih konstrukcija. Došlo je do zamjene temeljne kategorije koja joj je određivala osnovno obilježje, najprije je to bila kategorija nužnosti, a zamijenila ju je kategorija mogućnosti. Rezultat je taj da je eliminiran izvor apodiktičnosti aksioma, Descartesov princip evidencije, koji je podržavao tumačenje matematike kao sigurne znanosti, nepogrešive i stoga tretirane kao uzor znanstvene egzaktnosti. Isto je tako postao neizbježiv put napuštanja aristotelovske logike, jer ni logički aksiomi ne mogu zadržati svoju nepromjenljivost.[20] Bespredmetnim postaje zahtjev da se matematika protumači logičkim aksiomima. Najnoviji razvoj matematike i logike, prema tome, više je išao u prilog Peanova nego Russellova shvaćanja, ne u prilog logicizma, nego modernizirane verzije algebrizacije jednog aspekta logike. Teza pluraliteta sustava i jezika kompromitirala je ideal o jednom savršenom i univerzalnom jeziku, o jednom zaokruženom sustavu, ideal koji je mogao biti primjeren vremenu jednog Lullusa, pa i Leibniza, ali ne našem dobu. Logicistička pretenzija da logika uključi

[19] »Uostalom, intuicionisti su vrlo bliski formalizmu hilbertovske škole, čije metode rada upotrebljavaju«, kaže G. Preti u predgovoru prijevoda knjige R. Carnap: *Fondamenti di logica e matematica*, Pravia, Torino, 1956, str. XVIII. I sam Carnap to tvrdi u »Beobachtungssprache und theoretische Sprache«, 1958, cfr. *Analicità significanza, induzione*, Bologna, 1971, str. 53.

[20] L. Geymonat: *Matematica, metamatematica e filosofia*, op. cit. str. 125-126.

matematiku također je postala neumjesna, a to daje dovoljan kriterij i za procjenu dometa neopozitivizma, čak i u njegovoj kasnijoj razvojnoj fazi.[21] No, unatoč pogrešnim ciljevima i zastarjelim metafizičkim pretenzijama, simbolička logika nije prikladna isključivo za kritiku. Simbolička logika zapravo uopće nije poražena, jer je njezino griješenje i lutanje uvjetovala loša filozofija, metafizika. Kad je ona napuštena, otkrivena je granica formalizma, a to nam omogućuje »da se formalizmima služimo s efikasnošću i preciznošću koje dosada uopće nisu bile poznate«.[22]

Stoga mi danas zapravo možemo mnogo pogodnije ocijeniti razvojni odnos matematike i logike te odrediti suvremen status logike. Matematička je logika gramatika matematike, ako se ima na umu ta logika kao dio logike.[23] Taj dio logike označuje identifikaciju logike i matematike u smislu algebrizacije logike, pomoću koje se kondenzirano izražavaju pravila matematičkog jezika kao određenog tipa organizacije racionalnosti. Kako je matematika logika fizike, jer utvrđuje racionalne postupke primjerene prirodi fizikalnih istraživanja, logička matematika može biti upotrijebljena u svim onim znanostima koje se, analogno fizici, mogu služiti hipotetičko-deduktivnim povezivanjem i izražavanjem vlastitih eksperimentalno-opažajnih rezultata, tj. u onim znanostima koje matematičke proračune smatraju predviđanjima koja treba da se verificiraju ili korigiraju. Zato se matematikom mogu služiti one znanosti koje sudjeluju u sređivanju predmetnosti svijeta.[24] Upravo zato, osim matematičke logike, treba da se razviju i drugi dijelovi logike koji će se odnositi na ostale tipove organizacije racionalnosti, pogodne za druge znanosti i druge djelatnosti. Razumljivo je da je matematička logika najrazvijeniji dio logike,[25] ali to ne znači da i u budućnosti tako mora ostati. Također je teško predvidjeti u tom slučaju kakav bi odnos mogao biti između logike i matematike te kakvo bi značenje dobila matematička logika u sklopu tako razvijene logike. Kakvi će biti razvojni odnosi, to zavisi od imanentne razvojne dijalektike njihova recipročna odnosa. Svakako, cjelovitija logika koja uključuje matematičku logiku, može se razviti kao opća teorija znakova različitih jezika. No, i u toj proširenoj razvojnoj perspektivi, matematičkoj logici još i danas pripada središnje mjesto, pa svako razmatranje takvih problema nimalo ne gubi na aktualnosti.

[21] Još uvijek tu logicističku tezu ponavlja Carnap i u svojoj drugoj fazi: »Matematički računi sačinjavaju posebni slučaj logičkog računa«, R. Carnap: *Fondamenti di logica e matematica*, op. cit., str. 49.

[22] L. Geymonat: *Matematica, metamatematica e filosofia*, op. cit., str. 129.

[23] N. Abbagnano definirao je kao gramatiku matematike u cjelosti, ne praveći ovo izuzeće, N. Abbagnano: *Filosofia, religione, scienza*, op. cit., str. 117.

[24] ibid., str. 105-113.

[25] Piaget kaže da je momentalno sama matematika superiornija od logike, J. Piaget: *Traité de logique*, Colin, 1949, str. 21.

S pretežnim interesom za uzajamni odnos logike i matematike u smislu zasnivanja matematike na načelu nove strogosti i logike kao matematičke logike, Nađ se našao u središtu najživljih matematičkih i logičkih raspri osamdesetih godina XIX. st. To je bilo ono doba kad se u logici pripremao prijelaz iz prve razvojne faze simboličke logike — algebre logike — u drugu fazu — logicizam. Po Nađevoj prosudbi, on je vremenski zajedno s Peanom došao do novih osnovnih gledišta koja su se odnosila na algebarski način prikazivanja logičkih problema,[26] značajnih upravo za taj razvojni međustupanj simboličke logike. Peano i Burali-Forti još se i u novije doba smatraju zaslužnim za izgradnju aksiomatske, odnosno logističke metode[27] koja je bila odlučujuća predradnja za tvorbu logističkog sustava. Međutim, kako Burali-Forti upravo Nađa u tom smislu dovodi u vezu s Peanom,[28] onda se najprije pojavljuje pitanje sudjelovanja Nađa u anticipaciji logicizma, odnosno povezanosti uz algebru logike. Ako se uzme u obzir da je Nađ kontaktirao s Peanom, a i sa Schröderom, pitanje dobiva novu dimenziju — kolik je njihov utjecaj na Nađa. Osobita važnost tog pitanja očituje se ako se prida određena vrijednost tvrdnjama da je Peano, uz Fregea, neposredni prethodnik Russellova logicizma,[29] a Schröder završnica Booleove algebre logike.[30] Ako se k tome doda i Nađevo priznanje da je na njega utjecao Peirce i njegovi učenici,[31] i k tome pridoda zanimljiv rezultat njegova čitanja Husserlove *Filozofije aritmetike*,[32] onda se proširuje mnogostrukost pi-

[26] Nađ uspoređuje svoj mladenački spis iz 1884. (vidi bilješka 1), zatim *Fondamenti del calcolo logico*, iz 1890, s Peanovim djelima toga vremena (*Calcolo geometrico, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*, Torino, 1888. i *Principi e formole di logica matematica*, Torino, 1891.) ističući da su njih dvojica prvi u Italiji pisali o logici i matematici, A. Nađ: »Lo stato attuale ed i progressi della logica«, *Rivista italiana di filosofia*, vol. II, VI/1891, str. 301.

[27] L. Brunschvigg, op. cit., str. 382, J. Piaget, op. cit., str. 17-18, L. Geymonat: »Riflessioni sul metodo assiomatico«, *Mathematicae notae*, vol. II, 1964, Rosario, Argentine, str. 154.

[28] C. Burali-Forti: *Logica matematica*, Hoepli, Milano, 1894, V str. predgovora.

[29] D. Hilbert, W. Ackermann: *Grundzüge der theoretischen Logik*, op. cit., str. 71, L. Geymonat u predgovoru prijevoda Fregove knjige: *Aritmetica e logica*, Einaudi, 1948, str. 62, 65.

[30] D. Hilbert, W. Ackermann: *Grundzüge der theoretischen Logik*, op. cit, str. 2.

[31] A. Nađ: *Lo stato attuale ed i progressi della logica*, op. cit., str. 304.

[32] Kada je izašao prvi dio Husserlove *Philosophie der Aritmetik*, 1891. Nađ dosta brzo poslije toga piše kritički prikaz u *Rivista italiana di filosofia*, Roma, 1893. od 243-245 str. Centralni problem ove knjige, koju inače on smatra tek istraživačkom pripremom, nalazi u Husserlovom nastojanju da broj ne prikaže samo kao »apstraktni pojam« nego i »sadržinski«. Takav pokušaj je vrlo pozitivno ocijenio, zamijetivši da se Husserl suprotstavio logističkim tendencijama Fregea i Schrödera i da je tražio utemeljenje aritmetike u empirijskoj osnovi. Međutim, on je vrlo oštroumno primijetio Husserlov neuspjeh i označio ga kao nejasno i konfuzno rješavanje, a što je sam Husserl kasnije ocijenio kao svoj psihologizam, kojeg se nastojao riješiti. Osim toga, Nađ je otkrio os-

tanja. Mogućnost njihova rješenja postaje dvostruka, jer Tacconi smatra Nađevu matematičku logiku logistikom,[33] dok je Peanova škola vrlo brzo ocijenjena kao algebarska.[34] Rješenje do kojeg ćemo doći, pokazat će, prema tome, je li Nađ sudjelovao u izgradnji otvorene orijentacije, kakvom se smatra ona koja je tekla od Boolea, Schrödera i Peana, Zermela do Hilbertova formalizma i Dinglera,[35] ili se njegova nastojanja rasplinjuju u drugoj, završnoj orijentaciji, koja polazi od Russella, te se preko Wittgensteina, Wisdoma, zatvara u logičkom empirizmu. Ako je u Nađevim nastojanjima jače izražena tendencija algebrizacije logike, onda će time biti opovrgnuta Tacconijeva ocjena. Značaj tog rješenja ima odlučujuće značenje i za drugo pitanje: je li Nađ zastupao tezu o idealnom jeziku, dragu logicizmu i logičkom empirizmu, koja je doživjela neuspjeh, ili je bio bliži koncepciji o mnogovrsnim jezicima? Drugo pitanje otvorit će i treće: je li Nađ bio sklon problematici koja bi se mogla tretirati kao sastavni dio filozofije znanosti, a ta kao priprema posebne discipline — nove metodologije?

NAĐ IZMEĐU ALGEBRE LOGIKE I LOGICIZMA

Naziv matematička logika Nađ je preuzeo od Peana. Ta je disciplina po njegovu mišljenju nastala kao ideja primjene računa na logiku koja se javljala već u Lullusa i Bruna, ali je tek primijenjena u engleskoj školi algebre logike. Međutim, njega ne zanima takva interpretacija logike i matematike. Stoga i ističe zasluge Peircea, koji je pomoću principa stare logike verificirao algebru logike.[36] Algebru logike on smatra »zna-

novnu negativnu karakteristiku cjelokupnog i kasnijeg Husserlovog rada: njegovo djelo djeluje kao priprema za ono što će doći: »Nedostatak sistematskog reda osjeća se i u analizi početnih pojmova, koji su difuzni i iskrivljeni; npr. pri tumačenju pojma mnoštva prisiljen je upotrebljavati riječi jedan, dio itd, a to su pojmovi koje objašnjavaju tek naredni paragrafi« (str. 245). Osnovni Nađev stav koji je konstantno prisutan vrlo je indikativan: formalizam ne može sve rješavati, ali formalizam treba dotjerati do suptilnosti. Širinu njegove orijentacije dokazuju i završne riječi. On očekuje da će drugi dio Husserlove Filozofije aritmetike biti interesantniji, jer će se odnositi na »semiotički« problem (str. 245). Nađ je uzalud čekao drugi dio, tu pripremu Husserl nije završio, posvetio se drugim istraživanjima, »Logičkim istraživanjima«, koja se i opet mogu tretirati kao priprema što isto nije dovršena, unatoč pojavi drugog dijela, jer se ovaj pak odnosio na novi problem — spoznaju. Ono pitanje koje je zanimalo Nađa, razvio je Husserl na taj način da je konstruirao čistu formalnu logiku (transcendentalnu) koja opet nije našla pravo mjesto formalizmu.

[33] I. Tacconi: *Un logistico dalmata*, Zara, 1934. Termin logistika koji je upotrebljavao Leibniz kao sinonim za logički račun, Coutirat i Lalande predložili su za naziv simboličke logike (1904), ali se on nije održao, osim kod mislilaca francuskog govornog područja. Tacconi naziva Nađevu matematičku logiku logistikom imajući prvenstveno u vidu Russellov logicizam.

[34] L. Brunschvigg, op. cit., str. 559. Djelo je napisano 1912.

[35] N. Abbagnano: *Dizionario di filosofia*, op. cit., str. 613.

[36] A. Nađ: *Lo stato attuale ed i progressi della logica*, op. cit., str. 318.

čajnim napretkom aristotelovske logike«[37] i uopće ne misli da između tradicionalne i moderne logike postoji dijametralna suprotnost.[38] Filozofi ne uspijevaju shvatiti tu vezu jer ne razumiju algebrizaciju logike,[39] koja je uspostavila parcijalnu fuziju matematike i logike te tako unaprijedila filozofiju. Takvom cilju mislio je Nađ posvetiti sva svoja nastojanja.[40] Naime, u svrhu unapređivanja logike i filozofije po Nađevu uvjerenju treba napustiti intenciju algebre logike koja je suvišnom subordinacijom logike matematici blokirala stvarni napredak logike. To je razlog isticanja zasluga Peana, koji je inicirao obrnut postupak — primijenio je logiku na matematiku.[41] Prednosti takve logike mnogo je naglašavao i nalazio ih u proširenju tradicionalnog tretiranja suda. Koncepcija tradicionalne logike mogla je obuhvatiti samo one relacije koje su omogućavale dva termina, subjekt i predikat. Kako je zadaća logike istraživanje formi misli ako obuhvaćaju stvarne sadržaje i stoga se mogu »aplicirati na iskustvo i na znanstvene istine«,[42] potrebno je da matematička logika studira relacije više termina kako bi »riješila problem silogizma i inverzije sudova u čitavoj njihovoj opsežnosti«.[43] Osobito se očituje velika razlika između stare i nove logike u shvaćanju značaja istraživanja: za staru logiku ono se završavalo konačnim rezultatima, a za novu istraživanje predstavlja mogućnost daljeg usavršavanja. U novoj logici tradicionalna je logika njezin elementarni dio. Taj je dio pojednostavnjen i modificiran. Osim njega, u matematičkoj logici ostaje jedno široko i plodno polje istraživanja koje je sasvim »novo za znanost«.[44] Vrlo je značajno istaći da je Nađ smatrao velikim napretkom u novoj logici Vennovo otkriće računa vjerovatnoće.[45] Matematičku logiku Nađ je i kasnije smatrao instrumentom za umovanje, iz čega proizlazi i njezino normativno značenje za znanost.[46]

Njegove su analize bile uvijek vrlo pomno provedene, tako da su se jasno odvajale njegove misli od onih prihvaćenih od drugih autora koje je u takvim slučajevima uvijek citirao. Zato je vrlo važno imati na umu Nađevu izjavu koju je dao na početku svoje najvažnije knjige *Principi di logica* (Principi logike) da su sva poglavlja rezultati njegova istraživanja; potom je odmah dodao kako je temeljna za novu logiku, osim već spomenutih tipova sudova, doktrina broja.[47] Doktrina broja bila je,

[37] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 4.
[38] A. Nađ: *Lo stato attuale*, op. str. 319.
[39] Ne razumiju komutativni princip koji je važan za logičko množenje, kaže Nađ u *Lo stato attuale*, op. cit., str. 305.
[40] To su njegove riječi na inauguraciji predavanja na rimskom sveučilištu, reproducirane u *Lo stato attuale*, op. cit., str. 307.
[41] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 6.
[42] A. Nađ: *Lo stato attuale*, op. cit., str. 316.
[43] ibid., str. 317, također u *Principi*, str. 4.
[44] A. Nađ: *Lo stato attuale*, op. cit., str. 319.
[45] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 6.
[46] A. Nađ: »La logica matematica e il calcolo logico«, *Rivista italiana di filosofia*, Roma, 1890, str. 393, 395.
[47] A. Nad. *Principi*, op. cit., str. 7.

doista, prijelomni problem i za to prijelazno razdoblje u razvoju simboličke logike, kao i kasnije. Dodali bismo da je za Nađev stav bio prijeloman i njegov pojam logičkog polja.

Najprije ćemo uzeti u razmatranje pojam logičkog polja. Vrlo je indikativno njegovo uvjerenje da logičko polje treba obrazložiti kao logički prostor.[48] U dogradnji tog pojma Nađ je kritički analizirao Eulerove krugove kao pokušaj predočivanja odnosa pojmova pomoću geometrijskih slika-krugova te je glavni prigovor dao ekstenzivnom značaju te teorije, prenijevši ga i na sličan, nešto pregledniji pokušaj De Morgana i Venna.[49] Eulerov sustav krugova nije prikladan jer se njime ne mogu pokazati više od tri relacije među pojmovima.[50] Nakon Vennove kritike Eulerove teze, po Nađevu mišljenju, vrijednost takve simbolizacije bila je sasvim destruirana, ali po Nađevu shvaćanju ni Vennovi pokušaji s drugim figurama u ravnini nisu bili zadovoljavajući.[51] Nađ je tvrdio da je njegovo rješenje prikladnije, a oslanjalo se na osnovnu tezu iz disertacije: l o g i č k i i r a v n i n s k i v a r i j e t e t mogu se obuhvatiti n-dimenzionalnim prostorom.[52] Logički varijetet obrazložio je n-dimenzionalnim prostorom u svom mladenačkom djelu dok se školovao u zadarskom liceju.[53] Pojam ravninskog v a r i j e t e t a u smislu n-dimenzionalnosti razvio je na temelju rezultata istraživanja prostora Riemanna, Helmholtza i Beltramija, iskorištavajući također istraživanja Cantora i Peana.[54] U djelu *Sulla rappresentazione grafica delle quantità logiche* (O grafičkom predočivanju logičkih kvantiteta) Nađ je imao zadaću da razmotri zajedničke karakteristike logičkog i ravninskog v a r i j e t e t a, te da ih ujedini. Za logički v a r i j e t e t od osnovne su važnosti definicija logičkog k v a n t i t e t a i triju relacija, a oni su, po njegovu mišljenju, temeljni principi logičkog računa koji važe za sve logičke oblike, od ekstenzivnih relacija pojmova, do sudova i zaključaka.[55] L o g i č k i su k v a n t i t e t i mnogostruke raznolikosti naših misli, tj. sve ono što može biti mišljeno bez unutarnje kontradikcije i što se međusobno nalazi u trima osnovnim relacijama.[56] Osnovne relacije logičkih kvantiteta jesu: 1. s kvantitetom *a* misli se jedan d r u g i k v a n t i t e t, *b;* za *b* kaže se da je m a n j i ili je dio od *a;* 2. s kvanti-

[48] A. Nađ: »Sulla rappresentazione grafica delle quantità logiche,« *Rendiconti della Accademia dei Lincei,* Roma, vol. IV/1890, fasc. 2, str. 51.

[49] ibid., str. 50.

[50] A. Nađ: *Sulla rappresentazione,* op. cit., str. 53.

[51] ibid., str. 54.

[52] A. Nađ: *Fondamenti,* op. cit., str. 16.

[53] A. Nađ: *Sulla determinazione della sede dell'anima,* Zara, 1884. U njemu je iznio da se definicija daje posredstvom oznaka koje su u analogiji s učvršćenjem točke preko njezine koordinate i preko predodžbe logičke istine pomoću n-dimenzije prostora. Kako se taj spis ne može naći, navod potječe iz 2. Nađeve bilješke iz *Fondamenti,* op. cit., str. 26.

[54] A. Nađ: *Sulla rappresentazione,* op. cit., str. 55, 51.

[55] A. Nađ: *Fondamenti,* op. cit., str. 8.

[56] A. Nađ: *Sulla rappresentazione,* op. cit., str. 51.

tetom *a* misli se dio *b;* 3. s kvantitetom *a* ne misli se *b*. Te logičke relacije analogne su relacijama površinskih kvantiteta (figura ili ravnina): 1. totalna inkluzija *b* u *a; b* je dio ili je manji od *a;* 2. parcijalna inkluzija *b* u *a*; 3. ekskluzija *b* i *a*. Definicije koje proizlaze iz ovih izomorfnih relacija važe u logičkom računu i u računu površina. Na osnovi toga može se fiksirati korespondencija između logičkog v a r i j e t e t a i ravnine, što će uspjeti ako se pokaže jedinstvena i recipročna korespondencija između svakog logičkog k v a n t i t e t a i homonimnog k v a n t i t e t a na području ravnine, izrazivši svaki logički izraz dijagramatički.[57] Problem grafičkog prikazivanja logičkih kvantiteta za naše pitanje nije više važan.[58] Važan je Nađev zaključak da se l o g i č k i v a r i j e t e t i njegove unutarnje relacije mogu predočiti kao kontinuiran prostor, beskonačan, n-dimenzionalan, te da je polje mišljivosti (campo del pensabile), tj. logički prostor, polje formirano od logičkih kvantiteta, bez unutarnjih kontradikcija, a u trima osnovnim relacijama.

Prostorna impostacija logičkog polja pogodovala je razvoju logike klasa. Međutim, beskonačnost koju je sugerirala ta prostorna koncepcija odgovarala je reintegraciji nove matematike, ne samo stare, a koju je jedino uspijevala zahvatiti logika klasa.[59] Nađ je nadmašivao logiku klasa i time što je nije temeljio na identitetu broja i klase, koja je još bila i Russellova briga, nego s pomoću pojma pojam.[60] Identitet cjelokupnoga logičkog polja s prostorom odgovarao je koncepciji identifikacije matematičke logike s cijelom logikom, a to je, opet, bio logicistički smjer Russellov i logičkog empirizma.

Za algebru logike bila je osnovna i dostatna izomorfnost logičkog pojma i broja, a za logicizam je najprije bila potrebna identifikacija broja i pojma, potom njegova definicija kao klase. Quine je historijat te redukcije opisao ovako: uz pomoć Dedekindove redukcije realnih brojeva na prirodne (1872) i Peanove na stupnjeve Frege je izveo redukciju broja na klasu (1893), a cijeli redukcijski program Whitehead i Russell (1911—1913), izuzevši Wienerov stupanj. On smatra Fregeovu redukciju nekompletnom, što je i izazvalo Russellovu korekturu s pomoću

[57] ibid., str. 52-53.

[58] On sam je smatrao da je dao prilično dobro rješenje problema grafičkog prikazivanja logičkih kvantiteta koje su, kako kaže, do kraja razvili Lüroth i Jürgens. Njegov je odgovor bio ovaj: svakoj točki u logičkom prostoru odgovara jedna točka ravnine ili segmenta i obratno, *Sulla rappresentazione,* II dio u *Rendiconti,* 1891, str. 377-378. No ipak se i u novijim logikama susreću Eulerovi krugovi ili Vennovi (vidjeti za prvo G. Petrović: *Logika,* Zagreb, 1964, str. 54), za drugo I. Copi: *Introduzione alla logica,* Il Mulino, 1964, str. 205--218), a ne Nađevi koje je iznio u II dijelu *Sulla rappresentazione,* op. cit., str. 377-378.

[59] Brouwer je u tom smislu prigovarao logici klasa, navodi J. Piaget: *Traité de Logique,* op. cit., str. 391, ili teorija klasa je obrada klasične matematike, kaže Quine: *Methods of Logic,* op. cit., str. 247.

[60] Najšira logička klasa je pojam pojma, kaže u *Principima,* op. cit., str. 45.

teorije tipova.[61] Neuspjeh te korekture vezan je uz neuspjeh reintegracije nove matematike: logika klase trebala je biti logikom kompletne teorije brojeva, a kad se teorija brojeva pokazala nekompletnom (Gödel i Church), i logika klasa otkrila je svoju primjerenost samo za staru matematiku.[62] Nađ je izveo redukciju pojma na klasu istodobno sa Schröderom, a prije od Fregeove redukcije broja na klasu. Značajno je to da Nađ tek usput spominje Fregea, a Schrödera, uz Peana izričito.[63] U svojoj recenziji znamenitog Schröderova djela *Vorlesungen über die Algebra der Logik* Nađ upozorava na važnost nekih dijelova koji korespondiraju njegovim istodobno nastalim tezama.[64] Schröder je poslije to priznao u svojem pismu Nađu.[65] Isto je tako Peano u svojem pismu Nađu od 2. VIII. 1889. istakao da su se našli na istom poslu.[66] Radilo se o tumačenju pojmova u smislu klasne subordinacije i o logičkim operacijama u vezi sa skupovima.[67] Dakle, navedeni su osnovni problemi: pojam i klasa te problem skupova, ali ne i problem redukcije broja na pojam, koji je, razumljivo, izostao, ako se ima na umu njegova prostorna impostacija logičkog polja. U kritici dotadašnjih dostignuća matematičke logike Nađ navodi kao propust nedostatnost teorije definicije. Osnovno je za definiciju, kaže on, određenje nekog pojma pomoću njegovih oznaka (svojstava, atributa), tj. pomoću njegova sadržaja, a to je upravo zanemareno u novoj logici u kojoj su se pojmovi razmatrali samo po opsegu. Zatim nisu bili dovoljno razjašnjeni pojmovi e n t i t e t a i klase: Peano im pretpostavlja definiciju; Schröder naziva dijelom logičkog v a r i j e t e t a, a Grassmann zbirom elemenata. No, što su ti elementi, što ih karakterizira i je li logičko polje kontinuirano, jednoznačno, konačno; može li se izraziti kao v a r i j e t e t i od koliko je dimenzija, to još nitko nije odgovorio. On smatra da na ta pitanja ne može odgovoriti matematika, nego logika. Na njih treba svakako odgovoriti, jer se u protivnom ne može znati do koje su točke valjane aplikacije matematike u logici. Njemu se činio odgovor važnim, ali i jednostavnim, pa je postao ciljem njegove doktorske disertacije.[68] Odgovor je bio ovaj: pojam klase je

[61] W. van O. Quine, op. cit., str. 234, 236, no nešto slično već je tvrdio Liard za De Morganovu i Booleovu redukciju broja na klasu, Liard: *Les logiciens anglais contemporains*, Paris, 1878, str. 71, 101-102, kojega je Nađ poznavao, jer hvali ovu njegovu knjigu u *Lo stato attuale*, op. cit., str. 301.

[62] Vidjeti dio bilješke 59 koji se odnosi na Quinea.

[63] A. Nađ: *Fondamenti*, op. cit., str. 2.

[64] A. Nađ: »Dr. Ernst Schröder: Vorlesungen über die Algebra der Logik, I, 1890«, *Rivista italiana di filosofia*, Roma, 1891, str. 414.

[65] U navedenom pismu, citiranom već u bilješci 2 Schröder se ispričavao Nađu što nije vodio računa o njegovim rezultatima, ali on ih nije poznavao, pa sada izražava zadovoljstvo, što je u njemu našao neočekivano marljivog suradnika.

[66] U bilješci 2 citirano je to pismo, u kojem Peano potiče Nađa da porade na doktrini matematičke logike, jer njima pripada dužnost da je populariziraju u Italiji, budući da su među rijetkima koji se tim problemima bave.

[67] A. Nađ: »Dr. Ernst Schröder . . . op. cit., str. 413.

[68] A. Nađ: *Fondamenti*, op. cit., str. 7.

mjesto elemenata koje varira u određenim granicama i odgovara logičkom pojmu klase.[69] Osnovno što se tu ističe — redukcija pojma na klasu — Nađ i kasnije ponavlja: »Ontološki korelativ pojma je klasa.«[70] Isto tako ponavlja da je klasa kompleks elemenata,[71] te kako »pojam formiraju sistemi složeni od klasa, entiteta ili elemenata«,[72] ti termini moraju biti objašnjeni, no po njegovu prijašnjem zahtjevu, ne samo ekstenzivno, kao u Fregea i Schrödera.[73] Nađ je smatrao da je dao rigoroznu definiciju entiteta ili elemenata u svojoj disertaciji, a na temelju svoje prijašnje odredbe iz 1888.[74] Operacije među entitetima sačinjavaju pojam klase. A sami entiteti logički su kvantiteti koji se nalaze u nekoj od osnovnih, već opisanih relacija.[75] Logičkim množenjem može se doći do jednog elementa, jer je neki element definiran pomoću njegovih oznaka (svojstava)[76] do kojih se dolazi tim množenjem *(ab, abc, abc ... n)*. S određeno velikim brojem oznaka *(n)* se može približiti nekom elementu koliko se god hoće i tako ga predočiti. U skladu sa zavisnošću elemenata od njegovih oznaka može se razabrati relacija u kojoj je jedan element varijeteta *n*-dimenzije (predočen kao točka) fiksiran po *n*-nezavisnim varijablama (odgovaraju koordinatama).[77] Određenom sustavu oznaka u kojem nije zastupana treća relacija (ekskluzija) odgovara jedan element.[78] Njegova veličina proizlazi iz stupnja posjedovanja oznaka jer je u svakoj kvaliteti prisutna i kvantiteta koja zavisi od pozicije, tj. pozitivnog ili negativnog posjedovanja oznaka. Drugom logičkom operacijom, zbrajanjem, može se doći do mnoštva elemenata koje sačinjava

[69] ibid., str. 25.

[70] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 22, također u »I primi dati della logica«, *Rivista italiana di filosofia*, Roma, 1894, str. 52.

[71] A. Nađ: *Fondamenti*, op. cit., str. 20, te u *Sulla rappresentazione*, op. cit., str. 53.

[72] ibid., str. 53.

[73] To je očito u Fregeovom tumačenju prirodnog broja: to je ekstenzija pojma jednakobrojan, G. Frege: *Grundlagen der Arithmetik*, 1884. po Nađevom citatu u *Fondamentima*, op. cit., str. 27. Isto o tome iznosi Abbagnano u *Storia della filosofia*, III tom, op. cit., str. 703. Slično zaključuje i Schröder kada iznosi da pojam ostaje ideal ako se cilja na sadržaj, jer sveukupne zajedničke značajke ne mogu biti nikada potpuno mišljenje, E. Schröder: *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, I. Leipzig, 1890, str. 83, 86, 90. Zato je pojam kao klasa cjelokupnost koja je naziv za zajednički obuhvaćene individue, tj. njihov opseg, ibid., str. 83.

[74] Tu je definiciju dao u *Fondamentima*, op. cit., str. 13, najpreciznije str. 20, vidjeti bilješku 78, dok je Schröder dao sličnu definiciju u I dijelu *Algebre*, str. 318, navodi Nađ u *La logica matematica e il calcolo logico*, op. cit., str. 392.

[75] A. Nađ: *Fondamenti*, op. cit., str. 13.

[76] ibid., str. 15.

[77] ibid., str. 16.

[78] »Fiksiranje jedne točke pomoću njezinih *n*-koordinata je analogno definiciji jednog elementa pomoću njegovih *n*-oznaka ili kvaliteta«, ibid., str. 20. To je konačna definicija elementa, entiteta i njegova formula koju je dao u *Fondamenti*, str. 19

$$\left(e = \pi_{\kappa = i}\, a_\kappa\, \varepsilon_\kappa\right)$$

logičku klasu.[79] Operacije klasnog računa — množenje i zbrajanje — te osnovne relacije inkluzije i ekskluzije neprestano projicirane u geometrijski prostor, dovele su Nađa do pojma klase kao mjesta jednoga varijabilnog elementa u određenim granicama čiji je stalni varijetet stupnjevit,[80] tj. do uvođenja hijerarhije stupnjeva. Dakle, dosada se čini da je Nađ prelazio okvire algebre logike i to u smislu računa klasa, koji već sadrži moguću korekturu njegove greške, pomoću stupnjeva, anticipiravši u tome Russellov logicizam. No, Nađ je i Peana smatrao svojim učiteljem. To se najprije zapaža u odsutnosti traženja definicije broja u njegovim tekstovima. Peano nije smatrao da treba tražiti koneksiju matematičkoga prirodnog broja s pojmom, jer se »ne može definirati«.[81] Poznavanje Fregea i Russella nije pokolebalo Peana ni poslije u tom uvjerenju da se broj ne može i ne treba definirati.[82] Ali Peano nije bio ni za definiciju broja pomoću klase, jer se primitivne ideje ne mogu definirati, a svaki se napor u tom pravcu reducira na promjenu aritmetičkog reda.[83] I doista, Nađ nije dovodio u vezu broj ni s pojmom ni s klasom, a definicije za koje se tako gorljivo zalagao, odnosile su se na logičke pojmove. A to bi značilo da njegov eventualni logicizam u vezi s tim problemima treba proanalizirati. Ako se smatra talijanska, peanovska škola, u koju neki uvrštavaju i Nađa,[84] prethodnikom Hilbertova formalizma, onda, možda, ne bi bilo naodmet naći Hilbertove informacije o tom pitanju. Hilbert definira klasu, a teoriju brojeva smatra aksiomom, koji je u vezi s beskonačnošću, po zanimljivom učenju Fregea, White-

[79] Istu ideju o klasi kao mnoštvu elemenata izrazio je i Schröder, s tom razlikom što je njegova definicija elementa manje bila sadržinski objašnjena nego Nađeva, kao što pokazuju bilješke 73, 74 i 78. Nađ je imao pravo kad je smatrao da njemu pripada prvenstvo u takvom određenju klase, jer je dao i formulu klase već u *Fondamentima*, op. cit., str. 23, koja glasi:

$$a = \sum_{\kappa = i}^{n} e_{\kappa}$$

Istovremeno sa Schröderovom *Algebrom* (str. 318) iznio je u svojim *Principima*, op. cit., str. 22, da se može zvati klasa kompleks pojedinih predmeta koji odgovara općem pojmu.

[80] A. Nađ: *Fondamenti*, op. cit., str. 25.

[81] G. Peano: Sul concetto di numero, *Rivista di matematica*, Torino, 1891, str. 102, citat prema L. Geymonat: *I fondamenti dell'aritmetica secondo Peano e le obiezioni filosofiche di B. Russell*, op. cit., str. 57.

[82] G. Peano: »Le definizioni in matematica«, *Periodico di Matematiche*, 1921, str. 183.

[83] Tako treba shvatiti i njegovu odredbu induktivnog broja, koja se ne smije tretirati kao definicija broja kao takvog, tj. onako kako ju je Russell shvatio i uklopio u svoju definiciju broja kao klase klasa. Le Roy je bio najbliži takvom Peanovom poimanju kada je rekao: ono što analizi omogućuje genezu jest ideja broja koja se formira u svakom trenutku u centru korelacije, jer se matematičko mišljenje stalno odvija u relacijama, E. Le Roy: *La pensée mathématique pure*, op. cit., str. 174. Međutim on sam ipak nije shvatio Peanovu induktivnu definiciju tako, jer kaže da je Peano pokušao usmjeriti definiciju broja rednim putem, ibid., str. 188.

[84] Vidjeti bilješke 28. i 34.

heada i Russella.[85] Prema tome, Nađeva definicija klase približno se poklapa s Hilbertovom, i to vjerojatno zato što je bila bliska Schröderovoj, koju je Hilbert znao, dok Nađevu nije poznavao. Kako Nađ ne definira broj, s njime i nije povezao problem beskonačnosti, ali se ipak njime mnogo bavio. U jednoj svojoj polemici Nađ tvrdi da logički račun ne služi tome da se dokaže beskonačnost, nego iz njega proizlazi da je logički prostor beskonačan.[86] Prema tome, opet je riječ o pojmu matematičke logike, a ne o matematičkom broju. Logički se prostor beskonačno prostire, ako se elementi razmatraju s beskonačno velikim koordinatama: za svaki dani element e s koordinatama a_k, velikima koliko se god hoće, može biti konstruiran drugi e', čije su koordinate a'_k veće od a_k. U tom se smjeru može ići i dalje i obratno. Nađ je bio uvjeren da je dokazao beskonačnost i da ju je definirao: »Lako se može pokazati da se logički prostor širi beskonačno, ako se razmatraju elementi s koordinatama a_k beskonačno velikima kao mjesta u beskonačnoj distanci.«[88] To je bio napor da se definira pojam pojma i on je doveo do potvrde beskonačnosti, u jednoj geometrijskoj perspektivi, vođenoj Helmholtzovim i Peanovim učenjem o progresiji.[89] Međutim, Russell se opozvao na beskonačnost da bi definirao broj. Nezadovoljan Peanovim induktivnim pojmom broja koji kao definicija prirodnog broja obuhvaća konačne kolekcije, on radije prihvaća Fregeovu definiciju kao klasu klasa, kojom se obuhvaća beskonačan značaj glavnih brojeva.[90] Russell je priznao da se problem beskonačnosti ne može riješiti na logičkom području.[91] Nakon tog neuspjeha u *Principia* on beskonačnost razmatra pod nazivom aksiom koji je upotrebljiv u matematici, dok je za logiku nedokažljiv. Prema tome, definicija broja kao klase klasa ne bi bila definicija broja, nego samo prirodnog broja,[92] a to je zapravo išlo u prilog Peanova tvrđenja kako se ne mogu definirati primitivne ideje u matematici, nego svaka definicija, pa tako i njegova, broja kao induktivnoga, omogućuje jedan drugačiji matematički red. Na protivurječnost rednog broja upozorio

[85] Definirajući klasu, Hilbert iznosi: »Svako svojstvo stvari odgovara ukupnosti ili klasi stvari koja to svojstvo ima, a to znači da ne potječe od sadržaja, nego iz opsega svojstva«, D. Hilbert, W. Ackermann: *Grundzüge der theoretischen Logik*, op. cit., str. 45. Usporediti s bilješkama 73 i 78, a razlika je u tome, što je za Nađa umnožak oznaka sadržaj pojma, vidjeti *Fondamenti*, op. cit., str. 26. Hilbert tumači broj kao predikat mnoštva i time ga dovodi u vezu s aksiomom beskonačnosti, zbog čega mu onda zapravo mora biti interesantno Russellovo učenje, ibid., str. 150, 154.

[86] A. Nađ: *La logica matematica e il calcolo logico*, op. cit., str. 395, također i ranije u *Fondamentima*, op. cit., str. 20.

[87] Formulom je pokazao da se može odrediti također element kolikogod je moguće manji, *Fondamenti*, op. cit., str. 14, 22.

[88] ibid., str. 20.

[89] ibid., str. 34.

[90] B. Russell: *Introduction to Mathematical Philosophy*, op. cit., str. 77.

[91] ibid., str. 15.

[92] W. van O. Quine: *Methods of Logic*, op. cit., str. 236.

je Burali-Forti (1897).[93] No, Russellu je bilo prijeko potrebno opravdanje beskonačnosti, jer je ono bilo pretpostavka bazične dimenzije teorije tipova koja je imala svrhu da riješi paradokse koje je izazvao matematički broj.[94] Russellov je logicizam poražen: definicija broja kao klase klasa nije uspjela, aksiom beskonačnosti nedokazan je u logici, teorija tipova rješavala je tzv. logičke paradokse, a nije bila dovoljna za semantičke.[95] To je bio neuspjeh u redukciji matematike na logiku, što je i sam Russell priznao.[96] Otada u matematici Poincaré, Brouwer i Heyting nastoje eliminirati beskonačne klase i forsiraju konačne brojeve. Je li to značilo da je porazom Russellova logicizma bio poražen i Nađev pojam logičke beskonačnosti? Svojim nastankom teorija skupova izazvala je problem definicije broja i ekspliciranja beskonačnosti. Ali to se pitanje opet obnavlja nakon Cohenova otkrića nezavisnosti hipoteze kontinuuma (1963).[97] Cohenovo otkriće različitog karaktera nezavisnosti hipoteze kontinuuma od nezavisnosti petog Euklidova aksioma u vezi s drugim geometrijskim aksiomima, već je Gödel najavio, ali, kaže Cellucci, to je ostalo nezapaženo zbog vremenski prerane anticipacije.[98] I Nađ je upotrebljavao termin kontinuum u odnosu prema predočenju logičkog varijeteta kao beskonačno n-dimenzionalnog u kojem su elementi mjesta u beskonačnoj distanci.[99] Za razliku od Dedekinda (1872), Cantora (1879, 1883) i kasnije Russella (1921), koji su kontinuum paradoksalno nastojali shvatiti iz predodžbe diskontinuiteta kao točke s konačnim distancama, Nađ je uz konačne distance, uvodio i beskonačne distance koje su sve obuhvaćene beskonačnom mogućnošću unutarnjih relacija. On je bio uvjeren da je dokazao kontinuum dokazom logičkog i ravninskog prostora kao n-dimenzionalnog koji je beskonačan po svojim unutarnjim relacijama.[100] Taj njegov pojam podsjeća na matematički pojam konti-

[93] Definicija konačnih kolekcija rednih brojeva je lakša, a radilo se o poteškoćama oko definicije beskonačnih kolekcija rednih brojeva, kao i kod glavnih brojeva. Moguća je postala i upotrebljiva definicija i takvih rednih brojeva, kaže Lolli, tek 1928. kada je von Neumann pokazao kako se treba upotrijebiti aksiom zamjene, da bi se opravdala transfinitna indukcija, G. Lolli: »La teoria degli insiemi pre-zermeliana e l'assioma di rimpiazamento«, op. cit., str. 257. No i opet se radilo o nemogućnosti definicije rednog broja kao takvog, nego o definiciji koju iziskuju određene operacije i koja je samo za njih potrebna. Beskonačnost tu figurira ne kao baza stupnjeva koji slijede nego kao različitost mogućnosti kombinacija. Jedino tako se može shvatiti Hausdorffova primjedba da definiciju rednog broja matematičari prepuštaju filozofima, cfr. bilj. 14.

[94] W. van Quine, op. cit., str. 236 i njegova kritika str. 95.

[95] Po Gödelu, Carnapu (druga faza), Churchu i Quineu, za semantičke antinomije važi drugi princip — neodlučivosti. Cfr. F. Rivetti-Barbò *L'antinomia del mentitore nel pensiero contemporaneo,* Milano, 1961, str. 225-235, 263-266.

[96] B. Russell: *Introduction to Mathematical Philosophy,* op. cit., str. 202.

[97] C. Cellucci: »Concezioni di insiemi«, *Rivista di filosofia,* Torino, Vol. LXII 2/1971. str. 123.

[98] ibid., str. 123.

[99] A. Nađ: *Fondamenti,* op. cit., str. 20.

[100] ibid., str. 16.

nuuma koji je Brouwer odredio kao »slobodno prosljeđivanje suksecije«, a poslije Gödel, pa Cohen, kao pojam nezavisnosti hipoteze kontinuuma.[101] Sve su te novosti nastajale kao kontrateze logicizmu, pa su na području matematike postajale sve zanimljivije intuicionističke teze, poznate još pod nazivom platonističke koncepcije, osobito u vezi s teorijom skupova.[102] Suvremenu platonističku teoriju sačinjavaju dvije verzije: a. skup elemenata koji su članovi jedne dane već definirane kolekcije (npr. kolekcija prirodnih brojeva ili kolekcija točki pravaca). Pravi izraz ova interpretacija nalazi baš u matematici i tada je dovoljna klasična logika sa dvije vrijednosti, Međutim, uvođenjem strukture hijerarhije spotiče se o problem beskonačnosti koji zahtijeva prijelaz u drugu platonističku verziju.[103] Po b. verziji intuitivni pojam skupa držan je u bilo kojem svojstvu danom u sadržaju i ne ograničenom opsegovno. Za tu verziju nalaze se slabi primjeri u matematici i za nju više ne vrijedi klasična logika sa dvije vrijednosti. Stoga je smisao i rješenje platonističke teorije: glavno je napraviti djelatnim pojam *b*. Nađ upravo taj prijelaz traži. Polazi od definicije klase kao kolekcije elemenata i točaka, da bi branio *n*-dimenzionalnu koncepciju skupa na sadržinski način, ne ograničavajući je opsegovno (*n*-oznake). Zato njemu i nije dovoljna logika sa dvije vrijednosti. Međutim, uz b. (popravljenu) platonističku verziju kasnije se javlja i popravljena verzija Hilbertova programa koja šalje k neformalističkoj osnovi, i tako obje te verzije brane kombinatoričko obrazlaganje skupa u širem smislu,[104] tj. zastupaju teoriju otvorenosti skupova koja je već bila moguća na peanovskim temeljima, a izrazio ju je Nađ na svoj način. Zato je njegov odnos prema beskonačnosti i hijerarhiji drugačiji nego Russellov. Beskonačnost je dovodio u vezu isključivo s poimanjem otvorenosti skupova, otklanjajući svaku metafizičku zloupotrebu. Dok Russell dodaje metafizičke konstrukcije, Nađ kaže da se nijedan pojam ne može razmatrati sâm za sebe, nego uvijek u relaciji s drugima, jer bi to vodilo »metafizičkim pitanjima.«[105] A radilo se upravo o zaustavljivosti generalizacije, koja se ne može vršiti beskonačno, kaže on, jer se stiže do kategorija, kao što

[101] L. Geymonat: *Storia e filosofia dell'analisi infinitesimale,* Torino, 1947, str. 276. Najnoviji rezultati u vezi s kontinuumom Cohena i Solovaya u knjizi J. W. Addison: *The Theory of Models,* Amsterdam, 1963.

[102] C. Cellucci: »Concezioni di insiemi«, op. cit., str. 154.

[103] ibid., str. 130-131.

[104] ibid., str. 153. Ulam predlaže problematiku skupova kao studij svojstava nekih porodica skupova, koji se rješavaju adekvatnim teorijama što se zasnivaju na njima karakterističnim aksiomima, prema Lolliju: »La teoria degli insiemi pre-zermeliana e l'assioma del rimpiazzamento«, op. cit., str. 265. Stoga je još prije ovih novosti dobro zamijetio Carnap da je Gödelov teorem išao u prilog korištenja »transfinitnih simbola«, jer se finitističkim logičkim računom ne može obuhvatiti cijela aritmetika, R. Carnap: *Fondamenti di logica e matematica,* op. cit., str. 39, odnosno, Piaget kaže, da je Gödelov teorem isključio Russellovo stanovište i strogi oblik Hilbertovog formalizma, J. Piaget: *Traité de Logique,* op. cit., str. 19-20.

[105] B. Russell, op. cit. 141.: A. Nađ: *Principi,* op. cit. str. 43.

se i determinacija mora zaustaviti kod individualnog pojma, iza kojeg je ništica. Beskonačnost *n* odnosila se na oznake, a ne kao u Russella na *n*-predmete,[106] što beskonačnosti daje peanovski značaj: beskonačna mogućnost kombinacija, tj. beskonačna mogućnost različitih sustava.[107] Nađ je čak upotrebljavao tako naziv sistem oznaka.[108] U skladu s takvim pojmom beskonačnosti javlja se i potreba uvođenja pojma izbora, na moderan instrumentalistički način, kako je mogao naučiti opet od Peana.[109] Izbor aksioma, bilo u logici ili znanosti, Nađ smatra »izvjesnom arbitrarnošću«,[110] pa kao primjer toga svojeg tumačenja navodi Peanove aksiome za koje tvrdi da se mogu još više pojednostavniti. Atribut »izvjestan« odbacuje značenje samovoljnosti i približava to Nađevo shvaćanje modernom pojmu instrumentalističke konvencionalnosti na kojemu se temelji danas i matematika i logika.[111] Drugačije poimanje beskonačnosti odvelo je Nađa i drugačijem tumačenju hijerarhije. Dvije godine prije Nađa problematiku stupnjeva prvog i drugog reda otvorio je Frege,[112] temeljeći je na razlici »svojstvo« i »karakteristično obilježje.« Tu je razliku tumačio kao nešto što može biti i jedno i drugo (svojstvo i karakteristično obilježje), ali ne za isto biće, a opširnije se tim pitanjem bavio poslije Nađa u *Funkciji i pojmu* (1891).[113] Isto je tako Schröder poslije Nađa, tek u logici relacija, u III. dijelu svoje *Algebre logike,* govorio o ciklusima stupnjeva i u vezi s računom iskaza o vremenskoj dimenziji. Russell je stupnjeve protumačio teorijom tipova koja je trebala eliminirati paradokse, nastale zbog pitanja, može li ili ne može jedan beskonačni skup sadržati samog sebe kao dio. Rješenje teorije tipova nalazilo se u principu redukcije: varijabla jedne razine ne može biti nikada reducirana na simbol iste ili više

[106] Razlika uočljiva u Nađa: *Fondameti,* op. cit., str. 13, 21 i Russell, op. cit., 13. poglavlje.

[107] L. Geymonat: *I fondamenti dell'aritmetica secondo Peano,* op. cit., str. 52.

[108] Uočljivo u *Sulla rappresentazione,* op. cit., str. 53, zatim: »Između elemenata i parametara postoje analogije: za parametre važi, da svakom elementu odgovara odgovarajući sistem vrijednosti i obratno — odgovarajućem sistemu oznaka, odgovara jedan elemenat«, *Lo stato attuale,* op. cit., str. 56.

[109] Peano je uvijek iznosio historiju definicije nekog pojma da bi znanstveni izbor pokazao kao slobodan, ali ne kao proizvoljan, kaže L. Geymonat: *I fondamenti dell'aritmetica secondo Peano,* op. cit., 61. Inače je od odlučujuće važnosti za moderni razvoj problematike skupova bio aksiom izbora (Poincaré, Zermelo).

[110] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 177.

[111] Njemu ima zahvaliti najprije matematika za otkriće neobično važnog aksioma, aksioma izbora (Poincaré, Zermelo, 1908) koji je osobito bio važan za razvoj teorije skupova za redne brojeve. Po instrumentalističkom pojmu konvencionalnosti, aksiomi su plod konvencije, što znači da se mogu mijenjati, ali ta konvencija nije proizvoljnost, nego je ona upravljena znanstvenim interesom i potrebom, pa određeni izbor ili opredijeljenost jest instrumentalno određen.

[112] G. Frege: »Jedan objekt potpada pod pojam prvog stupnja, a pojam prvog stupnja pod pojam drugog stupnja«, *Aritmetica e logica,* Einaudi, 1948, str. 205.

[113] ibid., str. 209, kaže Geymonat u bilješki.

razine. Bazično polje na kojem se temelje stupnjevi beskonačno je, a — kao što je poznato — beskonačnost je ostala neobrazloženom, zbog čega se teorija tipova smatra prikladnom samo za logičke paradokse. Nađ je stupnjeve ovako postavio: ako elementi slijede u jednom pravcu (tj. elementi se rasprostiru po jednoj dimenziji), onda je to logički pravac ili klasa prvog stupnja, kao npr. pojam vremena. Drugi bi stupanj bio klasa realnih brojeva, drugi i treći stupanj sačinjavalo bi logičko tijelo ili klase, koji su varijeteti zvukova, boja, plan brojeva i naš običan prostor. Stupnjevi se mogu nastavljati, dok je cijelo mišljivo polje n^{mo} stupnja ili prostor s n-dimenzijama.[114] Nađ ne zamjećuje problem paradoksa kad je u pitanju pojam beskonačnog skupa, a nailazi na takvu mogućnost kad ima na umu najmanju klasu. Najmanja klasa je klasa, kaže on, manja od sviju klasa u vezi s predmetima koji se razmatraju i ona izražava ništa. Najmanja klasa sadržana je u svakom pojmu, jer on sadrži samog sebe i ništa više,[115] a upravo taj primjer navodi Russell izlažući jednu stranu problema paradoksa (ima klasa koje jesu član sebe, npr. klasa pojmova koja je već pojam, i ima klasa koje nisu članovi sebe).[116] Problem stupnjeva stoga nije u Nađa pitanje hijerarhije kao u Russella i ne rješava se principom redukcije. Svaki je stupanj autonoman i bez osvrta na prethodne razine, jer u svakom od njih vrijedi drugo načelo logiciteta, kao što se to jasno pokazuje u suvremenoj sistematizaciji matematičke logike: Booleova se logika smatra logikom iskaza, logiku predikata (termina) algebarski izražavaju današnje tzv. cilindričke, polijadičke i sl. algebre, a intuicionističku logiku algebarski izražavaju tzv. algebre otvorenih skupova.[117] Prema tome, može se kazati da je logicistički tip analize prevladan, a da se njime Nađ nije služio. Tradicionalna analiza temeljila se na geometriji, kojoj je odgovarao hijerarhijski red, a moderna na algebri, pa joj zato više odgovara naziv algebrizacija. Najmodernija matematička logika odlikuje se baš algebrizacijom i time nastavlja na prvi stupanj u razvoju matematičke logike — algebru logike — razvijajući različite algebre logike. Mora se priznati da novi tip analize Nađ teško osvaja, što je zamjetljivo u njegovu povezivanju geometrijskog prostora (doduše podrijetlom iz novih geometrija) s pojmom klase.

Nađeva semialgebrizacija svoju nedorečenost, ali i svoju anticipatorsku snagu, iskazuje u dosad navedenim problemima. Nedorečena je zbog određenog priklanjanja budućem logicizmu, a anticipatorska u svojoj tendenciji k algebrizaciji, kada najavljuje pluralizam algebri.

[114] A. Nađ: *Fondamenti,* op. cit., str. 25-26.

[115] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 31.

[116] O Russellovim antinomijama N. Abbagnano: *Dizionario di filosofia,* op. cit., str. 51.

[117] E. Casari: *Lineamenti di logica matematica,* Feltrinelli, Milano, 1960. Vrlo opširno piše o autonomiji svake od njih.

Račun termina

Ako se prihvati Strawsonovo vrednovanje,[118] onda bi se moglo reći da između sustava klasa, kojima se Nađ očito bavio, i sustava termina postoji sličnost, samo što je prvi mnogo nejasniji u formulama i manje sustavan, odnosno još precaznije, po Carnapu, logika klasa je matematička disciplina *stricto sensu,* i kao doktrina, iako je njome kompletiran logički račun, ne pripada logici.[119] Razliku je zamjećivao i Nađ; ali u smislu njihove stupnjevite veze u sklopu jednog računa, u modernoj terminologiji, kako kaže.[120] On tvrdi da je primjena teorije grupa, osobito problema Jevonsa i Clifforda, studij od temeljnog značenja za tvorbu doista znanstvene teorije suda, a time i silogističkih formi u najširem smislu. On sâm nastavio je studij tog problema[121] pripravljajući se za izradbu teorije suda u djelu *Principi* koja je bila izomorfna sa Schröderovom iz II. dijela njegove *Algebre.*[122] Tako je Nađ zapravo počeo uvoditi takvu simbolizaciju i terminologiju koje su pogodovale ne samo računu termina nego i računu propozicija. Umjesto pojma i suda često upotrebljava nazive termin i propozicija[123] te odlično uviđa da je uvođenje suda s više predikata »zasluga moderne logike«.[124] Njegov princip podjele sudova sasvim je na razini računa termina jer se zasniva na njihovu razlikovanju s obzirom na jednostavnost i složenost, zbog čega je klasificirao sudove na elementarne i složene propozicije. Među elementarnim propozicijama osobitu je pozornost svratio singularnim i partikularnim propozicijama, koje je smatrao egzistencijalnima, kao što je to bio običaj od Booleove algebre. Zatim je nastojao primijeniti Peirceov pojam funkcije na propozicije. Kako je u duhu računa klasa

[118] P. F. Strawson: *Introduzione alla teoria logica,* Einaudi, Milano, 1961, str. 165.

[119] R. Carnap: *Fondamenti di logica e matematica,* op. cit., str. 55.

[120] A. Nađ: *Sulla rappresentazione,* op. cit., str. 53.

[121] U »Über das Jevons-Cliffordsche Problem«, *Monatshefte für Mathematik und Physik,* V (10, 11, 12) 1894.

[122] Nađ iznosi u svojoj recenziji »Dr. Ernst Schröder«, op. cit., 414, koja su njegova vlastita djela izašla prije Schröderovog, a koja istovremeno. Kako je Schröder napisao izvinjavajuće pismo Nađu, kada je saznao za njegove *Principe,* 1890. vjerojatno se otada služio Nađevim spisima. Međutim, iako je njegova teorija suda imala puno sličnosti s ovom iz Schröderovog II dijela *Algebre,* a nastala je ranije, ipak mu Schröder nije pružio nikakvu satisfakciju. Naime, nigdje u tekstu ne citira Nađa, a ipak u popisu literature navodi slijedeća Nađeva djela: *Fondamenti, Sulla rappresentazione, Principi, I teoremi funzionali nel calcolo logico, Über Anwendungen der Mathematik auf Logik,* (očito nije znao da je to i Fondamenti isto), *Über das Jevons-Cliffordsche Problem,* E. Schröder: *Vorlesungen über die Algebra der Logik, II, 2, 1905,* Leipzig, str. 602. U tom popisu uz svako djelo navodi i poneku stranicu, ostavljajući dojam kao da je čitao, međutim, na osnovu pretpostavljenog primjera može se sumnjati u to, jer izgleda nije znao talijanski. Zato je uzalud upozoravao Nađ na sebe! Zato što je pisao na »nefilozofskom« jeziku, talijanskom, nije ni mogao očekivati da za njega znadu Nijemci! Što bi se tek desilo da je pisao na našem jeziku?

[123] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 58.

[124] A. Nađ: *Lo stato attuale,* op. cit., str. 317.

smatrao da se osnovne tri relacije između propozicija, inkluzija, interferencija i disjunkcija dadu izraziti znakom subordinacije »<«, relacije elementarnih propozicija mogu biti $a < b$ (a je manji od b) ili $a = b$ (a jest b), pa se u cijelosti elementarna propozicija dade simbolizirati $a \leqq b$,[125] a je termin subjekta, a b termin predikata. Oni se označavaju malim početnim slovima abecede.[126] Ako se simboli stave u oblik subjekta, predikata i kopule s obzirom na njihovu relaciju subordinacije, onda se zapaža da su subjekt i predikat samo određene funkcije pojmova A i B, pa dobivamo

$$a = \varphi\,(A) \qquad b = \Psi\,(B)$$

Funkciju je shvatio kao relaciju kojom se pridaje svojstvo putem dodavanja, množenja ili negacije.[127] Simbol subjekta a u funkciji sa A kvantitativno je određen kao manji ili jednak sa b, a simbol predikata b u funkciji sa B je kvalitativno određenje koje je svojstvo od a i stoga što je sadržinski opsežnije, njemu nadređeno:

$$\varphi\,(A) < \Psi\,(B)$$ [128]

Prema tome, zbog zadržavanja osnovnih operacija klasnog računa, Nađ funkciju nije koncipirao sasvim kao propozicijsku funkciju, zbog čega nije tako pregledno uspijevao izgraditi formule ni za univerzalne ni egzistencijalne propozicije. U Nađa se može naći »x« kao simbol univerzalne varijable kada tumači generalizaciju kao proces apstrakcije. On usput tretira »x« kao takvu varijablu kada traži za nju zamjenu pomoću univerzalne konstante.[129] No, taj i danas prihvaćen proces pod istim nazivom — generalizacija — ili — kvantifikacija — ne dovodi ga do odgovarajuće simbolizacije univerzalne kvantifikacije.[130] Sâm kaže da u modernoj formulaciji hoće također da izrazi egzistencijalne propozicije, kao dio ili neki. Tu upotrebljava termin determinacija, analogno operaciji instancijacija u današnjoj logici,[131] a u samoj simbolizaciji ostaje neodlučan, kolebajući između znakova »v« i »w« za partikularni kvantifikator. Također u interpretaciji tog kvantifikatora zahtijeva dosljednost u smislu računa klasa, a ne termina, jer inzistira na

[125] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 58.

[126] Usporedi razliku prema današnjem obilježavanju, G. Petrović: *Logika*, op. cit., str. 118.

[127] Nađ kaže da je funkcija izraz koji sadrži kvantitete *a, b, c* itd., povezane dodavanjem, množenjem ili negacijom, *Principi*, op. cit., str. 39.

[128] ibid., str. 63.

[129] ibid., str. 41-43.

[130] Usporediti G. Petrović: *Logika*, op. cit., str. 119, a A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 42, gdje kaže: Dan je pojam x = abcdef, generalizacija se dobiva oduzimanjem, *f, e*, pa *d*, pa se dobiva *abcde, abcd, abc,...*

[131] Vidjeti G. Petrović: *Logika*, op. cit., str. 119 i Nađ: *Principi*, op. cit., str. 43.

tome da se ne tumači kao neki ili ne svaki, nego kao ne nitko i kao možda svi.[132] Osim toga, položaj predikata nije kao u propozicijskoj funkciji ispred subjekta. Ipak je on naglašavao, za razliku od Schrödera, koji je to, kako kaže Nađ, teško ustanovljivao,[133] da upravo ti problemi uvode u fundamentalna pitanja za tadašnju logiku, pitanja složenih propozicija, a o tom prijelazu raspravljao je u posebnom djelu,[134] najavljenom još u *Principi* (str. 96). Taj prijelazni problem odnosio se na pitanje: koliko se elementarnih propozicija može iskazati ne samo sa 1, 2 i 3 termina kao u Jevonsa ili sa 1, 2, 3, 4 termina kao u Clifforda nego sa 5, pa i sa n-terminima.[135] Njemu se činilo da je taj problem uspješno riješio 1894.[136] Tacconi je taj njegov pothvat ocijenio kao pokušaj izlaženja iz tradicionalnoga dihotomijskog rješenja suda (S je P), koji je otkrio Nađa ne samo kao dobrog učenika nego i kao osebujnog mislioca koji zna dati i svoje osobno rješenje.[137] Nađ je nastojao da nađe adekvatnu formulu koja bi izrazila količinu tipova univerzalnih i partikularnih sudova, ako su im predikati pet i n-termina, tj. klasa, a smatrao je da se na isti način može naći odgovor i za sudove s relacijama višeg stupnja, tj. složenih sudova.[138] Ta je formula glasila:

$$\sum_{m=0}^{2n} \binom{2n}{m} = 2^{2n}$$

Ovo rješenje, uz korištenje spomenutih autora, postigao i s pomoću Peanove formule za n-količinu predstavnika:

$$2^{2^{2^{n}}}$$ [139]

[132] ibid., str. 66.

[133] E. Schröder: *Vorlesungen über die Algebra der Logik,* I tom, op. cit., str. 282. To je vidljivo ovdje, kako kaže Nađ.

[134] To je bilo djelo »Über Beziehungen zwischen logischen Größen«, *Monatshefte für Mathematik und Physik,* Wien, IV/1892, str. 152-153.

[135] ibid., str. 91.

[136] U djelu »Über das Jevons-Cliffordsche Problem«, op. cit.

[137] I. Tacconi: *Un logistico dalmata,* op. cit., str. 28. Nađevo rješenje problematike skupova ovdje se prvenstveno razmatra kao problem matematičke logike, ali nije isključeno da se može dovesti u vezu i s modernom atomističkom fizikom, što je već za Cliffordovu algebru logike pokazao E. Cartan (cfr. E. Cartan: *The Theory of Spinors,* London, 1967.). Posebna bi studija mogla pokazati u kojoj je mjeri povezana Nađeva teorija skupova s teorijama ortogonalnih grupa, da li u manjoj ili većoj mjeri od Cliffordove koncepcije, te se tako uklapa ili ne u teoriju pretpostavki u atomičkom spektru.

[138] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 111.

[139] G. Peano: *Calcolo geometrico,* Bocca, Torino, 1888, str. X, prema A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 100.

Napredak u usporedbi s prethodno naznačenim autorima ticao se problema zbrajanja m-konstituenti, s pomoću čega se dobiva novi uzorak, m-kutovi u n-dimenzionalnom prostoru koji označuje sa

$$T^{m}_{(n)}$$ [140]

Iz usporedbi rezultata navedenih autora, proizlazilo je da se njegov zadatak sastoji u:

1. naći količinu i vrstu predstavnika za $T^{(2)}_{(n)}$ u $C^{(n)}_{(n)}$; 2. isto to za $T^{(3)}_{(n)}$, $T^{(4)}_{(n)}$ u $C^{(n)}_{(n)}$; 3. uvesti u studij $T^{m}_{(n)}$ u $C^{(n)}_{(n)}$ za traženi m i n. U vezi s prvim dijelom zadatka, Nađ je pokazao da je količina predstavnika 2^n kompleks konstituenti n-dimenzionalno različitih uzoraka. Drugi dio zadatka riješio je tako da je zbir svih $T^{4}_{(n)}$ bio $\binom{2^n}{4}$, a treći dio zadatka riješio je po istom principu, tako da je $T^{m)}_{(n}$ imao ukupno predstavnika za sve tipove u ovom broju $\binom{2^n}{m}$. Zbir predstavnika onda je izveo po Peanovoj formuli, i tako je konačno dobio svoju formulu. Njezina interpretacija glasi: tipovi elementarnih sudova, uzdignuti do zbira s n-klasama, mogu se izraziti brojem 2^{2^n}, tj. 2^{2^n} univerzalnih i isto toliko partikularnih sudova. Broj 2 znači znak s negacijom ili bez nje; 2^n su vrste različitih zbirova prema 1, 2, 3 ... 2^n elementima i odgovarajući tome 2^n vrste različitih sudova.[141] Kakvog je smisla imalo obuhvatiti jednom formulom moguće kolekcije elementarnih sudova? Odnosno, je li takvom pretenzijom Nađ bilo što htio definitivno zaključiti u logici? Treba poći od njegova načina postavljanja zadaće matematičke logike: uz razne i najrazličitije relacije među terminima treba se opredijeliti za neke, i to one kojima se najlakše mogu naći zajednička obilježja. Znamo da se on opredijelio za tri relacije koje su tipične za algebru logike. U skladu s njima razvio je tri operacije: množenje, zbrajanje i negiranje, i to na temelju algebarskih svojstava komutacije i dvostruke distribucije[142] te principa dualiteta koji je upotrebljavao i u

[140] A. Nađ: »Über das Jevons-Cliffordsche Problem«, op. cit., str. 334. Tumači m kao komutativne funkcije različitog tipa koje su produkti logičkih veličina a_1, a_2 ... an i konstituenti koje su kut jednog tijela $C^{n}_{(n)}$. Komutativne funkcije označavaju mijenjanje redoslijeda u zbrajanju, a da se zbir ne mijenja. Tvorevina $C^{n}_{(n)}$ sadrži indeks i eksponent koji znače količinu dimenzija tog tijela.

[141] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 92.

[142] Logičko množenje odgovara aritmetičkom množenju, uglavnom (izuzetak je »ab=a«). U računu klasa množenje znači produkt oznaka klasa. Tako postupa Nađ u razmatranju pojmova izrazito, te djelimice na prijelaznim pitanjima sudova, pa čita »ab« kao *a* koji je *b* onoliko koliko je *a* koji je *b*. (*Principi*, str. 31). U računu propozicija množenje se čita kao konjunktivna afirmacija, a to i Nađ čini, ibid., str. 80. U operaciji zbrajanja još je očitije da se služi dvostrukom interpretacijom: zbrajanje također odgovara aritmetičkom zbrajanju (izuzetak »a+b=a«) i u računu klasa tumači se kao zbir elemenata klase. Tako i Nađ čini (*Principi*, str. 102). U neklasnom računu ta se operacija tumači kao

tom prijelazu s elementarnih sudova na složene.[143] Prema tome, te operacije interpretirao je u duhu klase, kada se radilo o tzv. prijelaznim problemima, koji su po Carnapovim riječima zapravo pripadali specifičnom matematičkom tretmanu, nastalom uz račun klasa. One dobivaju propozicijski značaj u vezi s drugačijim pristupom, koji je u njegovoj koncepciji logike moguć, čak i potreban, jer principi na kojima se zasniva logika, nisu evidentne istine, nego ih treba ispitati onim redom kako se pojavljuju u pojedinim logičkim formama, tj. elementima elementarne logike.[144] Na termine se odnosi princip identiteta, odnosno kontradikcije, pa se još jednom potvrđuje da je Nađ u vezi s tzv. prijelaznim problemima mislio na račun klasa, jer se i danas drži taj princip osnovnim za taj račun.[145] Nađ kaže da taj princip smatra aksiomom za odnose termina. On se služio Schröderovim i Voigtovim prihvaćanjem tog principa, ali njegovo interpretiranje tog aksioma vrlo je elastično i više odgovara modernom pojmu koherencije, jer neistinitost koja bi proizlazila iz primjene tog aksioma, treba ipak shvatiti kao relativnu.

Razmatrajući zaključivanje, Nađ je također dio problematike tumačio u duhu računa klasa kao još jednu podvrstu računa termina. Zaključivanje je račun koji nastaje na temelju aksiomatskih principa, već usvojenih u staroj logici, kojima se dodaje novi aksiom inferencije.[146] Silogizam pripada u račun klasa jer je sastavljen od sudova koji su u relaciji prvog stupnja, tj. od elementarnih sudova, a ostali pripadaju u drugu vrstu računa.[147] Nađ je tu razliku osjećao, tj. da treba sve razlike temeljiti na podjeli sudova u elementarne i složene, ali ipak nije bio dovoljno sustavan. On je, osim kategoričkog silogizma, također anali-

disjunktivna afirmacija. Tako tumači i Nađ: »a + b« može značiti i »ab« koji čita »a ili b« (ibid., str. 102). Komutativni aksiom je osnovni princip za sve ove operacije u aritmetici i teoriji realnih brojeva. Komutativno svojstvo tih operacija dolazi do izražaja i u oba logička računa kao mogućnost izmjene simbola s lijeve i desne strane znaka jednakosti. Isto tako se u tim računima upotrebljava i distributivni princip, također preuzet iz aritmetike (npr. $x(y+z) = (xy)+(xz)$. Uočljivo je da Nađ pravi razliku u načinu interpretacije tih operacija već u *Fondamentima* gdje termin logika klasa upotrebljava za račun pojmova str. 6.

[143] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 13, 44, 46.

[144] ibid., str. 165.

[145] W. van O. Quine, op. cit., str. 248.

[146] Kaže Nađ u *Principima,* str. 114. Inače su termin inferencija, porijeklom latinski izraz, najčešće upotrebljavale anglo-saksonske škole, a i Nađ ga stalno upotrebljava. Tim pravilom objašnjava se transformacija složenih izraza jednih u druge. Relacije koje produciraju ove operacije opet Nađ označava na dva načina — ako se radi o računu termina, onda se služi dvama znakovima, tipičnim za račun klasa + i, a inače dodaje i treći -, *Principi,* str. 115.

[147] To je sasvim u skladu sa suvremenom razlikom računa termina i računa propozicija. Usporediti G. Petrović: *Logika,* str. 107 s ovim Nađevim tekstom: »Ako su premise elemetarne relacije (jednostavne ili dvostruke) ili složene (konjunktivne, disjunktivne ili miješane), reći će se za silogizme da su elementarni ili složeni. Silogizam je kategorički, ako su mu sve premise relacije I stupnja (relacije pojmova) i elementarne relacije«, *Principi,* str. 115.

zirao u duhu računa termina neposredno zaključivanje i polisilogizam, ali te analize ne možemo naći na jednom mjestu u njegovoj najvažnijoj knjizi *Principi*. Najprije i najopširnije navodi neposredno zaključivanje u poglavlju o doktrini suda, zatim u poglavlju o silogizmu na dva mjesta, najprije u paragrafu o vrstama silogizma, a onda u paragrafu o transformaciji i rješavanju elementarnih relacija. Ipak nešto zajedničko povezuje sva ta izlaganja: svi opisi rezultiraju iz jednog principa podjele sudova i silogizama — iz principa o značaju složenosti, koji je temeljniji od svih drugih. Mnogo je važnije njegovo razmatranje neposrednog zaključivanja po logičkom kvadratu. Vrlo je mnogo pozornosti svratio odnosu po kontradikciji, ali više iskorištavajući De Morganovo učenje nego tradicionalno. Sve te odnose izrazio je formulama, što mu je omogućilo da dobije rješenja koja su u skladu s današnjim tretiranjem kvadrata po opoziciji. Odnos kontrarnosti prikazao je kao inkompatibilnost, subalternaciju slično implikaciji, a supkontrarnost kao disjunkciju. Od klasičnih termina ostao je samo onaj kojim se imenuje odnos kontradiktornosti.[148] Na taj način nije Nađ kvadrat po opoziciji riješio u smislu klasnog računa, koji priznaje samo odnos kontradikcije, nego ga je preveo na račun termina; tako je očuvan još jedan odnos, odnos univerzalnih i partikularnih propozicija, riješen u obliku implikacije.[149] Od ostalih vrsta neposrednog zaključivanja navodi inverzivne, u koje uvrštava kontrapoziciju i konverziju. Neposredno zaključivanje po kontrapoziciji tumači kao operaciju transformacije univerzalno-afirmativnog u univerzalno-negativan i partikularno-afirmativnog u partikularno-negativan sud, na temelju algebarskog principa komutacije.[150] Zato se svaki sud može deducirati iz drugoga negacijom svakog termina. Međutim, premda je reducirao broj transformacija kontrapozicije, jer je nije dopustio za sve četiri kvantitativno-kvalitativne varijante, tj. obrtanje za svaku posebice, ipak to sužavanje ne odgovara današnjemu.[151] Potom je razmatrao konverziju, te je najprije upozorio na teškoće čiste konverzije, koje se mogu javiti u razumijevanju u vezi s partikularnim kvantifikatorom, koji prije obrtanja može označivati neki,

[148] ibid., str. 74-77. Još je i ranije subalternaciju tumačio kao inkluziju koja je tendirala značenju implikacije: služeći se MacCollovim simbolima, α i β, subalternaciju je prikazivao:

$$\alpha = \alpha\beta \qquad \begin{matrix} \alpha = 1 & \beta = 0 \\ \beta = 1 & \alpha = 0 \end{matrix}$$

Supkontrarnost je shvatio disjunktivno:

$\alpha + \beta = 1$ a čita: jedan je istinit, pa isključuje drugoga, *Fondamenti*, str. 5.

[149] A takvo je i moderno stanovište u logici, vidjeti J. Piaget: *Traité de la Logique*, op. cit., str. 366-367, i P. F. Strawson: *Introduzione alla teoria logica*, op. cit., str. 217.

[150] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 121, (ab = ba).

[151] Usporediti kod G. Petrovića: *Logika*, op. cit., str. 78, Copi dopušta samo za sudove A, O, te limitativne za E, a nikako za I, I. Copi: *Introduzione alla logica*, op. cit., str. 202.

ali ne svi, a nakon konverzije samo neki.[152] Nedvojbeno je pokazao smisao za višekvalitativno značenje kvantifikatora, koje je nastojao simbolički precizirati, no u usporedbi s današnjim logikama, pa i onima koje izrazito nastoje povezati matematičku logiku i logiku jezika, takva traženja otkrivaju svoju pretjeranost,[153] a katkad i nedovoljnost. Potonje dolazi do izražaja u njegovoj interpretaciji nečiste konverzije, mada mu se ona čini manje problematičnom i lakše je izražava formulama, vjerojatno zato što se kvantitet suda mijenja. On npr. uopće ne dovodi u sumnju konverziju partikularno-negativnog suda, a ona se u suvremenim koncepcijama logike eliminira iz svih oblika konverzije, pa tako i ove. Uopće ne zamjećuje da je nečistoj konverziji ostao samo univerzalno-afirmativan sud.[154] U sklopu termina alternacija opisao je onu inverzivnu transformaciju koja se i danas razvija pod različitim terminima: permutacija, ekvipolencija ili obverzija.[155]

Prema tome, Nađ konverziju, kontrapoziciju i alternaciju uvrštava u onaj tip neposrednog zaključivanja kojem je dao skupni naziv inverzija. Danas se obično upotrebljava naziv konverzija, međutim, kako je to istoimeni naziv za jednu vrstu toga neposrednog zaključivanja, kako bi se izbjegla interferencija klase i potklase, prikladniji je Nađev naziv.[156] Navodeći napore Schrödera i Voigta, on je smatrao da problem inverzije nije još riješen, ali da se može riješiti. Rješenje je nalazio postavkom jedne jednadžbe koja je pokazivala kako se u toj varijaciji može vršiti inverzija i koje su valjane, a koje nisu. Vidjeli smo da su ta rješenja u odnosu prema današnjim rezultatima bila djelomično ispravna. Kako su danas mnogi tipovi inverzije eliminirani, Nađev postupak po njegovoj formuli utoliko je bio plodonosan što je i on mnoge inverzije eliminirao, te što je bar upozoravao na neke teškoće.

Drugi oblik računa termina sačinjava kategorički silogizam. Za tradicionalni aristotelovski silogizam Nađ kaže da se sastoji u operaciji eliminacije posredovanoga trećeg termina *(x)* iz elementarnih sudova u kojima se nalaze druga dva termina, manji *(a)* i veći *(b)*.[157] Tumačeći figure i moduse, Nađ upozorava da su već stari logičari uočili prednost redukcije figura i modusa na što manji broj, a po njegovu sudu dotada je najviše uspjeha u takvoj redukciji imala Miss Ladd, koja je sve moduse derivirala iz jednoga neodređenog produkta.[158] Nađ je po-

[152] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 124-125.

[153] Vidjeti Copi koji za sud I kaže da se sasvim može obrtati, op. cit., str. 173, Strawson kaže da su od čiste konverzije ostali samo sudovi E i I, op. cit., str. 200, a također i G. Petrović, op. cit., str. 77.

[154] Vidjeti I. Copi, ibid., str. 174, Strawson, ibid., str. 201, Petrović ibid., str. 77.

[155] Permutacija naziva Strawson, ibid., str. 201, ekvipolencija Petrović, ibid., str. 77, a obverzija Copi, ibid., str. 176.

[156] Strawson upotrebljava termin inverzija kao sinonim za kontrapoziciju, ali to baš nema opravdanja.

[157] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 129.

[158] ibid., str. 143, a opet ponavlja u *La logica matematica e il calcolo logico,* op. cit., str. 395.

tom napisao ideograme za sve četiri figure i za sve moduse.[159] U svim figurama i modusima ista formula zaključka (φ (a) $<$ Ψ (b)) bila je znak njihove valjanosti. Njegovi ideogrami razlikuju se od današnjih u računu termina jer je tumačio na način klasnog računa upotrebljene operacije: osnovnu operaciju eliminacije izveo je pomoću množenja, zbrajanja i supstitucije, pa su zato njegove formule mnogo kompliciranije, a račun duži nego u današnjem računu termina.[160] Jedino je simbol »$<$« implikativno tumačio, što je omogućivalo čitanje formula na način računa termina. No, odveć bi bilo strogo zahtijevati od njega veću konzekventnost kad je nemaju baš ni svi današnji logičari.[161]

Treći tip silogizma koji se danas uvrštava u račun termina jesu polisilogizmi. Silogizam sastavljen od više jednostavnih silogizama Nađ smatra polisilogizmom, a ostale složene silogizme ne smatra polisilogizmima, što bi opet odgovaralo osnovnoj podjeli po načelu složenosti. Složene silogizme od sustava sudova, kao što su konjunktivni, disjunktivni i mješoviti, on svodi eliminacijom termina na elementarne sudove (univerzalne i partikularne), koristeći Schröderov princip eliminacije i formu sustava premisa Mitchella, a u skladu s vlastitim teoremima. Sve mu je to omogućilo da u formulama razvije nove relacije.[162]

Premda je smatrao da je anglo-američka škola sasvim uspjela izraziti u formulama tradicionalnu silogistiku, te ju je na taj način smatrao dovršenom, njegova vlastita istraživanja dovela su do uviđanja da se ona dalje može razvijati upravo zato što se elementarna relacija na kojoj se pretežno zasniva može »transformirati beskonačno u druge ekvivalentne moduse, jer se operacijom eliminacije kvantiteta dobivaju različite vrste silogizama«,[163] a to se slaže s modernim mišljenjem.[164] Otvorenost razvoja silogizma zaključak je koji je logično proizlazio iz njegova tumačenja kategoričkog silogizma »kao kompleksa aksioma (i definicija) koji regulira račun logičkih kvantiteta«, te iz tvrdnje da su aksiomi za operacije u silogizmu »usko vezani uz simbolizam matematičke logike.«[165] Razvojna otvorenost silogistike bila je garantirana i njegovim uvjerenjem da broj aksioma nije sigurno fiksiran te što je

[159] Primjer za treću figuru:

$$\begin{array}{l} \varphi_1(x) < \psi_1(b) \\ \underline{\varphi_2(x) < \psi_2(a)} \\ \varphi\ (a) < \psi\ (b) \end{array}$$

U *Principima* napisao je ideograme za sve moduse, str. 132-140.

[160] Usporediti sa G. Petrović: *Logika*, op. cit., str. 120-121.

[161] Npr. Strawson je priznao prednost neklasne simbolizacije, a ipak je za moduse kategoričkog silogizma upotrebljavao drugačiju simbolizaciju od navedene pod bilješkom 160, P. F. Strawson: *Introduzione alla teoria logica,* op. cit., str. 177, te 206-209.

[162] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 153-164.

[163] ibid., str. 118.

[164] Vidi P. F. Strawson, op. cit., str. 177.

[165] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 177.

njihov izbor tumačio u duhu znanstvene konvencionalnosti, kao što je bilo već upozoreno. Zbog toga smatra da su i tradicionalni aksiomi upotrebljivi u obliku pravila silogizma, ali ipak im je pretpostavio dvanaest Peanovih aksioma koje navodi u cijelosti, (ibid. str. 177) dopuštajući i njihovu modifikaciju, aluzijom na Schröderovu redukciju sedmog na osmi.[166] Ipak je tradicionalni aksiom silogistike princip dovoljnog razloga pretrpio veliku izmjenu u Nađevoj interpretaciji. Tumačeći interpretacije svih poznatijih logičara svoga vremena,[167] on iznosi da je zapravo potrebna zamjena tog principa novim — principom relativnosti: »Svaka logička istina (definicija ili teorem) valja samo u povezanosti (ili relaciji) s drugim logičkim istinama.«[168] Kada je Dewey za osnovno pravilo interferencije — transformaciju — rekao da sadržaj umovanja tretira kao mogućnost,[169] onda je Nađ bio na pravom putu kad je inferenciju povezivao uz princip relativnosti. Naime, po izboru aksioma, kako kaže Nađ, slijedi postupak interferencije koji se izvodi operacijama transformacije i eliminacije.[170]

Račun propozicija

S obzirom na princip podjele sudova kojim se Nađ služio, posebno su mjesto dobili složeni sudovi ili propozicije. No, kako je implikaciju pretežno tretirao kao inkluziju, još je bio daleko od otkrića pojma istinosnih funkcija, kao što se već vidjelo, a i od tablica istinosnih vrijednosti koje znatno olakšavaju pregled relacije složenih sudova, ali učvršćuju nužnost kao osnovnu logičku kategoriju (očito u posljednjoj istinosnoj funkciji implikativne tablice). No, te njegove »omaške« oprostive su, ako se prisjetimo da su to bila otkrića Russella i Wittgensteina, ili ako se pretpostavi da je u Nađa bilo jače zanimanje za logiku vjerojatnosti. Složene propozicije Nađ je razmatrao u monadičkim, dijadičkim i polijadičkim relacijama. Istinosnu tablicu jedine monadičke istinosne funkcije, negativnog suda, Nađ je na više načina izražavao zbog navedenih teškoća. Umjesto na dva jedino moguća načina: ako je p istinit, njegova negacija je neistina, a ako je neistinit p, istinita je njegova negacija,[171] Nađ taj isti značaj negacije koji otkriva na razne načine, ne može izravno pokazati, jer njihovu relaciju tretira kao subordinaciju. On zbir svih sudova koji stoje u trećoj relaciji (u disjunkciji, odnosno totalnoj ekskluziji) sa sudom α zove negacijom ili kontradiktornom suprotnošću sa sudom α. Negaciju bilježi sa α_1 koji znak treba čitati ne α.

166 ibid., str. 178.

167 Schröder je teoriju dovoljnog razloga izrazio shemom silogizma Barbara, De Morgan ga je nazvao tranzitivnošću kopule, Peirce, Jevons i Hamilton upotrebljavaju princip supstitucije kao dovoljni razlog, *Principi*, op. cit., str. 175.

168 ibid., str. 177.

169 J. Dewey: *Logika teorija istraživanja*, Nolit, Beograd, 1962, poglavlje XXI.

170 A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 113, 114.

171 G. Petrović, op. cit., str. 111.

Po značenju koji pridaje simbolu 1, to je zbir najvećih sudova koji su uvijek istiniti, dok je 0 umnožak najmanjih sudova koji nisu nikada istiniti. Iz toga dobiva definiciju negacije:

$$\alpha + \alpha_1 = 1, \ \alpha\alpha_1 = 0$$

Njegov subordinacijski tretman negativnih sudova doveo ga je do razmatranja niza odnosa suda i njegove negacije:

$$\begin{aligned} &\text{ako je } \alpha = 0, \text{ onda } \alpha_1 = 1 \\ &\text{ako je } \alpha > 0, \text{ onda } \alpha_1 < 1 \\ &\text{ako je } \alpha < 1, \text{ onda } \alpha_1 > 0 \\ &\text{ako je } \alpha = 1, \text{ onda } \alpha_1 = 0 \end{aligned}$$

i obratno.[172] Sva ta razmatranja bila su mu potrebna da bi dokazao kako je sud α_1 negacija suda α. No, još nije bio zadovoljan, pa nastavlja. Ako se zna relacija između A i B izražena sudom α, onda će tu relaciju negirati α_1. Budući da je uvijek riječ o tri poznate relacije, relacija A i B, izražena sudom α može biti njihova interferencija — ili $A > B$ ili A)(B (A interferira B ili ako je α nije β) pa se onda dobiva ova formulacija: »neki (možda svi) A jesu B_1«. Tako, konačno, Nađ stiže do konstrukcije formule definicije negacije (vrlo dugačke), kojoj je osnovno to da afirmira subordinaciju.[173] Isti subordinacijski princip otežava mu i tumačenje dijadičkih relacija. Najprije je grupirao u jednu skupinu hipotetičke, interferentne i disjunktivne, odnosno kontrarne sudove, a onda je posebno razmatrao kao jednu skupinu konjunktivne, disjunktivne, odnosno alternativne i tzv. miješane sudove. Hipotetičke sudove tumačio je slično implikaciji u računu propozicija, iako ih je znakovno izražavao u terminima klase, no i opet na njemu osebujan način. Hipotetičke sudove čita ovako: ako je α, onda je i β. α simbolizira jedan sud, β drugi sud, dok je formula ova: $\alpha < \beta$.[174] Simbol »<«, kaže Nađ, može se čitati kao »stoga,«, »dakle« (ergo), no ako su ovi sudovi ekvipolentni, onda dobivaju drugi simbol implikacije: $\alpha = \beta$. Primjenjujući na hipotetičke sudove tzv. prvu relaciju, dobiva dva oblika, i to s obzirom na mogućnost različitih opsega: a < i koji treba čitati: univerzalno-afirmativan, stoga partikularno-afirmativan sud, te drugi oblik: e < o, koji čita: univerzalno-negativan, stoga partikularno-negativan sud. Primjenjujući na hipotetičke sudove drugu relaciju, dobiva se 16 varijeteta, za razliku od stoika koji su znali samo 4, kaže Nađ.[175] Hipotetički sudovi u trećoj relaciji dostižu čak 256 varijeteta. No, u hipotetičke sudove pripadaju i interferentni: ako

[172] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 73.
[173] ibid., str. 74.
[174] ibid., str. 68. i G. Petrović, op. cit., str. 58, 60.
[175] A. Nađ, ibid., str. 85.

je α samo dio koji je subordiniran β, onda je riječ o odnosu sudova koji stoje u drugoj relaciji i ona im pridaje značaj interferencije. Međutim, to su opet hipotetički sudovi, što se vidi iz njegova načina čitanja: »ponekad, ako je α, onda je i β«, ili »ponekad, ako je α, nije β«. Iz daljeg tumačenja proizlazi da se ti sudovi mogu simbolizirati: α interferira β, a ako je njihova relacija interferencije simetrična, onda može biti i β interferira α. Nađ je i treći tip suda iz te grupe, nazvan disjunkcijom ili kontrarnim sudom, razmatrao u hipotetičkoj formi: ako nijedan dio α nije subordiniran β, kaže se da su α i β disjunktivni, tj. »ako je α jest β« ili »ako je α nije β«. Formula za prvi slučaj jest $\alpha)(\beta$, a za drugi, $\beta)(\alpha$ (ibid., str. 71). Najvjerovatnije su ti disjunktivni sudovi trebali biti disjunktivno-inkluzivni sudovi. Prema tome, Nađ je uvrstio u hipotetičke sudove jedan sasvim različit (disjunktivno-inkluzivan) i dvostruk hipotetički sud, ekvipolentan koji odgovara današnjoj ekvivalenciji, a samo se približio simbolizaciji današnjeg ekvivalentnog suda.[176] Premda je isticao važno značenje stoika za hipotetičko učenje, on nije bio kadar da izmisli istinosnu tablicu za implikacije, jer odnose sudova nije razmatrao u odnosu istinosnih vrijednosti njihovih sastavnih dijelova. Ipak je osnovnim klasnim operacijama davao propozicijsko značenje, i to se miješanje očitovalo na taj način što je simbolu 1 pridavao značenje suda koji je uvijek istinit (račun propozicija), ali je istodobno tako tumačio zbir najvećih sudova (račun klasa) koji se za prvu relaciju simbolizira sa $\alpha = 1$, za drugu relaciju $\alpha < 1$. Prva formula znači sud koji je uvijek istinit, a druga označuje sud koji nije uvijek istinit. Umnožak najmanjih sudova (račun klasa), sudova u trećoj relaciji, ne postoji i označuje se sa 0 (račun klasa), dok je formula $\alpha = 0$, koju čita: sud α nije nikada istinit (djelomice račun propozicija). U toj trećoj je relaciji moguće i $\alpha > 0$, što znači da α nije uvijek lažan, nego je nekad istinit.[177] To pokazuje da je 0 i 1 Nađ znao tumačiti kao istinito i neistinito, što je tipično već za račun propozicija, no on sam kaže da u tome slijedi McColla.[178] Sve ovo pokazalo je da karakteristične pojmove za ujedinjenje kvantiteta, svojstvenog klasi, sa istinitošću propozicija, kako kaže Piaget, koji su od Russella sudovima dali značenje propozicijskih funkcija,[179] traži kao što se vidjelo, i Nađ. Isto takvo, još nečisto propozicijsko traganje, prisutno je i u konstituiranju druge grupe složenih sudova: konjuktivnih, disjunktivnih i miješanih sudova. Iako mu je klasifikacija manjkava, on sasvim ispravno određuje konjunktivne sudove kao simultane, isto tako i disjunktivne tretira kao alternativne. Međutim, iako je pogodio članove klasifikacije, nije našao samu klasu kojoj pripadaju svi članovi; tj. on ne zamjećuje da konjunkcija označuje simultanu afirmaciju, disjunkcija alternativnu afirmaciju iste klase — afirmativnih složenih sudova. Njegovo tumačenje miješanih

[176] Njegov simbol » = « blizak je simbolu u modernoj logici » ≡ «.
[177] ibid., str. 72.
[178] ibid., str. 79.
[179] J. Piaget, op. cit., str. 363.

sudova na domaku je tretiranja sudova kao polijadičke relacije, koju nije sasvim jasno uočio, jer takav tretman proizlazi iz samih formula s kojima se služio i iz potrebe da ih svakako razlikuje od prethodnih vrsta, a da ipak nije znao navesti princip njihova razlikovanja. Osobito je takva tendencija prisutna kad spominje čitave sustave simultanih sudova u svojoj kritici Voigta,[180] ili teškoće oko učvršćenja broja tipova složenih sudova, kao i pitanje serije sudova.[181] Proizlazi da miješani sudovi izziskuju redukciju složenih sudova na disjunktivni zbir, u kojem je svaki pribrojnik konjunktivni sud. Na taj način on je zapravo dobio neekskluzivnu disjunkciju koja je vrlo značajna za logiku propozicija.[182] Smatra se da je primjena principa dualiteta dovela u računu propozicija do razvoja neekskluzivnih disjunkcija kao kombinacije konjunkcije i disjunkcije.[183] Čak se ističe, danas, da je princip dualiteta još više kongenijalan logici propozicija nego računu klasa,[184] pa se on doista susreće pretežno u tom dijelu problematike koji se odnosi na disjunkciju i konjunkciju.[185] Međutim, i stariji i mlađi logičari slažu se u tome da je Schröder otkrio taj princip, a Quine čak smatra da ga je i upotrijebio za konjunkciju i disjunkciju.[186] Još s većim pravom možemo kazati kako je već Nađ navodio i njegovu ograničenost. Operacije po principu dualiteta, kaže Nađ, ne mogu se uvijek izvesti, niti su jednoznačne, a to isto ustvrdio je i Quine.[187] Nađ je smatrao Schröderovo tumačenje »difuznim«, jer to nije uočavao,[188] i zato je osjećao potrebu za njegovim ograničavanjem, tj. za postavljanjem nekih pravila. Njegova zaključna misao u disertaciji upravo je tom pitanju bila posvećena, te je njegovo rješenje kojim privodi Schröderov princip dualiteta na geometrijsku recipročnost između presijecanja i projektiranja, bio pokušaj nabacivanja tzv. četvrtog i petog principa dualiteta koji su danas poznati među pravilima tog principa.[189] Stoga nimalo ne začuđuje što je preciznijim

[180] A. Nađ: »Dr. Andreas Voigt — Die Auflösung von Urtheilsystemen, das Eliminationsproblem und die Kriterien des Widerspruches in der Algebra der Logik, 1890«, *Rivista italiana di filosofia,* Roma, 1892, str. 127.

[181] Formula za seriju sudova $\alpha < \beta < \gamma \ldots \lambda$, ($\alpha$ je najmanji, a najveći sud λ) *Principi,* op. cit., str. 71, a problem serije ibid., str. 102.

[182] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 80. Osobito Quine ističe ovo, W. van Quine, op. cit., str. 62.

[183] To ističe J. Piaget, op. cit., str. 244-246.

[184] W. van O. Quine, op. cit., str. 62.

[185] Već kod Hilberta je to zamjetljivo, D. Hilbert, W. Ackermann, op. cit., str. 19-20.

[186] W. van O. Quine, op. cit., str. 59.

[187] A. Nađ: *Fondamenti,* op. cit., str. 3, W. van O. Quine, op. cit., str. 62.

[188] A. Nađ, ibid., str. 30.

[189] Odjeljak sa formulama

$$\pi \quad a_k = c_k$$
$$\Sigma \quad e_k = a_k$$

na 26. str. *Fondamenata,* podsjeća na četvrti princip dualiteta: shema S_1 implicira shemu S_2 samo ako dualitet S_2 implicira dualitet S_1, te na peti: sheme su ekvivalentne, samo ako su njihovi dualiteti ekvivalentni, W. van O. Quine, op. cit., str. 62.

tretiranjem principa dualiteta došao do otkrića neekskluzivne disjunkcije. Posebno značenje ima Nađeva tvrdnja da se koncepcija suda uklapa u teoriju vjerojatnosti.[190] U stilu računa propozicija, on tretira i nekategoričke silogizme. Razmatrajući kategoričko-hipotetički silogizam, Nađ ga jasno odvaja od kategoričkog, jer izričito tvrdi da se on ne temelji na relaciji pojmova nego na hipotetičkim sudovima.[191] Tumačenje se odvija na ovaj način: ako se sa α izražava sustav premisa, sa β zaključak, onda se svaki silogizam reducira na $\alpha < \beta$, tj. iz postavljene premise α deducira se zaključak β.

$\alpha < \beta$	To čita: ako je istinit α, istinit je β
$0 < \beta$	Nekad je α istinit
$0 < \beta$	Nekad je istinit β

i:

$\alpha < \beta$	To čita: ako je istinit α, istinit je β
$1 = \alpha$	α je uvijek istinit
$1 = \beta$	β je istinit

Iz načina čitanja formula proizlazi ne da je njegova simbolizacija dalje održavala nesavršenost formalizma tradicionalne logike, tj. dvovalentnog računa, nego dapače, tendenciju za novim, trovalentnim računom. Isti napor zamjećuje se i dalje kada traži klasifikaciju ostalih zaključivanja sa složenim sudovima. Tu grupu sačinjavaju hipotetički, konjunktivni i disjunktivni zaključci koje kombinira s figurama i modusima kategoričkog silogizma. Na primjeru barbara pokazuje hipotetički silogizam:

$$\begin{array}{l} \xi < \beta\gamma\delta \ldots \\ \alpha < \xi \\ \hline \alpha < \beta\gamma\delta \ldots \end{array}$$

Interpretacijom konjunktivnog silogizma Nađ dolazi na problem tautološkog značaja deduktivnog zaključivanja, što pokazuje i formulom:

x < bcd ...	To čita: ako je x b i c, i d i ...
a < x	a je x
a < bcd ...	a je b i c i d ...[192]

[190] A. Nađ: *Principi*, op. cit., par. 14.
[191] ibid., str. 144.
[192] ibid., str. 148.

Također je pravio ideograme za disjunktivni silogizam:

$$\begin{array}{l} x < b + c + d \ldots \\ a < x \\ \hline a < b + c + d \ldots \end{array} \text{ (ibid., str. 150).}$$

Doktrina o sistematičnim formama

U Principima pod naslovom »O sistematičnim formama« Nađ iznosi definicije sistematičnih formi i njihovu povezanost uz elementarne forme, o kojima je bilo dosada riječi. Sistematične forme znače misao u njezinu sadržaju, ali ne u pojedinačnom, nego u općem sadržaju, jer prvi pripada pojedinačnim znanostima. Riječ je o tipovima logičkih formi ispunjenim realnim terminima, kako kaže Nađ.[193]

Na forme pojma odnosi se doktrina definicije i divizije koja pokazuje istinu logičkih kvantiteta, tj. stvari i činjenica, uzetih kao realnih. Definicija pojma izraz je identiteta jednog pojma s produktom njegovih oznaka, stoga je sadržinsko određenje pojma sud konjunktivnog identiteta:

$$x = abc \ldots$$

Taj sud pokazuje da je sadržaj pojma produkt superordiniranih oznaka. Divizija je suma dijelova pojma, a vrši se sudom disjunktivnog identiteta:

$$x = a + b + c \ldots$$

Taj sud daje sumu subordiniranih elemenata i označuje opseg (ibid., str. 183—184). S produktom se definira individualni pojam, kategorije se definiraju tautologijom, dok se ništa može definirati na bezbroj načina s produktom bilo kojih međusobno disjunktivnih kvantiteta. Osim toga, Nađ navodi rezultate istraživanja definicije s obzirom na neodređen broj oznaka, iz *Sulla rappresentazione grafica* (50—56, 373—378 str.). Zatim iznosi formule za dvije forme koje ima svaka definicija, analitičku i sintetičku:

analitička forma

$$x = \pi a_i$$
$$i = 1$$

sintetička forma

$$\begin{array}{l} n \\ \pi \quad a_2 = x \\ \quad\; i = 1 \end{array}$$

[193] ibid., str. 179.

Prema njegovu mišljenju, već su skeptici definicijom smatrali izjavu što mislimo pod nekim nazivom koji je u upotrebi. Iako je razlikovao nekoliko vrsta definicija, ipak je posebice istakao realne i nominalne definicije, dajući izričitu prednost, za razliku od aristotelovske logike, nominalnoj definiciji, jer je držao kako su sve definicije prije svega nominalne.[194] Za logički račun uopće, a za logicizam posebice, definicija nema nikakvo značenje. To je očito u Rusella, koji je obnovom Antistenove teze pokušao sadržaj svesti na isključivu denotaciju, te je time problematika definicije eliminirana. Slično možemo reći i za Hilbertovu logiku, u kojoj ne možemo naći posebno poglavlje posvećeno definiciji. Ponovno aktualiziranje problematike definicije susrećemo obnavljanjem važnosti sadržaja u jezičnim logikama ili onima koje povezuju matematičku i jezičnu logiku.[195] Stoga Nađevo pridavanje važnosti tom problemu možemo ocijeniti ne kao ostatak aristotelovske logike nego kao intermedijarno povezivanje matematičke i jezične logike. Naravno da je uz to Nađ i diviziji pridavao određeno značenje smatrajući je vrlo značajnom za znanost. On se bavi pokušajima izražavanja savršene divizije u obliku jednadžbi, pa ih čak nalazi tri, te za dvije od njih tvrdi da sasvim zadovoljavaju takvom zahtjevu. Od osobite su važnosti za znanost, nastavlja Nađ, ponavljane divizije, tj. klasifikacije, a Jevonsov način klasifikacije smatra uvijek točnim.[196] On je također donosio pravila za definiranje i za diviziju, ali to su bila poznata, uobičajena pravila (ibid., str. 186—187).

U sustavnoj doktrini o sudu istinitost relacije »svojstava stvari i zakona činjenica«[197] obrazlaže doktrinom o dokazivanju koja potvrđuje istinitost suda, ukoliko je on dio ispravnih silogizama. Da bi bio β realan (zaključak), treba biti istinit α (sustav premisa), stoga se dokaz definira kao operacija dokazivanja realnosti jednog suda preko realnosti drugoga. Pri tome provodi istu razliku kao u tradicionalnoj logici među sudovima u dokaznom postupku: teza koju treba dokazati, dokazi i nervus probandi, ili silogistička forma što daje dedukciju teze iz sustava premisa koje sačinjavaju dokaze.[198] Serija dokaznih premisa mora se zaustaviti na jednoj propoziciji (sudu), a to je $\alpha^{(n)}$.

Serija:

$$\ldots \alpha'''' < \alpha'' < \alpha' < \alpha < \beta < \beta' < \beta'' \ldots$$

mora se zaustaviti na $\alpha^{(n)}$.

Propozicija na kojoj se dokazivanje zaustavlja najmanje je ekstenzije. Ako je $\alpha^{(n)}$ takav da je njegova istina evidentna, kaže se za njega da je aksiom. Postulat tumači kao postavljanje $\alpha^{(n)}$ kao istinitog, što se tek

194 ibid., str. 191.
195 Usporediti I. Copi, op. cit., str. 109-153, te Strawson, op. cit., str. 13-14.
196 A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 195, 197.
197 ibid., str. 181.
198 ibid., str. 199.

može potvrditi kao istinito zaključivanjem ili iskustvom. Prema tome, nije uveo identificiranje aksioma i postulata u modernom smislu riječi. U daljem tekstu iznio je formule i primjere za klasifikaciju vrsta dokaza: za sintetički i analitički dokaz; za direktni i indirektni dokaz. Nadalje iznio je pravila dokaza te pogreške; sofizme i paralogizme, služeći se Aristotelovom knjigom o sofističkim pogreškama i svojim prethodnicima Lindnerom, Cantonijem, Baineom, Whateleyem i Millom.[199]

Ustanovljujući motivaciju »povezanosti svojstava stvari i zakona činjenica«, rezultiralo je da se sustavno učenje o silogizmu odnosi na metodu,[200] tj. na znanost. U doktrini o metodi Nađ je obradio inventivnu, koordinativnu i ekspozitivnu metodu. Posebnu je pozornost svratio inventivnoj metodi, osobito indukciji. Premda je zamjećivao nedostatke indukcije i tretirao ih kao problem njezine opravdanosti, ipak njegova teorija nije bila toliko razvijena, što se moglo uočiti i po opsegu strana koje je posvetio tom pitanju.[201] Induktivnu metodu predstavio je kao inventivnu metodu, s obzirom na formiranje »univerzalija (opći principi, zakoni istine) polazeći od iskustva«.[202] Nađ ističe da se iskustvena danost ne prezentira kao univerzalni sudovi, jer se pojedinačne činjenice izražavaju u partikularnim i individualnim sudovima. Zbog toga je potrebna indukcija. Za nju je izradio formulu pomoću svojeg teorema o sumi. Ako je suma Σ jednaka s klasom a (kažemo »svi a su b«), napravili smo univerzalni sud savršenom indukcijom. Međutim, ako suma nije jednaka s klasom a, formirat ćemo induktivan sud s nekompletnim nabrajanjem »Svi a su b«, tj. nekompletnom indukcijom. Po njegovu mišljenju osobito je važna nekompletna indukcija koja je i najčešća. I induktivne sudove matematike ovamo uvrštava, a također nekompletan značaj pripisuje analogiji.[203] Tu je riječ o izražavanju stupnja manje ili veće vjerovatnosti, pa upotrebljeni sudovi nemaju kategoričku vrijednost. Stoga induktivna metoda vodi k hipotezi koja sama iziskuje da bude »verificirana, ili od slučajeva kojima je inducirana ili od onih u buduće«.[204] Nađ iznosi da moderni logičari razlikuju četiri stupnja induktivnog umovanja: 1. promatranje, 2. hipoteza, 3. deduktivno umovanje, 4. verifikacija. Prema tome, on je induktivno umovanje poistovjetio sa strukturom znanstvenog istraživanja, pa navedeni stupnjevi induktivnog umovanja približno odgovaraju pojedinim elementima znanstvenog istraživanja.[205]

Opravdavajući na ovaj način indukciju i pridajući joj čak veći značaj, jer ona zapravo involvira dedukciju, Nađ se ne suočava s problemom njezina opravdanja na način kao mnogi logičari poslije njega (Kneal,

[199] ibid., str. 200-202.
[200] ibid., str. 181, 202.
[201] Nađ piše samo od 204—211 str., Strawson čak od 300—341, a da se i ne spominje Max Black, koji samo u *Problems of Analysis,* Cornell University Press, 1954. piše od 157—225 str.
[202] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 204.
[203] ibid., str. 207.
[204] ibid., str. 208.
[205] Usporediti G. Petrović, op. cit., str. 220—221 i Nađ, ibid., str. 209.

Reichenbach, Wisdom). On je zapravo eliminirao taj problem, kao što to čini Black, jer opravdati indukciju, značilo bi eliminirati rizik, što je nemoguće.[206] Indukcija ostaje postupak znanstvenog istraživanja koje je okarakterizirano ograničenjem rizika, a ne njegovom eliminacijom. Ta instrumentalistička orijentacija u tumačenju indukcije (počinje od Peircea) ostaje na razini principa vjerojatnosti i ne zahtijeva nikakvo kauzalističko osiguranje. Nađ je bio blizak upravo takvom shvaćanju, što osobito upadljivo dolazi do izražaja u njegovim prigovorima Millovoj koncepciji indukcije, koja je bila podložna kauzalističkoj interpretaciji. Drugi je princip na koji se poziv1je Nađ. To smo već dosada uočili, a o njemu će još podrobnije biti riječi kasnije. On mu je upravo dopustio da pet Millovih pravila o uzroku okarakterizira ne samo kao ona koja nisu jedino moguća sredstva eksperimentalnog istraživanja, nego i da nemaju drugu do relativnu i ograničenu vrijednost.[207]

Može se zaključiti da je poglavlje o sustavu forme otkrilo Nađevu matematičku logiku kao anticipatora induktivne logike koja je postala ciljem logičkog empirizma tek u njegovoj najplodonosnijoj fazi prevladavanja vlastitog pandeduktivizma. Osim toga, stječemo uvjerenje da se Nađ sve više odalečivao od osnovnog promašaja logicizma i ekstremnoga logičkog empirizma — od uvjerenja da je logika područje nužnih istina.

Pretežno kao samostalan mislilac Nađ je sudjelovao u dovršenju teorije klasa; bavio se i problemima propozicijskog računa; čak je anticipirao kasnije korekture negativnih konzekvencija logicizma i logičkog empirizma; matematičku logiku nije shvatio kao pandeduktivizam, nego ju je usmjeravao k induktivizmu, te je upozorio i na nematematičku logiku. Ali je gdjekad suvišna akcentuacija logike klasa blokirala nove intencije, pa su neke neklasne interpretacije išle u prilog logicizma. Iako je Nađ raspolagao istim mogućnostima kao Russell, ipak se desilo da su neki rezultati logicizma bili uspješniji.

Kompletiranje teorije klasa Nađ je izveo kao učenik Schröderov, ali i kao samostalan mislilac, koji je čak svojeg učitelja korigirao. U tom pogledu ostaje i danas aktualnim njegov studij principa dualiteta. No, svoju koncepciju o klasama razvio je i kao Peanov učenik prethodeći u tome Russellu, i nadmašivši njegovu teoriju tipova koncepcijom stupnjeva koja je i te kako aktualna u suvremenoj algebri logike. Njegov prinos kompletiranju teorije klasa odnosio se na definiranje entiteta, pojma kao klase, na operacije s klasama koje su po svojoj interpretaciji ne samo ulazile u dvovalentnu logiku, dovoljnu za konačne skupove, tj. za tumačenje stare matematike nego su često prelazile u viševalentnu logiku koja je bila prikladnija za beskonačne skupove, tj. za interpretaciju nove matematike. Služio se principom složenosti propozicija kao osnovnim kriterijem za podjelu zaključivanja, karakterističnim za pro-

[206] M. Black, op. cit., str. 188—189.
[207] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 211.

pozicijski račun, što je pridalo klasnim operacijama propozicijsko značenje — množenju značenje konjunktivne afirmacije, a zbrajanju značenje disjunktivne afirmacije. Iako je njegova algebrizacija bila semialgebrizacija, ipak je takva koncepcija matematičke logike otvarala mogućnost multialgebri, a poseban prinos tome predstavljalo je Nađevo napuštanje osnovnih aksioma logike koje je unaprijed eliminiralo osnovni zahtjev logicizma, pa i logičkog empirizma — svesti matematiku na logiku. Treća logička vrijednost — vjerojatnost za Nađa je postala temeljnom, jer je indukcija involvirala dedukciju. Identificiranje indukcije s istraživačkim znanstvenim procesom posebno je pogodovalo afirmaciji samostalnosti tog procesa.

Međutim, Nađeva logika ima i svojih ograničenja: to je, najprije, popuštanje najmarkantnijoj negativnoj logicističkoj tendenciji — identifikaciji matematičke logike s logikom u cjelini — koja je bila u kontradikciji sa svim prethodno istaknutim pozitivnim nastojanjima. Kao Peirceov učenik, Nađ je mogao da razvije problematiku koja se smatra najvećim uspjehom logicizma — logiku relacija u smislu specijalnoga užeg problema logike. Ipak, Nađ je problem relacija razvijao samo kao opću, a ne kao specijalnu teoriju, pa je to tragom Peircea i Schrödera izveo Russell.

Proizlazi da Nađeva logistika nije više stara algebra logike, ali da joj isto tako ne pridaju bitno obilježje logicističke tendencije. Stoga se može odgovoriti na Tacconijevu kvalifikaciju Nađeva pothvata: to nije logicizam. Ako hoćemo riješiti dilemu postavljenu u naslovu, onda možemo kazati da Nađ svojim zauzimanjem središnjeg mjesta između Schrödera i Peana, s jedne, te Russella, s druge strane, ne ulazi u zatvoren logicistički pravac, nego u algebru logike, u smislu suvremene algebre kao otvorene logike.

Nađeva matematička logika, dapače, toliko je razvojno otvorena koncepcija logike, da iako eksplicitno nije, ipak je implicitno dopuštala jednu nematematičku logiku, što će biti predmet daljeg izlaganja.

IDEALNI JEZIK ILI MNOGOVRSNI JEZICI

Iako je sermonistička znakovno-jezična orijentacija u zapadnoevropskoj logici starija od formalne, Aristotelove logike, ipak je ona dospjela u obzor interesa tek u našem vremenu. Sermonistička logika ima čak svoj razvojni kontinuitet: započinje sofistima i eristima, nastavlja se preko stoičko-rimske filozofije (Boetius, Ciceron) i srednjovjekovne okamističke škole, da bi preko Hobbesa, zatim Peircea, Ogdena, Richardsa, poljske semantike i Morrisove semiotike, doprla do naših dana.

Može se tvrditi da je Aristotelova logika, uz ostalo, bila također i logika jezika. Međutim, identičnost misli i riječi (πρότασις, propositio, identičan sa ἀπόφανσις, enuntiatio), kao pretpostavka takve interpretativne mogućnosti, odgovarala je zapravo Aristotelovom miješanju jezične interpretacije logike s paradigmom matematike i njegovom metafizikom, te je Aristotelovoj logici u cjelini oduzimalo veće logičko-jezično značenje. Paradigma matematike i metafizika potisnule su u pozadinu jezičnu orijentaciju, a gramatički karakter te logike zadržao se jedino u tretiranju logičkog odnosa kao veze subjekta i predikata. Drugi motivi te logike vodili su naglašavanju nužne povezanosti ideje i stvari, pa je upravo takvo postavljanje ideje između riječi i stvari oduzelo konvencionalni karakter samom odnosu riječi—govora i misli, koji je bio od velikog značenja za sermonističku logiku, koja postavlja u središte razmatranja znakovnu i semantičku problematiku. Osnivač moderne semiotike Morris zapravo je preuzeo Peirceovu koncepciju logike kao opće teorije znakova uz koju je matematička logika studij znakova određenog jezika. To i Carnap prihvaća u svojoj kasnijoj fazi kad je preuzimao Morrisovu semiotičku podjelu svojom tvrdnjom da je za pragmatiku i semantiku postavio temelje Peirce.[208] Kako je Nađ izvanredno cijenio anglo-američku školu, a posebice Peircea, može se pitati je li i u tom smjeru utjecala ta škola na njega, tj. da li kod njega postoji neki afinitet prema jezičnoj problematici.

Elementarne forme o kojima Nađ raspravlja u prvom dijelu svojega najvažnijeg djela *Principi* smatra takvim tipovima logičkih formi koje se odnose na bilo koji govor, pa i onaj obični.[209] To bi svakako potvrdilo pretpostavku da je Nađeva logika jezično impostirana. Međutim, problem nije tako jednostavan kao što se isprva iskazuje, jer se Nađ eksplicite ograđuje od bilo kakvog zalaženja u semantičko područje, zato što »logika ne izučava misao kao značenje riječi, poput lingvistike«[210] ili još odlučnije kad kaže da distinkcije pojmova na jezičnoj osnovi »nisu za logiku važne«.[211] Sve to pokazuje da će se Nađ opet naći između formalno-logičke orijentacije čija je kulminacija teza o idealnom jeziku logicizma i logičkog empirizma i jezične orijentacije, koja kulminira u tezi o mnogovrsnosti jezika, postuliranoj već od Peircea, a forsiranoj po semantici, Wittigensteinu i Carnapu iz njihove druge faze. Takvo Nađevo osciliranje ne bi smjelo umanjiti eventualni značaj njegovih jezičnih preokupacija, jer je slična dvostrukost prisutna i kasnije u neopozitivističkom krugu. Jezični problem javlja se kao potreba analize jezika najprije kao poziv na redukciju raznolikosti svijeta na njegove elemente, odnosno kao prevođenje različitih jezičnih upotreba na idealan jezik (Russell, Whitehead, Wittgenstein). U *Principia* Russell i Whitehead su težili za tim da postignu idealan jezik, koji se oslanjao na tri od četiri Russellove osnovne teze o jeziku: 1. jezik je složen od rečenica, 2. simboli (sastavni dio rečenica) znače činjenice koje čine rečenice istinitim ili laž-

[208] R. Carnap: *Fondamenti di logica e matematica*, op. cit., str. 7.

[209] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 208.

[210] ibid., str. 11—12.

[211] ibid., str. 24.

nima, 3. činjenice treba izravno spoznati da bi se shvatili simboli.[212] Za svaki obični predmet potrebna je jedna riječ, a njihovom kombinacijom dobiva se složenost stvari. Gledano s tog stanovišta, Russellu je moglo rezultirati da *Principia* mogu biti savršen jezik, kad bi se njegovoj sintaksi dodao još rječnik.[213] Doduše, Russell je kasnije priznao manjkavost takve koncepcije jezika, zasnovane na atomističkom shvaćanju svijeta, koja može pridavati samo važnost imenima, a ne i relacijama.[214] Međutim, tu koncepciju jezika prihvatio je Wittgenstein, i ona je postala odlučujućom pretpostavkom neopozitivizma. Wittgenstein je u *Tractatusu* samo ponavljao u duhu atomizma identitet termina i činjenice te rečenice i kompleksa objekata,[215] pa je tako osnovom njegove koncepcije jezika u prvoj fazi bio identitet svijeta kao totaliteta činjenica s jezikom kao totalitetom rečenica. Jezik je, opet, shvatio u duhu Russellova realizma kao manifestaciju onoga što jest, pa je stoga morala ostati aktualnom logicistička teza o reduciranju nesavršenog metafizičkog jezika na savršen jezik.[216]

Kao konzekvencija toga logicističkog programa javlja se neopozitivistički zahtjev razgraničenja između materijalnog i formalnog jezika (Carnap), koji kulminira u fizikalističkoj koncepciji, koju je promovirao Carnap, iako je njegova pretpostavka bila mnogovrsnost jezika koju je kasnije osiguravao principom tolerancije, ali bez uspjeha, jer su njega ponajprije zanimala pravila koja su vrijedila za bilo koji jezik, tj. izgradnja logičke sintakse jezika. Ona potiskuje pretpostavku o mnogovrsnosti jezika, jer se idealan jezik opet javlja kao cilj, i to u formi generalizirane simboličke formulacije matematike, ponajviše Hilbertove. U još ukrućenijem obliku ponavlja tezu o idealnom jeziku Neurathov fizikalizam. Po tome, proizlazi da se svi znanstveni iskazi moraju reducirati na fizikalno-matematičke iskaze, tj. logičko-matematičke tautologije. Logička sintaksa jezika imala bi odlučujuće značenje u izgradnji znanstvenog jezika. Međutim, kad se pristupilo realizaciji tog programa, spotaklo se o problem raznovrsnosti znanstvenih jezika, pa se koncepcija o mnogovrsnosti jezika pojavila kao primarna pretpostavka čija je nezaobilaznost uzrokovala autodestrukciju logicističke doktrine. Tako se aktualizirala drugačija analiza jezika do koje je Wittgensteina u njegovoj drugoj fazi dovela ontološka pretpostavka iz njegove prve faze. Naime, u *Tractatusu* svijet činjenica bio je tumačen kao slučajan, a ne nužan pa je sasvim nekonzekventno nužnost ostala za logiku i matematiku. Konzekventno je bilo očekivati da će Wittgenstein eliminirati nužnost i s tog područja, što se i desilo. Dosljedno tome, tezu o jednom jeziku zamijenila je doktrina o mnogovrsnosti jezika. No, kako je Wittgenstein

[212] N. Abbagnano: *Storia della filosofia, III,* op. cit., str. 721—724.
[213] ibid., str. 722—723.
[214] ibid., str. 723.
[215] ibid., str. 738—739.
[216] L. Wittgenstein: *Tractatus logico-philosophicus,* V. Masleša, Sarajevo, 1960, str. 53 (3.325).

kategoriju nužnosti zamijenio pogrešnom kategorijom — slučajnosti, nova koncepcija je postala eklektički konglomerat nespojivih teza. Različite teze: jezik je slobodna igra, jezična upotreba i egzistencijalno sredstvo, koje pripadaju različitim teorijama o jeziku, — konvencionalističkoj i instrumentalističkoj — pokušao je koncentrirati oko dominantne misli o jeziku kao igri. Stoga je ona sadržavala temeljitu protivurječnost: nastanak jezične igre zasniva se na pukoj samovoljnosti slučaja, ali kad je jednom nastala, ona ima svoja pravila koja imaju isti deterministički značaj kao u svim konvencionalističkim teorijama, počevši od najstarije, stoičke. Samosvrha jezične igre vodi zapravo nesavladivoj heteronomiji jezika, među kojima se uopće više nije moguće snaći, niti im se mogu naći neke zajedničke relacije. Zato je jalovo svako nastojanje filozofije da između igara postavi neki red, jer ona nema što da razjašnjava niti kompletira.[217] Filozofija je opet posao koji je ostao bez posla, jer u prethodnoj fazi Wittgenstein joj je ostavio mističku šutnju, a sada je proglašuje za bolest od koje se treba izliječiti. Doduše, on pokušava odstupiti od logicističke ideje o idealnom jeziku, ali ne uspijeva potpuno. Idealni jezik treba tražiti u samoj realnosti, pa analiza jezika nema svrhu da usavrši jezik, nego samo da ga opiše, jer je on najbolji kakav jest.[218] Prema tome, Wittgensteinova koncepcija o mnogovrsnosti jezika nije uspjela, jer je pod utjecajem samovoljnosti slučaja prevladao beskriterijski princip anarhije. Ipak je Wittgenstein utjecao na razvitak drugačijeg pojma analize nego što je bio neopozitivistički, ali jednom svojom sporednom misli o dnevnoj upotrebi riječi,[219] koja je bila oprečna glavnoj ideji o jezičnim igrama. Tako se pojavila analiza jezika oksfordske škole, koja aktuacijom te ideje također obnavlja zahtjev prijašnje analize jezika o pročišćenju svakodnevnog jezika od neodređenosti i sumnji. Međutim, da bi se adekvatno razvila teza o jezičnoj upotrebi, ona pretpostavlja jednu drugu tezu: o instrumentalnom značaju jezika, koju je kao osnovnu pretpostavku za tumačenje jezika još Platon u svojem *Kratilu* suprotstavio dvjema teorijama o jeziku — konvencionalnoj i realističkoj (prirodnoj) teoriji. To oksfordska škola nije izvršila, pa se zato perpetuira pogreška, svojstvena neopozitivizmu: isprepletanje konvencionalističkih i realističkih teza koje učvršćuju nužnu vezu riječi i onog na što se one odnose, ne može izbjeći tretiranje jezika kao nepogrešivog koji se, zapravo, i ne može korigirati. Jednom rječju, u objema koncepcijama prisutna je kategorija nužnosti, koja ne može nikako dovesti do opravdanja razvojnosti, promjenljivosti i ispravljivosti jezika, nego ga uvijek ukrućuje, bilo kao idealni ili svakodnevni jezik. Zato obje vrste analize jezika nisu uspjele izbjeći njima svojstvene ekstreme: neopozitivizam je vodio ispraznoj logomahiji, a oksfordska se škola izgubila

[217] L. Wittgenstein: *Filosofska istraživanja,* Nolit, Beograd, 1969, str. 89 (od 132—133).

[218] ibid., str., 88 (124), str. 84 (101).

[219] ibid., str. 60 (43).

u trivijalnostima, koje je vrlo duhovito ironizirao Marcuse.[220] Evropski logički empirizam nije uspio postaviti na adekvatne temelje problematiku jezika, osim kasnog Wittgensteina, ali koji je površno i nasumce spomenuo jezik kao instrument.[221] A istom je instrumentalistička teorija o jeziku proizašla iz drugoga kategorijalnog horizonta — pojma mogućeg, koji je Wittgenstein tako uzalud tražio. Osim termina instrument, za instrumentalističku teoriju važni su još termini upotreba i izbor. Nakon Platona ponekim od tih termina pridavali su značenje u vezi s teorijom jezika Leibniz, Herder, Humboldt, Peirce, pa i Marx. Po toj teoriji jezik je upotreba intersubjektivnih znakova.[222] Jezik je instrument, jer se formira prilagođujući se svrsi zajedničkog djelovanja ljudi koje iziskuje njihovo sporazumijevanje.[223] Intersubjektivnost je sadržana u sposobnosti sporazumijevanja, a upotreba se temelji na mogućnosti izbora i kombinacije znakova.[224] Izbor se ravna u smislu efikasnosti komunikacije koju iziskuje zajedničko djelovanje. Zbog toga jezici nisu savršeni, jer manje ili više odgovaraju svojoj svrsi, pa je griješenje, kao i mogućnost ispravki, sastavni dio tako pojmljenog jezika. Na tome se jedino i može temeljiti uvođenje kritike i kritičnosti, te mogućnost same promjene jezika.[225] Takav pojam jezika zapravo je usvojen u modernoj lingvistici, a logika je tek na putu da ga prihvati.

Zato je osnovno utvrditi kojem je od tih pravaca Nađ najbliži: konvencionalnom, prirodnom ili instrumentalističkom.

Traženje odgovora može započeti od njegove riječi *universe of discourse*. De Morgan i Boole uveli su taj termin za označivanje ekstenzije polja u kojoj se nalaze svi predmeti našeg govora. On se upotrebljava u logici klasa, kao i u logici propozicija i relacija, no danas se više ne upotrebljava u tom smislu. Nađ ga upotrebljava nekoliko puta u oba smisla, osim toga preko tog termina saznajemo njegovo stanovište o jeziku. U *Principima* taj termin označuje klasu veću od svih klasa koja sadrži sve predmete koji se razmatraju, pa je tu riječ o klasnom pojmu

[220] H. Marcuse: *Čovjek jedne dimenzije,* V. Masleša, Sarajevo, 1968, str. 166—167.

[221] L. Wittgenstein: *Filosofska istraživanja,* op. cit., str. 47 (donekle 11) i odredenije str. 185 (569).

[222] N. Abbagnano: *Dizionario di filosofia,* op. cit., str. 526.

[223] Vrlo je karakterističan Marxov stav u »Njemačkoj ideologiji«, K. Marx, F. Engels: *Rani radovi,* Naprijed, Zagreb, 1961, str. 352.

[224] Mogućnost izbora znakova se javlja kao jezična institucija, kao mutacija ili korektura.

[225] To ne mogu opravdati ni konvencionalistička koncepcija jezika, a ni naturalistička. To je očito u Schaffovim pokušajima: konvencionalni govori, tj. umjetni jezici uvijek se tvore na bazi tzv. prirodnih jezika, tj. historijsko-društveno konstituiranih, A. Schaff: *Uvod u semantiku,* Nolit, Beograd, 1965, str. 79. Njegova je pretpostavka teorija prirodnih jezika koja promjenljivost jezika ne može opravdati. Drugi promašaj je u tome što on pretpostavlja identitet prirodnih jezika s historijsko-društvenom konstitucijom. A to povlači za sobom rješavanje pitanja identiteta tzv. prirodnog toka i historijsko-društvenog (da li je to nediferencirani stihijski proces, ili odrazni, kauzalni itd.). Kako Schaff to ne rješava, pretpostavka od koje polazi nije obrazložena.

univerzuma govora,[226] ili, kako kaže, matematičko-logičkom terminu, kojim se apstrahira i stiže do univerzalnijeg pojma nego što je kategorija.[227] Propozicijsku upotrebu imao je taj termin kad je Nađ imao na umu disjunktivne i konjunktivne operacije.[228] Međutim, Nađ na sasvim istovjetan način upotrebljava taj termin, kao što se to danas čini kad se imaju na umu određeni krugovi našeg razmatranja što sačinjavaju kao skup termina i propozicija područje dane discipline.[229] Naime, Nađ kaže da je univerzum govora »jednostavno zbir svih pojmova koji ulaze u određene krugove naših razmatranja, npr. ako se radi o zvukovima, univerzum govora bit će svi pojedini zvukovi koji formiraju sferu općeg pojma zvuk, a za broj je opći pojam kvantiteta«.[230] Za naše pitanje vrlo je indikativno da Nađ razlikuje različite univerzume govora. Osim toga, on priznaje i običan, govorni jezik.[231] Dakle, njegova pretpostavka jest mnogovrsnost jezika: običan jezik i različiti drugi jezici. Za običan jezik misli da vrijedi logika o elementarnim formama. Jezik logičkog računa predstavlja ovako: to je »direktno izražavanje pojmova i njihovih odnosa pomoću odgovarajućih simbola, nezavisno od posebnosti i varijacija jezika«.[232] Nameće se pitanje je li taj univerzalni jezik upotrebljiv u svim znanostima. Dosada smo se uvjerili da je Nađev logički račun pokušaj formalizacije matematičke teorije, to je formalizirani jezik teorije skupova koji treba logičku sintaksu, kao što je to slučaj sa svim formalizacijama matematike u neopozitivizmu. Sintaksa ima svoja pravila, a po Carnapu to su pravila transformacije koja se odnose na logičke znakove (konstante i varijable) i ukupno ih ima četiri.[233] Nađev je račun zadovoljio nekim od tih pravila: pravilima formacije i inferencije, a sadržao je i neke osnovne aksiome. Izlaganja prvog dijela to su pokazala. Međutim, za konstrukciju formaliziranih jezika potrebna su i semantička pravila, nakon otkrića poljske semantike i pošto ju je prihvatio Carnap. Nađev formalizirani jezik teorije skupova identificirao se sa sintaksom, no ni Carnap, čak ni u svojoj drugoj fazi, nije sasvim jasno razgraničivao ta dva sustava, jer je zahtijevao velik izomorfizam između njih.[234] Stoga ne treba da začudi Nađevo eksplicitno otklanjanje semantičkog pitanja: logika ne proučava misao kao značenje riječi. No, ipak se mogu susresti u njegovu izlaganju baš takva pitanja. Prije svega, termin biće, entitet ili element, koji on često upotrebljava, uključuje određenu semantičku dimenziju koju on ne može izbjeći. Osobito je drugi dio njegove glavne knjige sav otvoren semantičkim traženjima, jer je tu zaokupljen kako sam kaže, mišlju u njezinu sadržaju uopće i formama

[226] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 31.
[227] A. Nađ: »I primi dati della logica«, op. cit., str. 59.
[228] A. Nađ: *Fondamenti*, op. cit., str. 25—26.
[229] G. Preti u N. Abbagnano: *Dizionario di filosofia*, op. cit., str. 878.
[230] A. Nađ: *Principi*, op. cit., str. 45.
[231] ibid., str. 12.
[232] ibid., str. 4.
[233] R. Carnap, *Fondamenti di logica e matematica*, op. cit., str. 30, 15.
[234] ibid., str. 30.

ispunjenim realnim terminima.[235] Tako je morao uočiti da se ta njegova razmatranja odnose na znanost, a ne samo na matematiku, te da se jezik tog razmatranja razlikuje od posebnoga, znanstvenog jezika. Drugim riječima, njemu se nameće razlika koja će se kasnije tako precizno nazvati jezik—objekt i metajezik, razgraničenje C-sustava i S-sustava. Cijeli drugi dio njegovih *Principa* može se tretirati kao raspravljanje koje se razvija na jednoj nepreciziranoj meta-jezičnoj ravnini. On najprije tvrdi da su sve definicije nominalne i da zavise od jezika koji se upotrebljava.[236] Približno bi ta misao mogla privesti metajezičnom zahtjevu da se deskriptivni znakovi podjele na imena i predikate; prvi označivaju stvari, a drugi svojstva. Nađ nešto slično i spominje pri kraju tog dijela kad kaže da u znanosti uvijek treba razlikovati sustav pojmova koji se uvijek odnose na jedan objekt (ibid., 203), i da se njihovo sređenje postiže, s jedne strane, privođenjem »individua« (stvari), a s druge svojstava.[237] Kako je po Quineu, logička semantika još samo teorija referencije, a manje teorija značenja, to je za nju od osnovne važnosti problem implikacije.[238] Implikacija je prisutna i kod Nađa u ovom kontekstu, kao korelacija kauzalnog podvrgavanja, što daje pravo da se veza sintakse i semantičkog područja u Nađa shvati u duhu stroge izomorfnosti, koja ograničuje dimenziju značenja na račun formi. Sve bi to išlo u prilog tvrdnje da je opet logicizam jače izražen, da logička sintaksa potiskuje semantiku, a matematički jezik opet zadobiva univerzalni opseg. No, onda slijedi iznenadna Nađeva tvrdnja koja demantira pretpostavljeno: sve to vrijedi samo za teoretske znanosti, ili, kako ih on još zove, spekulativne, a ne za deskriptivne, tj. praktične znanosti.[239] Prema tome, iznazito postavljena sintaksa i blijed nacrt semantike tiču se formalizacije samo teoretskih znanosti. Ako ne vrijedi za deskriptivne znanosti, matematički jezik prestaje biti idealan jezik, idealan za sve znanosti. No, moglo bi se prigovoriti da takva podjela jedino govori o oštrom razgraničenju tih znanstvenih područja i o njegovu neuspjehu da univerzalno primijeni princip do kojega mu je stalo, a taj je svestrana upotreba logičkog računa. Naime, zaključak je tog dijela da logički račun nije svuda jednako upotrebljiv, da je manje upotrebljiv na području deskriptivnih znanosti. Mi tako možemo shvatiti taj dio, ako zamijetimo da Nađev zahtjev za tom razlikom zahtijeva samo to da se ne zloupotrebi formalizacija tamo gdje joj nije mjesto, a da joj može biti mjesto i na području deskriptivnih znanosti, ali manje, što nam pokazuje tekst o idealnom jeziku za kemiju.[240]

[235] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 179.

[236] ibid., 191.

[237] ibid., str. 212.

[238] W. van O. Quine: *From a Logical Point of View,* Cambridge Mass, 1952, VII 1, II 1.

[239] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 204.

[240] A. Nađ: »Lo stato attuale«, op. cit., str. 315.

U svakom slučaju svuda je prisutna teza o mnogovrsnosti jezika, da ne mogu biti svi jezici formalizirani, te je prilično jasno izražen jedan zahtjev za formalizacijom jezika, dok je drugi, koji se odnosi na semantiku, manje određeno postavljen. Sve to ide u prilog tvrdnji da su Nađeva razmatranja involvirala unaprijednu korekturu logicizma i logičkog empirizma, što se tiče idealnosti jezika. Međutim, postoje i oni tekstovi koji navode na analogiju s Wittgensteinovom koncepcijom jezika kao logičke slike svijeta iz njegove prve faze, koja također ide u prilog tezi o jednom jeziku.

Raspravljajući o paralelizmu predmeta, ideje i znaka, Nađ iznosi da se ta misao može sresti već u Kineza (Konfucije), da je nju pretpostavljao Leibniz,[241] također i Hobbes, a izgradila ju je anglo-američka škola.[242] Dakle, riječ je o teoriji znaka, karakterističnom problemu za semantičku dimenziju mišljenja. Tu teoriju suprotstavio je Schleiermacherovoj i Trendelenburgovoj obnovi aristotelovske teorije adekvacije. Kao u svakoj semantici, tako su i u Nađevoj koncepciji prisutna tri karakteristična elementa: predmet, značenje i znak. Za prvo tvrdi da je izvanjski predmet, značenje tumači kao mentalnu sliku predmeta, a za znak kaže da je riječ, znak spomenutih slika koji se odnosi na izvanjski predmet.[243] Zanimljivo je to da smatra kako u vezi s tim problemom nisu važne gnoseološke rasprave. Pitanje se sastoji u tome postoji li jedinstvena korespondencija između termina (riječ koja se upotrebljava za znak), ideje (riječ za značenje) i objekta (riječ za predmet), tj. odgovara li jednom terminu ili ne jedna ideja i obratno, te odgovara li toj ideji objekt i obratno? Nađ iznosi da je taj problem već od Aristotela prisutan kod većine logičara, ali da je za njega posebno zanimljiv najstariji odgovor u indijskoj logici Nyâyâ,[244] koji je dobio svoju noviju i kompletniju verziju u radovima Milla, Baina, Jevonsa i Schrödera.[245] Indijska logika je dala ovo rješenje: 1. iskazivanje, »uddês'a« (fiksiranje riječi), 2. definicija, »lakchan'a« (fiksiranje ideje), i 3. tumačenje, »parikcha« (fiksiranje predmeta). Njemu se čini da bi u duhu skolastičkih rasprava to rješenje odgovaralo konceptualizmu. Njegova je teorija dala rješenje najprije za prvi semantički element — fiksiranje riječi. On započinje od misli da bi svatko rado prihvatio zahtjev o uspostavljanju jedinstvene i recipročne korespondencije imena i imenovanih predmeta. Međutim, treba imati na umu zadaću logike, koja se odnosi na postupke usmjerene na istinitost: »A kako se istina sastoji u tvrdnjama koje izražavaju relacije među idejama, razjašnjenim u njihovom realnom značenju, tj. kao relacije među izvanjskim predmetima, k tome odjevenim u jezične izraze propozicije u kojima su na određen način

[241] A. Nađ: *Fondamenti,* op. cit., str. 2,27.
[242] A. Nađ: »I primi dati della logica«, op. cit., str. 44.
[243] ibid., str. 45.
[244] A. Nađ: »Il Nyâyâ e la logica aristotelica«, *Rivista italiana di filosofia,* Roma, 1889.
[245] A. Nađ: »I primi dati della logica«, op. cit., str. 46.

ujedinjeni termini (imena), prirodno je da se ta imena uvijek moraju odnositi na odgovarajuće i određene objekte. Ako bi se morali odnositi na druge ideje i na druge objekte, propozicije bi mogle biti u jednom smislu istinite, a u drugom ne.«[246] Iz prethodnog se lako zaključuje da je glavna ideja paralelizam termina i predmeta, a to je stanovište toliko tipično za Wittgensteinov logicizam. U to nas još više može uvjeriti prisutnost i druge wittgensteinovske misli — najveći niz konfuzija nastaje zbog različitog značenja iste riječi, što odmah evocira Wittgensteinov zahtjev da se na svaku stvar treba odnositi i odgovarajuće ime. Pretpostavka su svih navedenih izvođenja Wittgensteinova koncepcija jezika kao logičke slike svijeta. Prema Wittgensteinu, ništa se ne da izraziti što nije činjenica. Rečenicom se izražava činjenica, i ona je njezina slika, ne kao kopija, nego kao logička slika koja je predočivanje jedne od mogućih formi kombinacije objekata što sačinjavaju činjenicu. Zapravo se ovdje neprimjetno zamijenila jedna teza s drugom: identitet predmeta i imena te njihova razlika, isto su. Kako i Nađ upotrebljava termin »slika«, javlja se pitanje kakvo mjesto on ima u vlastitom Nađevom kontekstu, a kakovo u relaciji s prije spomenutim Wittgensteinovim stavovima.

Za Nađa je problem identiteta imena i predmeta dvostruko pitanje: a. odnos riječi i slike, b. odnos slike i predmeta. Raspravljanje prvog aspekta tog problema vodi ga razmatranju sinkategorematičkih riječi, kojima ne odgovara nijedna slika, jer su one samo dio imena (prilozi, pridjevi). Osim toga, on razlikuje homonime, riječi kojima odgovaraju različite slike, zatim i obratni slučajevi, postoje slike kojima ne odgovara nijedna riječ, dok se za velik broj slika mora upotrijebiti više riječi odjednom (npr. sadašnji kralj Sijama).[247] Nekim pak slikama odgovaraju različite riječi (sinonimi). Sve to, kao i konfuzije, paradoksi i sofizmi upućuju na to, kaže Nađ, da između riječi i slike nema fiksne korespondencije.[248] Iz svega proizlazi da Nađ nije usvojio staro realističko ili naturalističko gledište, da između riječi i misli postoji prirodni odnos identiteta, a taj mora odgovarati predmetima. Na njemu se izgradila formalna logika, područje nužnih istina. Sermonistička logika taj problem rješava konvencionalizmom. Kako ga rješava Nađ? Konfuzije se mogu izbjeći, misli on, ako se kategorematičkim terminima smatraju imena, a riječi s dva ili više značenja treba tretirati kao dvije ili više riječi koje treba označiti odgovarajućim indeksima. Imena treba dijeliti na monomna (ime koje se sastoji od jedne riječi) i na plurinomna (višerječna imena). Sinonimnost ne treba shvatiti kao jezični nedostatak, nego kao obilje. Međutim, može biti korisno reduciranje sinonima radi izbjegavanja konfuzije. No, kaže on, takve konvencije mogu vrijediti za pojedinačna istraživanja kojima je prijeko potrebno održavanje

[246] ibid., str. 47.
[247] ibid., str. 49.
[248] ibid., str. 48, također i u »Lo stato attuale«, op. cit., str. 14—315.

čvrste korespondencije riječi i slike.[249] Tu je on upozorio na potrebu reduciranja grešaka, što se postiže fiksiranjem termina. Takav je zahtjev jače izražen u znanosti i on se ostvaruje konvencijom. Prema tome, apsolutnu točnost i nepogrešivost koju apostrofira naturalistička interpretacija, on nije prihvaćao, pa to i detaljnije obrazlaže. Riječ kojoj odgovara određena mentalna slika, ne evocira uvijek istu mentalnu sliku, jer je sâm identitet misli s drugom »nešto sasvim relativno«, zbog različitih psihičkih i fizioloških stanja čovjeka. Identitet slike sastoji se u *izvjesnoj* sličnosti s nečim što se prije predočivalo, pa je to često parcijalna i simbolička slika. Stoga uopće nema smisla za logiku dulje zadržavanje na pojmu identiteta riječi i slike.[250] Problem je riješen konvencijom. Ipak tu nije riječ o konvencionalizmu, o čemu ćemo govoriti kasnije. Što je osobito važno ni u kom slučaju nije riječ o logicističkom ili logičko-empirističkom putu, jer bilo koja upotrijebljena varijanta naturalističke teorije ili vrsta konvencionalizma, ne može sadržati kao afirmativnu tezu o pogrešivosti jezika, koju Nađ izričito prihvaća. Međutim, Nađ ipak ističe da je za njega drugi aspekt tog problema važniji, tj. odnos mentalne slike i predmeta. Osim što jednoj mentalnoj slici može odgovarati jedan realan predmet, moguće je i to da nekima ne odgovara nijedan. U posljednjem slučaju odgovarajuće je ime u odnosu prema realnosti »flatus vocis«, a mentalna slika, kako je sasvim fantazijska, može se zamisliti kao moguća ili je u smislu istinitosti nezamišljiva, tj. sebi kontradiktorna. No, postoje i one slike kojima odgovara više predmeta; zatim je moguće imati više slika o jednom predmetu, kao i posjedovati sliku, iako predmet ne postoji. Najsličnije je Wittgensteinovu pojmu logičke slike Nađevo tumačenje slike kojoj odgovara više predmeta. Nađ kaže: »Sve mnogovrsne predodžbe formiraju tipičnu sliku (ideju, pojam) i nju uzmimo kao pravog mentalnog logičkog korespondenta predmeta.«[251] Opće ideje su takve slike, i kako one odgovaraju mnogobrojnim predmetima, čini se da postoji za njih neko generičko ime (ibid., str. 54—55). Generičkom imenu odgovara slika koja sama konstituira ideju ili simbol ideje. U prvom slučaju slika sadrži grupu sličnosti i konstituira konkretnu sliku; u drugom slučaju, simbol se javlja kao surogat ideje, jer dana riječ, osim što se odnosi na neke objekte, može da obuhvati i one koji pripadaju drugim simboličkim slikama. Osnovno je to da svakom imenu odgovara mentalna slika (ideja) i da svakoj mentalnoj slici odgovara klasa stvari.[252] Čini se da nas zaključak vraća upravo glavnoj Wittgensteinovoj tezi o nužnoj vezi riječi, rečenica i činjenica, koja je za Wittgensteina neizbježiva zbog izričitog zadržavanja kategorije nužnosti za područje logike. Što nam daje dalji Nađev tekst? Pri samoj konstrukciji ideje javlja se dobro poznat Nađev pojam arbi-

[249] A. Nađ: »I primi dati della logica«, op. cit., str. 50.

[250] ibid., str. 51.

[251] ibid., str. 53.

[252] ibid., str. 56.

trarnosti[253] koji takvo sumnjičenje eliminira. Onda postaje problem kako se može shvatiti arbitrarnost kao konvencionalizam ili kao samovoljnost slučaja. Prvo ne uspijeva napustiti nužnost, a drugo se temelji na slučaju koji je suprotna, ali simetrična kategorija s nužnošću. Osim toga, kako god riješili, opet bi došli na analogiju s Wittgensteinom, ovaj put iz druge faze. Nađevi termini »konvencija« i »arbitrarnost« odnosili su se na princip fiksacije termina i slike, koji su uvjetovani jezičnom upotrebom. Prema tome, pitanje u koju teoriju treba uvrstiti Nađevu koncepciju jezika, rješava se odgovorom da je to instrumentalistička teorija, jer značaj upotrebe jezika zavisi od njegova instrumentalnog određenja. Na važnost upotrebe jezika Nađ direktno upozorava, navodeći Schröderovo isticanje različitih upotreba rečenica u različitim jezicima,[254] a indirektno još češće dolazi do izražaja da upotreba usmjerava jezik. Značaj jezične upotrebe usmjerava podjelu i iskorištavanje naziva,[255] uvođenje ili isključenje problema što određuje jezik: za filozofiju su važni termini kategorija, a za konstrukciju logike taj problem nije važan, jer nije važna distinkcija termina, nego njihova relacija, stoga je potreban i poseban jezik.[256] Jezik znanosti vodi brigu o restrikciji termina: »Kod gotovo svih dobrih traktata znanosti, s definicijama nekih tehničkih riječi, odgovarajućim razlikovanjima sinonima, nastoji se postići ona korektnost i rigoroznost izraza koja je toliko potrebna znanosti.«[257] Prema tome fiksiranje termina određuje se konvencijom, a fiksiranje predmeta arbitrarnošću, tj. izborom onih mentalnih slika i predmeta koji idu u prilog razvoja dotičnog područja. Jezik koji se unutar njega formira, instrument je potreban za vršenje takve djelatnosti koja tom području pripada, pa se on razvija i mijenja prilagođujući se toj svrsi. Ni konvencija, ni arbitrarnost nisu samovoljni, jer su uvjetovani područjem iz kojega izviru, ali nisu ni nužno određeni, jer bi u tom slučaju jezik bio predočen kao nepogrešiv, i on se ne bi mogao ni popravljati ni razvijati. Samo takvo razmatranje dovodi Nađa do opravdanja mnogovrsnosti jezika, u različitim dimenzijama i stupnjevima, a da izostane njihovo podvrgavanje jednom idealnom jeziku. Najidealniji jezik, matematičke logike, pripada »jezičnim restrikcijama«.[258] Dimenzije jezika pokušao je na zanimljiv semantički način predočiti kao stupnjeve; on je semantički širi čak i od Carnapova iz njegove druge faze.[259]

[253] ibid., str. 56.
[254] A. Nađ: »Lo stato attuale«, op. cit., str. 315.
[255] A. Nađ: »I primi dati«, op. cit., str. 46.
[256] ibid., str. 61.
[257] ibid., str. 50.
[258] A. Nađ: »Lo stato attuale«, op. cit., str. 315.
[259] Usporediti str. 18 teksta sa Carnapovim, mnogo više formalističkim shvaćanjem: u prvi stupanj spada elementarna matematika, drugi sačinjava aritmetika realnih brojeva i teorija skupova. Dalji jezici još su više generalizacije, tj. »sintaksa bilo kojeg jezika«, R. Carnap: *Logical Syntax of Language,* 1937, par. 794, također i kasnije u *Analicità,* op. cit., str. 50—52.

Unatoč njegovu proklamiranju elementarne logike (matematičke logike) za logiku svih jezika, pa i običnoga, ostali dijelovi njegove logike vodili su drugoj misli: jezik matematičke logike restringiran je jezik; znanstveni jezici također se služe svojevrsnom restrikcijom, a običan jezik od njih se razlikuje. Restrikcija pojedinih jezika proizlazi iz njihova karakterističnog instrumentalnog obilježja. Ako želimo odgovoriti na pitanje koliko je Nađ samostalan u odnosu prema Peirceu, onda možemo kazati da je Peirce veći dio svoje semiotike razvio nakon 1906, tj. već nakon Nađeve smrti, a da postoji jedino mogućnost nekog utjecaja u vezi s Peirceovim spisom iz 1867, mada ga Nađ nigdje ne spominje niti se služi karakterističnim semiotičkim terminima koje je Peirce razvio, kao npr. univerzalna retorika.[260] Nađevu samostalnost i otvorenost prema sasvim novim jezičnim problemima i njihovu najplauzibilnijem rješenju u sklopu instrumentalističke koncepcije jezika treba posebice istaknuti, jer ta teorija još ni danas nije zadobila odgovarajući dignitet, a to obećaje da možemo očekivati Nađevu otvorenost i prema najnovijoj problematici nove metodologije.

NAĐEVA FILOZOFIJA ZNANOSTI I NOVA METODOLOGIJA

Termin metodologija ima više značenja. Uvodi ga logička škola Port Royala za označivanje dijela logike ili za tretman logike uopće kao metode; u Kanta je to transcendentalna logika, zatim je poznata znanstvena metodologija, a pod nazivom metodologija znanosti razvija se filozofska analiza te znanstvene metodologije.

Nova metodologija razvila se u najužoj vezi sa znanstvenom metodologijom kao njezina analiza,[261] preuzimajući od metafizike problematiku interferirajućih relacija među znanostima, no bez metafizičkih prerogativa i od gnoseologije problematiku spoznaje bez pretenzija da je globalno obuhvati. Analizom znanstvene metodologije formirala se njezina zadaća kao pitanje provjeravanja znanstvenih tehnika,[262] a da se pri tom distancira od kritike znanosti (Hegel, Bergson, Husserl, James, Croce, Heidegger) i nastavi na pozitivne tradicije filozofije zna-

[260] To je Peirceov naziv za onaj dio teorije značenja koji se odnosi na relaciju znaka i simbola. Doduše, postoji izvjesna sličnost u njegovom i Nađevom shvaćanju simbola, ali je inače u ostalom dijelu teksta Nađ daleko manje kompliciran od Peircea. Usporediti A. Nađ: »I primi dati della logica«, op. cit., str. 56—57 sa Ch. S. Peirce, prema Richards-Ogden: *Il significato del significato*, op. cit., str. 313—316.

[261] N. Abbagnano: *Mogućnost i sloboda*, Nolit, Beograd, 1967, str. 138—140. Znanstvena metodologija otkrila je različitost znanstvenih horizonata XIX i XX stoljeća, ibid., str. 136—138, 140—142. Stoga su današnje mogućnosti filozofske analize znanosti daleko veće, ibid., str. 143—144.

[262] ibid., str. 144—145.

nosti (Mach, Avenarius, Poincaré, Duhem, Hertz, Klein itd.). Pri tome se očitovao cilj zalaganja za autonomiju znanstvenih područja i za intenzifikaciju međusobne komunikacije gdje je god to moguće, uz konstantno suprotstavljanje scijentizmu, ali i antiznanosti. U odnosu prema problemima spoznaje rezultirala je kao dosada najvaljanija, znanstvena spoznaja, pa suprotno gnoseologiji i teoriji spoznaje proizlazi da predmet nove metodologije ne može biti spoznaja po sebi, nego samo intenzivno studiranje pojedinačnih spoznajnih postupaka koji dosada najpotpunije dolaze do izražaja u znanosti. Zato se kao temeljni problem te nove discipline pojavljuje pitanje dokazivanja valjanosti onih postupaka koji su usmjereni na utvrđivanje i kontrolu objekata u različitim područjima istraživanja, tj. problem racionalnosti tehnika.[263]

Postavlja se pitanje s kojim se navedenim disciplinama može dovesti u vezu Nađevo učenje i na temelju toga ustanoviti da li se neki njegovi tekstovi mogu smatrati zametkom nove metodologije.

Iako je logička metodologija u maloj vezi s novom metodologijom, ipak je Nađev način impostacije ovog dijela logike vrlo indikativan za naše pitanje. To se može zamijetiti kad Nađ tvrdi da je logika znanost metode, strukture i postupaka znanosti.[264] Ona je dio čiste logike i on je zove opća metodologija za razliku od metodologije posebnih znanosti, tj. specijalne metodologije, koju su inicirali Mill, Bain i Wundt.[265] U općoj metodologiji riječ je samo o spekulativnim ili teoretskim znanostima, kao što je već rečeno. Te se znanosti, kaže Nađ, služe dovršenim silogizmima te se na njih odnosi logička, opća metodologija. Obje metode, deduktivna i induktivna, ipak su prikazane kao ravnopravne metode koje su upravljene istim principom koji Nađ zove princip subordinacije, inherencije ili kauzaliteta.[266] Prije je istaknuto da je kauzalitet povezivao uz dovoljan razlog, a ovaj zapravo zamijenio principom relativnosti, koji je znatno ublažio determinizam. Proizlazi da je njegova opća metodologija ostavila dvije važne upute: teoretske znanosti služe se pretežno dedukcijom, ali i indukcijom, pa trebaju imati one metode koje se zasnivaju na oslabljenom principu uzroka; izrijekom Nađ pravi razliku između tih znanosti i deskriptivnih, pa upućuje na to da treba otkriti njihov specifikum. Treba riješiti pitanje je li kod njega prisutna Leibniz-Humeova podjela na teoretsko-logičke, nužne iskaze i na činjenične, vjerojatne, čijim je tragom nastala istovrsna podjela u Russella

[263] Ako se termin »tehnika« shvati kao skup pravila potrebnih za upravljanje nekim djelovanjem, onda se tehnike mogu dijeliti na racionalne (1. simboličke tehnike: tehnike znanosti i umjetnosti; 2. tehnike ponašanja: moralne, pravne, političke, ekonomske itd.; 3. proizvodne tehnike), N. Abbagnano: *Dizionario di filosofia*, op. cit., str. 840—841, i iracionalne tehnike (mitske, magijske i religiozne). Nova metodologija je zasada razvila samo istraživanje simboličko-znanstvene tehnike. Osnovni joj je cilj istraživanje racionalnih tehnika.

[264] A. Nađ: *La logica nella vita*, Roma, separat, str. 2, također u *Principima*, op. cit., str. 203.

[265] Može se zvati metodolgija, kaže Nađ, ibid., str. 13.

[266] Subordinirati svojstva stvarima, posljedice uzrocima, kaže ibid., str. 204.

i Wittgensteina, te isto tako središnja početna teza neopozitivizma. Iz dosadašnjeg proizlazi da se Nađ kolebao, a tome ide u prilog i prije utvrđena teza da se Nađ nije sasvim dosljedno pridržavao vlastite podjele, jer je matematiku, teoretsku znanost, dovodio u vezu s kemijom, znanošću iz druge skupine. Očito da treba preispitati njegovo shvaćanje znanstvenog predmeta i zakona, kako bi se našlo određenije rješenje za njegovo pravo mišljenje o znanostima.

Iako, kako je sâm izjavio, nije imao posebnog interesa za specijalnu metodologiju, tj. za znanstvenu metodologiju, ipak je naišao i na te probleme, osobito u vezi sa studiranjem značenja znanstvenog predmeta i zakona. U tom smislu on je istraživao geometriju i matematiku uopće, fiziku, fiziologiju i kemiju. Kao što je zamjetljivo, to su različite znanosti koje pripadaju raznim grupama prema njegovom principu podjele. Čini se da za takvu vrstu studija taj princip nije bio osobito značajan. Dapače, lista znanosti mogla bi se proširiti ili promijeniti, jer »relacije koje mogu biti između predmeta razmatranih po znanosti mogu biti najrazličitije«,[267] a važno je to da se te relacije mogu »grupirati« u skupine koje se dobro mogu razlikovati po nekim temeljnim svojstvima. Nehotice je Nađ tu upozorio na jedan novi kriterij podjele znanosti: takve bi grupacije mogle biti osnovni kriterij, a on bi narušio njegovu prethodnu podjelu koju je iznio zapravo kao postulat. Tezu o grupaciji dalje razvija ovako: među najrazličitijim mogućnostima relacija treba ići putem pojednostavljenja. Naravno da se takvo pojednostavljenje može izvesti na različite načine, a osnovno je postići što veću jednostavnost. Tu je svakako bio na djelu instrumentalistički princip koristi: riječ je o izboru grupacije, a on se mora obaviti tako da to koristi samim znanostima, tj. da ne ometa i ne zaustavlja mogućnosti daljeg razvoja istraživanja. Nađ je našao da mnoge relacije imaju komutativna svojstva, i takve bi relacije sačinjavale jednu skupinu (to su algebarske sume i produkti, paralelizam i sličnost u geometriji, kombinacije u kemiji, te neki stupnjevi srodstva, npr. lateralne relacije). Druga važna svojstva jesu asocijativnost, distributivnost itd. Međutim, on smatra najkarakterističnijima relacije subordinacije, interpozicije i disjunkcije.[268] Ako bi ta skupina relacija bila osnovna, onda bi se dobio drugačiji kriterij dijeljenja, koji bi anulirao njegovu prvotnu podjelu na teoretske i praktične znanosti, jer su te iste relacije prisutne kod znanosti iz obaju skupina. Po takvu novom kriteriju, lansiranom u kasnom Nađevom djelu, sve znanosti sačinjavale bi jednu opću zajedničku skupinu, a moguće bi bile sekundarne podjele na temelju sekundarnih relacija. Međutim, može se zamijetiti da kasnije on nije demantirao svoju pređašnju podjelu, te da je i prije postupao po toj kasnijoj, novoj podjeli. Kako se to može tumačiti — radi li se o samokontradikciji ili ne? Vidjelo se da staru podjelu Nađ nigdje ne dokazuje, nego je jednostavno postulira. Mogućnost nove podjele iznio je u sasvim stipulativnoj formi te ona ne isklju-

[267] A. Nađ: »La previsione del futuro« *Rivista dalmatica*, Zara, 1902, str. 9.
[268] ibid., str. 10.

čuje i neke druge mogućnosti. To znači da neka konstantna i definitivna podjela znanosti na čvrste i međusobno sasvim razgraničene discipline nije temeljni problem niti ima odlučujuće značenje. Važnije je za Nađa, kao i za svakog metodologa, što imanentno pokazuje znanost iz njezinih vlastitih istraživačkih okvira. Takav put njegove analize pokazuje njegovo sudjelovanje u polemici oko tada najaktualnijega znanstvenog problema — prostora, koji je po svojim interpretacijama izazvao temeljit zaokret — iz znanstvenog horizonta XIX. stoljeća u XX. stoljeće. Prinos takvoj interpretaciji dali su predstavnici filozofije znanosti, osobito iz redova znanstvenika (Poincaré, Hertz, Klein, Mach). U jednom svojem predavanju u Beču (1886) u tom smislu Nađ ističe Macha koji je pridonio tome da se »govori o polidimenzionalnosti prostora«.[269] On priznaje veliku vrijednost neeuklidovskim geometrijama čija su otkrića omogućila dimenzionalnu mnogovrsnost koja je opet značajna za dalji razvoj drugih znanosti. Baš na pojmu prostora koji se tada mijenjao Nađ je nastojao dokazati kako se mora fleksibilno postupati s pojmovima koji se jedanput steknu u znanosti. Nađ je pokazao da se u matematici s pojmom prostora fleksibilno postupalo i prije, jer se uzimalo u obzir onoliko dimenzija koliko je bilo potrebno za razvijanje određene matematičke koncepcije. Temelj je pojma prostora, svakako, iskustvo, kaže Nađ,[270] ali u njegovo formiranje ulazi i zakon kauzaliteta, tj. recipročni odnos stvari na osnovi kojega prostor relativiramo, dok apsolutni prostor ostaje isti.[271] Ideju prostora zapravo prilagođujemo — širimo je ili sužavamo — prema intenciji kojom smo vođeni. U euklidovskoj geometriji predočujemo predmete trodimenzionalno; u ostaloj su matematici najprije dovoljne dvije dimenzije, a i dalje se mogu sužavati dok ne nestanu sve dimenzije. Naime, trodimenzionalni predmet može se umanjiti apstrahiranjem veličine, on postaje sve manji, dok ne dođe do 0, koja je granica beskonačno umanjujućih kvantiteta. Predmet se tako degenerira u površini, ali on se može još skupljati, dok ne izgubi i duljinu, i tako postaje linija s jednom dimenzijom. S gubitkom duljine, dobiva se matematička točka, koja je fizički ništa.[272] S obzirom na potrebe matematičke analize ili geometrije, Nađ pokazuje da se raspolaže ili s trodimenzionalnošću iz običnog iskustva ili oduzimanjem pojedinih dimenzija. Neeuklidovske su geometrije otkrile i obratnu mogućnost da se dimenzije mogu i povećavati. Da mi možemo širiti našu ideju o prostoru, Nađ kaže, Kant je već prije naslutio prilikom razmatranja problema simetričnih objekata koji se ne mogu uvijek podudarati (lijeva ruka je u ogledalu desna, tome Nađ dodaje simetrične kristale, ibid., str. 19). Da bi se simetrični predmeti doista poklapali, potrebna je jedna nova, četvrta dimenzija. To ostaje analogan postupak

[269] A. Nađ: *Sulla recente questione intorno alle dimensioni dello spazio,* Roma, 1890, str. 4—5.

[270] ibid., str. 12.

[271] ibid., str. 12—13.

[272] ibid., str. 11—12.

onome koji se vrši u geometriji: dvodimenzionalni trokut u ravninskom prostoru, treba treću dimenziju za svoje okretanje, tako isto trodimenzionalno tijelo treba za svoj okret četvrtu dimenziju. Ako možemo reducirati dimenzije prostora, zašto ne bismo mogli i umnogostručavati, ispravno pita Nađ (ibid., str. 21). Ako bismo to usvojili, dobilo bi se ovaj sistem relacija: kao što je za točku granica sekcija, za liniju projekcija linije, za površinu projekcija površine i tijela, tako bi isto volumen bio analogna granica, tj. sekcija i projekcija tijela od četiri dimenzije. Čak je pronašao i formulu za takvo četverodimenzionalno tijelo, sa četverostrukim integralom, jer bi se je trebalo izvesti sa četiri osi kartezijanskih kordinata: $\int \int \int \int dx\, dy\, dz\, dw$. Nađ je pri tome naglasio da se matematičari već bave četverodimenzionalnim regularnim tijelima (ibid., str. 22). No, Nađ iznosi da se može naći i u fizici upotreba relativiranja prostornih dimenzija, pa posebno ističe da je Kopernik došao do svoje »velike revolucionarne misli« projekcijom nebeske površine u treću dimenziju. On smatra da je isti takav postupak prisutan i u suvremenoj fizici, jer je povezivanje magnetizma i elektriciteta bilo omogućeno upotrebom treće prostorne dimenzije (ibid., str. 23). Nađ proširuje ta razmatranja i na fiziologiju, dapače njemu se čini da ta disciplina nabolje dokazuje tezu o obradi našeg pojma prostora. Upravo je fiziologija otkrila da je vanjski stimul uzrok naših senzacija, pa i ideje prostora, dok nam naš organizam sa svoje strane omogućuje da formiramo ideju prostora. Medicina je to dokazala obrazloženjem da mi treću dimenziju usvajamo kasnije (ibid., str. 14). Da li će se tako naše percepcije proširiti i na četvrtu dimenziju te da li bi drugi ljudi mogli percipirati više dimenzija od nas, to treba pretpostaviti kao jednu mogućnost, ali njezinu afirmaciju ili opovrgavanje, treba ostaviti onima koji dolaze za nama. Ostaje samo to da nam fiziologija i medicina svojim rezultatima omogućuju da prostor tretiramo kao polidimenzionalno moguć (ibid., 16). Potvrdu te teze nalazi i u kemiji, za razvoj koje je također važno fleksibilno baratanje s pojmom prostora, jer se pojedine strukture molekula tumače pomoću treće prostorne dimenzije, dok bi povećanje broja dimenzija pogodovalo povećanju načina grupiranja atoma u još veći broj struktura molekula. Nađ navodi da se Mach držao te pretpostavke pa ga opširno citira na dvije strane.

Nađ je, prema tome, pokazao da je elastičnost ideje prostora potrebna za razvoj znanosti i da ona proizlazi iz iskustva, kao i iz našeg principa uzroka koji je u vezi s tim problemom iznio kao recipročan odnos stvari. Potrebu nefiksiranosti jednog od najtemeljnijih pojmova u znanosti, vrlo zanimljivo, on osigurava principom uzroka, što još jednom potvrđuje da to nije deterministički princip. Sve to zapravo je upozorilo da je Nađevo bavljenje znanstvenom metodologijom preraslo te okvire, prelazeći u filozofiju znanosti, s kojom je upravo te temeljne pojmove imao zajedničke. Tome je pridonosilo i njegovo antispoznajno i antignoseološko odnošenje prema spoznajnom predmetu i spoznaji.

Gnoseološko tretiranje spoznaje i istine nije odgovaralo Nađu, što jasno dolazi do izražaja u njegovoj oštroj kritici najstarije i najrasprostranjenije gnoseološke koncepcije o istini, teorije adekvacije. Citirajući znameniti pasus iz IX. knjige Aristotelove metafizike,[273] on iznosi da je pretpostavka te misli korespondentnost slike, tj. mentalnih relacija i predmeta, tj. realnih relacija. Kriterij istinitosti koji proklamira Aristotel može se deducirati ako se prethodno prihvati navedena pretpostavka. Osim toga, kaže Nađ, u navedenom citatu Aristotel dvosmisleno upotrebljava »sjedinjenje« i »razjedinjenje«, jer se ti termini jednom upotrebljavaju kao mentalna operacija povezivanja ili razjedinjenja ideja, a drugi put kao relacija među stvarima. Međutim, nastavlja Nađ, tu nije riječ o istim fenomenima jer afirmacija (povezivanje) i negacija (razjedinjavanje) pripadaju samo mišljenju, a ne stvarima. Odsutnost čega nije negacija, a ni do kakvog rezultata ne može se doći u toj teoriji zato što se ima na umu samo jedan aspekt suda, ontološki i psihološki.[274] U tom smislu, u teoriji adekvacije primarnom pretpostavkom jest odnos suda i mentalne predodžbe, umjesto shvaćanja da se »termini suda odnose na izvanjske stvari, a ne na predodžbe o njima.«[275] Drugim riječima, Nađ je prigovorio teoriji adekvacije kritizirajući osnovnu pretpostavku svake teorije spoznaje: spoznaja se tretira kao odnos misli i predodžaba ili ideja. On je zahtijevao da se psihološki čin suđenja razmotri u njegovu logičkom smislu (ibid., str. 44), a ontološki sadržaj »gnoseoloških« rasprava reducira s pitanja »zašto« na pitanje »kako« su povezane činjenice (ibid., str. 45). Isto tako, Nađ je eliminirao i drugu pretpostavku svake teorije spoznaje, koja zadaću te teorije određuje kao ispitivanje spoznaje uopće, nezavisno od konkretno upotrebljene spoznaje. Naime, po Nađu, treba pratiti relacije u sudu u logičkom smislu, i činjenice u relaciji. Kako po njegovu principu relativnosti svaka logička istina valja samo u povezanosti (ili relaciji) s drugim logičkim istinama, a relaciju činjenica treba razmatrati pomoću principa kauzalnosti, shvaćenog na njemu svojstven način, on je slobodno mogao kazati da se stari problem spoznaje modernizirao i da ga treba shvatiti na Spencerov način.[276] Preuzimanje tog

[273] Citat se odnosio na istinitost suda koji da bi tom zahtjevu zadovoljio mora izražavati povezanost onog što je u realnosti povezano, odnosno razdvojenost itd., A. Nađ: »I primi dati«, op. cit., str. 42—43.

[274] Ontološki u smislu metafizike, kao traženje onog »zašto« u koneksiji činjenica i psihološki, kao povezivanje ideja u mišljenju, ib., str. 45.

[275] ibid., str. 44.

[276] Završavajući članak »La cognizione matematica nella filosofia di Platone«, *Annuario dalmatico*, V, 1890, Zara, na str. 204, on je reproducirao Spencerove riječi: »Spoznaja koju možemo postići jeste jedina koja nam može služiti. Očuvanje korespondencije unutrašnje i vanjske akcije, koje sačinjava život u svakom momentu i sredstvo kojim se život nastavlja, traži samo to, da budu poznati agensi koji na nas djeluju u njihovim koegzistencijama i slijedu, a da ih nije važno spoznati same po sebi. Ako su x i y dva svojstva uniformno povezana u jednom izvanjskom predmetu, dok su *a* i *b* njihovi učinci proizvedeni u našoj svijesti, samo jedno je potrebno znati, da *a* i *b* i njihova relacija koja ih povezu-

Spencerova mišljenja ne znači suglašavanje sa spoznajnim agnosticizmom. Ono bi to bilo kad bi se polazilo od pretpostavke teorije spoznaje, koja uključuje razmatranje spoznaje na uopćenoj i apstrahirajućoj razini, a upravo je tu razinu odbacivao Nađ, kao što se vidjelo. Za Nađa, kao i za znanstvenika, problem nije stvar po sebi, nego dobivanje stvari za nas, a to će reći u pitanju je znanstveni postupak. Prema tome, on je sasvim opravdano povezao spoznaju sa znanošću, kao što se to čini danas u novoj metodologiji, a po indikacijama koje je ostavila filozofija znanosti.

Preostaje kao nezaobilazno pitanje što je sve zapravo filozofija znanosti na tom području postigla i koliko je Nađ bio na njezinoj razini. Istodobno ćemo dobiti odgovor na pitanje koliko je Nađ bio na razini svojega doba, jer su najplodonosniji rezultati filozofije znanosti djelo ponajviše tog vremena.

Rezultati filozofije znanosti odnose se na promjenu shvaćanja znanstvenog predmeta, znanstvenog pojma i zakona. Znanstveni predmet nije više shvaćen kao objekt za deskripciju, nego ima svoj fizički i psihički aspekt (Mach), zbog čega samo konstituiranje predmeta zavisi od različite upravljenosti u istraživanju. Isto tako znanstveni pojam nije nepromjenljiv, jer ne izražava bit predmeta, nego je to skraćeni i indikativan znak mogućih odnosa prema činjenicama.[277] Znanstveni zakon ne izražava neoporecivu nužnost, on nije nepovredivo pravilo, nego je to instrument za predviđanje (Mach, Hertz, Duhem, Poincaré). Tradicionalan pojam uzroka je, prema tome, ustupio mjesto novom pojmu iz kojega izvire shvaćanje zakona — pojmu funkcije, tj. međuzavisnosti fenomena.[278] Značenje znanosti iz temelja se mijenja, i ta je promjena otkrila kako je znanost u XIX. stoljeću bila jedno, a u XX. stoljeću sasvim nešto drugo. Filozofija znanosti zapravo je pravodobno registrirala te promjene koje su se zbile u samoj znanosti, u njezinu razvoju tokom istraživanja, te ih je akcentuirala i tako upozorila na njih. To je kasnije imalo odjeka pri utemeljenju nove metodologije, koja je u tom smislu baštinik filozofije znanosti. Ako je također i Nađ registrirao te promjene, onda se mogu smatrati njegova nastojanja sastavnim dijelom te baštine.

Iako marginalno spominje u *Principima* deskriptivne znanosti, ipak iznosi svoje stanovište prema njihovu predmetu. Sustav pojmova tak-

je uvijek odgovaraju x i y i njihovoj relaciji. Ne tiče nas se da li su *a* i *b* slični sa x i y ili ne. Njihovim savršenim identitetom ništa ne dobivamo i njihovom savršenom nesličnošću ništa ne gubimo. U temelju prirode samog života nalazimo relativnost spoznaja.« Smisao ovog odlomka, pa prema tome i Nađevo shvaćanje, frapantno podsjećaju na Blackovu misao da ne treba da sliči, npr. teleskop svijetu koji s njime proučava astronom, M. Black: *Language and Philosophy,* op. cit., V, 4.

[277] E. Mach: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt,* Leipzig, 1883. i H. Hertz: *Die Prinzipien der Mechanik,* Leipzig, 1894.

[278] E. Mach: *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen,* Jena, 1902.

vih znanosti uvijek se odnosi na objekt prema kojemu se ona upravlja svojim pitanjem »kako?«[279] Pri konstituciji takvog objekta Nađ upozorava na njegov psihički i fizički aspekt: pri uspostavljanju znanstvenih pojmova sudjeluje »struktura našeg organizma«, oni zavise od stanja naših osjeta,[280] a u objektivnom smislu zavise od vanjskih poticaja, od recipročnog odnosa među stvarima. Kao za filozofe znanosti tako i za njega, znanstveni predmet nije dani objekt čiju bit treba jednom zauvijek nepobitno odrediti, nego se on uspostavlja u dvostrukoj relaciji uvjetovanosti — subjektivnim i objektivnim mogućnostima koje se same po sebi mogu mijenjati, a također i u međusobnom odnosu. Dakako da po interpretaciji nove metodologije konstitucija znanstvenog predmeta zavisi više od instrumenata i metoda koje su dostupne znanstveniku nego od njegove osjetilne i opće organske sposobnosti. Nađevo je shvaćanje istovjetno sa stavovima filozofa znanosti. No, za njih i za Nađa znanstveni predmet, zbog takvih subjektivnih uvjeta, nije puka subjektivna tvorevina; nije znanstvenikova kreacija iz ničega. Znanstveni predmet je i dalje objektivno postojeći kao što se to danas ističe u novoj metodologiji.[281]

Prateći Nađevu interpretaciju ideje prostora već smo se uvjerili da i znanstvene pojmove tretira u duhu filozofije znanosti. Znanstveni pojmovi moraju biti elastični i zamjenljivi novima i pogodnijima kada dalji razvoj istraživanja to iziskuje. Stoga su ti pojmovi zapravo indikativni znakovi, tako da i ono nepoznato može biti sastavni dio znanosti: »Nepoznato se razjašnjava povezujući ga kao posljedicu nepoznatih uzroka i subordinirajući ga tako novoj i široj znanstvenoj apstrakciji.«[282] U vezi s time jest novo poimanje znanstvene egzaktnosti — ono bi se sastojalo u konstantnoj i fiksnoj upotrebi nekog znaka za određene relacije. On ističe da se potreba za takvom egzaktnošću najprije javila u simboličkoj logici, ali da je ona zamjetljiva i u ostalim znanostima.[283] Kao što je uočljivo, on opet najprije dijeli znanosti na one poznate dvije skupine govoreći o znanstvenim pojmovima, a onda ponovno difuzno, kao da se odnosi na obje skupine, bez razlike. Ipak, ovaj put je češće prisutna prva podjela: markirajući jače razliku između pojmova deskriptivnih i teoretskih znanosti, on tvrdi da su prvi pojmovi koordinirani, jer njihov red može biti invertibilan, a pojmovi teoretskih znanosti ne mogu biti invertibilni, jer je među njima odnos subordinacije.[284] To je samo dokaz da je Nađ teško prevladavao Leibniz-Humeovu podjelu, ali da je to ipak bila jedna konstantna intencija u njegovu mišljenju, koja se još teže probijala u vezi s promjenama shvaćanja za-

[279] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 203—204.

[280] A. Nađ: *Sulla recente,* op. cit., str. 13, također: »Nama izmiče intimni kvalitet materije zbog pregrubih osjeta«, ibid., str. 32.

[281] N. Abbagnano: *Mogućnost i sloboda,* op. cit., str. 84.

[282] A. Nađ: *Sulla recente,* op. cit., str. 33.

[283] A. Nađ: »La previsione del futuro«, op. cit., str. 8.

[284] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 214.

kona. Iz dosadašnjeg izlaganja može se zaključiti kako je Nađ sudjelovao u toj promjeni mijenjajući princip kauzaliteta dovoljnim razlogom, pa onda principom relativnosti. Ako bismo se zaustavili na dosadašnjem obrazloženju i njime se zadovoljili, onda bi se moglo reći da za spekulativne znanosti vrijedi manje strog pojam zakona, jer je strogo racionalistički princip kauzaliteta zamijenjen blažim, empirističkim kauzalitetom, po kojem vrijedi zaključivanje od posljedice na uzrok, ali je nemoguće sa sigurnošću zaključivati u obrnutom smislu. Još bi se preciznije moglo kazati: veza uzrok-posljedica i u toj empirističkoj varijanti tumačena je u smislu ne starog nego novog empirizma u dimenziji vjerojatnosti, a ne determinacije. Stoga je Nađ morao neprestano, i protiv svoje volje, povezivati silogizam i indukciju, spukulativne i deskriptivne znanosti. Kauzalna subordinacija izvodi se na dva načina, ali u istom znanstvenom procesu. Zakon se formulira induktivnim postupkom, polazeći od iskustva, i to je jedan oblik kauzalne subordinacije.[285] Drugi oblik dolazi do izražaja u primjeni zakona na dane slučajeve, putem dedukcije.[286] Obadvije procedure potrebne su za znanstveno predviđanje, jer se indukcijom dobiva dosadašnje stanje, a za znanost je važno buduće stanje, tj. relacije posljedica, i te specijalne relacije izvode se dedukcijom.[287] Takav pojam znanstvenog zakona on smatra novim, jer se temelji na drugačijem tumačenju odnosa uzrok-posljedica. On kaže: »Predikcija se zasniva na konstantnosti u toku događaja, na osnovu koje očekujemo da će se stvari odvijati kako su se već desile u sličnim uvjetima.«[288] Ovdje je riječ, drži on, o širem pojmu zakona nego što je onaj, utemeljen na uzroku i posljedici posebne uniformnosti, sukcesije činjenica, jer u njega ulazi »još jedna uniformnost, koegzistencija modaliteta, tj. zakoni ekstenzije i broja.«[289] Upravo je zato indukcija najprikladnija za formuliranje zakona, jer se njome pronalazi relacije među malo termina u sklopu kompliciranih relacija, a zakoni su opsežniji, što je manji broj termina koji se razmatraju, tj. ukoliko se više uspijevaju eliminirati specijalni termini i razmatrati relacije na što manje mogućem broju termina. Prema tome, tako modeliran princip uzroka Nađ predstavlja kao sredstvo znanstvenog predviđanja, izbjegavši nelegitimnu pretenziju filozofije, kako kaže Frank, da od principa, koji je znanstveno pravilo predviđanja, napravi metafizički princip.[290] Stoga je njegov pojam znanstvenog zakona vrlo blizak značenju funkcije: »Problem se reducira na slijedeće: u danom broju relacija između fenomena naći relacije među određenim parcijalnim fak-

[285] ibid., str. 204.
[286] ibid., str. 204, također u »La previsione del futuro«, op. cit., str. 4.
[287] ibid., str. 10.
[288] ibid., str. 3.
[289] ibid., str. 4.
[290] Slično kaže Nađ u *Principima,* str. 173—174, tvrdeći da se taj princip ne obrazlaže logički, a daje povoda samo metafizičkim zaključcima. Usporediti sa P. Frank: *Princip uzroka i njegove granice,* prema N. Abbagnano: *Storia della filosofia, III,* op. cit., str. 758.

torima fenomena, tj. treba naći relacije za neke od tih objekata.«[291] Zakon ostaje znanstveno pravilo, čija je osnovna karakteristika vjerojatnost, i to u duhu Vennova pojma vjerojatnosti, kao istinosne učestalosti koju je kasnije razvila berlinska škola (Von Mises, Reichenbach).[292] Pojam probabiliteta može se smatrati najvećim uspjehom neopozitivizma. Prema tome, Nađ je doista sudjelovao u anticipaciji tog rezultata neopozitivizma. Ali, on je u kontradikciji s tvrdnjom da su istine logike i matematike nužne, a znanosti vjerojatne istine, kao što glasi početna pretpostavka neopozitivizma, i takva uglavnom ostaje za bečku školu. Naime, stanovište te škole, po tvrđenju Deweya, Whitea i Quinea, nije empirističko stanovište, i otuda neempiristička podjela na dvije skupine znanosti, kao i neuspjeh da se eliminira metafizika, jer je vlastito stanovište bilo već metafizičko. To je i bio razlog što se termin »iskustvo« nije uspio definirati, te je on ostajao trajno sporno pitanje. Carnap je vrlo neodređeno upotrebljavao iskustvo kao »danost« *(Logička izgradnja svijeta)*, ne obrazloživši je li to trodimenzionalno percipiranje, proživljeno iskustvo ili elementarni osjeti. Takav difuzni pojam bio je pretpostavka podjele propozicija na činjeničke i logičke te za proklamaciju znamenitoga empirijskog principa verifikacije. Koliko se dalje variralo u tumačenju iskustva, toliko se mijenjao i princip verifikacije, što je neprestano ugrožavalo valjanost tzv. činjeničnih propozicija, a išlo u prilog sfere nužnih i apodiktičkih propozicija, braneći pojam jedne zastarjele matematike. Kada je Waismann (1936) pokazao da matematički stavovi nisu analitički, onda se i matematika odvojila od logike. Na kraju neopozitivisti su morali promijeniti i koncepciju logike jer su stalne korekture pojma iskustva i principa verifikacije ublažile prvobitnu rigoroznost i diskreditirale koncepciju apodiktičkih istina.[293] Nakon toga se tek konačno došlo do pravog pojma iskustva,[294] koji uključuje respektiranje različitih empirijskih stupnjeva i opravdava, po Papu, pa i Quineu, pravi empirijski stav: ne može se uvijek kod partikularnih iskaza razlikovati ono što se odnosi na iskustvo, a što na jezik, jer kako se mijenja iskustvo, mijenjaju se i

[291] A. Nađ: »La previsione del futuro«, str. 5—6.

[292] Od triju teorija vjerojatnosti: 1. aprioristične (Laplace, De Morgan, Keynes, Carnap, Savage), 2. relativne učestalosti, 3. istinosne učestalosti (Peirce, Venn, Von Mises, Reichenbach, Nagel), posljednja je danas najviše cijenjena. Nađ kaže da problematika pojmova, sudova i zaključivanja treba da se shvati u duhu Vennove teorije vjerojatnosti (probabiliteta), *Principi*, str. 205—211, te je cijeli odjeljak o indukciji i principu uzroka tako tretiran.

[293] Lukasziewiczeva logika je prvi pokušaj logike vjerojatnosti, a konačni eksplicitni poziv da se napusti logika nužnosti potječe od Papa, A. Pap: *Semantics and Necessary Truth*, 1958.

[294] K. Popper: *The Logic of Scientific Discovery*, London, 1965, par. 6. Iskustvo ne treba da se shvati kao svijet danosti, nego kao metoda podvrgavanja probi i kontroli različitih, logički mogućih, teoretskih sistema.

jezično-logičke konstrukcije, zbog čega je besmisleno tražiti preciznu granicu između jezika i iskustva, između logičkih i iskustvenih propozicija.[295]

Zanimljivo je da se Nađ bavio tim glavnim problemom neopozitivizma koji se završio za njih porazom vlastite prve pretpostavke. Nađ se služi terminom danost u vezi s iskustvom, ali uviđa da ga treba obrazložiti. Prvo obrazloženje je u duhu starog empirizma, Russella, Wittgensteina i neopozitivizma na početku: »Iskustvene danosti se ne prezentiraju kao univerzalne propozicije, nego kao pojedinačne činjenice, tj. partikularne i individualne propozicije.«[296] Princip verifikacije stoga je najstrože empirističan u starom smislu; jer se teorije i zakoni kao hipoteze provjeravaju »od slučajeva od kojih su inducirani« (ibid., str. 208). Blaži princip uvodi kad dopušta da se provjeravaju i od slučajeva ubuduće. No, potom slijedi drugo obrazloženje iskustva: »Ali vrlo često iskustvene nas danosti ne opskrbljuju individualnim ili partikularnim propozicijama, nego grupom specijalnih fenomena koji su kvalitet ili učinak prethodne grupe.«[297] U skladu s time i princip verifikacije postaje elastičniji, tako da vrlo podsjeća na Carnapov princip potvrdljivosti. I Nađ je zamijetio da nije moguća kompletna provjerljivost, nego samo postepeno potvrđivanje, koje proizlazi iz ograničenja promatranja i eksperimenata na zadovoljavajući broj okolnosti.[298] Pojam iskustva i dalje evoluira u svojem značenju te se znatno približava onom najmodernijem, reduciranju na metode koje se ne smiju kanonizirati kao što je to učinio Mill.[299] Određene metode treba da budu primjerene odgovarajućoj skupini predmeta, jednom sustavu relacija.[300] Zato ne začuđuje što je naslutio čak i mogućnost opovrgljivosti,[301] te je zato neprestano navodio empirijske stupnjeve. Prema tome, Nađ je prošao sve peripetije kroz koje je prošao i neopozitivizam, da bi od pojma iskustva kao činjenične danosti evoluirao do njegove redukcije na metode; od starog činjeničnog principa verifikacije do principa opovrgljivosti. Stoga je njegova evolucija obuhvaćala i prijelaz s logike nuž-

[295] Quine tu podjelu zove metafizičkom dogmom, W, van O. Quine: *From a Logical Point of View*, op. cit., II, 4, drugi dualizmom, M. White: *The Analytic An Untenable Dualism,* New York, 1950. i dr. No, Carnap je i kasnije ostao na spomenutom razlikovanju u polemici sa Sellarsom, cfr. R. Carnap: *Analicità,* str. 54, te navodi i druge pristaše njegovog stava (B. Mates, R. Martin), ibid., str. 36.

[296] A. Nađ: *Principi,* op. cit., str. 205.

[297] ibid., str. 209.

[298] ibid., str. 210.

[299] ibid., str. 210—211.

[300] A. Nađ: »Lo stato attuale«, op. cit., str. 316—317.

[301] Usporedi Nađevu tezu: »Ako je dan bilo koji sistem logičkih relacija u koje ulazi dani kvantitet A, naći od kojih kvantiteta je on nezavisan (posredstvom njegovih eliminacija) i od kojih je funkcija (posredstvom rezolucije-analize)«, ibid., str. 212, sa Popperovim principom opovrgljivosti, K. Popper; op. cit., par. 21.

nosti na logiku vjerojatnosti, što je sve pridonijelo tome da prije naknadnih korektura neopozitivizma uoči adekvatno mjesto matematike, a i problematike znanosti.

On je polazio od mogućnosti aplikacije matematike u logici, a samu logiku smatrao je univerzalnom i normativnom.. Ona je normativna za druge znanosti, jer pokazuje »put« (aplikaciju zakona na pojedinačne slučajeve), pa im je potrebna za formiranje.[302] Ali je logika upravo zato beskonačno razvojna,[303] dakle mora pratiti same znanosti pa njezine norme nisu ukrućene i apriorističke. Logika ostaje filozofija, kaže Nađ, ali to obrazlaže zastarjelim metafizičkim pojmom »sinteza znanosti«.[304] Taj pojam i tendencije koje iz njega izviru kompromitantne su. Sinteza znanosti obično ne uspijeva očuvati autonomiju znanstvenih disciplina jer se ostvaruje nekim iskonstruiranim principom koji služi za interpretaciju znanosti u duhu filozofskog sustava. To su dokazale sve sinteze od Aristotela, Hegela do neopozitivističke čikaške enciklopedije. No, na sreću Nađ je samo jednom spomenuo tu sintetičku ulogu filozofije, a sâm nije tako postupio. Dapače, jedno od najmodernijih pitanja u vezi s afirmacijom autonomije znanosti on postavlja na kraju svojega glavnog djela *Principi.* Priznajući različitost znanstvenih sustava, postavlja pitanje njihove komunikacije. Doduše, pitanje je samo postavljeno i ne otvara nikakva rješenja, ali kao pitanje involvira u sebi autonomiju znanosti, njihovu različitost i potrebu njihove korelacije. Ono samo po sebi eliminira nasilno povezivanje znanosti matematizacijom ili kakvim drugim jednostrano povezujućim principom. Još i više, Nađ naglašava jedan od osnovnih aspekata autonomije znanosti, a to je očuvanje imanentnog razvoja znanosti usmjeravanog potrebama samog istraživanja, što proizlazi iz ovog odnosa prema znanstvenim hipotezama: treba smatrati mogućim one hipoteze koje omogućuju dalji razvoj znanosti.[305]

Ako se priznaje jednom pravcu neopozitivizma sudjelovanje u pripremi nove metodologije zbog uspješne kritike principa kauzalnosti i omogućavanja drugačijeg odnosa prema znanosti, onda to priznanje pripada i Nađu, unatoč nedorečenostima i lutanjima.

Stoga se Nađeva opća i specijalna metodologija uvelike može smatrati filozofijom znanosti, a u ponekom aspektu i anticipacijom najboljih rezultata neopozitivizma onog smjera koji je uspio prevladati Russellov logicizam. U oba smisla Nađevi se napori ugrađuju u novu metodologiju s jednom, doduše, vrlo karakterističnom napomenom. Predmet nove metodologije je proučavanje racionalnih tehnika, a ne iracionalnih.[306] Nađ je u vezi s tim problemom ostao tipičan mislilac XIX. stoljeća, u kojemu se spajaju dva nespojiva svijeta, racionalni i onaj romantički

[302] A. Nađ, ibid., str. 316, te *La logica nella vita,* op. cit., str. 2—3.

[303] A. Nađ: »Lo stato attuale«, op. cit., str. 319.

[304] A. Nađ: »La previsione del futuro«, op. cit., str. 12.

[305] A. Nađ: *Sulla recente,* op. cit., str. 26.

[306] N. Abbagnano: *Dizionario di filosofia,* op. cit., str. 840.

— zanimanje za mističku beskonačnost. Naime, on neshvatljivo uz svu svoju logičnost dopušta misticizam.[307] Eliminirajući tu kontradikciju, možemo kazati da je Nađ kao filozof znanosti više, a kao metodolog, manje dao prilično značajan prinos u pripremi nove metodologije.

ZAKLJUČAK

Albinu Nađu (Albin Nagy) pripada značajno mjesto u razvitku evropske matematičke logike, rijetko istaknuto mjesto u mediteranskoj filozofiji, a jedinstveno u dalmatinskoj, odnosno hrvatskoj filozofiji.

Uz Schrödera i Peana, on je sudjelovao u kompletiranju logike klasa, jedne od odlučujućih komponenti u razvoju matematičke logike. Za razliku od svojih suvremenika, pa kasnije i Russella, tu je logiku i nadmašivao, jer njegova pretpostavka nije bila identifikacija logičkog pojma i broja, nego pojma i klase u smislu izomorfnosti logičkog i geometrijskog prostora. Neki njegovi rezultati u razvoju klasnog računa podudarali su se katkad sa Schröderovima, što je ovaj u privatnom pismu i priznao, ali nikada javno, dok se od njega razlikovao u sadržinskom interpretiranju klase. Koliko je to njegovoj logistici osiguralo prednost, toliko joj je i postavilo granice. Takva logika pokazuje se kao anticipacija logicizma u njegovu najpozitivnijem obliku po upotrebi računa termina i iniciranju računa propozicija, ali je ostala neosjetljivom za specijalni račun relacija, koji je zasnovao jedan od Nađevih učitelja, Peirce, a okončao Russell. Nađeva je logika neke ograničenosti logicizma unaprijed korigirala: reduciranje matematike na logiku onemogućeno je modernim tretiranjem logičkih aksioma, u duhu Peanove koncepcije neodreodredivosti primitivnih propozicija, a na način suvremene algebarske orijentacije u logici; aksiom beskonačnosti nije služio za osnovu eliminacije logičkih paradoksa, nego za interpretaciju teorije skupova, koja se može dovesti u vezu sa suvremenim kombinatoričkim tumačenjem skupova, osobito s aksiomom izbora. Isto tako ta je logika unaprijed uspjela nadmašiti i neke korjenite zablude neopozitivizma, jer je logički račun tretirala kao sredstvo istraživačkog procesa, čime se eskivirala logicistička ekstremizacija sintakse jezika. Takvi, kao i prethodno navedeni stavovi, doveli su Nađa do anticipacije nezavisnih empirijskih stupnjeva, kojima se eliminirala teorija tipova, Russellovo semantičko rješenje, kao i pseudoempiristički rigorizam neopozitivizma. Prevladavanje unutrašnjih zabluda, koje su se javljale i u kasnijem razvoju matematičke logike, predstavlja nam Nađevu logiku osobito vrijednom po rezultatima koji imaju veliko značenje za razvoj matematičke logike; pri tome se ne smiju zaboraviti i neka njegova specijalna rješenja — formula za količinu tipova univerzalnih i partikularnih propozicija s pet

[307] Indukcija treba da bude dovršena i rastumačena mističkom intuicijom, kaže Nađ samo u jednom svojem članku: »Il nuovo misticismo«, *Rassegna di scienze sociali e politiche,* XI, vol. II, fasc. 253, 1893. g., str. 24—25.

i *n* klasa kao predikata (zanimljivo i za pojam ortogonalnih grupa u atomističkoj fizici), te anticipacija četvrtog i petog pravila principa dualiteta. Po rasponu nadmašivanja formalističkih ekstremizama matematičke logike, Nađeva je koncepcija nadilazila i samu matematičku logiku kao integralnu koncepciju logike, te je, s jedne strane, anticipirala logiku vjerojatnosti u smislu istinosne učestalosti Vennove inspiracije, a, s druge, dala je prilog i koncepciji neformalne logike. U svojim sermonističkim preokupacijama Nađ je bio naklonjen koncepciji »otvorenih« jezika, nasuprot logicističkoj i neopozitivističkoj preferenciji teorije jednog jezika, koja se temeljila na kategoriji nužnosti kao suvišnoj kategoriji, tipičnoj zapravo za misao XIX. st. Iako je bio mislilac prošlog stoljeća, njegov misaoni horizont otvarao se novoj terminologiji — vjerojatnosti. Preko konvencionalističke teorije jezika, njegov je pojam jezika zbog toga evoluirao do instrumentalističke teorije jezika, anticipativno nadmašujući obje osnovne Wittgensteinove teze o jeziku — jezik kao logička slika svijeta i jezik kao igra. Tako je zapravo nadilazio neopozitivistička lutanja, kao i analitičke škole jezika, što su proizašle iz ingrandiranja Wittgensteinove teze iz prve njegove faze ili neobrazloženo spomenute u drugoj njegovoj fazi (upotreba). Njegov sermonizam doveo ga je sasvim blizu instrumentalističkoj koncepciji jezika, koju je Wittgenstein u svojoj drugoj fazi tek spomenuo, a koja jedina uspijeva afirmirati mnogovrsnost jezika i okončavajući metafizičku teoriju o idealnom jeziku, objasniti pogrešivost i mogućnost ispravljanja jezika, tj. njegovu transformaciju i razvoj. Tako se Nađ uvrstio u tok najbolje tradicije tretmana problematike jezika — nadovezivanjem na Peircea ulazi u razvojnu liniju koja počinje od Platona, te preko Leibniza, Herdera i Humboldta dopire do naših dana generativne i transformacijske gramatike. No, razinu najveće modernosti Nađ je dosegao u svojim filozofsko-metodološkim istraživanjima. Njegovi znanstveno-metodološki i logičko-metodološki pogledi u vezi s promjenom shvaćanja znanstvenog predmeta i pojma, što je tada bilo aktualno u znanosti i filozofiji znanosti, uvrštavaju ga u redove filozofije znanosti, koju nova metodologija uvijek rado ističe kao svoju baštinu. Za ono doba iznenađujuće dalekovidna kritika principa uzroka i zalaganja za autonomiju i međusobnu komunikaciju različitih znanosti anticipira najbolje rezultate berlinske neopozitivističke škole, koji se također pozitivno ugrađuju u temelje nove metodologije.

Zbog višesmjerne orijentacije, Nađevoj koncepciji pristaje zaboravljeni naziv *logistika*, koji je za nju upotrebljavao zadarski filozof I. Tacconi (doduše, sinonimno za logicizam), ali u širem značenju, kao logika koja je premašivala vlastite okvire. Osobito imponiraju rezultati te logistike na području filozofije znanosti i anticipacije nove metodologije svojom novoracionalističkom orijentacijom. Premda je nasuprot njoj Nađ pravio neobjašnjivo kontradiktorne ustupke mistici, on ostaje kao još uvijek moderan mislilac naš učitelj, zaboravljen i nepriznat, ali koji takav više ne mora ostati.

Summary

LOGISTIC OF ALBIN NAGY FROM TROGIR

Albin Nađ (Albin Nagy, 1866—1901) a philosopher from Trogir, has an outstanding position in the development of European mathematical logic, an exceptionally important position in Mediterranean philosophy, and a unique place in Dalmatian, i. e. Croatian, philosophy.

Side by side with Schröder and Peano he was active in completing class logic, one of the most decisive components in the development of mathematical logic. Differing from his contemporaries and also from Russell later on, he surpassed the same logic, because his supposition was not an identification of logical notion and number, but of notion and class in the sense of isomorphism of logical and geometrical space. Some of his results in the development of class account were sometimes congruous with those of Schröder, which was acknowledged by the latter in a personal letter, but never openly. They differed, however, from Schröder's in the basic interpretation of the class notion. Both these facts gave advantages to his logistic and set its limitations. Such a logic is seen as an anticipation of logicism in its most positive aspect in the use of the account of term and initiation of the account of proposition. However, it remained insusceptible to a special account of relations founded by a teacher of Nagy, Peirce, and completed by Russell. Nagy's logic corrected some limitations of logicism in advance, i. e. it made impossible the reduction of mathematics to logic by modern approach of logical axioms, according to Peano's conception of impossibility to denote primitive propositions. The way used was the modern algebraic orientation in logic; the axiom of infinity was not used for the basis of elimination of logical paradoxes, but for the interpretation of the theory of groups which can be connected with the contemporary explanation of groups, especially with the axiom of choice. At the same time this logic succeeded in advance to surpass also some basic fallacies of neopositivism, because logical account was treated as a means of the research process, and therewith logistic extremism of the syntax of language was eschewed. These standpoints, as well as those metioned before, brought Nagy to the anticipation of independent empirical levels which eliminated the theory of types, Russell's semantic solution and pseudo-empirical rigours of neopositivism. Also, one should not forget some of his special solutions — such as the formula for the quantity of types of universal and particular propositions with five and »n« classes as predicates (also interesting for the notion of orthogonal groups in atomic physics) as well as the anticipations of the fourth and fifth rules of the principle of duality. According to the extent of surpassing formalistic extremisms of mathematical logic, Nagy's conception excelled the very mathematical logic as an integral conception of logic. Consequently, on the one hand it anticipated the logic of probability in the sense of truthful frequency of

Venn's inspiration, and it gave its contribution to the conception of informal logic on the other. In his sermon-like preoccupations Nagy was inclined towards the conception of »open« languages versus logistic and neopositivistic preference for the theory of one language. The later was based on the category of necessity as a starting category, typical for the 19th century thought.

Although a 19th century thinker, his horizon of thoughts was opening towards a new terminology — probability. Through the conventionalistic theory of language his notion of language envolved into an instrumentalistic theory of language, surpassing in advance both basic theses by Wittgenstein about language — language as a logical picture of the world and language as a game. In this way he surpassed neopositivistic wanderings as well as those of the analytical school of language arising from an exaggeration of Wittgestein's thesis from his first and second phases. His sermonism brought him very near the instrumentalistic conception of language which was only mentioned by Wittgenstein in his second phase, but which is the only one that can affirm many-sidedness of language. Bringing the metaphysical theory of ideal language to an end, it can also explain the liability of language to err and the possibility to correct the language, i. e. its transformation and development.

Nagy reached the greatest level of modernity in his philosophic--methodological researches. He anticipated the best results of Berlin neopositivistic school which are also built into the groundwork of the new methodology.

Nagy's conception could be termed logistic (term long since forgotten but used by I. Tacconi, a philosopher from Zadar, as a synonym for logicism and, in a wider sense, as logic surpassing its own frames). Especially impressive are the results of this logistic conception in the filed of the philosophy of science and in the anticipation of the new methodology, arrived at by its new rationalistic orientation.